

PREDICCIÓN DE CARGAS DE ROTURA EN SGFR-PA6 MEDIANTE EL CONCEPTO DEL MATERIAL EQUIVALENTE Y LA TEORÍA DE LAS DISTANCIAS CRÍTICAS

S. Cicero¹, A.R. Torabi², F.T. Ibáñez-Gutiérrez^{1*}, P. Azizi³

¹LADICIM (Laboratorio de la División de Ciencia e Ingeniería de los Materiales), Universidad de Cantabria. ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Av/Los Castros 44, 39005, Santander, España

²Fracture Research Laboratory, University of Tehran, P.O. Box 14395-1561, Tehran, Iran.

³Dep. of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, P.O. Box 16846-13114, Tehran, Iran

*Persona de contacto: ibanezft@unican.es

RESUMEN

Este artículo propone una combinación del Concepto de Material Equivalente (EMC) y de la Teoría de las Distancias Críticas (TDC) para obtener una predicción de cargas de rotura en poliamida 6 reforzada con fibra de vidrio corta (SGFR-PA6) con entallas en U. La TDC utiliza una longitud característica del material L (distancia crítica) de naturaleza elástico-lineal. Por ello, en aquellos materiales cuyo comportamiento no es completamente elástico-lineal, L requiere de calibración previa. La metodología propuesta define un material elástico-lineal equivalente donde la TDC pueda ser aplicada de manera sencilla y precisa sin necesidad de una calibración previa. El programa experimental está compuesto por 50 probetas SENB de SGFR-PA6, y se han obtenido predicciones precisas de las cargas de rotura obtenidas experimentalmente.

PALABRAS CLAVE: Teoría de las Distancias Críticas, Concepto de Material Equivalente, SGFR-PA6, Entallas, Carga de rotura

ABSTRACT

This paper presents a combination of the Equivalent Material Concept (EMC) and the Theory of Critical Distances (TDC), which is used to obtain fracture loads predictions on short glass fibre reinforced polyamide 6 (SGFR-PA6) containing U-notches. The TDC uses a characteristic length parameter (critical distance, L) with linear-elastic nature. Thus, those materials exhibiting non-fully linear-elastic behavior, L requires a previous calibration process. The proposed methodology defines an equivalent linear-elastic material on which the Theory of Critical Distances may be applied through its basic formulation and without any previous calibration of the corresponding critical distance. The experimental programme is composed of 50 SENB specimens of SGFR-PA6, and it has been obtained accurate predictions of the experimental fracture loads.

KEYWORDS: Theory of Critical Distances, Equivalent Material Concept, SGFR-PA6, Notch, Fracture load

1. INTRODUCCIÓN

En la realidad industrial, es una práctica frecuente analizar las entallas como si fueran fisuras, dando lugar a análisis que en muchos casos son excesivamente conservadores, lo cual ha sido ampliamente reportado (ej.,[1-8]). Esto conlleva por ejemplo a reparaciones o sustituciones de elementos estructurales que son innecesarias desde el punto de vista de la integridad estructural. Así, se justifica la necesidad de desarrollar metodologías de evaluación que tengan en cuenta la naturaleza de las entallas, dando lugar a resultados más ajustados a la realidad física del problema.

Existen distintos criterios o teorías en el análisis del comportamiento a fractura de las entallas: la Teoría de las

Distancias Críticas (TDC) (ej., [1-4]), el Criterio Global (ej.,[5,6]) o el de la Densidad de Energía de Deformación (SED, *Strain Energy Density*) (ej.,[8-11]), entre otros.

La aplicabilidad de la TDC a nivel industrial se complica ya que, cuando el comportamiento del material no es completamente elástico-lineal, los parámetros del material no se obtienen directamente, requieren calibración previa. Para evitar ese inconveniente, surge el Concepto del Material Equivalente (EMC, *Equivalent Material Concept*) [12], que permite convertir un material elastoplástico en uno elástico-lineal equivalente con el mismo comportamiento en fractura. El EMC ya ha sido combinado tanto con la TDC [13] como con el SED [14] en la predicción del comportamiento en fractura de varios materiales.

