

UNIVERSIDAD DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA POR

ANGEL MEDIAVILLA SANCHEZ

PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN CIENCIAS FISICAS

ESPECIALIDAD

ELECTRONICA

**CONTRIBUCION AL ESTUDIO DE
OSCILADORES MICROONDAS
EN REGIMEN DE GRAN SEÑAL**

SANTANDER, Julio de 1984

CAPITULO VI

OSCILADORES A RESISTENCIA
NEGATIVA

VI.1.- INTRODUCCION

Hemos visto a lo largo de los capítulos teóricos, cómo la Función Descriptiva nos proporciona, bajo determinadas condiciones de aplicabilidad, un instrumento de trabajo potente y eficaz en el análisis y diseño de osciladores microonda en régimen de gran señal. Normalmente, su utilización se restringe al cálculo del punto de operación (ciclo límite) y, cómo máximo, a la caracterización de la estabilidad del mismo. En los capítulos anteriores hemos destacado la importancia del comportamiento transitorio para la determinación de la estabilidad, la posibilidad de amplificación de señales moduladas etc. Está claro, pues, que el comportamiento del oscilador fuera del régimen permanente nos proporcionará una cantidad de información adicional necesaria para una comprensión más profunda de sus características dinámicas.

Obviamente, este problema puede ser resuelto utilizando programas temporales que calculan las variables transitorias del circuito cómo una función del tiempo, en un intervalo especificado por el usuario. Dichos programas analizan circuitos extremadamente complicados, provistos de un número casi ilimitado de no-linealidades -normalmente estáticas- capaces de caracterizar con precisión cualquier tipo de sistema electrónico lineal ó no. Como contrapartida, su utilización comporta un consumo de tiempo y dinero tal que sólo los hace justificables en el tratamiento de sistemas complejos ó en análisis minuciosos de determinadas respuestas transitorias. Fuera de estas limitaciones, el análisis frecuencial es considerablemente más ventajoso proporcio-

nando, cómo veremos posteriormente, resultados que, en el rango de validez de la Función Descriptiva, son prácticamente indistinguibles de la realidad temporal.

IV.2.- ANALISIS FRECUENCIAL

En el método Frecuencial, el primer problema que se plantea es la caracterización de la no linealidad. Cómo en el presente estudio sólo trataremos con sistemas sinusoidales, aplicaremos (3-21) a la característica no lineal $y = y(x)$. Por otra parte, la mayoría de los dispositivos microonda tienen no linealidades que, en primera aproximación pueden representarse con mayor ó menor grado de exactitud por una polinomial impar de orden n :

$$y = a_1 x + a_2 x |x| + a_3 x^3 + \dots + a_n x^n \quad (6-1)$$

Suponiendo, pues, una entrada sinusoidal $x = A \sin \omega t$, la aplicación de (3-21) a (6-1) nos resulta en:

$$N(A) = \sum_{k=1}^n \frac{2a_k}{\sqrt{\pi}} \cdot A^{k-1} \frac{\Gamma((k+2)/2)}{\Gamma((k+3)/2)} \quad (6-2)$$

donde Γ es la función Gamma del argumento indicado. Desarrollando (6-2) llegamos a la conocida ecuación:

$$N(A) = a_1 + \frac{8}{3} a_2 A + \frac{3}{4} a_3 A^2 + \frac{32}{15\pi} a_4 A^3 + \dots \quad (6-3)$$

Si la no-linealidad fuese de otro tipo, siempre podemos integrar numericamente (3-21) y aproximar el resultado

por polinomio de grado conveniente.

Una vez caracterizada la no-linealidad, el siguiente paso es el cálculo de la pulsación compleja asociada a cada valor de amplitud de la señal de entrada. De acuerdo con la representación de la Fig. (4-4) y la ecuación (4-14) tenemos:

$$H(A,p) = 0 \quad / \quad p = s + jw \quad (6-4)$$

Entonces, dado nuestro oscilador, debemos de expresar la Función de transferencia en lazo cerrado H , para cada valor de A , en forma de un polinomio de la variable compleja p y calcular las raíces del mismo por cualquiera de los métodos habituales (en este trabajo se ha utilizado el método de Siljak). De esta forma, para cada valor de la amplitud de entrada, estamos linealizando quasi estáticamente el problema, suponiendo que la pulsación compleja es la misma en cualquier punto del circuito. Obviamente, sabremos que hemos llegado al estacionario cuando la pulsación solución asociada sea imaginaria pura. La posible estabilidad de la solución puede deducirse de la curva $S(A)$ junto con la ecuación (4-37), ya que una pendiente positiva dS/dA en el punto de oscilación significará una oscilación inestable.

El último paso para conseguir la simulación temporal a partir de la frecuencial precedente es el cálculo del tiempo transcurrido entre dos valores A_1 y A_2 de amplitud en la entrada no lineal. Para ello, acudiremos a la formula ción quasi estática (4-36):

$$t(A) = \int_{A_1}^{A_2} \frac{dA}{AS(A)} \quad (6-5)$$

ecuación resoluble por integración numérica, ya que la característica $S(A)$ es conocida en el paso anterior.

Este proceso de cálculo tiene dos restricciones fundamentales. En primer lugar, la Función Descriptiva debe de caracterizar con la mayor precisión posible las no linealidades del circuito, es decir, deberemos de asegurarnos que no se generan subarmónicos y que los armónicos de la señal son convenientemente filtrados por el circuito externo. En segundo lugar, el cálculo supone una situación quasi-estática: igualdad de la pulsación compleja en todos los puntos del circuito. La realidad física nos dice que en general una oscilación transitoria debe de tratarse como un proceso multiarmónico donde las derivadas superiores de la pulsación han de tenerse en cuenta. Por el contrario, la experiencia demuestra, como veremos posteriormente, que el tratamiento quasi-estático, es lo suficientemente preciso en los osciladores de alta frecuencia, sobre todo en aquellos donde se ha conseguido un grado de estabilidad elevado.

Como método de trabajo en la aproximación frecuencial, se ha desarrollado un programa de cálculo "GODEM" que resuelve el circuito de microondas formado por una no-linealidad impar, dinámica y sin memoria cargada por tres impedancias lineales, tal como se muestra en la Fig. (6-1).

La no-linealidad consta de un elemento a resistencia negativa en serie con una inductancia no lineal, función de la corriente que lo atraviesa. La Función Descriptiva $N(I_d, w)$, que caracteriza la no-linealidad, se ha escogido, por simplicidad, de tipo polinómico (6-2) y las tres impedancias lineales son conjuntos simples RLC serie o paralelo.

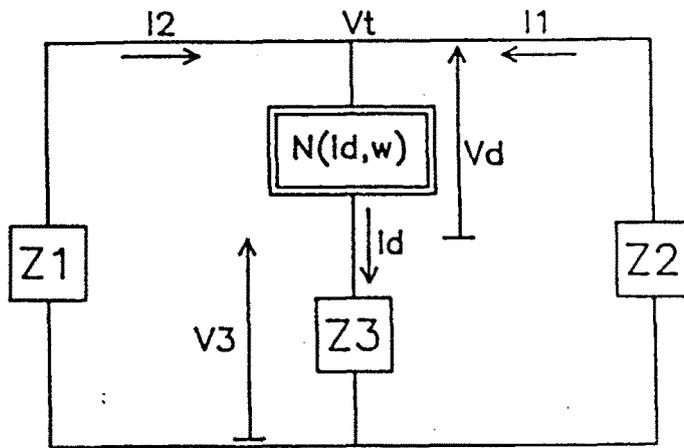


Fig. (6-1)

Con este tipo de circuito equivalente cubrimos una gran variedad de osciladores a resistencia negativa, algunos de los cuales se muestran en la Fig. (6-2).

