



**Facultad de Educación**

**MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**

**PROBLEMAS ABIERTOS PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN  
FÍSICA DE SECUNDARIA**

*OPEN PROBLEMS FOR A SIGNIFICANT LEARNING IN SECONDARY  
EDUCATION PHYSICS*

**Alumna: María Jesús Mateos Santos**

**Especialidad: Física y química y tecnología**

**Director: Vidal Fernández Canales**

**Curso académico: 2017/2018**

**Junio 2018**

**Firma autor:**

**VºBº director:**

### **Resumen:**

El presente Trabajo de Fin de Máster (TFM) analiza la metodología de la investigación orientada a través de problemas de enunciado abierto. Para ello, se lleva a cabo un análisis de lo que es el aprendizaje significativo y cómo esta metodología se acerca más a él en comparación con otras. A modo de ejemplo se realiza una serie de problemas de este tipo y se desarrolla su resolución. También, son descritos los inconvenientes y las ventajas de proponer estas actividades.

Finalmente se comentan los resultados obtenidos, en el centro de prácticas, tras realizar este tipo de actividad en una sesión de clase.

**Palabras clave:** aprendizaje significativo, resolución de problemas, problemas de enunciado abierto, investigación orientada.

### **Abstract:**

This Master final dissertation analyses open physics problems in the context of oriented research methodology. In order to do that, significant learning is analysed. Its achievement by oriented research methodology and by different current methodologies is compared. Furthermore, the advantages and disadvantages of open problems are described. Finally, the results obtained with open problems in the internship to training teachers are discussed.

## ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| 1. INTRODUCCIÓN: .....                                | 4  |
| 2. JUSTIFICACIÓN: .....                               | 5  |
| 3. ESTADO DE LA CUESTIÓN Y RELEVANCIA DEL TEMA: ..... | 5  |
| 3.1 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO .....                   | 5  |
| 3.2 LOS PROBLEMAS: .....                              | 7  |
| 3.3 METODOLOGÍAS Y HERRAMIENTAS .....                 | 9  |
| 3.4 PROBLEMAS ABIERTOS .....                          | 11 |
| 5. OBJETIVOS:.....                                    | 14 |
| 6. MATERIALES Y MÉTODOS: .....                        | 15 |
| 6.1 PROFESORES: .....                                 | 15 |
| 6.2 ALUMNOS .....                                     | 15 |
| 6.3 EJEMPLOS DE PROBLEMAS ABIERTOS: .....             | 16 |
| 7. RESULTADOS.....                                    | 41 |
| 8. CONCLUSIONES: .....                                | 45 |
| 9. BIBLIOGRAFÍA .....                                 | 48 |

## **1. INTRODUCCIÓN:**

El objetivo de este Trabajo de Fin de Máster (TFM) es analizar cómo los problemas abiertos serían una buena herramienta dentro de la metodología de la investigación orientada para llegar al aprendizaje significativo en el campo de la física en secundaria.

Este objetivo viene dado por un afán de encontrar la solución a la dificultad generalizada que tiene el alumnado a la hora de enfrentarse a los problemas de este campo. Esta adversidad se manifiesta frecuentemente en los estudiantes cuando expulsan de manera deliberada un conjunto de fórmulas sin saber qué están haciendo, ni para qué. Esto, en ocasiones, da lugar a una mala resolución del problema o al abandono del mismo.

Tanto la mala comprensión de los problemas como su abandono constituyen un fracaso en los objetivos del aprendizaje, justificando la investigación de herramientas que aporten mejoras en este ámbito.

En este TFM se pretende analizar la realidad actual en lo referente a problemas aplicados en las aulas de física de secundaria. Cómo éstos participan en el aprendizaje significativo de los alumnos, qué ventajas e inconvenientes tendría la aplicación de problemas abiertos, así como la contribución al aprendizaje significativo de problemas abiertos con respecto a otras tipologías.

Además, se realiza una serie de problemas abiertos exponiendo las pautas correspondientes a este tipo de problemas para orientarlos.

Por último, se hará una reflexión sobre los resultados y su posible implantación.

## **2. JUSTIFICACIÓN:**

La justificación se basa en un intento de mejorar la educación, proponiendo implantar nuevas metodologías para una mayor adaptación a la diversidad del alumnado. Pensando que quizás con esta forma de realizar los problemas se pueda motivar más, captar mayor interés y desarrollar la capacidad de enfrentarse a los obstáculos por parte del alumnado. Lo cual, indiscutiblemente, llevará a un aprendizaje mayor y mejor.

Hay que añadir, que como dicen Morales, P. y Landa, V. (2004,p.146)

*(...) nuestros estudiantes deben prepararse para incorporarse a un entorno laboral muy diferente al que existía hace sólo diez años atrás. Los problemas que estos futuros profesionales deberán enfrentar cruzan las fronteras de las disciplinas y demandan enfoques innovadores y habilidades para la resolución de problemas complejos.*

Con esta tipología de problemas se busca fomentar las habilidades para la resolución de problemas de una manera transversal, que les ayude a lo largo de todo su camino.

## **3. ESTADO DE LA CUESTIÓN Y RELEVANCIA DEL TEMA:**

### [3.1 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO](#)

Cuando hablamos de aprendizaje escolar, lo que buscamos es que el alumnado tenga un aprendizaje significativo, y esto es lo que se pretende con la resolución de problemas en física.

Para contextualizar, lo primero es entender cómo tiene lugar el aprendizaje. Según Coll,C. et al (2010) para que el aprendizaje tenga lugar es necesario una amplia serie de procesos psicológicos como la atención, la percepción, la cognición, la memoria, la motivación, la interacción... todo ello para que se produzca un proceso de construcción de significados orientados al

establecimiento de relaciones entre los conocimientos, experiencias previas y los contenidos del currículum.

Esta visión constructivista se basa en un proceso de construcción de significados partiendo de unos conocimientos previos. También dice Coll, C et al (2010, p.36) que “el aprendizaje escolar exige del aprendiz una disposición favorable al aprendizaje y una voluntad de aprender”. Esta voluntad de aprender se puede conseguir motivando al alumnado, dándole un sentido a los contenidos del aprendizaje, es decir, que tengan que ver con su vida personal y profesional.

Entonces, la manera de llegar a ese aprendizaje significativo según el informe How People Learn del National Research Council, Darling-Hammond de 2008 (citado por Coll et al, 2010, p. 46) es:

(...)

- *creando tareas ambiciosas y significativas que reflejan cómo se utiliza el conocimiento en el ámbito en cuestión;*
- *implicando activamente a los alumnos en el aprendizaje haciéndoles aplicar y probar lo que saben; estableciendo conexiones y relaciones con los conocimientos previos y las experiencias de los alumnos;*
- *diagnosticando la comprensión con el fin de andamiar su proceso de aprendizaje paso a paso;*

Cuando hablamos de andamiaje nos referimos a la teoría de Vygotsky (Santrock, J.W., 2004, p.91):

*(...) modificar el nivel de apoyo a lo largo de una sesión de aprendizaje: una persona más capacitada (un profesor u otro adolescente más preparado) ajusta la cantidad de guía para adaptarse al nivel de rendimiento actual del adolescente. Cuando la tarea que está aprendiendo el adolescente es completamente desconocida para él, se utiliza la instrucción directa y, conforme vaya aumentando su competencia, se irá reduciendo la guía.*

Con lo que dicen estos autores, se puede entender que para que se produzca un aprendizaje significativo, tiene que haber una voluntad por parte del alumnado

de aprender. Esa voluntad se puede propiciar a través de la motivación. Y la motivación puede llegar creando actividades que impliquen al alumnado, que tengan un sentido para él, haciéndole protagonista de su propio aprendizaje. Esto se debe realizar a través de la guía del profesor (andamiando el proceso) para permitirle así trabajar dentro de su Zona de Desarrollo Potencial (ZDP) (Santrock, J.W., 2004). Además, se ha demostrado que construimos el aprendizaje a través de relaciones sociales, es decir, que aprendemos de otros, ya sea de compañeros, profesores... por lo que estos son importantes para un aprendizaje significativo (Prados, M et al, 2014).

Todo lo especificado anteriormente se explica para relacionar las diferentes formas de enseñar problemas con las características básicas del aprendizaje significativo.

### 3.2 LOS PROBLEMAS:

En el ámbito de las ciencias, especialmente en el de la física, la resolución de problemas es la actividad más frecuente para llegar al aprendizaje.

Pero no obstante, lo primero que se tiene que entender es qué es un problema y cómo contribuye al aprendizaje.

Según Guisasola, J. et al, (2001, p. 5) el problema se define de esta manera:

- *Una persona se enfrenta a un problema cuando desea algo y no conoce inmediatamente qué serie de acciones debe llevar a cabo para alcanzarlos.*
- *Un problema es una situación, cuantitativa o no, que pide una solución para la cual los individuos implicados no conocen medios o caminos evidentes para obtenerla.*
- *Siempre que hay un salto entre dónde está y dónde quiere llegar y no sabe como encontrar el camino para salvar este salto, usted tiene un problema.*
- *Una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que le lleve a la solución.*

- *Es una situación que no se ajusta a nuestros conocimientos y crea una tensión y una ambigüedad. Intelectualmente está lo suficiente próximo al límite de nuestras estructuras cognitivas para despertar nuestro interés.*
- *Una situación para la cual no hay soluciones evidentes.*

Con todo esto se entiende que un problema es enfrentarse a una situación que en principio no se sabe resolver.