1.1. Teoría de las Distancias Críticas

La TDC es en realidad un conjunto de metodologías que en las evaluaciones en rotura tienen en común el uso de un parámetro característico del material con unidades de longitud (L , distancia crítica) [1]. Los orígenes de la TDC se remontan a mediados del siglo XX con los trabajos de Neuber [15] y Peterson [16], pero no ha sido hasta las últimas décadas cuando se ha establecido su aplicabilidad a diferentes tipos de materiales (ej., metales, cerámicos, polímeros y compuestos), procesos (principalmente fractura y fatiga) y condiciones (ej., elástico-lineal frente elastoplástico).

La expresión de la distancia crítica, L , en análisis de fractura es:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_0} \right)^2 \tag{1}$$

donde K_{IC} es la resistencia a fractura del material y σ_0 es un parámetro resistente característico del material (resistencia inherente) y habitualmente mayor que la tensión de rotura (σ_u). En aquellos materiales que exhiben un comportamiento completamente elástico-lineal (ej., cerámicos) σ_0 coincide con σ_u , de lo contrario, la aplicación de la TDC requiere calibración previa.

Destacan dos metodologías incluidas en la TCD: el Método del Punto (PM) y el Método de la Línea (LM). Ambas son de sencilla aplicación, se basan en el campo de tensiones en el frente del defecto y generan resultados razonablemente similares [1]. Por un lado, el PM asume que el fallo se produce cuando la tensión alcanza el valor de la resistencia inherente (σ_0) a una distancia del frente de la entalla igual a $L/2$ [1,17]. Así, el criterio de fallo del PM resulta:

$$\sigma \left(\frac{L}{2} \right) = \sigma_0 \tag{2}$$

Por otro lado, el LM supone que el fallo se produce cuando la tensión media a lo largo de una longitud ($2L$), alcanza el valor de la resistencia inherente (σ_0). Por lo tanto, la expresión del LM es:

$$\frac{1}{2L} \int_0^{2L} \sigma(r) dr = \sigma_0 \tag{3}$$

La TCD permite evaluaciones en rotura de componentes con cualquier tipo de defecto concentrador de tensiones.

1.2. Concepto de Material Equivalente

El EMC fue propuesto en 2012 por Torabi [12] y permite equiparar el comportamiento real de un material dúctil cuyo comportamiento sea elastoplástico con el de un material supuesto frágil con comportamiento elástico. Según el EMC, la densidad de la energía de deformación del material dúctil (SED) (i.e., el área bajo la curva

tensión-deformación), se considera igual a la del material supuesto frágil y tiene el mismo módulo de elasticidad. La Figura 1a muestra la típica curva tensión-deformación de un material dúctil. En la zona plástica, se considera que el comportamiento a tracción sigue una ley potencial:

$$\sigma = K \varepsilon_p^n \tag{4}$$

Siendo σ la tensión real, ε_p la deformación plástica real, K y n son el coeficiente y el exponente de endurecimiento, respectivamente. El SED total es la suma de su componente plástica y elástica, y considerando que la deformación plástica real al plastificar es 0.002, se expresa como [12]:

$$(SED)_{tot} = \frac{\sigma_y^2}{2E} + \frac{K}{n+1} (\varepsilon_p^{n+1} - (0.002)^{n+1}) \tag{5}$$

La iniciación de la fisura en el material dúctil ocurrirá justo antes de alcanzar la tensión de rotura. Por ello, el SED total ha de ser considerado hasta ese punto y la deformación plástica (ε_p) se reemplaza en la expresión (5) por la deformación en rotura real ($\varepsilon_{u,real}$).