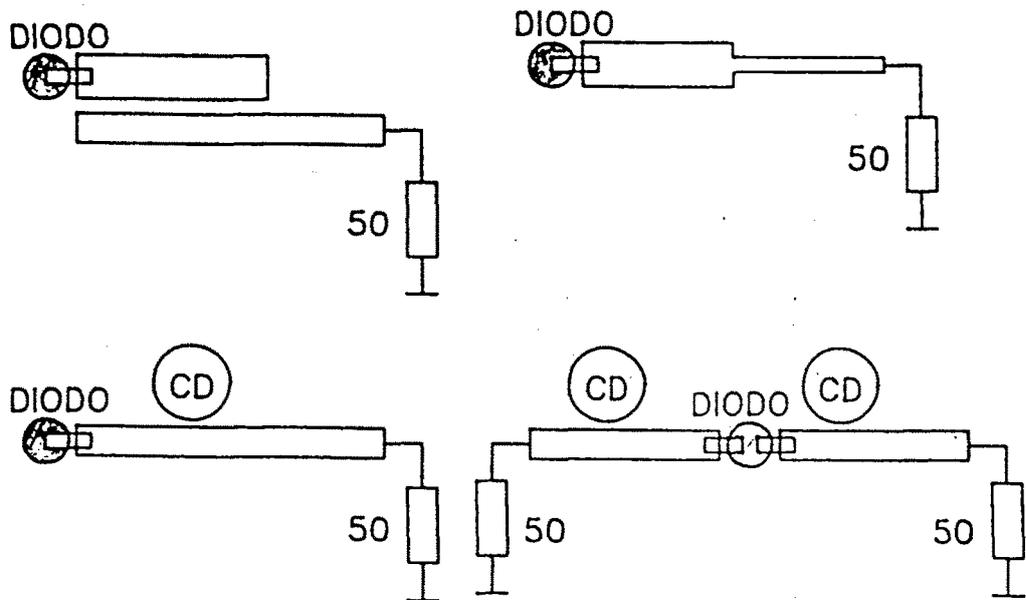


Fig. (6-2)

Para nuestros propósitos de cálculo, representaremos el circuito de la Fig. (6-1) en forma de diagrama de blo-

ques, tal y como se muestra en la Fig. (6-3).

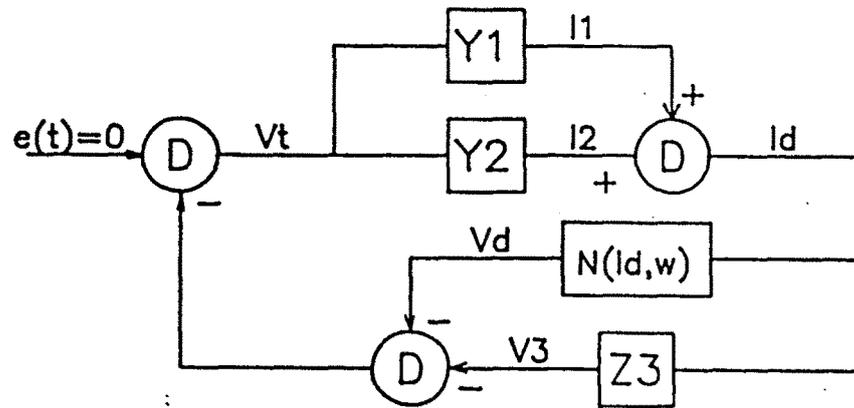


Fig. (6-3)

A la vista del circuito, las variables independientes que nos interesarán en el cálculo de la Función de Transferencia H en lazo cerrado son la amplitud I_d y la pulsación compleja p

$$\begin{aligned}
 H(I_d, p) &= 1 + N(I_d, p) \cdot L(p) = \\
 &= 1 + (R_N(I_d) + L_N(I_d)p) \cdot L(p)
 \end{aligned}$$

donde

$$L(p) = \frac{Y_1 + Y_2}{1 + Z_3 (Y_1 + Y_2)} \quad (6-6)$$

Dentro de la misma filosofía, podemos representar la transferencia "impedancia de entrada" en las puertas 1 y 2, tal como se muestra en las Fig. (6-4) y Fig. (6-5)

En el proceso transitorio del oscilador el programa calcula, para cada valor de la amplitud de corriente I_d en

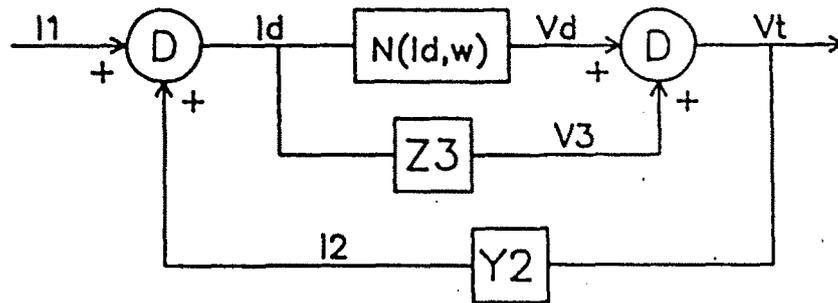


Fig. (6-4)

el elemento no lineal, el valor asociado de la pulsación compleja de forma que (6-6) verifique (6-4). Para este valor de pulsación y amplitud de corriente, el programa calcula simultaneamente las tensiones y corrientes definidas en Fig. (6-1). Una vez hecho el crecimiento frecuencial con los límites especificados por el usuario, el programa acude a (6-5) para el cálculo del tiempo transitorio transcurrido entre dos valores de corriente I_d dados.

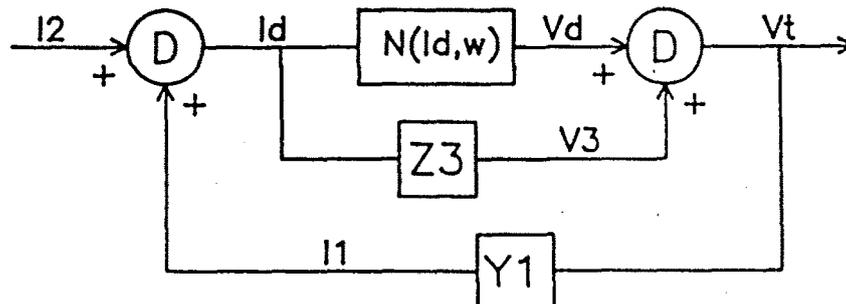


Fig. (6-5)

VI.3.- APLICACION NUMERICA

Se ha intentado, en primer lugar, comprobar la aplicabilidad del método frecuencial comparándolo con los resultados obtenidos por un programa temporal. Para ello, la División de Componentes Microonda de THOMSON-CSF puso a la disposición del presente proyecto la utilización del programa

temporal "CIRCEC", elaborado por la División de Informática de la misma compañía. Se hicieron diversas pruebas con diferentes circuitos microonda, de las cuales, presentamos aquí, por simplicidad, el circuito de la Fig. (6-6), donde la no-linealidad es una característica Van der Pol clásica, es decir, una resistencia negativa pura función de la amplitud

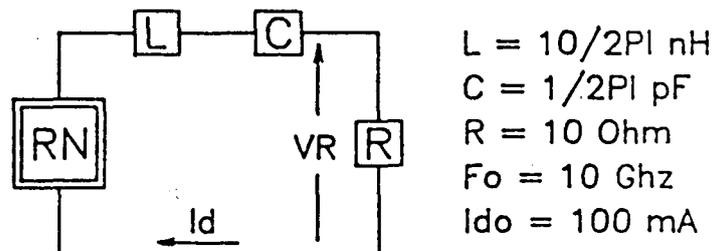


Fig. (6-6)

$$R_N = -22 + 1200 \cdot I_d^2 \text{ Ohm}$$

de la corriente en el circuito. El crecimiento temporal "GODEM" se ha hecho por partes, desde una corriente en el elemento no lineal de $5 \cdot 10^{-12}$ mA hasta valores muy próximos al estado estacionario $I_{do} = 100 \text{ mA}$. Los resultados del transitorio se muestran en las Fig. (6-7) - Fig. (6-16), donde los orígenes de tiempo en cada muestreo de crecimiento son cero, con lo que deberemos de ir sumando los tiempos parciales para obtener el tiempo consumido en un instante cualquiera del transitorio.