¿Por qué los problemas ayudan al aprendizaje?

Según Zorrilla, Y. (2012, p.1):

*En la resolución de problemas, los estudiantes se enfrentan a situaciones en las cuales es necesario reflexionar, buscar, investigar. Para encontrar su solución, es necesario hacer conexiones mentales donde se aplican los conocimientos antecedentes a situaciones prácticas [...] Debemos reconocer que, desde la resolución de problemas, les ofrecemos a nuestros alumnos la oportunidad de desarrollar habilidades intelectuales, autonomía de pensamiento, estrategias, para que aprendan a enfrentarse a situaciones complejas.*

Por lo tanto, los problemas son una gran herramienta en el campo de la física para ayudar a los alumnos a enfrentarse al conocimiento. Poniendo en práctica así, lo que aparece en la teoría, ayudándoles a fomentar la conexión con sus preconceptos para romper con las visiones confusas, creando un choque cognitivo que favorezca el aprendizaje. En lo referido a los problemas como herramientas de aprendizaje, éstos son transversales, ya que favorecen las capacidades lingüísticas, de comprensión, de resolución...

El uso de los problemas viene siendo algo habitual en las aulas de secundaria, ya que están demostradas todas sus ventajas. Pero se choca constantemente con la dificultad que tienen los alumnos para enfrentarse a estas tareas, constatando graves problemas tanto conceptuales como procedimentales dando lugar a malos resultados (Gil Pérez et al, 1988).

Estas dificultades con los “problemas” ha llevado a sucesivos estudios debido a que lejos de ser casos aislados tienden a ser algo generalizado. Lo cual no puede

atribuirse entonces, a la falta de conocimiento teóricos o de aparataje matemático (Gil Pérez, D. et al,1988) tiene que haber algo más.

### 3.3 METODOLOGÍAS Y HERRAMIENTAS

Las investigaciones sobre las diferentes metodologías han llevado al análisis de la algoritmización y la comparación entre expertos y novatos en búsqueda del porqué de este fracaso.

El modelo algorítmico, pretende convertir los problemas en ejercicios estándar, potenciando la operatividad. Se tiende a transformar los problemas en ejercicios. Como dicen Del Puy, M. y Pozo, J. (2010) convertimos problemas en ejercicios cuando, nada más leer el enunciado apuntamos los datos iniciales y siguiendo los pasos detallados en clase, llegamos a una solución. Es un procedimiento para convertir en rutinarios ciertos procesos, pero no ayuda a pensar sobre el contenido o la tarea, no les enseña a pensar. Los alumnos, con este método, “simplemente buscan el resultado correcto” (Guisasola, J. et al, 2007, p.9). El principal punto débil de este método es que hay demasiada diversidad de tipología de problemas y es imposible aprenderse de memoria todos los procedimientos diferentes para cada una de ellas. Dando lugar como consecuencia, a que el alumno abandone la tarea en el momento que no encuentra la receta adecuada.

Por otro lado, con el modelo de Expertos y novatos (Guisasola, J. et al. 2007) lo que se hace es transmitir la forma correcta de resolver el problema, pero impide la creación por parte del estudiante de estrategias para enfrentarse a los problemas. Como consecuencia, muchas veces se recae de nuevo en el modelo de algoritmización.

Con estos métodos se trata la actividad de enseñanza-aprendizaje sólo por medio de la transmisión / recepción de conocimientos ya elaborados, cuya eficacia viene siendo cuestionada (Gil, D. et al,1988).

Lo más habitual en el ámbito académico de la física es que se usen los métodos anteriores y se propongan problemas de enunciado cerrado, los cuales tienen las siguientes características (Guisasola,J. et al, 2001,p.8) :

- *La descripción de un dispositivo y su funcionamiento, eventualmente acompañado de un esquema.*
- *Las condiciones experimentales a las que está sometido.*
- *Unas implicaciones o modificaciones parciales que inscriben el fenómeno estudiado en un marco teórico simple.*
- *Los datos o valores tomados por ciertas magnitudes que se llaman a menudo “condiciones iniciales”.*
- *Unas cuestiones.*
- *Unas consignas de respuesta.*
- *El contexto muy alejado o ajeno al medio próximo al alumno.*
- *Los términos utilizados en el texto son excesivamente académicos.*
- *Contienen todos los datos necesarios para solucionar el problema.*
- *No hay ninguna ambigüedad respecto a la incógnita.*

Según (Guisasola,J. et al 2001) la inclusión de todos estos datos de partida y de todas las condiciones reinantes no hace que el alumnado sepa interpretar mejor la información, sino que, hace que se centre en intentar manipular los datos y las ecuaciones, suponiendo en muchas ocasiones avanzar en la dirección equivocada. Además, el tener este tipo de problemas un contexto tan alejado hace que el estudiante tenga mayor dificultad para utilizar sus estructuras lógicas.

Analizando esto, se puede ver cómo muchas de esas características se alejan de lo que se considera un aprendizaje significativo, empezando porque los alumnos pueden no encontrar el sentido al problema, ya que el contexto está muy alejado de ellos, es ajeno a su realidad, lo que conlleva a la pérdida de atención, interés y desmotivación, alejándoles de lo que se entiende como aprendizaje voluntario. Por otro lado, no se ayuda a su competencia de aprender a aprender, debido a que se sigue un procedimiento pautado y metódico y en el

momento que el problema se aleja mínimamente de lo que se ha visto en clase, no saben enfrentarse a él y como consecuencia abandonan la tarea.

El recurrente fracaso en la resolución de este tipo de problemas nos hace pensar que igual el origen de los errores es el planteamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje (Gil Pérez, D. et al,1988).

### 3.4 PROBLEMAS ABIERTOS

Si se ahonda en lo que se propone como problema en las clases (algo que se sabe hacer), se está conduciendo a que los estudiantes repitan el mismo proceso para idénticas situaciones y que en el momento de cualquier cambio, se vean incapaces de resolver el problema. Por lo tanto, hay que pensar en cómo enfocar la realización de problemas para evitar que esto se produzca.

Si ponemos el foco en los enunciados cerrados y sus características, se ve que el manejo de datos dificulta el análisis del problema. Sólo se manejan fórmulas y ecuaciones, sin pensar en el significado del problema, por lo que no se corrigen los preconceptos erróneos arraigados en los alumnos que los llevan a las malas resoluciones.

Pero ¿y si se quitasen estos datos del enunciado que conducen directamente a operar y meter ecuaciones sin pensar en el problema?

Este tipo de enunciado cumpliría con las premisas de lo que se considera un problema, puesto que los enunciados se tornan ambiguos, generan inquietud, pero es esto lo que tienen de característico las situaciones problemáticas. Este tipo de problemas implicaría pensar en las situaciones inevitablemente, puesto que no tiene datos en los que centrarse.

Se ha investigado entonces, la posibilidad de crear enunciados o problemas abiertos, los cuales, presentan las siguientes características (Guisasola,J. et al, 2001) :

- Contextos cercanos
- Hay ambigüedad respecto a la incógnita

- No se especifica las condiciones iniciales ni los datos de partida.

De esta manera se contribuye a evitar el abandono de la tarea, puesto que los alumnos están habituados a enfrentarse a problemas que inicialmente no saben hacer pero que pueden enfocar y analizar aplicando sus conocimientos. Lo cual, les da autoconfianza.

En este punto es donde los docentes tienen el reto de cómo orientar a los alumnos para abordar dichas situaciones (proceso enseñanza-aprendizaje) ya que no sólo con enfrentarles al problema abierto se va a tener éxito. Hay que guiar el aprendizaje.

Para este fin se crea lo que se llama la investigación orientada, que es un acercamiento a lo que un científico realmente hace cuando tiene el desafío de resolver un problema.

Esta metodología se fundamenta en (Guisasola, J. et al, 2001, p.13):

- *Análisis cualitativo: lectura razonada del problema, hacerse idea de la situación, acotarla modelizarla y simplificarla, clarificar el objetivo.*
- *Verbalización: por qué un camino y no otro, la exigencia de explicar de manera oral y escrita todos los pasos a seguir, razonamiento y fundamentación, obliga al resolvente a pensar sus actuaciones a la vez que facilita el descubrimiento de nuevas relaciones entre principios generales y su empleo en resolución de problemas.*

*La orientación científica supone un cambio de razonamiento basado en evidencias a un razonamiento en términos de hipótesis, un razonamiento más creativo.*

Afinando más en esta metodología, se expone una serie de propuestas de cómo llevarlo a cabo (Guisasola, J. et al, 2001) (Gil Pérez, D. et al, 1988).

Se propone el problema abierto y a continuación:

- 1) Se discute el interés de la situación problemática. Lo cual, ayuda a enfocar y motivar al alumnado.

- 2) Se hace un estudio cualitativo de las situaciones, analizando qué es lo más importante y como se puede afrontar.
- 3) Se realiza una serie de hipótesis fundadas, intentando llevar la situación a casos límites de fácil interpretación. Esta fase es esencial ya que lleva a conectar con los preconceptos del alumnado, produciendo un cambio o choque conceptual a partir de los conocimientos previos del alumno, lo que implica un aprendizaje significativo.
- 4) Se explica las estrategias a abordar. Intentando tener varias vías para la concreción de los resultados.
- 5) Se realiza una verbalización de la resolución que se está tomando.
- 6) Se analiza los resultados.
- 7) Se le da una perspectiva abierta.