La Figura 1b representa la curva tensión-deformación del material supuesto frágil. Los parámetros ε_f^* y σ_f^* representan la deformación al iniciarse la fisura y la resistencia última a tracción, respectivamente. Así, considerando que el material dúctil real y el material frágil supuesto tienen el mismo módulo de elasticidad (E), el SED del material equivalente antes del inicio de la fisura sigue:

$$(SED)_{EM} = \frac{\sigma_f^{*2}}{2E} \tag{6}$$

Aplicando el EMC, es decir, igualando el SED del material real y del supuesto, resulta:

$$\frac{\sigma_f^{*2}}{2E} = \frac{\sigma_y^2}{2E} + \frac{K}{n+1} ((\varepsilon_{u,real})^{n+1} - (0.002)^{n+1}) \tag{7}$$

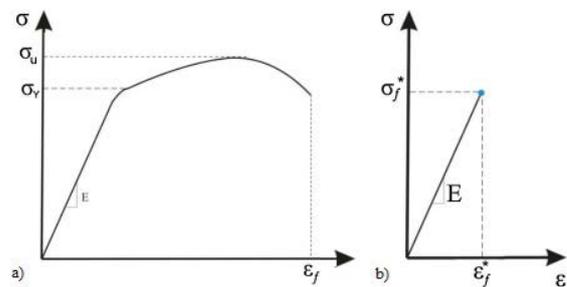


Figura 1. a) Típica curva tensión-deformación material dúctil; b) Curva tensión-deformación material frágil equivalente.

Finalmente, σ_f^* se obtiene de la expresión (8), donde la deformación real en rotura ($\varepsilon_{u,real}$) se obtiene de la deformación ingenieril en rotura ($\varepsilon_{u,real} = \ln(1 + \varepsilon_u)$).

$$\sigma_f^* = \sqrt{\sigma_y^2 + \frac{2EK}{n+1} [(\epsilon_{u,real})^{n+1} - (0.002)^{n+1}]} \quad (8)$$

El valor obtenido en (8) junto con la resistencia a fractura puede utilizarse en diversos criterios de fractura frágil (ej., TDC) para predecir teóricamente la iniciación de la fisura en componentes dúctiles entallados.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Material

El material estudiado es poliamida 6 reforzada con fibra de vidrio corta (SGFR-PA6, acrónimo en inglés) en condiciones entalladas. Los termoplásticos reforzados constituyen una clase importante de los plásticos técnicos, los cuales, gracias a su fácil fabricación y buenas propiedades mecánicas, están sustituyendo a las piezas metálicas utilizadas en componentes de ingeniería [18]. El monómero de la poliamida 6 es uno de los grados comerciales más comunes para piezas moldeadas; se caracterizan por una dureza, resistencia y tenacidad elevadas, así como por una vida a fatiga y resistencia a la abrasión buenas [19]. Al reforzar la poliamida con fibras de vidrio cortas se consigue un aumento considerable en términos de resistencia, dureza, temperatura de servicio y resistencia a la abrasión. Por ello, en los últimos años ha aumentado su uso en aplicaciones de ingeniería y construcción. Estas aplicaciones suponen la aparición de defectos que ponen en riesgo la integridad estructural de los componentes. En este caso, se analizan dos contenidos de refuerzo (5 wt.% y 30 wt.%) combinados con 5 radios de entalla (0 mm (fisuras), 0.25 mm, 0.50 mm, 1.00 mm y 2.00 mm).

2.2. Programa experimental

Se fabricaron un total de 54 probetas de tracción mediante la técnica de moldeo por inyección. Se ensayaron 2 probetas por contenido de fibra a tracción (Figura 2a, según ASTM D638 [20]). La Tabla 1 recoge los resultados obtenidos. La Figura 3 muestra las curvas tensión deformación en variables ingenieriles. Se observa la pérdida de linealidad al aumentar el contenido de fibra.