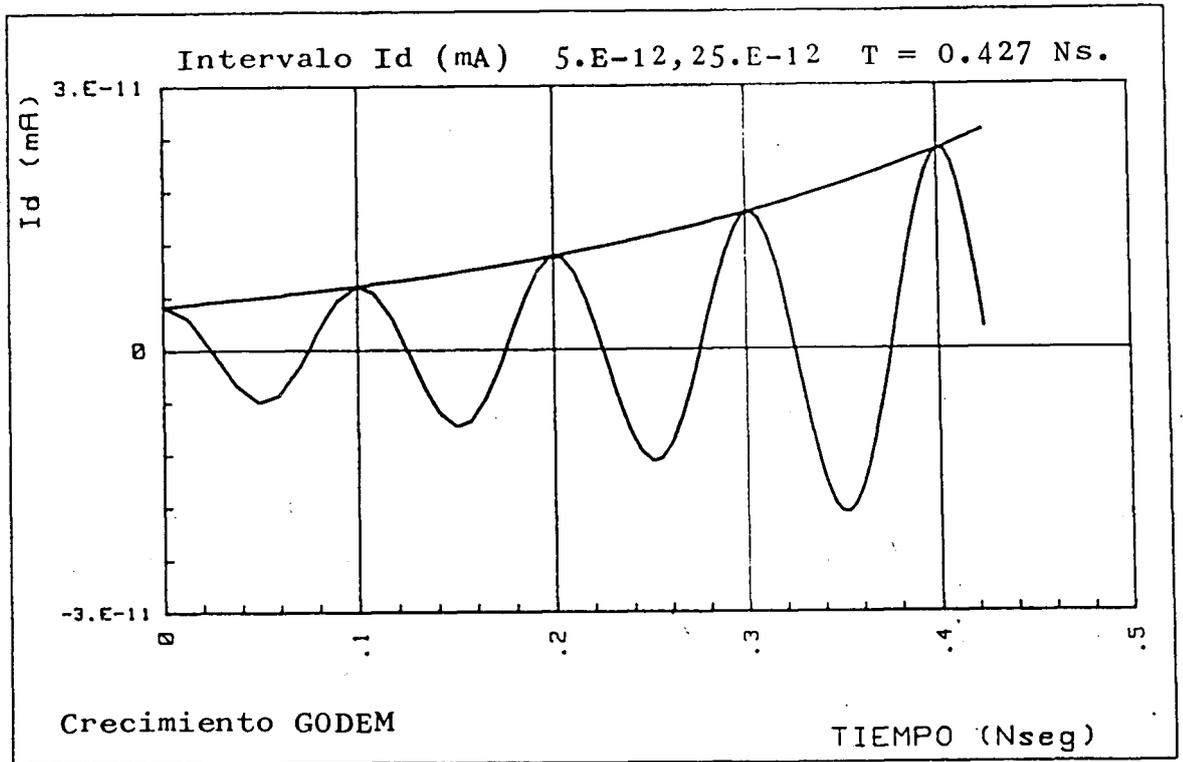


Fig. (6-7)

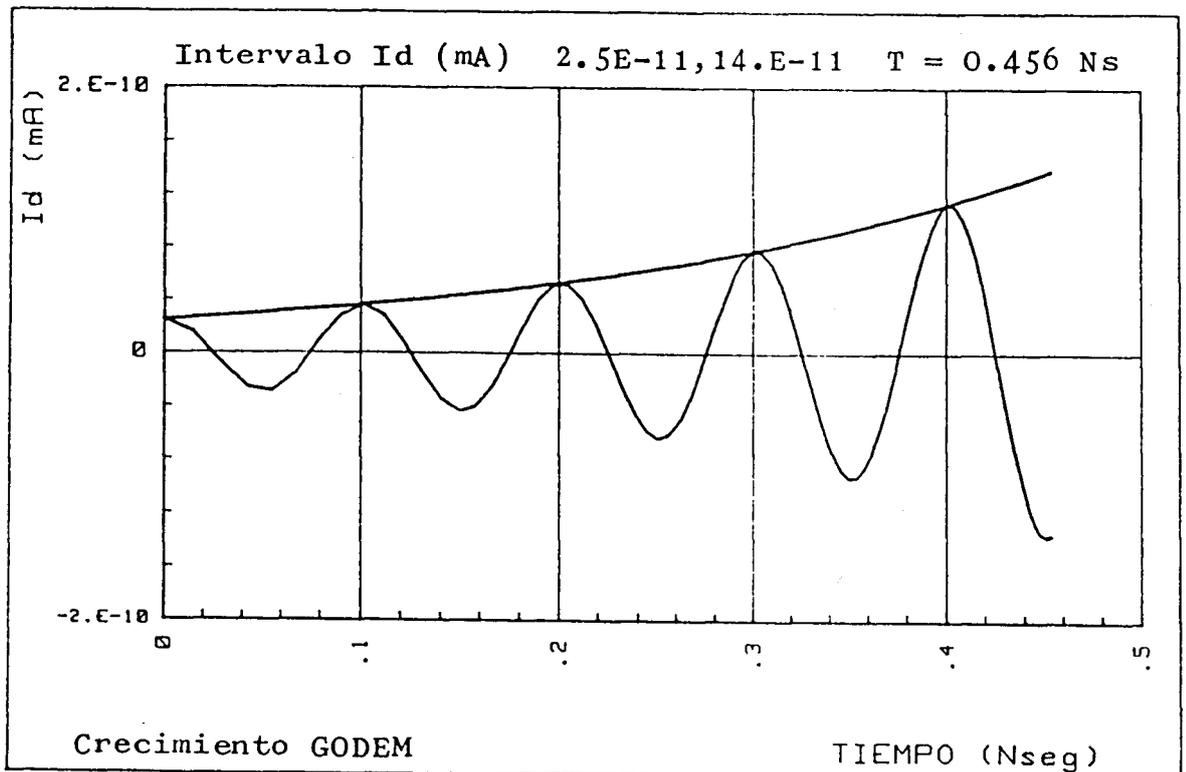


Fig. (6-8)