(Con estas premisas no se pretende recaer en el método de algoritmización)

Todo este análisis cualitativo de la situación resulta absolutamente necesario para poder concretar el problema, acotarlo, y después, poder plantear hipótesis. El hecho de no tener datos ayuda a que no se lancen a operar sin pensar y verbalizar la resolución que se ha tomado, ayuda a la comprensión. Finalmente, analizar los resultados y las hipótesis frente a sus preconceptos les ayuda a construir el conocimiento.

Si se mira detenidamente qué es lo que se entiende por aprendizaje significativo, se comprueba que esta tipología de problemas y su orientación cumplen con lo necesario para conseguirlo. Puesto que se establecen situaciones cercanas al alumno dando sentido a los problemas y se construye el conocimiento a través de los conceptos preconcebidos del alumnado, implicándole en su propio aprendizaje.

Aunque esta metodología, la investigación orientada, es inherente a los problemas abiertos, no es exclusiva ya que se podría llevar a cabo con problemas cerrados orientándolos de una manera diferente.

Por otro lado, los problemas de enunciado abierto encajan perfectamente en una metodología de Aprendizaje Basada en Problema (ABP) aunque normalmente

está compuesta de problemas de enunciado cerrado. Por supuesto, los problemas de enunciado cerrado pueden dar lugar a un pensamiento crítico del problema, pero es más difícil centrarse en el análisis cuando se están dando unos datos muy específicos. Sobre todo, si no se está habituado a hacerlo.

Por otro lado, la investigación orientada de problemas abiertos, aunque parezca similar no es como el aprendizaje por descubrimiento. Ésta implica una guía por parte del profesor a diferencia del aprendizaje por descubrimiento que según dicen Campanario, J.M y Moya, A., (1999) lleva muchas veces a la prevalencia de los preconceptos erróneos de los alumnos debido a que tienen problemas con el contraste de hipótesis.

También es diferente a lo que se llama metacognición. Aunque tienen ciertas similitudes en la forma de analizar los problemas y en que los alumnos sean conscientes de los conceptos previos erróneos.

Con todo esto se quiere decir que los problemas de enunciado abierto tienen cabida en diferentes metodologías, puesto que se evita con ellos la operatividad dando lugar a un pensamiento crítico.

## **5. OBJETIVOS:**

Aquí se hace un intento de reflejar la metodología de la investigación orientada a través de problemas abiertos de ejemplo. No se afirma que esta manera de resolver los problemas planteados sea la única manera sino una de las posibles atendiendo a esta metodología. Por otro lado, se intenta analizar si esta forma de orientarlo realmente cumple con la forma de llegar al aprendizaje significativo que se ha expuesto en apartados anteriores de este TFM.

Por último, se hace un análisis de los posibles resultados de la realización de problemas abiertos en clase.

## **6. MATERIALES Y MÉTODOS:**

Para la realización de los problemas abierto siguiendo el método de la investigación orientada se requiere una determinada manera de actuar de todos los participantes del proceso:

### 6.1 PROFESORES:

El profesor tiene un papel fundamental en esta metodología, ya que se trata de un trabajo estructurado en el cual, después de cada parte se produce una puesta en común antes de pasar a la siguiente. No es necesario que todos los grupos hayan terminado, esto podría entorpecer el ritmo de la clase, sino que la puesta en común puede ayudar a completar el trabajo de los grupos que no lo hayan acabado completamente. Creando así dinamismo y motivación en la clase. El profesor tiene un papel muy activo a la hora de centrar las intervenciones y realizar las oportunas reformulaciones, sabiendo qué momento es el adecuado para la puesta en común. El profesor puede añadir información a ciertas formulaciones o reorientarlas, puesto que como se basan en cuestiones abordadas previamente por los alumnos se está produciendo un aprendizaje significativo, aunque el planteamiento que éstos hayan hecho sea incorrecto.

Usando el símil científico, se trata de incorporar nuevos científicos a un grupo donde no se pone al día de los conocimientos por mera transmisión sino trabajando en los problemas con la ayuda de formadores expertos en el problema (Gil, D y Martínez, J. 1987).

Todo esto requiere una preparación exhaustiva por parte del docente donde no tiene cabida la improvisación, reelaborando constantemente e investigando de forma aplicada.

### 6.2 ALUMNOS

La utilización de la investigación orientada está liderada por la idea de favorecer el trabajo colectivo entre alumnos.

Para realizar las sucesivas actividades se crean pequeños grupos en la clase, “como forma de incrementar el nivel de participación y creatividad necesaria para abordar situaciones no familiares” (Gil, D y Martínez, J. 1987, p.7), donde la forma de trabajar tiene que estar clara desde el principio. Estos grupos no deben ser estancos, sino que se tiene que potenciar los intercambios entre ellos. Así, tal y como hacen los verdaderos científicos, que comparten con otros grupos tanto la falta de ideas o como los resultados satisfactorios. Por eso, no se trata de grupos rígidos donde solo al final de la clase se exponen los resultados del trabajo, sino que es algo mucho más fluido y dinámico que hace avanzar al conjunto. Siendo necesario escribir y expresar verbalmente los diferentes análisis y fases durante el problema.

Como dicen Millar, R. y Driver, R. (1987) “El aprendizaje tiene lugar mediante la interacción de las ideas de los niños con la experiencia y con las ideas de los otros, modificándose así las propias ideas, que se amplían o experimentan cambios” (citado por Gil, D. y Martínez, J. 1987, p.5).

### 6.3 EJEMPLOS DE PROBLEMAS ABIERTOS:

A continuación, se exponen una serie de problemas que están relacionados con los currículums de diferentes cursos de secundaria. En ellos se propone un problema de enunciado abierto y se intenta dar una orientación siguiendo la metodología explicada.

#### Problema 1:

En el currículum de 4º de la ESO se estudia el principio de Arquímedes. Esta actividad podría ser utilizada para introducir este principio. En ella se mezcla la experimentación con el problema abierto.

Se hacen grupos de cuatro alumnos, todo ellos tienen tres vasos de precipitados, agua, una naranja y un huevo.

Se plantea una pregunta inicial respecto a la naranja, ¿qué pasa si la dejo caer al agua?

Se espera a obtener las diferentes respuestas y se inicia el experimento. Se observa que flota.

Ahora, se plantea la siguiente cuestión, ¿qué ocurre si se deja caer la naranja pelada?

Se espera a las respuestas correspondientes, cabe esperar que deduzcan que flota debido a que pesa menos o a que en el experimento anterior flotó (aun así se pregunta grupo por grupo qué es lo que creen que va a pasar y por qué).

Se procede a realizar el experimento observando que en esta ocasión la naranja se hunde. Se deja que analicen sus respuestas anteriores, si eran correctas o no y qué ha podido ocurrir.

A continuación, se les explica que hay un principio de la física que rige ese comportamiento el cual se llama principio de Arquímedes. El siguiente paso es pedirles que investiguen acerca de él y que interpreten cómo puede explicar el comportamiento de los experimentos realizados.

Con esto se espera que busquen la fórmula y que se fijen en sus variables para después exponer sus conclusiones. Tras esto se corrige el problema, y se explica la ley con detalle.

Después de ello, se les propone el siguiente problema:

Situación: se ha caído un huevo al fondo de un tubo, el cual está pegado y no se puede volcar. No se puede coger con la mano debido a que no entra en el tubo y no se dispone de ningún tipo de herramienta para alcanzarlo. Surge la idea de echar agua para que flote y así poder cogerlo, pero resulta que cuando se hace, el huevo no flota.

¿Qué se puede hacer para que el huevo flote?

1) ¿Qué es lo que se trata de determinar?

Se intenta averiguar cuál es la variable o las variables que se pueden cambiar para que el huevo flote.

### Variables que se espera que salgan

- El volumen del huevo.
- Peso del huevo.
- Densidad de huevo.
- Empuje del agua.
- Densidad del agua.

A continuación, se deja un huevo a cada grupo y se tiene el resto del material preparado por si lo piden (sal, por ejemplo).

2) Se les guía en las hipótesis que pueden surgir.

- El peso del huevo va a ser el mismo así que eso no se puede cambiar.
- El volumen tampoco se puede cambiar a no ser que se rompa el huevo.
- ¿La densidad del huevo se puede cambiar? No, puesto que ya está en el agua.
- ¿Se puede cambiar el empuje del agua sobre el huevo?  
Si el empuje del agua es mayor que el peso del huevo, éste flotará.  
Ya se ha dicho que el peso del huevo no se puede cambiar ¿se puede modificar el empuje? ¿De qué depende el empuje?

$$E = V_{\text{sólido}} \cdot g \cdot \rho_{\text{líquido}}$$

Se analizan las diferentes hipótesis.

Se puede cambiar la densidad del agua. Si se modifica la densidad del agua y se vuelve más densa que la del huevo, el empuje será mayor hasta llegar a equilibrar el peso incluso hacer flotar el huevo.

¿Cómo?

¿dónde se flota más en un río o en la playa?

En la playa, ¿por qué?

Por la sal, ya que es lo “único” diferente. ¿qué es entonces lo que la sal está provocando? Un aumento de la densidad del agua.