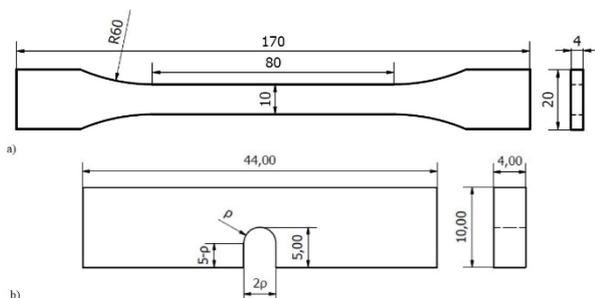


Figura 2. Geometría de las probetas (cotas en mm): a) tracción; b) SENB (ρ varía entre 0 y 2 mm).

Después, se obtuvieron las probetas de fractura (tipo SENB, Figura 2b) a partir de la parte central de las

probetas de tracción restantes. Las entallas se realizaron perpendicularmente a la dirección longitudinal de las probetas. Se obtuvieron por mecanizado excepto aquellas de radio aproximadamente cero (fisuras) que fueron generadas con una cuchilla.

Tabla 1. Parámetros de tracción. E: Módulo de Young; $\sigma_{0.2}$: Límite elástico; σ_u : Tensión de rotura; ϵ_{max} : deformación máxima en rotura.

Contenido de fibra (%)	E (GPa)	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	σ_u (MPa)	ϵ_{max} (%)
5	3.30	66.90	72.05	2.67
30	6.45	105.35	128.00	3.56

Se ensayaron 5 probetas a flexión por cada combinación de contenido de fibra y radio de entalla (según ASTM D5045 [21]). La Tabla 2 recoge los resultados obtenidos experimentalmente en probetas entalladas. Hubo un ensayo no válido (30-0.5-4). A partir de aquellos de las probetas fisuradas (0 mm) se obtuvo, para cada material, la correspondiente tenacidad a fractura [21]:

$$K_{mat} = \left(\frac{P_{exp}}{BW^{0.5}} \right) f(x) \quad (9)$$

Donde P_{exp} se corresponde con la carga máxima, B es el espesor de la probeta, W es el canto y $f(x)$ es función de W y de la longitud del defecto a (Tabla 3).

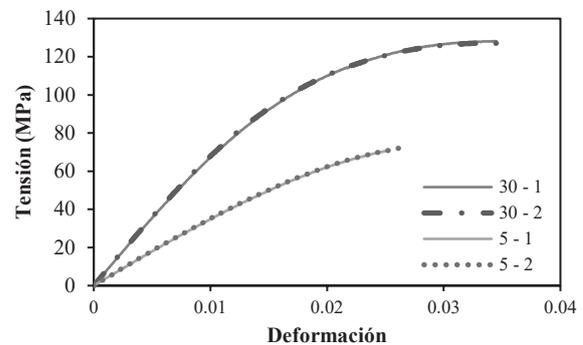


Figura 3. Curvas obtenidas en los ensayos de tracción.

3. PREDICCIÓN DE LAS CARGAS DE ROTURA MEDIANTE LA COMBINACIÓN DE EMC-TDC

A partir de las curvas de tracción (Figura 3) se obtiene el material equivalente elástico-lineal aplicando el Concepto del Material Equivalente (EMC) (según apto. 1.2). El módulo de Young no varía para el material equivalente (Tabla 1). Sin embargo, la tensión de rotura del material equivalente obtenida (σ_f^* , Tabla 4) es superior a σ_u (1.19 veces para un 5 wt.% y 1.58 para un 30 wt.%). Definido el material equivalente, se puede determinar el comportamiento a fractura del material real (no elástico-lineal) basándose en criterios elástico-lineales, en este caso la TDC. De este modo, la distancia crítica (L) se obtiene directamente de la ecuación (1), considerando que la tensión inherente (σ_0) es igual a σ_f^* y evitando así la calibración previa mediante ensayos de

fractura o una combinación de estos con una simulaciones de elementos finitos. La Tabla 4 recoge los valores de L .

Tabla 2. Resultados experimentales (P_{exp}) y predicciones con el PM (P_{est}^{PM}) y el LM (P_{est}^{LM}) en probetas entalladas.