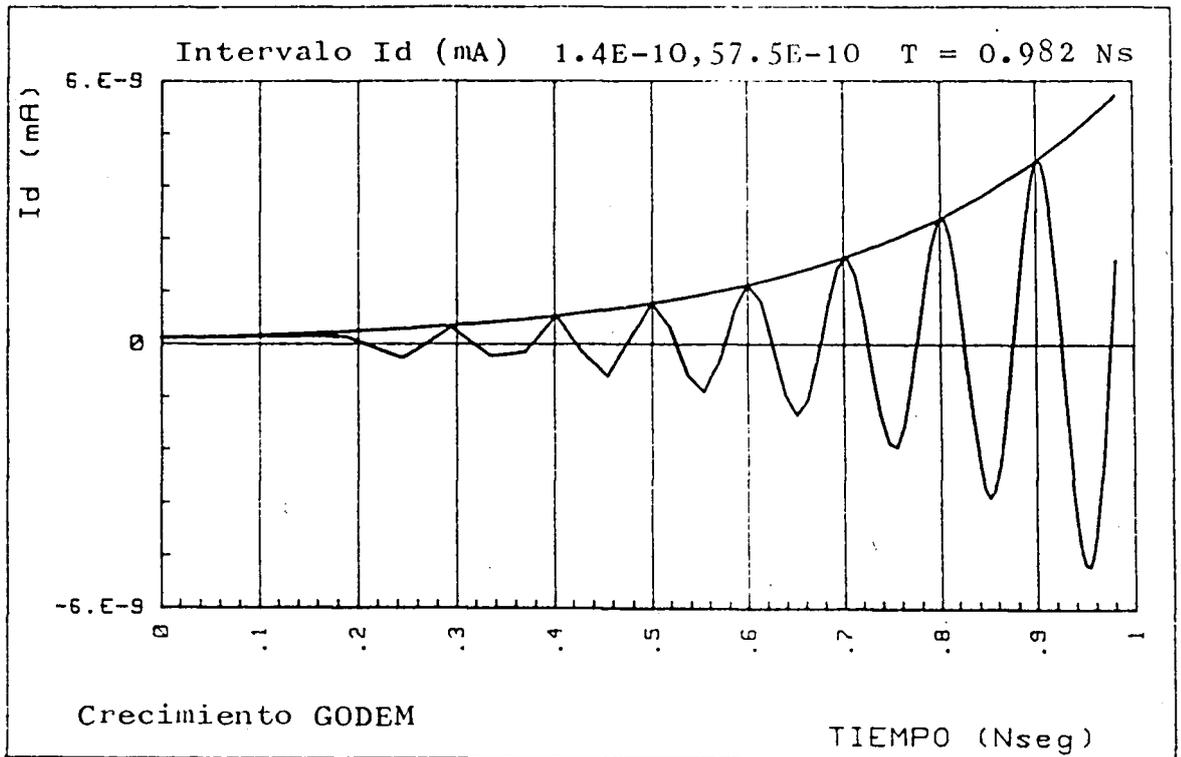


Fig. (6-9)

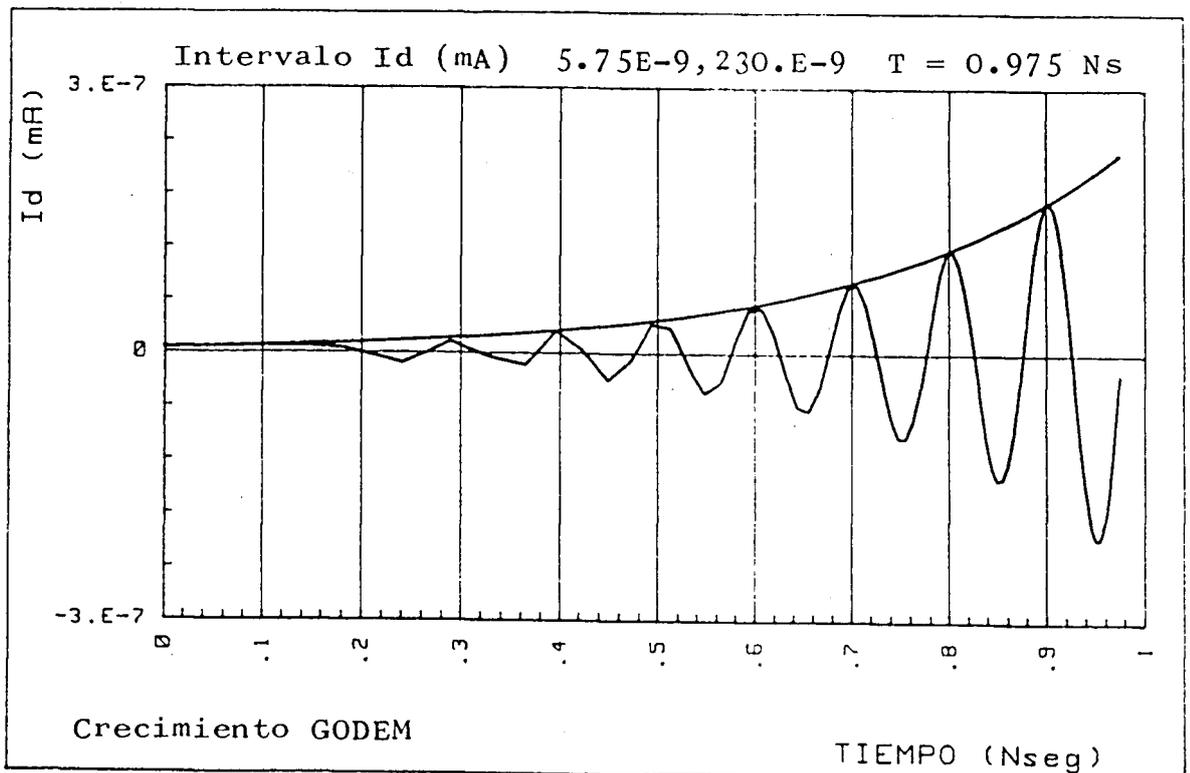


Fig. (6-10)

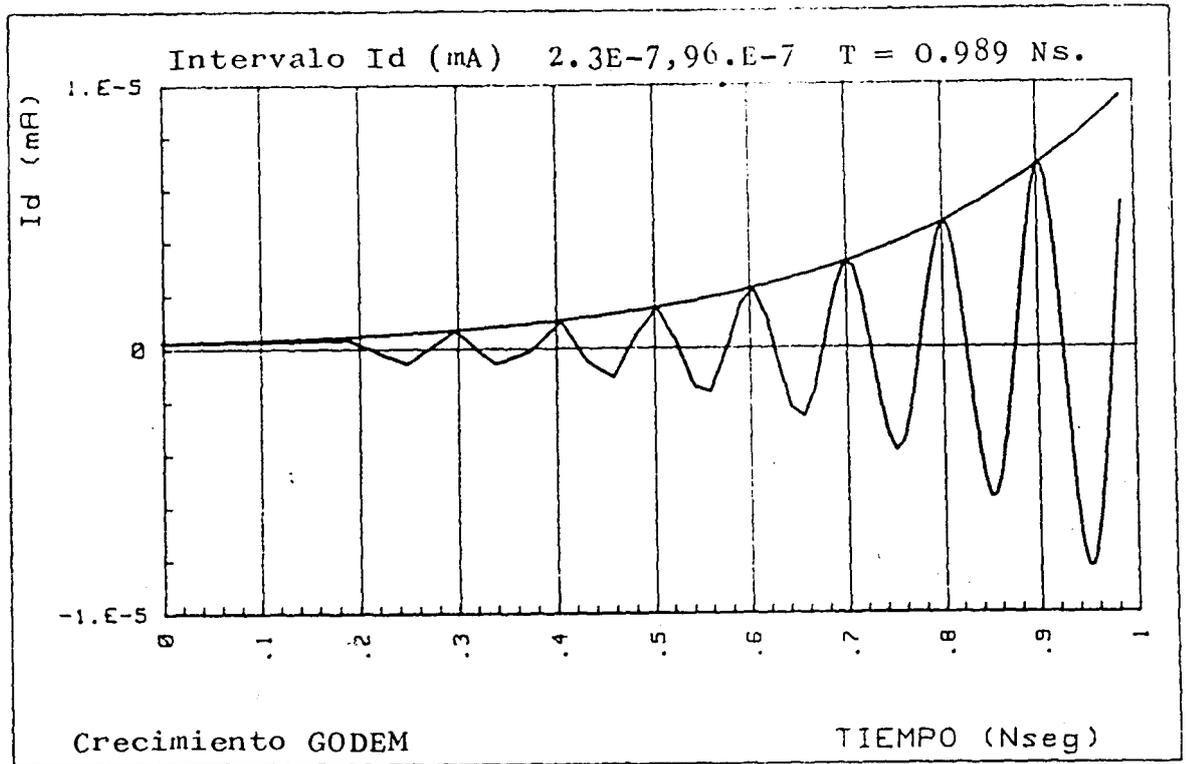


Fig. (6-11)