Entonces, si se echa sal al agua, ésta pasará a ser más densa. Y así se conseguirá un mayor empuje. ¿Hará esto que flote? Sólo si el peso del huevo es menor al empuje.

Se comprueban los resultados.

¿pasaría lo mismo echando azúcar? ¿y aceite? ¿y si cocemos el huevo?

El problema podría vincularse a los barcos y llevar a un análisis real y más amplio.

Aquí para fomentar el aprendizaje significativo se está:

- Usando elementos de la vida cotidiana (cercano a ellos) lo que ayuda a la motivación.
- Trabajando en grupo para que unos aprendan de otros.
- Fomentando la expresión de sus propias hipótesis.
- Dando sentido a lo que están aprendiendo.
- Utilizando los conceptos previos que ellos tienen.

### Problema 2:

En el currículum de 1º de Bachiller, se encuentra la parte de cinemática.

Situación: es conocido por todos que existen muchos accidentes de tráfico actualmente, y muchas veces se plantea la pregunta de por qué ocurren.

Se hacen grupos en la clase y se les propone que pertenecen a la Dirección General de Tráfico y que están investigando cómo pueden ayudar a los conductores en esta situación:

**Enunciado:** Si se está conduciendo y se ve un coche delante parado en la calzada. ¿Cómo se puede evitar el choque?

1) Análisis e hipótesis:

Hay un coche que va a una velocidad y para no chocar con otro que está delante de él, tiene que frenar.

Primero ¿qué está pidiendo el enunciado? ¿qué se podría calcular que diera la información sobre si se produce el choque?

- Los coches chocarán si el segundo llega con una velocidad mayor que cero a dónde el primero.
- Si se aplica una fuerza de frenado mayor o igual a la que se necesita para que el coche se pare antes de chocar con el que está obstruyendo el paso, no se producirá accidente.
- Si la distancia que recorre el coche desde que empieza a frenar hasta que se para es menos que la distancia entre los dos coches no se producirá accidente.

Entonces existen variables que pueden dar la información que se necesita:

Velocidad, distancia, fuerza.

¿De qué depende la velocidad final con la que el coche llegará? La hipótesis es que depende de la velocidad inicial que llevaba cuando empezó a frenar, de la fuerza de frenado, de la masa, y de la distancia desde que empieza a frenar hasta que llega.

Se profundiza en las hipótesis:

- La velocidad final será mayor cuanto mayor sea la velocidad inicial.
- La velocidad final será menor cuanto mayor distancia entre los obstáculos cuando comienza a frenar.
- La velocidad final será menor cuanto mayor sea la fuerza de frenado.
- Si se piensa en el tiempo, la velocidad final será mayor cuanto menor sea el tiempo que pasa, pero éste depende de la velocidad inicial y de la distancia...
- La velocidad final será mayor cuanto mayor sea la masa, ya que la fuerza de frenado será menor. Pero no es una relación clara, es algo a lo que se puede volver después.

Se intenta llevar al límite estas relaciones para verlo mejor.

Por ejemplo, si el coche no ve el obstáculo en la carretera no frenará. Entonces:

$$F_{frenado}=0 \rightarrow v_f=v_0$$

Esto también implicaría que la distancia es 0, puesto que no ves el obstáculo hasta que lo tienes delante  $d=0$  y por tanto  $v_f=v_0$ .

Por otro lado, si la masa del coche fuera infinita:

La fuerza de frenado sería nula por tanto  $v_f=v_0$ .

Si la fuerza de frenado fuera infinita la velocidad final sería cero.

Todo esto hace pensar que, para un valor determinado de la fuerza, no necesariamente infinito se podría encontrar una velocidad final 0.

Se va a llevar una estrategia de resolución de cinemática con dinámica:

Por otro lado, se hacen las siguientes suposiciones:

- La carretera está seca y en buenas condiciones.
- Se supone la carretera llana.
- Se supone que todo se rige mediante la mecánica clásica.
- No se tiene en cuenta el rozamiento del aire.
- No se tiene en cuenta curvatura terrestre.
- No se tiene en cuenta la rotación terrestre.
- Se supone movimientos rectilíneos uniformes y uniformemente acelerados.
- Se supone como sistema de referencia, que  $x_0$  esta en 0.

Si aplicamos la estrategia:

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a_{frenado} x_{frenado}$$

$$F_{frenado} = a_{frenado} \cdot m_{coche}$$

$$v_{final} = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot \frac{F_{frenado}}{m_{coche}} \cdot D}$$

Entonces para que la velocidad final sea cero:

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot \frac{F_{frenado}}{m_{coche}} \cdot D}$$

$$D = v_0^2 \cdot \frac{m_{coche}}{2 \cdot F_{frenado}}$$

Se comprueban los casos límites de nuevo, a ver si responden igual:

- Cuanto mayor sea la fuerza de frenado más pequeña será la distancia que se necesita para frenar.
- Cuanto mayor es la masa mayor es la distancia.
- Cuanto mayor la velocidad inicial mayor la distancia.

Si se hace la suposición de que el coche va en una autovía con una velocidad máxima de 120 km/h, que tiene una masa de 1800 kg y una fuerza de frenado de 7200N ¿qué distancia necesitamos para frenar?

D=139 m

Esta es la distancia con la que se tiene que contar para que nos de tiempo a frenar antes de que se produzca el choque en la autovía.

Ahora vamos a verlo desde el punto de vista cinemático:

- Para que no se choquen, la velocidad final con la que tiene que llegar el segundo coche a donde el primero no puede ser mayor que cero.
- Si la distancia que recorre el coche desde que empieza a frenar hasta que se para es menor que la distancia entre los dos coches, no se producirá accidente.
- Si aplicamos una aceleración de frenado suficiente para la velocidad sea 0 antes de llegar al segundo coche, no se producirá accidente.

Entonces se está hablando de las siguientes variables: velocidad, distancia y aceleración.

Aquí sucede lo mismo con el tiempo, parece una variable dependiente de las otras.

Se profundiza más en las hipótesis:

- La velocidad final será mayor cuanto mayor sea la velocidad inicial.
- La velocidad final será menor al llegar, cuanto mayor sea la distancia entre los obstáculos cuando comienza a frenar.
- La velocidad final será menor cuanto mayor sea la aceleración de frenado.

Se lleva al límite las variables:

- Si no se ve el coche parado y se continua a la misma velocidad, la aceleración de frenado es 0 por lo tanto la  $v_f=v_0$ .
- Si la distancia es 0 entre los obstáculos  $v_f=v_0$ .
- Si la aceleración de frenado fuera infinitamente grande la velocidad final sería 0.

Todo esto hace pensar que, para un valor determinado de la aceleración, no necesariamente infinito se podría encontrar una velocidad final 0.

Por otro lado, se hacen las mismas suposiciones que se realizaron en la parte anterior.

Se aplica la estrategia:

$$v^2 - v_0^2 = -2 \cdot a_{frenado} D_{frenado}$$

Si para que no haya choque la velocidad final tiene que ser cero:

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot a_{frenado} \cdot D}$$

$$D = \frac{v_0^2}{2 \cdot a_{frenado}}$$

Aquí se vuelve a ver que a mayor velocidad inicial mayor distancia se necesita, que cuanto mayor sea la aceleración de frenado menor es la distancia.

Si se suponen unos datos: el coche va por una autovía a 120 km/h y los frenos del coche son capaces de imprimir una aceleración negativa de 4 m/s<sup>2</sup>, la distancia de frenado para que no se produzca el choque tendrá que ser:

D=139 m.

Esto reafirma que da igual que se vaya por la parte dinámica o por la parte cinemática, la resolución es correcta. Se ve que no deja de ser el mismo problema.

Por otro lado, en el problema planteado hasta aquí no se ha tenido en cuenta la distancia de reacción del conductor, puesto que desde que se ve un obstáculo hasta que se pisa el freno del coche se recorre una distancia. Esa distancia sería a sumar a la distancia recorrida hasta que la velocidad final es 0.

¿Cómo se podría calcular?

-Si se supone que la velocidad a la que el coche va es constante, se puede descartar la dinámica.

- Cuanto mayor sea la velocidad mayor es la distancia que se recorre hasta que se frena.

- Existen más variables a tener en cuenta:

- Condiciones externas: Visibilidad (lluvia, niebla, oscuridad, faros del coche de atrás, tus faros), distracciones del alrededor (alguien conocido, ruidos alarmantes), distracciones dentro del coche (niños dentro, llamadas de teléfono, discusiones).
- Condiciones del conductor: tener sueño, estar cansado, haber bebido, haber tomado sustancias que alteran al organismo, drogas...

Estas variables se pueden traducir en el tiempo que se necesita para pisar el freno desde que se ve el obstáculo.

Como hay muchas variables difíciles de cuantificar, se hace una serie de hipótesis:

Si suponen las mejores condiciones, siempre que las condiciones empeoren la distancia de reacción será mayor.

- Hay buena visibilidad.
- No hay distracciones.
- El conductor está en situación óptima.
- El coche funciona perfectamente.

- La carretera está seca y en buenas condiciones.
- Se supone la carretera llana.
- Se supone que todo se rige mediante la mecánica clásica.
- No se tiene en cuenta el rozamiento del aire.
- No se tiene en cuenta curvatura terrestre.
- No se tiene en cuenta la rotación terrestre.
- Se supone movimientos rectilíneos uniformes y uniformemente acelerados.
- Se supone como sistema de referencia, que  $x_0$  esta en 0.