ρ (mm)	5 wt. %			30 wt. %		
	P_{exp} (N)	P_{est}^{PM} (N)	P_{est}^{LM} (N)	P_{exp} (N)	P_{est}^{PM} (N)	P_{est}^{LM} (N)
0.25	83.8	69.8	82.6	237.8	175.5	208.3
0.25	82.2			220.2		
0.25	111.0			202.5		
0.25	56.4			216.4		
0.25	77.1			205.4		
0.50	100.1	82.1	94.2	207.1	201.6	234.0
0.50	108.4			252.4		
0.50	96.0			251.8		
0.50	100.6			-		
0.50	82.7			243.3		
1.00	120.7	103.7	114.0	231.6	250.0	276.4
1.00	99.3			251.5		
1.00	119.1			287.9		
1.00	122.2			302.6		
1.00	106.0			246.6		
2.00	151.6	137.6	145.8	305.8	327.9	350.7
2.00	135.4			284.2		
2.00	126.6			269.0		
2.00	149.7			263.7		
2.00	125.9			318.3		

Tabla 3. Longitud del defecto (a) y cargas de rotura (P_{exp}) en probetas fisuradas.

ρ (mm)	5 wt. %		30 wt. %	
	P_{exp} (N)	a (mm)	P_{exp} (N)	a (mm)
0.00	100.5	4.65	253.5	4.48
0.00	69.6	4.60	195.5	4.70
0.00	73.3	4.70	195.7	4.80
0.00	72.0	4.50	171.7	4.57
0.00	69.0	4.80	180.1	4.75

La obtención de las cargas de rotura se lleva a cabo a partir de la solución del campo de tensiones en el fondo de entallas en U, propuesta por Creager-Paris [7]:

$$\sigma(r) = \frac{K_I}{\sqrt{\pi}} \frac{2(r + \rho)}{(2r + \rho)^{3/2}} \quad (9)$$

donde K_I es el factor de intensidad de tensiones en Modo I, ρ es el radio de entalla y r la distancia desde el frente de la entalla al punto de evaluación. Considerando la TDC, según el Método del Punto (PM) la ecuación (9) se expresa como [1]:

$$\sigma\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{K_I}{\sqrt{\pi}} \frac{2(L/2 + \rho)}{(L + \rho)^{3/2}} = \sigma_f^* \quad (10)$$

Por otro lado, según el Método de la Línea (LM) la ecuación (9) sería [1]:

$$\sigma = \frac{K_I}{2L\sqrt{2\pi}} \left(2\sqrt{\frac{\rho}{2} + 2L} - \frac{\rho}{\sqrt{\frac{\rho}{2} + 2L}} \right) = \sigma_f^* \quad (11)$$

Una vez se ha obtenido K_I según el PM o el LM, se puede obtener el valor de la carga de rotura estimada P_{est}^{PM} o P_{est}^{LM} , respectivamente [21]:

$$K_I = \frac{P_{est}^{PM \text{ o } LM}}{BW^{1/2}} \cdot 10.65 \quad (12)$$

Tabla 4. K_{mat} , σ_f^* y L para cada contenido de fibra.

Contenido de fibra (%)	K_{mat} (MPa·m ^{1/2})	σ_f^* (MPa)	L (mm)
5	1.84	86.3	0.144
30	4.77	202.6	0.176

La Tabla 2 recoge las predicciones obtenidas de las cargas de rotura mediante la aplicación del EMC y de la TDC (tanto el PM como el LM). La Figura 4 muestra las predicciones obtenidas y su comparación con los resultados obtenidos experimentalmente.