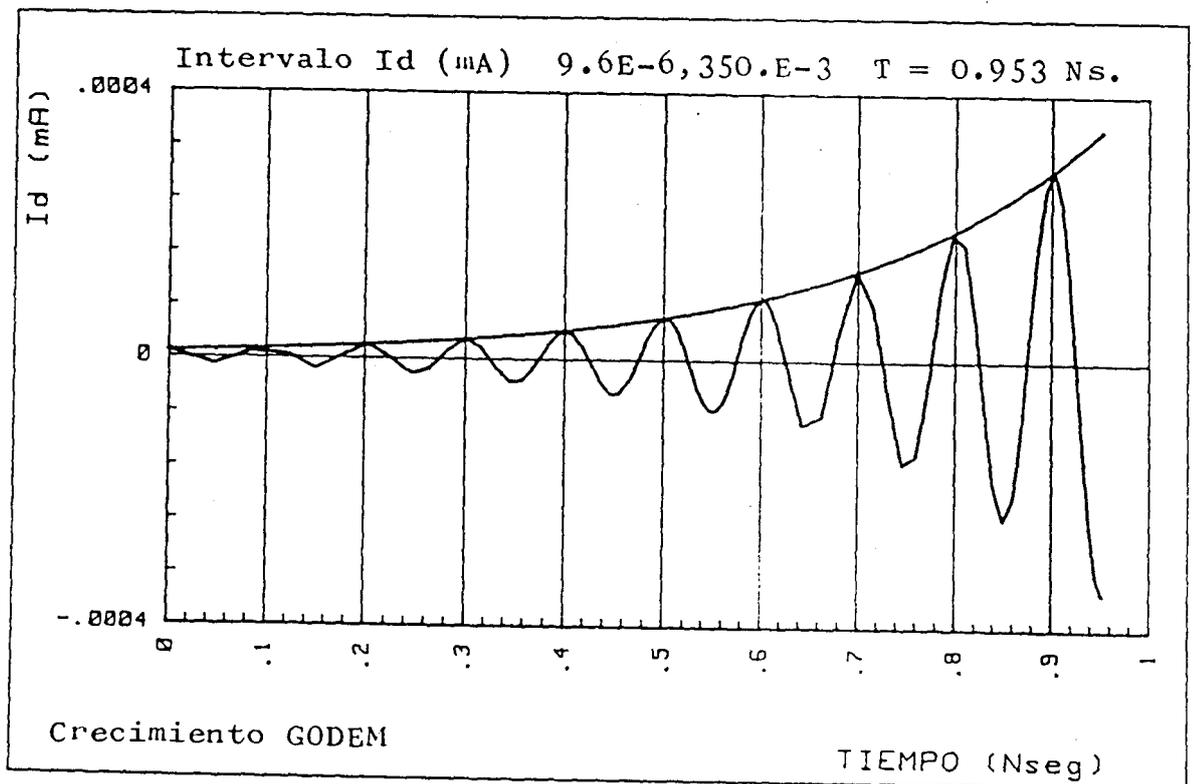


Fig. (6-12)

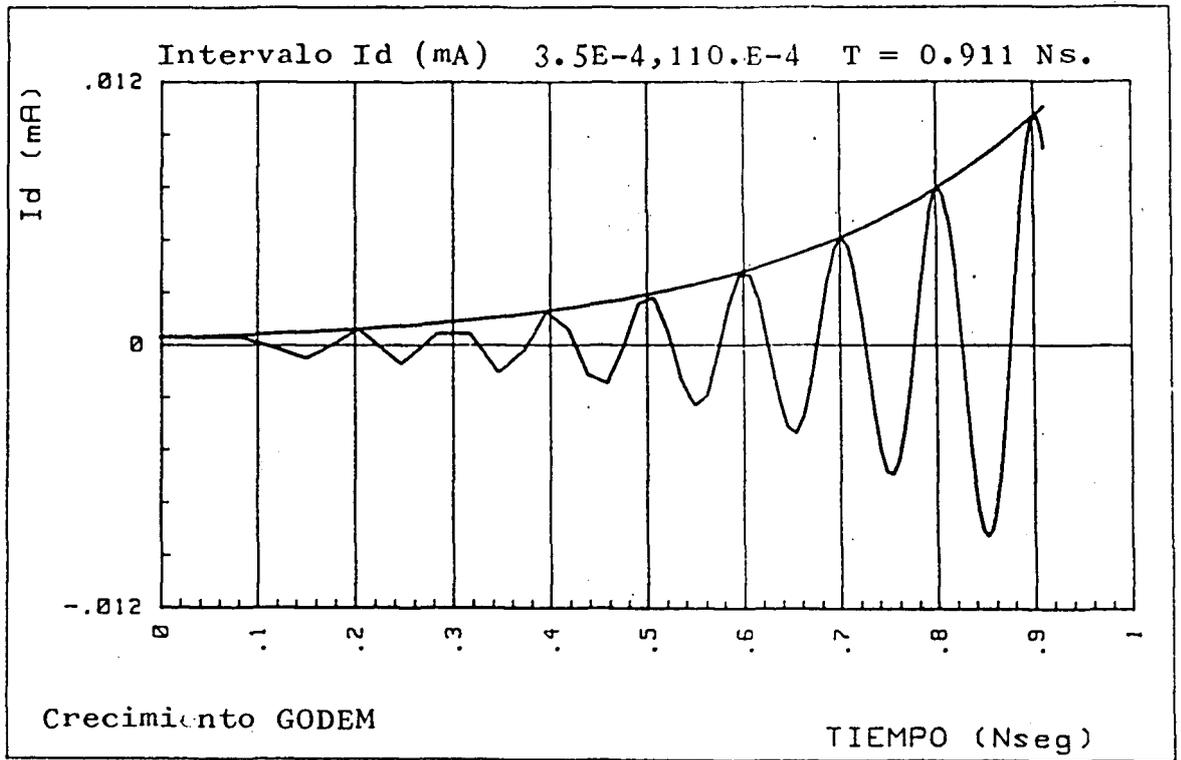


Fig. (6-13)