Si se lleva al límite la variable velocidad, si  $v_0$  es infinita la distancia recorrida sería infinita desde que se ve el obstáculo hasta que se hace algo, por tanto, se produciría el choque con el coche parado.

Si el tiempo que se necesita para pisar el freno es infinito, la distancia será infinita, por tanto, también habrá choque.

Si el tiempo es cero la distancia que se recorre antes de pisar el freno es 0.

Se resuelve por cinemática también y se supone que el vehículo va ya a una velocidad y no está acelerando. Por tanto, es un MRU:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t$$

(Si fuera un MRUA se aplicaría otra ecuación)

$$x - x_0 = Dr$$

Entonces  $D_r = v_0 \cdot t$

Esto confirma las suposiciones de que, a mayor velocidad, mayor distancia y a mayor tiempo, mayor distancia.

Se ponen unos datos para contrastar:

El coche va por una autovía donde la velocidad máxima es de 120 km/h y se hace la suposición de que el tiempo de reacción es de 1 segundo.

$D_r = 33,33$  m.

Sí se suma esto a la distancia que se había obtenido de frenado, para que no se produzca el choque con el coche parado en la calzada deberíamos tener una distancia de:

$$D= 172 \text{ m}$$

Se puede ver que la variable coincidente en las dos partes del problema y muy fundamental en las dos, es la velocidad inicial a la que va el coche.

Cuanto mayor es la velocidad inicial mayor es la distancia que se necesita para no chocar.

Para que se vea con perspectiva la distancia calculada, es más de un campo de fútbol.

Como grupo perteneciente a la DGT ¿Qué recomendaciones se harían?

- Prestar atención a la velocidad a la que se va en la carretera.

El problema se podría extender preguntando si la distancia sería igual si los dos coches están moviéndose.

Para fomentar el aprendizaje significativo se está:

- Usando elementos de la vida cotidiana (cercano a ellos).
- Trabajando en grupo para que unos aprendan de otros.
- Fomentando la expresión de sus propias hipótesis.
- Dando sentido a lo que están aprendiendo.
- Usando preconceptos de los alumnos.
- Haciéndoles protagonistas de su propio aprendizaje.

### Problema 3:

Situación: los drones presentan aspectos muy interesantes como cuando llevan incorporadas videocámaras para poder ver desde el cielo, en caso de rescate de personas, por ejemplo. Pero tiene una normativa de seguridad estricta, no sólo

por ser objetos que pueden entorpecer la seguridad en el aire, sino por los daños que puedan crear en su caída a las personas.

**Enunciado:** ¿Qué medidas de prevención se deberían poner para que no supusieran tanto riesgo?

Análisis e hipótesis:

Están diciendo que los drones vuelan, y que si caen por lo que sea pueden crear daños, para minimizar esos daños ¿qué se puede hacer? ¿qué es lo que se trata de determinar? ¿qué se podría calcular para conseguir la información acerca del daño que producen en la caída?

Se piensa en un ejemplo parecido para tener una idea: cuando una maceta cae en la cabeza a alguien, está claro que dependiendo de la masa de la maceta y de la altura de la que caiga puede hacer más o menos daño. También es verdad que si es se lanza la maceta, el daño va a ser mayor porque va a ir con mayor velocidad...

¿Qué magnitud recogería todas estas variables?

- Se podría pensar en fuerzas, pero viendo las magnitudes de las que se ha hablado la relaciones serían difíciles.
- Se puede pensar en energía, puesto que puede relacionar las variables que de las que se ha hablado.
- Cuanta mayor energía tiene un objeto, en el impacto más transmite por tanto crea mayor daño.

Se hace las siguientes suposiciones:

- Se desprecia el rozamiento del aire.
- Se supone mecánica clásica.
- Se desprecia la curvatura de la tierra.
- Se desprecia la rotación terrestre.
- Se supone que “g” no varía con la altura.
- Se supone que se tratan de MRU y MRUA.

- Se supone que toda la energía es energía mecánica y se transforma directamente en energía potencial y cinética.
- Suponemos que no existe viento.

La energía mecánica depende de la energía potencial y cinética. Éstas están relacionadas con: la masa, la altura y la velocidad.

Se realiza un análisis de las relaciones:

- A mayor masa más energía.
- A mayor velocidad más energía.
- A mayor altura más energía.

¿Hay alguna de la que dependan las demás cuya limitación nos daría menor energía?

Se realiza una profundización de las hipótesis:

Si la velocidad fuera 0 cuando el dron llega al suelo la energía sería 0.

Si la masa fuera 0 la energía sería cero.

Por lo que la estrategia a seguir es: utilizar la energía para limitar el daño. La energía con la que llega el dron depende de la velocidad con la que llega al suelo y de la masa.

Pero la velocidad con la que llega al suelo depende de la altura a la que esté cuando cayó. ¿Entonces si se limitase la altura a la que pueden volar se estaría limitando la velocidad con la que llega? ¿si volara a una velocidad muy alta no tendría nada que ver con la energía con la que llega al suelo?

Estrategia:

Esta es la energía del dron en el aire:

$$E_{\text{mecánica en el aire}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$$

Si la altura en el suelo es 0:

$$E_{\text{mecánica en el suelo}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Como la energía no se pierde:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{aire}}^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{suelo}}^2$$

Se puede ver que la masa no es determinante, la hipótesis hecha era errónea.

$$\frac{1}{2} \cdot v_{\text{aire}}^2 + g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{suelo}}^2$$

Claramente, si limita la velocidad y la altura en el aire ya se está limitando la velocidad con la que llega y por tanto la energía de impacto con la que el dron chocaría. Estas podrían ser las medidas de prevención a tomar.

¿Cómo se podría saber qué energía puede crear un daño grave en un choque?  
Si se supiera esto, se podría limitar la altura y la velocidad del dron para evitarlo.

Si cogiese el ejemplo de alguna limitación conocida, quizás la de un coche, o algún otro ejemplo, se podría hacer un cálculo numérico.

#### Problema 4:

Tras la gran nevada de febrero mucha gente quedó atrapada en los pueblos de montaña, y los helicópteros tuvieron que lanzar comida desde el aire hasta poder rescatarlos.

Se hace la suposición de que los alumnos son los pilotos que van a bordo del helicóptero, y que se ha estropeado el mando que indica cuando lanzar para que los paquetes lleguen adecuadamente.

Se hacen pequeños grupos con los alumnos.

¿Cómo se puede saber cuándo lanzar los paquetes para que la gente los reciba?

Análisis e hipótesis:

¿qué es lo que se trata de determinar? ¿Qué se podría calcular para dar la información que pide el enunciado?

Si está en un helicóptero y se tiene que lanzar algo para que caiga en un sitio determinado ¿qué es lo que hay que determinar?

Se hace uso de un ejemplo o experimento para pensarlo:

Si uno de los alumnos esta en un patinete y deja caer una moneda cuando cruza una raya ¿la moneda caerá justo en la raya?

Se realiza el experimento y cae un poquitín hacia delante de la raya ¿por qué? ¿y si se hiciera desde un coche? ¿se podría calcular esa distancia que cae delante para predecirla? ¿de qué depende?

Entonces lo que se está pidiendo es calcular a qué distancia, antes de llegar al punto, tenemos que dejar caer el paquete para que llegue al lugar correcto.

- Cuanta más velocidad lleve el helicóptero más distancia recorre el paquete cuando se suelta.
- Cuanta más altura lleve el helicóptero más tiempo tardará en llegar al suelo el paquete ¿esto hace que la distancia horizontal recorrida por el paquete sea mayor?
- ¿Dependerá de la masa que tiremos? ¿cuánto más masa más rápido llega y por tanto menos distancia en horizontal recorrerá?

Se profundiza en todo esto:

La última pregunta o hipótesis hecha llevaría a enseñarles un vídeo de cómo una pluma y un martillo caen a la vez en la luna. Tras esto, se les dejaría que analizaran la situación de nuevo. ¿Es real que la masa influya en la velocidad de caída, cae más rápido el martillo? ¿por qué en la tierra es diferente?

-Tras analizar la situación se haría la suposición de que no se va a tener en cuenta el rozamiento del aire.

¿Es real que el tiempo que tarda en caer algo al suelo a la vez que avanza es el mismo? Si se lanza una moneda, se mueve hacia adelante a la vez que hacia abajo ¿no? ¿qué indica esto? ¿a más altura más avanza? No, el tiempo en caer y avanzar es el mismo, pero se puede tirar algo muy arriba y no avanzar nada.

Con todo esto se ve que la variable importante es la velocidad con la que se lanza. ¿Pero qué velocidad? ¿avanza a la misma velocidad hacia delante (recorriendo una distancia en horizontal) que hacia abajo?

En este punto, se podría proponer otro experimento. Cada grupo lanzaría recto una pelota desde la mesa y se mediría el tiempo en caer. Luego, se mediría la altura que ha bajado, y la que ha recorrido en horizontal. ¿Recorren las mismas distancias en el mismo tiempo? No, por tanto, se obtiene que las velocidades verticales y horizontales no son iguales.

Con esto se aclara que para recorrer mayor distancia en horizontal la velocidad inicial horizontal es la determinante.