Se observa que la metodología EMC-TDC proporciona predicciones con un error de $\pm 20\%$, quedando constancia de la física del problema del efecto entalla en este tipo de materiales. Si se comparan las predicciones obtenidas mediante el PM o el LM (figuras 4a y 4c), se observa cómo las predicciones a través del LM son más precisas. Por otro lado, en las figuras 4b y 4d se comparan las predicciones obtenidas con el valor medio experimental para cada radio de entalla. En este caso, la predicción a partir del LM tiene un error de $\pm 5\%$, excepto para el mayor radio de entalla estudiado (2.00 mm) y un contenido de fibra del 30%, donde se llega a una sobrestimación del +21.7%. En cuanto al PM, está sobrestimación se reduce al 13.7%. En todo caso, tanto para un contenido de refuerzo del 5 wt.% como para el 30 wt.% todas las predicciones están en un $\pm 20\%$ del valor experimental. El motivo por el que en los radios más elevados se obtengan sobrestimaciones de las predicciones está relacionado con el hecho de que el rango de validez de la expresión de Creager-Paris fue definido para defectos afilados ($\rho \ll a$) [7].

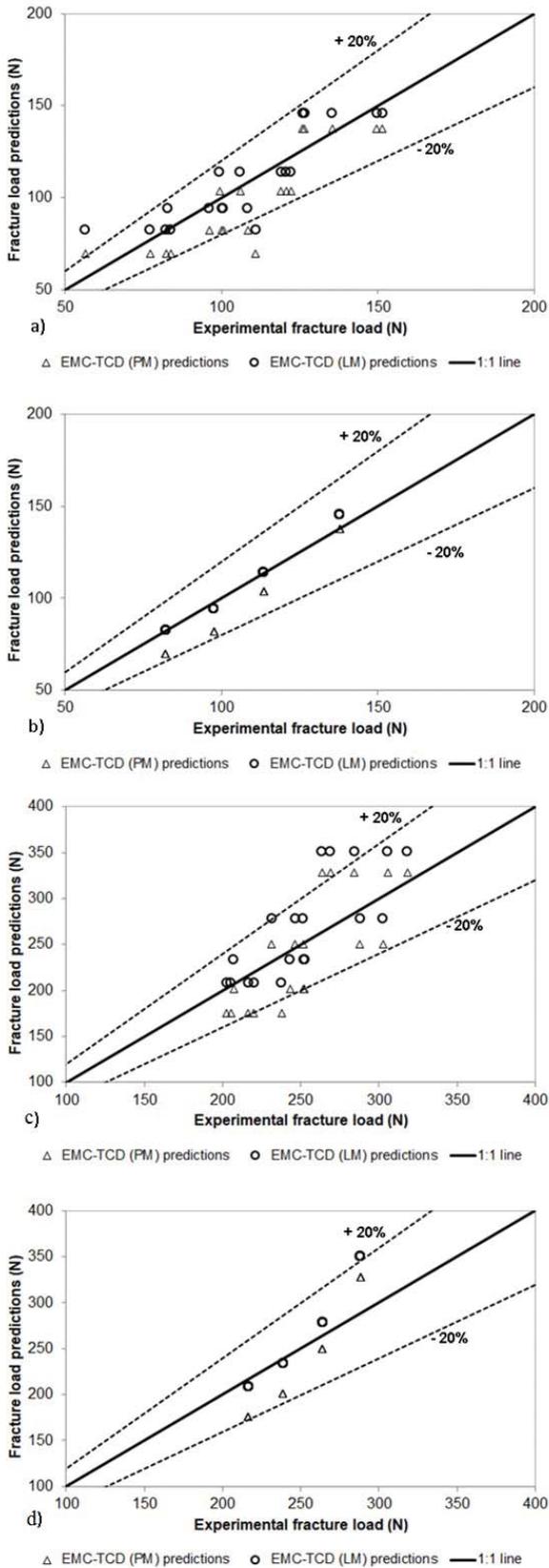


Figura 4. Comparación entre las cargas de rotura estimadas y aquellas obtenidas experimentalmente: a) 5 wt.% individuales; b) 5 wt.% media según radio; c) 30 wt.% individuales; d) 30 wt.% media según radio.