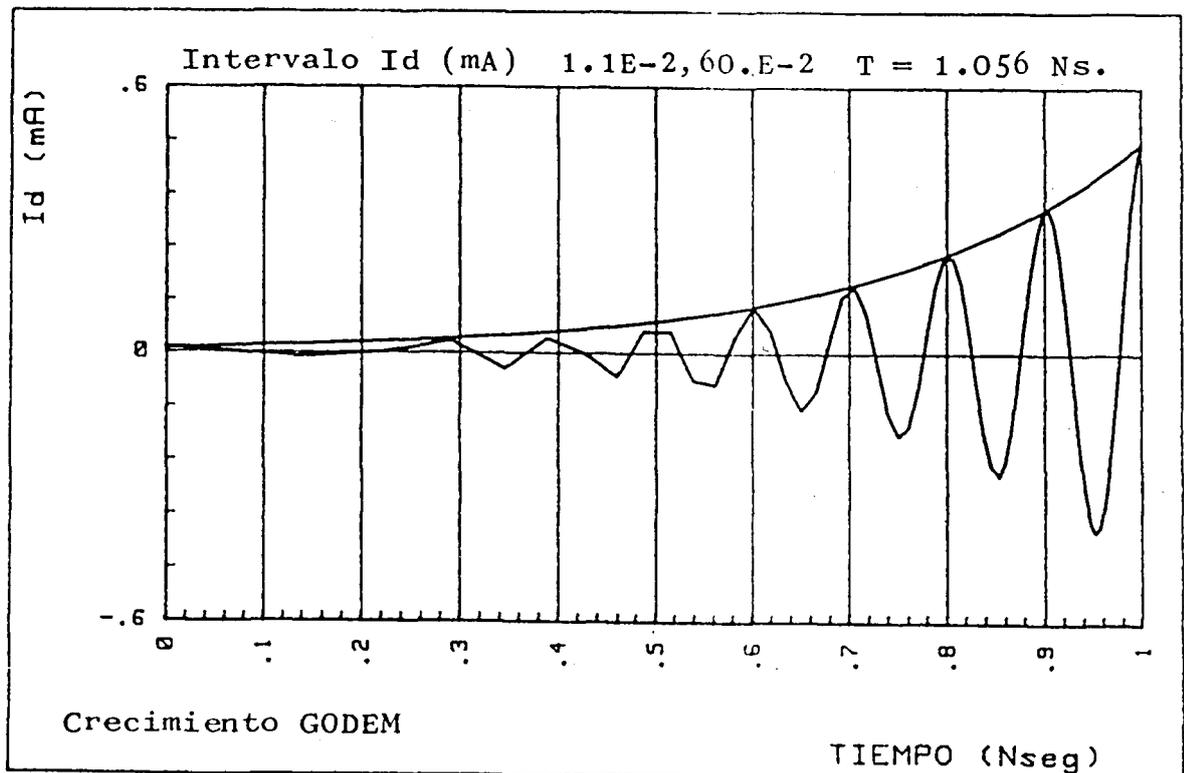


Fig. (6-14)

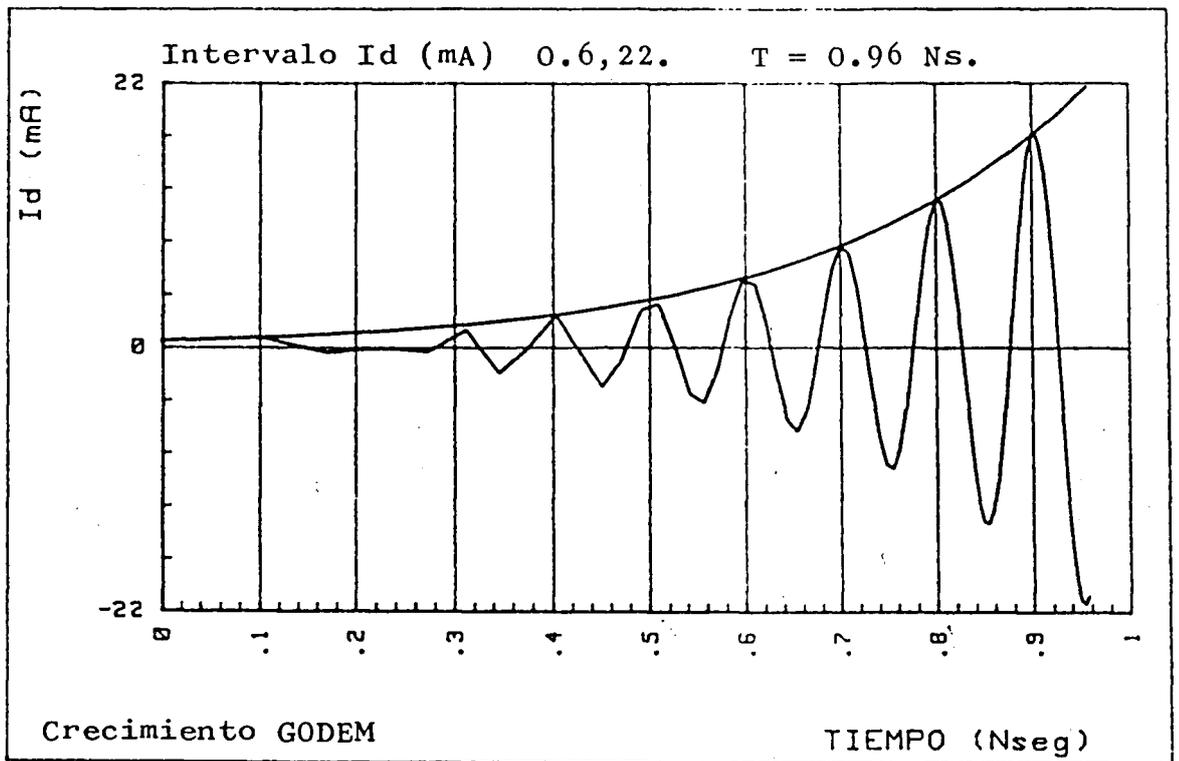


Fig. (6-15)

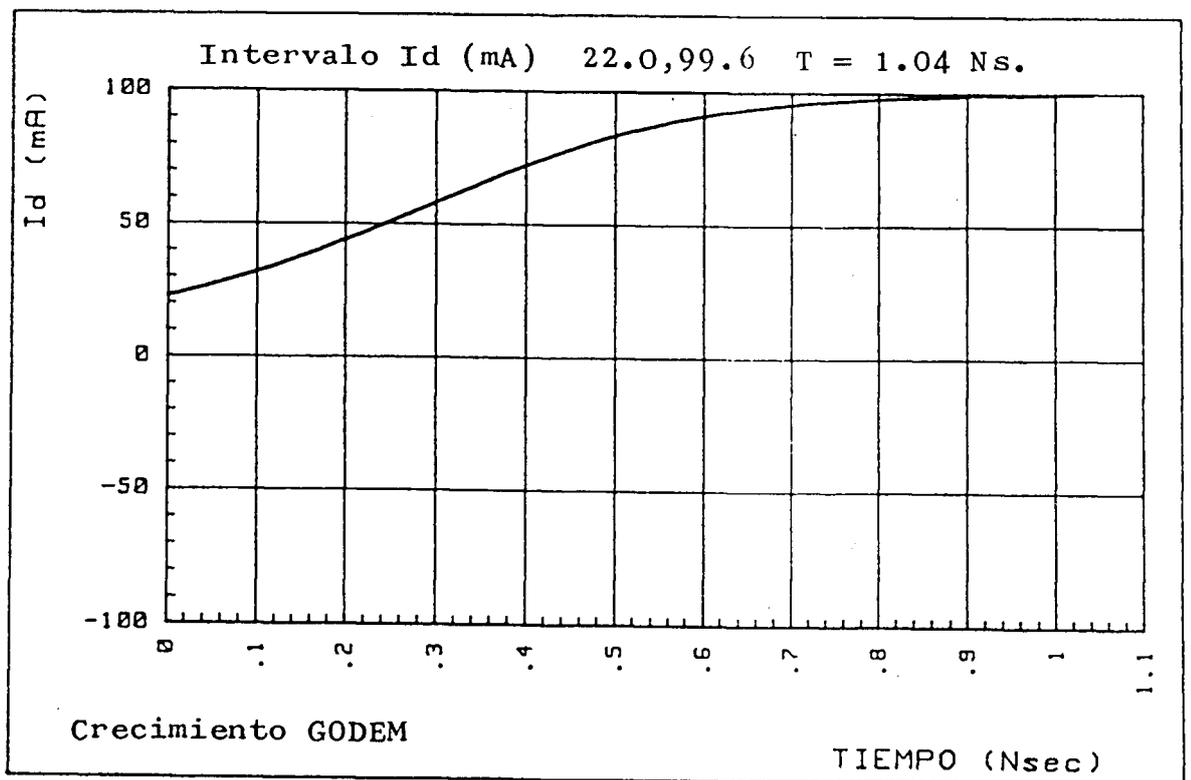


Fig. (6-16)