- Aquí se llega a la hipótesis de que a mayor velocidad horizontal mayor distancia horizontal recorrida.
- A mayor tiempo mayor distancia recorrida.
- A mayor velocidad vertical menor tiempo en llegar al suelo.
- A mayor altura mayor tiempo en llegar al suelo.

Se puede apreciar que al ser un movimiento compuesto hay bastantes variables. La distancia horizontal recorrida depende de la velocidad inicial horizontal y del tiempo (suponiendo que no haya aceleración horizontal, que sea un MRU)

Pero si se mira la componente vertical, el tiempo depende de la altura a la que se está volando, de la velocidad vertical y de la aceleración vertical.

Lo que se puede deducir es que el tiempo es común para ambos movimientos, por tanto, la distancia horizontal va a depender:

$$h, v_{0y}, v_{0x}, a$$

Si la velocidad horizontal inicial fuera 0 el desplazamiento sería cero.

Si la velocidad vertical inicial fuera 0 seguiría habiendo desplazamiento horizontal pero este solo dependería de la altura, la aceleración vertical y de la velocidad horizontal inicial.

Si la altura fuera cero el problema cambiaría completamente, no habría dos movimientos simultáneos, sería un MRU horizontal.

Si la aceleración vertical fuera cero, el problema sería solo un MRU vertical y horizontal:

Se supone que:

- No se tiene en cuenta el rozamiento del aire ni el viento.
- Ni el cambio de  $g$  con la altura.
- Se supone mecánica clásica.
- No se tiene en cuenta la rotación terrestre.
- No se tiene en cuenta la curvatura de la tierra.
- No se tiene en cuenta la temperatura.
- Se supone que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme y uno rectilíneo uniformemente acelerado.
- Se supone que el helicóptero vuela en horizontal en el momento de dejar caer el paquete y sin aceleración horizontal.
- Se supone que como sistema de referencia el  $x_0$  está en 0.
- Se supone que el suelo es la referencia y que está a 0

Se establecen las condiciones del problema, primero el paquete se deja caer, no se lanza por tanto la velocidad inicial vertical es 0.

La aceleración vertical es la de la gravedad que se supone constante.

Por tanto, la distancia horizontal solo dependerá de la altura y la velocidad horizontal inicial.

Se ha estado proponiendo en todo momento una estrategia cinemática para este problema.

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

Por tanto, el problema se reduciría a:

$$x - x_0 = v_{0x} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{y - y_0}{a}}$$

$$D = v_{0x} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{h}{a}}$$

Como consecuencia, a mayor altura más distancia y a mayor velocidad del helicóptero mayor distancia.

Se intenta poner unos datos, investigando para obtener los más reales posible.

- ¿A qué altura máxima vuelan los helicópteros? ¿qué velocidad máxima pueden llevar en zona de montaña?
- 311 km/h velocidad máxima que puede alcanzar un helicóptero.
- Altura máxima en un rescate en el Everest 7800m.
- Se supone que el pueblo está a 2000 metros.
- Se supone que el helicóptero necesita 300m de altura para volar de forma segura.

$$v_{0x} = 86,38 \text{ m/s}$$

$$h = 300\text{m}$$

$$D=675,9\text{m}$$

Según lo realizado para saber cuando lanzar el paquete para que llegue a la gente se tiene que tener en cuenta la altura y la velocidad inicial horizontal del helicóptero. En el caso propuesto se debería soltar más de medio kilómetro antes de llegar para que caiga en el punto adecuado.

Análisis de los resultados:

Se ve la importancia de tener en cuenta que cuando se suelta un objeto con una velocidad inicial, este recorre un espacio en la dirección de esa velocidad, no solo en vertical.

Hay que tener en cuenta que mientras cae recorre 300 metros en altura, pero más del doble en distancia en horizontal, esto es debido a la alta velocidad que lleva el helicóptero.

Si se hubiese tenido en cuenta el viento dependiendo de su orientación el paquete podría haber recorrido más o menos distancia en horizontal. Sería un dato interesante saber con qué velocidad llega al suelo puesto que es algo a tener en cuenta para calcular el soporte del paquete y que no se rompa en la caída.

### Problema 5:

Situación: En un partido de baloncesto que está en su recta final el equipo que va perdiendo necesita un triple para empatar e ir a la prórroga.

**Enunciado:** ¿Cómo se debería lanzar para encestar?

Análisis e hipótesis:

¿Qué se puede determinar para dar esa información que nos pide?

Se tienen que definir las variables a tener cuenta para que cuando se lance el balón, éste llegue exactamente a la canasta.

Cuando se tira una canasta, el balón describe una trayectoria parabólica. Un tiro parabólico está compuesto de dos movimientos, que consisten en un desplazamiento vertical y otro horizontal. ¿De qué depende esos desplazamientos?

Depende:

- De la distancia desde donde se lanzan.
- De la altura desde donde se lanzan.
- De la velocidad inicial con la que se lanza el balón.
- Del ángulo con el que se tira el balón.

Factores que se deben tener en cuenta para acotar la situación:

- La altura de la canasta es fija, pero la distancia desde la que se puede tirar un triple es variable.
- Se lanza con una velocidad inicial siempre.
- El jugador puede estar corriendo o parado cuando lanza.
- La altura del jugador.
- Se supone despreciable el rozamiento del aire.
- Se supone que son MRU y MRUA.
- Se supone mecánica clásica.
- Como sistema de referencia se emplea el lugar de lanzamiento como punto (0,0).

Se pueden hacer varias hipótesis teniendo en cuenta los factores de los que dependen el desplazamiento del balón:

- 1) Que se tire justo en frente de la canasta, en la línea de triples.
- 2) Que se tire desde un lateral.
- 3) Que se tire centrado en la línea de medio campo.
- 4) Que se tire desde el fondo del campo.
- 5) Que el jugador esté corriendo.
- 6) Que el jugador esté parado.
- 7) Que el jugador salte.
- 8) La altura del jugador.
- 9) Que haya un jugador delante oponiéndose al tiro.

Es interesante que cada grupo haga una hipótesis diferente y luego se comparen los resultados para ver las relaciones.

Se analiza una de las situaciones anteriores con las siguientes condiciones:

- El jugador está en la línea de triples en frente de la canasta.
- El jugador está parado cuando lanza el balón.
- El jugador no salta.
- No hay nadie haciendo tapón, ni de obstáculo.

Con todo esto:

Se puede definir a qué distancia y altura está la canasta con respecto al jugador.

Se tiene que averiguar qué velocidad y ángulo debe tener el lanzamiento. Ya que la velocidad y el ángulo con el que se realice el tiro determinaran que el balón llegue a un punto en horizontal y vertical determinado.

En un movimiento parabólico al tener dos desplazamientos simultáneos la velocidad en vertical y en horizontal no tiene por qué ser la misma (como ya se ha explicado en ejercicios anteriores). Dependiendo del ángulo de lanzamiento, la velocidad puede ser mayor en el sentido vertical o en el horizontal, si se tira el balón de forma más vertical o más recta.

Profundizando en la relación del ángulo y el desplazamiento:

Si el ángulo es muy grande, por ejemplo  $90^\circ$  desde la horizontal, no habría desplazamiento horizontal o si el ángulo es de  $0^\circ$  no habría desplazamiento vertical.

Estrategia:

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

Y un MRUA vertical:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

Suponemos  $\alpha$  se coge desde la horizontal

$$h = y - y_0; D = x - x_0$$

$$h = \sin \alpha \cdot \frac{D}{\cos \alpha} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left( \frac{D}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2$$

En las ecuaciones se ratifica que la altura y el desplazamiento dependen de la velocidad inicial y del ángulo de lanzamiento.

A continuación, se propone investigar unos datos reales para comprobar las hipótesis:

- La altura de la canasta en la NBA es de 3,05 metros.

- La línea de triples está a 6,70 metro del aro en los laterales y a 7,24 metros en frente del aro.
- El jugador mide 1,80 metros.

Lo que se pretende es que los alumnos comprendan que la velocidad con la que se lanza y el ángulo están relacionados. Sería conveniente hacer un cuadro velocidad vs ángulo y analizarlo. En este problema la variable tiempo no interesa ya que si se lanza antes de que se acabe el tiempo el tiro es válido.

La canasta está situada a 3,05 metros por lo que el balón se tiene que desplazar en vertical desde el 1'8 metros de la altura del jugador hasta 3,05 m.

$$h=1,25 \text{ m}; D=7,24\text{m}; a=-9,8\text{m/s}^2$$

$$1,25\text{m} = \text{sen } \alpha \cdot \frac{7,24\text{m}}{\cos \alpha} + \frac{1}{2} \cdot -9,8 \cdot \left( \frac{7,24\text{m}}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2$$

| $v_0$           | $\alpha$ |
|-----------------|----------|
| 10,81m/s        | 30°      |
| 100m/s          | 10°      |
| 9,17m/s         | 50°      |
| No hay solución | 0°       |
| No hay solución | 90°      |

Analizando los posibles resultados, se puede apreciar que si la velocidad con que se lanza es menor, el ángulo que necesita el lanzamiento es mayor. ¿Tiene sentido?

Claro, porque a más velocidad el balón sube mucho y muy rápido, por lo tanto no necesita un ángulo muy grande.

También son muy interesantes los casos límites porque confirman las hipótesis del principio. Puesto que si el lanzamiento es completamente horizontal no gana la altura necesaria para encestar y si solo se lanza hacia arriba el único desplazamiento es vertical.