Como ha sido comentado, es notable la diferencia entre la tensión inherente del material equivalente y la tensión de rotura del material ensayado. Por ello, resulta interesante determinar el modo de fallo por el que rompieron las probetas de fractura, para lo que se han de calcular dos parámetros: el ligamento remanente y el tamaño de la zona plástica alrededor de la entalla en el inicio de la fisura. Éstos se han obtenido a partir 2 análisis elasto-plásticos de elementos finitos (EF) con *Abaqus* en cada contenido de fibra estudiado, analizando radios de 0.25 mm y 2.00 mm, en condiciones de deformación plana. El ligamento remanente es la distancia entre el punto con tensión tangencial igual a cero y el frente de la entalla, y es aproximadamente igual a 2.3 mm en todos los radios de entalla. El tamaño de la zona plástica, se obtuvo de las distribuciones de tensiones de Von-Mises, relativas al valor medio de las cargas de rotura obtenidas experimentalmente. Se estableció que la zona plástica es aquella donde las tensiones son superiores al límite de elasticidad.

La Figura 5 muestra las distribuciones de tensiones de Von-Mises en las proximidades de la entalla en U, donde se observan con claridad las zonas plásticas. Además, se comprueba que la zona plástica aumenta cuando aumentan el contenido de fibra y/o el radio de entalla. Esto se debe a que el gradiente de tensiones es menor cuanto mayor es el radio y supone una menor concentración de la zona plástica cuando $\rho = 2.00$ mm.

Dividendo el tamaño de la zona plástica (mostrado en la Figura 5) entre el ligamento remanente (i.e., 2.3 mm), se obtiene que, para un radio de entalla de 0.25 mm, aproximadamente el 4% y el 6% del ligamento sufre deformación plástica en rotura, siendo un 22% y un 51% cuando el radio es de 2.00 mm, para un contenido del 5 wt.% y del 30 wt.% respectivamente. Así, las probetas con un radio de entalla de 0.25 mm fallan principalmente en condiciones de plasticidad tanto a pequeña a escala (SSY, *Small Scale Yielding*) como a escala moderada (MSY, *Moderate Scale Yielding*). En aquellas probetas con radio de 2.00 mm las situaciones de plasticidad presentes son a escala moderada (MSY) y a gran escala (LSY, *Large Scale Yielding*).

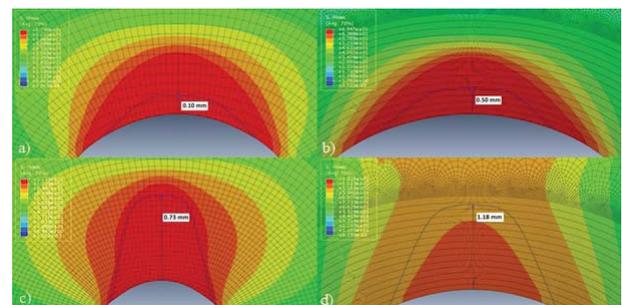


Figura 5. Zona plástica: a) 5%, $\rho=0.25$ mm; b) 5%, $\rho=2$ mm; c) 30%, $\rho=0.25$ mm; d) 30%, $\rho=2$ mm.

Por todo ello, se puede afirmar que la precisión del criterio EMC-TDC, propuesto en este artículo, no depende significativamente del tipo de régimen de fallo elástico-lineal.

4. CONCLUSIONES

Este artículo propone combinar la Teoría de las Distancias Críticas (TDC) y el Concepto del Material Equivalente (EMC). El criterio EMC-TDC permite utilizar la formulación elástico-lineal en materiales cuyo comportamiento no lo sea. Se ha utilizado para predecir cargas de rotura en SGFR-PA6 combinando dos contenidos de fibra (5 wt.% y 30 wt.%) y 4 radios de entalla (0.25 mm, 0.50 mm, 1.00 mm y 2.00 mm). Este nuevo criterio ha permitido obtener estimaciones precisas de las cargas de rotura. A partir del Método de la Línea (LM) de la TDC se obtenido los resultados más precisos, mientras que aquellos obtenidos con el Método del Punto (PM) son más conservadores.