Para poder obtener un transitorio sobre "CIRCEC" hemos introducido en serie en el circuito un pulso trapezoidal $e(t)$, tal como se muestra en la Fig. (6-17)

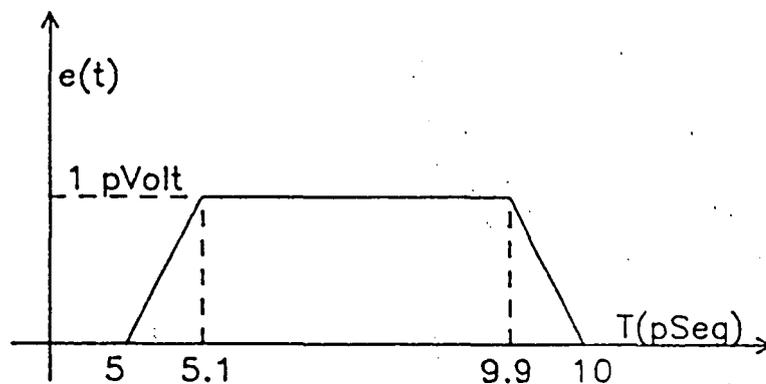


Fig. (6-17)

Los resultados obtenidos por este programa se encuentran en las Fig. (6-18) - Fig. (6-30), donde, hemos de tener en cuenta que, en cada intervalo, el parámetro determinante es el tiempo máximo de cálculo de transitorio y que las curvas obtenidas son la tensión VR en la resistencia de carga, es decir, diez veces la corriente en el circuito. El tiempo total de crecimiento según "GODEM" es de 8.75 Nseg para un valor de corriente entre 5.10^{-12} mA hasta 99.6 mA . Comparando ambas series de curvas observamos una correspondencia total entre el método frecuencial y el temporal, al menos en el rango de validez de la Función Descriptiva.

Siguiendo con este método de cálculo, vamos a analizar, con profundidad, las características del oscilador serie de la Fig. (6-6), el cual, repetimos aquí por conveniencia. Suponemos como en el caso anterior, que el elemento no lineal tiene una característica estática simple valuada y vamos a modificar selectivamente el circuito de carga manteniendo la misma frecuencia y potencia en oscilación, lo que

```
*COMMANDE
PARAMETER
A=22
B=1000

*COMMANDE
FUNCTION
V(I,A,B)=-A*I+B*I**3
DRIVE(T)=TABLE(1,5P,0,5,1P,1P,2,2P,1P,10P,0)

*COMMANDE
CIRCUIT
MASSE=NGND
VD ND2 NGND
R01 ND1 NGND 1.
R02 ND2 NGND 1.
NJD NGND ND1 V(VD,A,B)
LD ND10 ND1 ND2
CIRCUIT
*COMMANDE
CONSOLE
EGUT NGND NOUT TR=DRIVE(T)
```

Fichero de datos CIRCEC

NUMERO NODOS 15
CIRCUITO 15
MATERIALES 15
MATERIALES 15

*** CPU 16 + 8 * 24 SECONDE(S) ***

*COMMANDE

?EDIT

?VNOUT-VN2 COURBE

?

VNOUT - VN2 (T) : *

80.00 P | 100.0 P | 200.0 P | 300.0 P | 400.0 P | 500.0 P | 560.0 P |

2.000E-13-

Tmax = 500 ps Crecimiento CIRCEC

1.500E-13-

1.000E-13-

5.000E-14-

0.0 -

-5.000E-14-

-1.000E-13-

-1.500E-13-

-2.000E-13-

-2.500E-13-

-3.000E-13-

80.00 P | 100.0 P | 200.0 P | 300.0 P | 400.0 P | 500.0 P | 560.0 P |

Fig. (6-18)

*** CPU 24 + 8 = 32 SECONDE(S) ***

#COMMANDE

?EDIT

?VNOUT-VN2 COURBE

? VN2 (T) : *

VNOUT - VN2 (T) : *

500.0 P | 600.0 P | 700.0 P | 800.0 P | 900.0 P | 1.000 N | 1.100 N |

1.200 P -

Tmax = 1 Nseg.

Crecimiento CIRCEC

9.000E-13-

6.000E-13-

3.000E-13-

0.0 -

-3.000E-13-

-6.000E-13-

-9.000E-13-

-1.200 P -

-1.500 P -

-1.800 P -

500.0 P | 600.0 P | 700.0 P | 800.0 P | 900.0 P | 1.000 N | 1.100 N |

Fig. (6-19)

*** CPU 32 + 9 = 41 SECONDE(S) ***

*COMMANDE

?EDIT

?VNCUT-VND COURBE

?

VNCUT - VN2 (T) : *

1.000 N | 1.200 N | 1.400 N | 1.600 N | 1.800 N | 2.000 N | 2.200 N |

50.00 P -

Tmax = 2 Nseg. Crecimiento CIRCEC

37.50 P -

25.00 P -

12.50 P -

0.0

-12.50 P -

-25.00 P -

-37.50 P -

-50.00 P -

-62.50 P -

-75.00 P -

1.000 N

1.200 N

1.400 N

1.600 N

1.800 N

2.000 N

2.200 N

Fig. (6-20)

```

*** CPU 41 + 10 = 51 SECONDE(S) ***
#COMMANDE
?EDIT
?VNOUT-MN2 COURBE
?
VNOUT - VN2 ( T ) : *
2.000 N | 2.200 N | 2.400 N | 2.600 N | 2.800 N | 3.000 N | 3.200 N |
|.....|.....|.....|.....|.....|.....|.....|
2.000 N -