Este ejercicio se puede enfocar desde la dinámica de fuerzas teniendo en cuenta la fuerza con la que el jugador lanza a canasta.

## Problema 6:

Situación: A veces ocurren los despistes, pero cuando ocurren en lugares donde hay riesgo estos pueden causar daños importantes.

Se está trabajando en un taller mecánico de coches y se está desmontando uno de los frenos de un coche, sin querer se han mezclado muelles de diferentes coches que son del mismo tamaño y color, pero que están fabricados de metales diferentes. Por lo tanto, si se coloca el muelle equivocado en el coche equivocado, los frenos podrían fallar y provocar un accidente.

**Enunciado:** ¿qué se puede hacer para determinar qué muelle pertenece a cada coche?

Análisis e hipótesis:

¿Cómo se pueden diferenciar dos muelles aparentemente idénticos?

Se reparten dos muelles diferentes a cada grupo, también unas pesas y una regla.

Se les pide que estiren los muelles (los muelles dados son muy diferentes para que las deformaciones sean distintas).

A continuación, se pedirá a los alumnos que verbalicen sus observaciones.

¿Por qué se estiran los muelles?

Porque al tirar de ellos se les aplica una fuerza.

¿Si aplicamos la misma fuerza a los dos, se estirarán lo mismo? ¿por qué uno experimenta mayor deformación que el otro?

Se les da tiempo para comprobar las posibles respuestas.

Después se les mencionaría que existe una ley, llamada la ley Hooke, que explica comportamiento de los muelles. Se les pediría que investiguen sobre ella y cómo les puede ayudar con su problema de diferenciar que muelle va en cada coche.

Una vez realizada su investigación expondrían sus hipótesis con el fin de ver cómo cada grupo relaciona la ley de Hooke con el problema.

Entre todos se llegaría a la hipótesis de que los muelles diferentes tienen una constante característica diferente. Acto seguido se les pide que corroboren la veracidad de la hipótesis.

Cabe esperar que realicen mediciones de los muelles (se les animaría a hacer varias comprobaciones). Cuando expongan sus respuestas muchos las darán erróneamente porque habrán calculado la constante teniendo en cuenta la longitud total del muelle en lugar del alargamiento. Por lo que habría que matizar bien el concepto de alargamiento.

Todo esto llevaría a la solución del problema. Si los dos frenos de un coche son idénticos y están hechos del mismo material, con desmontar el otro freno del coche y comprobar que los dos se alargan lo mismo cuando se aplica la misma fuerza el problema estaría resuelto.

### Problema 7:

Situación: La caída de objetos fue algo muy estudiado por Galileo, él se planteaba esta pregunta:

**Enunciado:** Si se deja caer una piedra y una hoja de papel desde una misma altura ¿Qué llegaría antes?

Lo primero es establecer los grupos, después que discutan sobre la cuestión y verbalicen de manera ordenada las posibles hipótesis.

¿Qué hay que determinar para poder contestar a la pregunta del enunciado?

Primero hay que hacer hipótesis:

De qué depende que un objeto llegue más rápido al suelo:

- De la velocidad de caída.
- De la aceleración.
- De la altura.

- Y muchos contestarán que de la masa.

Segundo, se profundiza en las hipótesis:

La variable que indica qué objeto va a llegar antes al suelo es el tiempo.

- A mayor velocidad menor tiempo.
- A mayor aceleración mayor velocidad y menor tiempo.
- ¿A mayor altura mayor tiempo?
- ¿A mayor masa menor tiempo?

Si se deja caer verticalmente un cuerpo, éste no tiene velocidad inicial.

- Se supone que todo se rige mediante la mecánica clásica.
- No se tiene en cuenta el rozamiento del aire.
- No se tiene en cuenta curvatura terrestre.
- No se tiene en cuenta la rotación terrestre.
- Se suponen movimientos rectilíneos uniformes y uniformemente acelerados.
- Se supone el suelo como punto de referencia 0.

Tercero, se profundiza en la estrategia:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2} a t^2$$

Si se deja caer la  $v_{0y}$  es 0; la aceleración será solamente la de la gravedad “g”.

$$y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

Sabiendo que  $y = \text{suelo} = \text{cero}$ .  $y_0$  es la altura desde la que se deja caer el objeto;

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Para calcular el tiempo que tarda en caer el objeto sólo hay que saber la altura desde la que cae, en ningún momento se tiene en cuenta la masa.

Entonces, para saber qué objeto cae primero sólo hay que comparar las alturas desde las que se dejan caer.

¿Por qué a la hora de realizar el experimento esto no se ve tan claro?

Da la impresión de que la piedra cae primero.

Se les sugiere ahondar en los experimentos de Galileo.

Y que expongan sus conclusiones.

Finalmente, se pretende llegar a la conclusión de que si no fuera por la resistencia del aire, que es más significativa en un objeto más ligero, los dos objetos caerían a la vez al suelo. Es decir, en vacío, los dos objetos caerían a la vez.

## **7. RESULTADOS**

Como se puede comprobar, estos problemas son flexibles, pueden incorporar datos en un momento dado para analizar una solución, experimentos y en otras ocasiones hay que resolver previamente problemas más pequeños para poder llegar a la solución del enunciado. Son problemas que se pueden enfocar de diferentes maneras en función de la clase y las diferentes hipótesis que hagan los alumnos. Hay que tener en cuenta que los problemas están sujetos a todas las revisiones posibles.

Se ha comentado previamente las ventajas de aplicar este tipo de problemas según los diferentes autores para llegar al aprendizaje significativo. Se puede remarcar que contribuyen a que se lleve a cabo un análisis y se verbalice en lugar de operar sin saber lo que se está haciendo. Por otra parte, al ser trabajos en grupo ayuda a que los alumnos aprendan unos de otros y les motiva, desarrollando sus propias estrategias para abordar los problemas pudiendo ser éstas más creativas. Además, se plantean preguntas que son estimulantes, que requieren un esfuerzo intelectual, ya que ellos mismos tienen que identificar las

variables y utilizar los recursos necesarios. Pero en todo momento se encuentra el profesor como guía de este aprendizaje, para reorientar situaciones o corregir concepciones erróneas.

La limitación de este TFM es que realmente no se ha podido obtener unos resultados de evaluación del aprendizaje de los contenidos ni de la metodología en el aula.

Por tanto, no se puede valorar si con estos problemas de ejemplo ha habido aprendizaje significativo real. Pero para apoyar lo que se viene diciendo en el artículo de Gil, D. et al (1988) se realiza un estudio sobre unos grupos que están acostumbrados a hacer este tipo de problemas y otros que no. Se pone de manifiesto experimentalmente que los alumnos acostumbrados a este tipo de problemas tienden a ser más exitosos a la hora de enfrentarse a cualquier tipo de problema.

Pensar que esta metodología está exenta de inconvenientes es caer en una confusión, los autores que más han trabajado en ella lo mencionan. Por ejemplo, Gil, D. et al (1987) decía que el tiempo invertido en este tipo de metodología es significativamente mayor que con la mera transmisión/recepción de conocimientos ya elaborados. Esto plantea un problema teniendo en cuenta los extensos currículums que hay que dar en la secundaria. La solución podría estar enfocada en la reducción de esos currículums primando lo más importante, pero a la vez, dando pie a crear unos buenos cimientos para poder construir conocimientos. Esto no es algo a tomarse a la ligera, sino que requiere de una profunda reflexión y de un buen equilibrio.

Por otro lado, hay que ser consciente de que en esta metodología también se puede dar el hecho de que los alumnos no deseen realizar las actividades, ya que es mucho más cómodo sentarse a escuchar al profesor que realizar el esfuerzo de aprender y de pensar de un modo diferente. A pesar de que con esta forma de enseñar - aprender se prioriza la motivación de los alumnos por la manera de involucrarles en las actividades, esto no deja de ser una forma de aprender a la que no están acostumbrados desde siempre y por lo tanto requiere un mayor esfuerzo. Hay que tener en cuenta que muchas veces este tipo de

actividades les desorienta y les conduce a una cierta falta de coherencia en el aprendizaje.

Hay que añadir que, como dice Campanario, J.M y Moya, A. (1990), la implicación de los profesores tiene que ser máxima porque el profesor está obligado a anticipar muchas de las dificultades de conceptos y procedimientos que aparecerán en la clase, teniendo en cuenta que no se debe dejar al azar el aprendizaje. Esto no tendría por qué ser un inconveniente si el profesor lo ve como una motivación en su trabajo, pero exige mucha preparación y tiempo para lograr que la metodología funcione. Por lo que es necesario que el profesor reciba una formación acerca de cómo llevar a cabo correctamente este tipo de tareas y de qué manera implantarlas en el aula.

Los profesores tienen que ser conscientes de las siguientes dificultades:

- Cuando se realiza la actividad se pueden producir discusiones en el aula basadas en opiniones que no se fundamentan en un criterio razonado.
- Que el alumnado no sepa cómo enfocar la actividad.
- Hay que ajustar los problemas al currículum de cada nivel.
- A la hora de evaluar la actividad, ésta entraña más dificultad. Los instrumentos de evaluación tienen que ser adecuados y adaptados a la actividad.