Además, se ha demostrado mediante una simulación de elementos finitos que el fallo se produce por deformaciones plásticas en torno a la entalla, por lo que los criterios de fallo propios de la mecánica de la fractura de entallas elástico-lineal se han de combinar con el EMC.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo desean agradecer al MINECO del Gobierno de España por la financiación del proyecto MAT2014-58443-P, de cuyos resultados deriva este artículo.

REFERENCIAS

- [1] D. Taylor. The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics, Elsevier, UK, 2007.
- [2] F.T. Ibáñez-Gutiérrez, S. Cicero. Fracture assessment of notched SGFR-PA6: An approach from failure assessment diagrams and the theory of critical distances, *Comp. Part B: Eng.*, 111, 124-133, 2017.
- [3] V. Madrazo, S. Cicero, I.A. Carrascal. On the Point Method and the Line Method notch effect predictions in Al7075-T651, *Eng. Fract. Mech.*, 79, 363-379, 2012.
- [4] F.T. Ibáñez-Gutiérrez, S. Cicero, I.A. Carrascal, I. Procopio. Effect of fibre content and notch radius in the fracture behaviour of short glass fibre reinforced polyamide 6: An approach from the Theory of Critical Distances, *Comp. Part B: Eng.*, 94, 299-311, 2016.
- [5] L.S. Nui, C. Chehimi, G. Pluvillage. Stress field near a large blunted tip V-notch and application of the concept of the critical notch stress intensity factor (NSIF) to the fracture toughness of very brittle materials, *Eng.Fract.Mech.*, 49, 325-335, 1994.
- [6] G. Pluvillage. Fatigue and fracture emanating from notch; the use of the notch stress intensity factor, *Nucl.Eng.Des.*, 185, 173-184, 1998.
- [7] M. Creager, P.C. Paris. Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking, *Int.J.Fract.*, 3, 247-252, 1967.
- [8] S. Cicero, F. Berto, F.T. Ibáñez-Gutiérrez, I. Procopio, V. Madrazo. SED criterion estimations of fracture loads in structural steels operating at lower shelf temperatures and containing u-notches, *Theor.Appl.Fract.Mech.*, 90, 234-243, 2017.
- [9] P. Lazzarin, F. Berto. Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches, *Int.J.Fract.*, 135, 161-185, 2005.
- [10] F. Berto, P. Lazzarin. The volume-based Strain Energy Density approach applied to static and fatigue strength assessments of notched and welded structures, *Proc.Eng.*, 1, 155-158, 2009.
- [11] G.C. Sih. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems, *Int.J.Fract.*, 10, 305-321, 1974.
- [12] A.R. Torabi. Estimation of tensile load-bearing capacity of ductile metallic materials weakened by a V-notch: The equivalent material concept, *Mater.Sci.Eng.A*, 536, 249-255, 2012.
- [13] [A.R. Torabi, M. Alaei. Mixed-mode ductile failure analysis of V-notched Al 7075-T6 thin sheets, *Engineering Fracture Mechanics*, 150, 70-95, 2015.
- [14] A.R. Torabi, F. Berto, A. Campagnolo, J. Akbaridoost. Averaged strain energy density criterion to predict ductile failure of U-notched Al 6061-T6 plates under mixed mode loading, *Theor.Appl.Fract.Mech.*, 91, 86-93, 2017.
- [15] H. Neuber. Theory of notch stresses: principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material, Springer Verlag, Berlin, 1958.
- [16] R.E. Peterson. Notch sensitivity. *Metal fatigue*. New York: McGraw-Hill, 1959. pp. 293-306.
- [17] T.L. Anderson. *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, CRC press, Boca Raton, USA, 2005.
- [18] P.K. Mallick. *Fiber-reinforced composites: materials, manufacturing, and design*, CRC press, Boca Raton, USA, 2007.
- [19] J.A. Brydson. *Plastics materials*, Butterworth-Heinemann, Woburn, USA, 1989.
- [20] ASTM D638-10. Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics, 2010.
- [21] ASTM D5045-99. Standard test methods for plane-strain fracture toughness and strain energy release rate of plastic materials, 1999.