En un intento de poner en marcha esta actividad por parte de la autora de este documento con la intención de contrastar lo aquí escrito, se expuso el segundo de los problemas ejemplo en una clase de 1º de bachillerato durante una sesión. No se pretende que sea tomado como prueba del funcionamiento o no de la metodología debido a que no se disponía de las condiciones necesarias para ello. A continuación, se expone las diferentes sensaciones experimentadas:

Aspectos positivos:

- Los alumnos estaban expectantes, prestando mucha atención en el problema.
- A pesar del desconcierto inicial que les supuso este tipo de actividad, estaban muy concentrados en realizarla.

- Mostraban mucho interés en el análisis del resultado a consecuencia de la posibilidad de darse en una situación real.
- El planteamiento de ser todos un equipo en el cual todos contribuyen a resolver un problema real, les resultaba muy atractivo.

Aspectos negativos:

- Los alumnos en el primer momento no sabían cómo enfrentarse al problema.
- No sabían cómo hacer las hipótesis.
- No sabían qué variables o posibles datos buscar.
- A la hora de verbalizar las hipótesis y las soluciones siempre lo hacían voluntariamente los mismos alumnos.
- Les costaba hacer los grupos y colocarse de manera adecuada para que todos pudieran hablar y oírse.
- Desde que se comenzaba a hacer los grupos hasta que se conseguía pasaba mucho tiempo.
- Dentro del grupo no todos los alumnos trabajaban.
- El ejercicio se realizó en 50 minutos y casi no dio tiempo a acabarlo en el transcurso de una clase.
- Muchos no tenían dominio de los contenidos que se requerían para hacer el problema, lo cual los llevaba a no participar.
- La guía del profesor fue necesaria continuamente a lo largo de todo el problema.

Todo esto no se aleja de lo esperado, ya que es la primera vez que el alumnado se exponía a este tipo de actividad y que el profesor la realizaba.

La opinión de los alumnos respecto a la actividad fue que era muy interesante y entretenida, pero que no les gustaría que les apareciera en un examen ya que les costó enfrentarse a ella.

Al realizar la actividad de guiar o proponer este tipo de problemas (por primera vez) se constata los inconvenientes descritos por los autores: que a los alumnos les cuesta hacer hipótesis, la falta de conocimiento para realizarla, en ocasiones

los alumnos no responden lo que profesor espera, no se tiene tiempo de hacer bien la actividad o que no se puede hacer mucho más en la sesión, etc.

En lo que respecta al profesor, la falta de experiencia para crear la actividad juega un papel fundamental, no solo para tenerla bien preparada, sino para guiarla perfectamente.

Todo esto no quiere decir que el método no funcione, sino que hay que trabajarlo más, puesto que con mayor experiencia se puede guiar mejor, tener mejor atadas todas las posibles respuestas y atajar de manera correcta los caminos erróneos. Hay que añadir que para esto es clave una verdadera formación acerca del método y un trabajo en equipo entre el profesorado, donde fluya la comunicación y se ayuden entre ellos, en definitiva, que sea un trabajo en equipo. Esto ayudaría a mayor implicación del profesorado en este tipo de metodología.

Es muy importante dejar claro la forma de proceder en este tipo de actividades, que los alumnos lo entiendan perfectamente y no dejar al azar el funcionamiento de la clase.

Es cierto que todo esto no asegura el éxito, pero si se lleva a cabo de una manera adecuada y constante durante un tiempo, se podría valorar adecuadamente si el método logra el aprendizaje significativo.

## **8. CONCLUSIONES:**

Todo este estudio, acerca de cómo afrontar la realización de problemas en la secundaria, revela que realmente existen otras alternativas diferentes de lo que se viene haciendo que implican una mejora en el aprendizaje de los alumnos.

Los problemas abiertos mediante investigación orientada es una de esas alternativas con la que los alumnos pueden aprender a superar las dificultades a la hora de resolver problemas.

Si bien es cierto que esta metodología tiene sus inconvenientes, éstos no tienen por qué ser un obstáculo para su puesta en práctica y su buen funcionamiento. A continuación, se expone un análisis de las posibles variables que pueden afectar a la obtención del resultado esperado:

- Los profesores son inexpertos desarrollando este tipo de actividades, no solo al plantear y formular el problema, sino también a la hora de crear grupos, guiar la actividad, evaluarla...con mayor formación y experiencia esto ya no sería un problema.
- El profesor tiene añadida la dificultad de que ha sido enseñado por los métodos de algoritmización, por lo tanto, subconscientemente se tiende a ir hacia la manera en la que se ha aprendido, esto puede producir la sensación de tener una dificultad mucho mayor para generar otras metodologías diferentes. Pero al igual que la anterior, practicando esta manera de aprender en los cursos de formación, por ejemplo, se hallaría mayor facilidad para luego enseñar de esta manera.
- La primera vez que se propone este tipo de actividades puede no lograrse el resultado esperado y con el volumen de contenido actual de la ESO y Bachiller es comprensible que los profesores no se quieran arriesgar a perder más tiempo. La solución vendría con la mayor experiencia en esta metodología y con llevar a cabo una reformulación de los contenidos esenciales del currículum (si bien es cierto que esto no está tan directamente en sus manos). Quizá se podría empezar formulando este tipo de actividad tres o cuatro veces durante curso, ir viendo sus posibilidades y ganando experiencia para integrarlas progresivamente.
- Los alumnos tampoco están acostumbrados a este tipo de actividades. Con el debido margen de tiempo para acostumbrarse a llevarlas a cabo, al principio con mucha guía y después con menos, a medida que sepan desenvolverse en ellas, seguramente las realizarían mejor en todos los aspectos.
- Con más experiencia por parte de todos, se podrían hacer muchas más actividades de este tipo y amortizar mucho más el tiempo.

Como conclusión, por todas las ventajas relatadas acerca de esta metodología, se puede considerar que merece la pena enfrentarse a los inconvenientes iniciales si finalmente, se consigue que los alumnos se sientan capaces de afrontar cualquier problema que se les presente de una forma adecuada.

Se quiere matizar que hay varios puntos acerca de este tipo de actividad que no se han contemplado a lo largo de este TFM:

- Donde plantear esta actividad, si como introducción del tema para despertar la curiosidad de los alumnos, o al final como repaso.
  - Esto conllevaría una nueva discusión acerca si los alumnos necesitan tener unos conocimientos previos acerca del tema para poder realizar las hipótesis y enfocarlas.
  - O si viendo los contenidos a través de este tipo de actividades, se aprenderían mejor. Habría que tener en cuenta que las actividades tendrían que estar muy bien diseñadas para no recaer en los métodos de algoritmización.
- Otra opción, es plantear este método como una forma de enseñar física desde el principio hasta el final del tema.
- También se podrían aplicar a talleres de física, en actividades extraescolares...

El TFM no está dirigido a que haya que desterrar las otras metodologías para implantar ésta, cabría la posibilidad de combinarla con las demás e ir viendo su trayectoria, siendo capaces de evaluar verdaderamente si con ella se evitan o se resuelven problemas que otras metodologías no son capaces de solucionar.

Por otro lado, la idea de que esta metodología fuera una forma de enseñar desde infantil y primaria haría que en la secundaria la forma de trabajar fuera más fluida y sin problemas de pérdida de tiempo.

Hay que destacar que es una forma muy interesante de estimular al alumnado de altas capacidades, que en la mayoría de las ocasiones no tienen adaptaciones adecuadas a sus características. Con este tipo de actividad se podría trabajar con todo el alumnado a la vez, ya que todos aprenden de todos.

## **9. BIBLIOGRAFÍA**

- Campanario, J. y Moya, A. (1999). ¿Cómo enseñar ciencias? principales tendencias y propuesta. *Enseñanza de las ciencias*,17(2), 179-192.
- Coll, C et al. (2010). Enseñar y aprender,contruir y compartir:procesos de aprendizaje y ayuda educativa.En C. Coll (Coord),*Desarrollo, aprendizaje y enseñanza en la educación secundaria* (págs. 31-61). Barcelona:GRAO.
- Del Puy, M. y Pozo, J. (2010). Enseñar a aprender ¿Ejercicios o problemas? *Aula de Innovación Educativa*, núm 190, 38-40.
- Gil, D. et al. (1988). El fracaso en la resolución de problemas de física: una investigación orientada por nuevos supuestos. *Enseñanza de las ciencias*, 6(2), 131-146.
- Gil, D. y Martínez, J. (1987). Los programas-guía de aprendizaje de actividades: una concreción del modelo constructivista de aprendizaje de las ciencias. *Fundamentos*. Valencia: La investigación en la escuela , 3, 3-12.
- Guisasola, J. et al (2001). *Modelo de resolución de problemas como actividad de investigación orientada*. Santander: CEP.
- Guisasola, J. et al (2007). *La enseñanza de resolución de problemas de física en la universidad*. Barcelona: Ediciones Octaedro, S.L.
- Morales, P. et al (2004). Aprendizaje basado en problemasproblem – based learning. *Sistema de Información Científica Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal*,13, 145-157.
- Prados, M. et al. (2014). *Manual de psicología de la educación*. Madrid: Pirámide.
- Zorrilla, Y. (2012). *Reflexiones para educadores*. Obtenido de F@roMundi una luz en el caminar educativo: <http://www.faromundi.org.do/2012/11/la-resolucion-de-problemas-en-el-proceso-ensenanza-aprendizaje-versus-el-proceso-ensenanza-aprendizaje-desde-la-resolucion-de-problemas/> [Consultado el 20/05/2018]