```

Tmax = 3 Nseg. Crecimiento CIRCEC

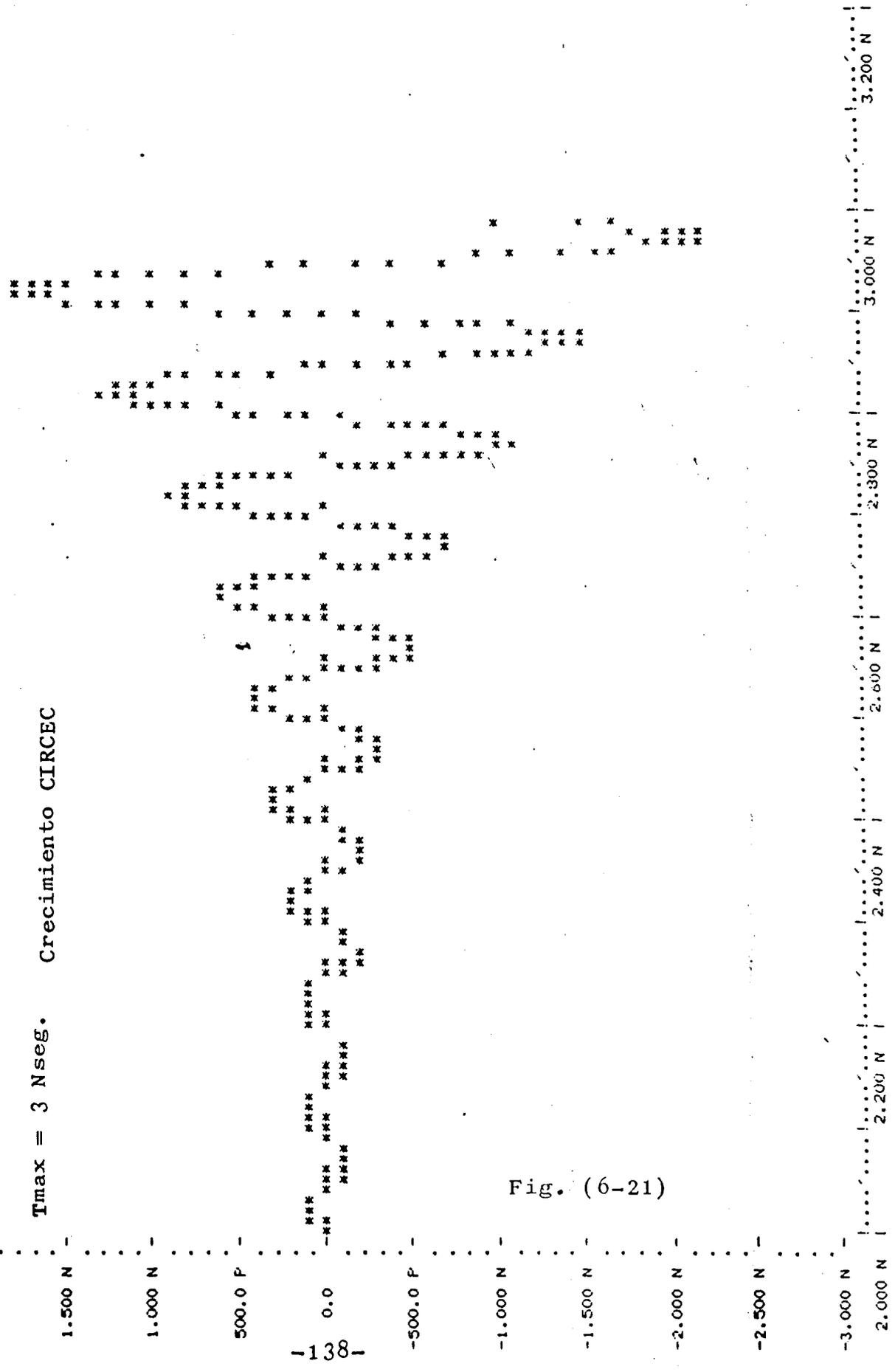


Fig. (6-21)

*** CPU 51 + 12 = 63 SECONDE(S) ***

#COMMANDE

?EDIT

?VNOUT-VN2 COURBE

VNOUT (T) : *
3.000 N | 3.200 N | 3.400 N | 3.600 N | 3.800 N | 4.000 N | 4.200 N |
80.00 N -

Tmax = 4 Nseg. Crecimiento CIRCEC

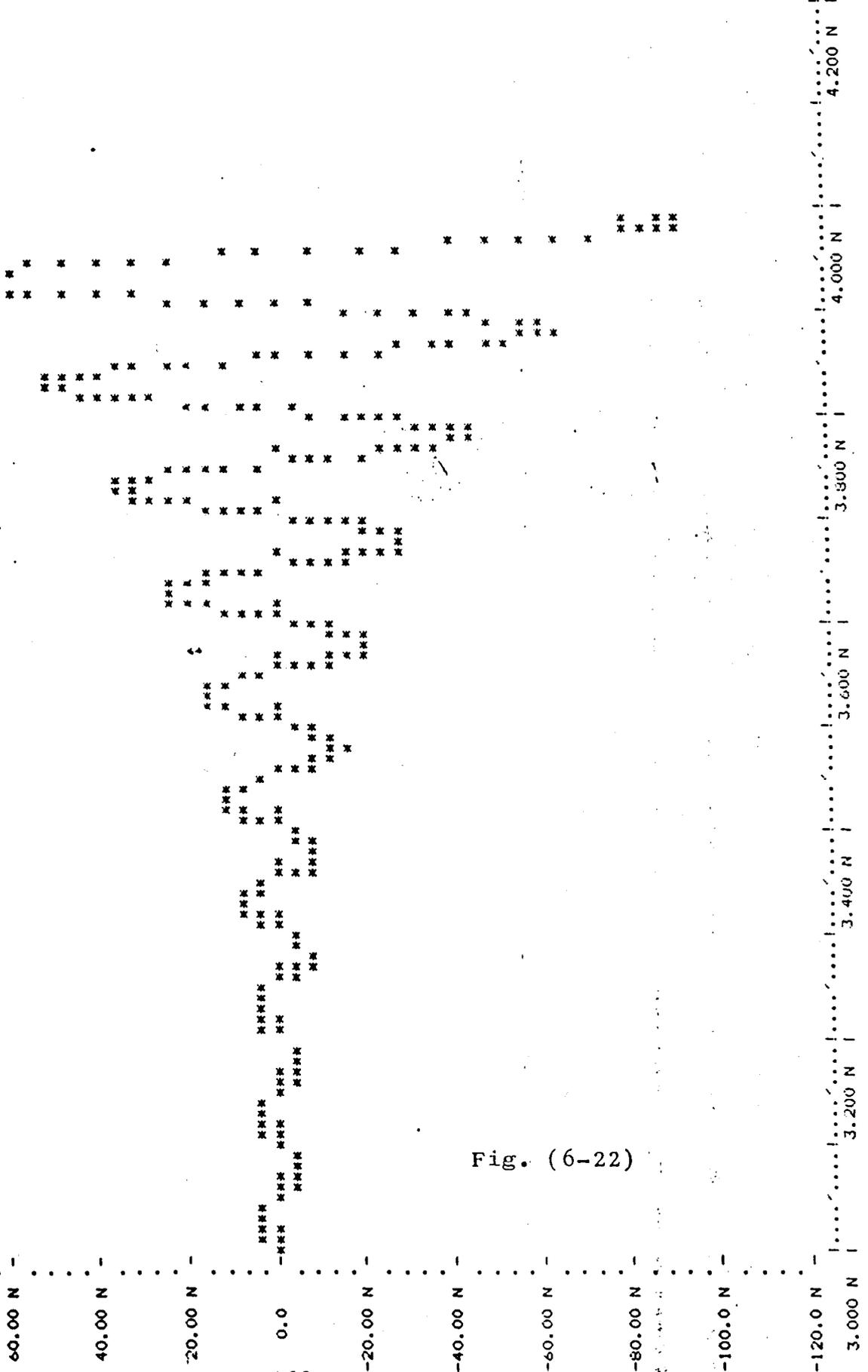


Fig. (6-22)

CPU 63 + 10 = 73 SECONDE(S)

#COMMANDE

7EDIT

?VNOUT-VN2 COURBE

?

VNOUT - VN2 (T) : *
4.000 N | 4.200 N | 4.400 N | 4.600 N | 4.800 N | 5.000 N | 5.200 N |
6.000 MC -

Tmax = 5 Nseg. Crecimiento CIRCEC

5.000 MC -

4.000 MC -

3.000 MC -

2.000 MC -

1.000 MC -

0.0 -

-1.000 MC -

-2.000 MC -

-3.000 MC -

-4.000 MC -

4.000 N | 4.200 N | 4.400 N | 4.600 N | 4.800 N | 5.000 N | 5.200 N |

Fig. (6-23)

*** CPU 73 + 11 = 84 SECONDE(S) ***

#COMMANDE

?EDIT

?VNOUT-VN2 COURBE

?

VNOUT - VN2 (T) : *

5.000 N | 5.200 N | 5.400 N | 5.600 N | 5.800 N | 6.000 N | 6.200 N |

180.0 MC -

Tmax = 6 Nseg. Crecimiento CIRCEC

150.0 MC -

120.0 MC -

90.00 MC -

60.00 MC -

30.00 MC -

0.0 -

-30.00 MC -

-60.00 MC -

-90.00 MC -

-120.0 MC -

5.000 N |

5.200 N |

5.400 N |

5.600 N |

5.800 N |

6.000 N |

6.200 N |

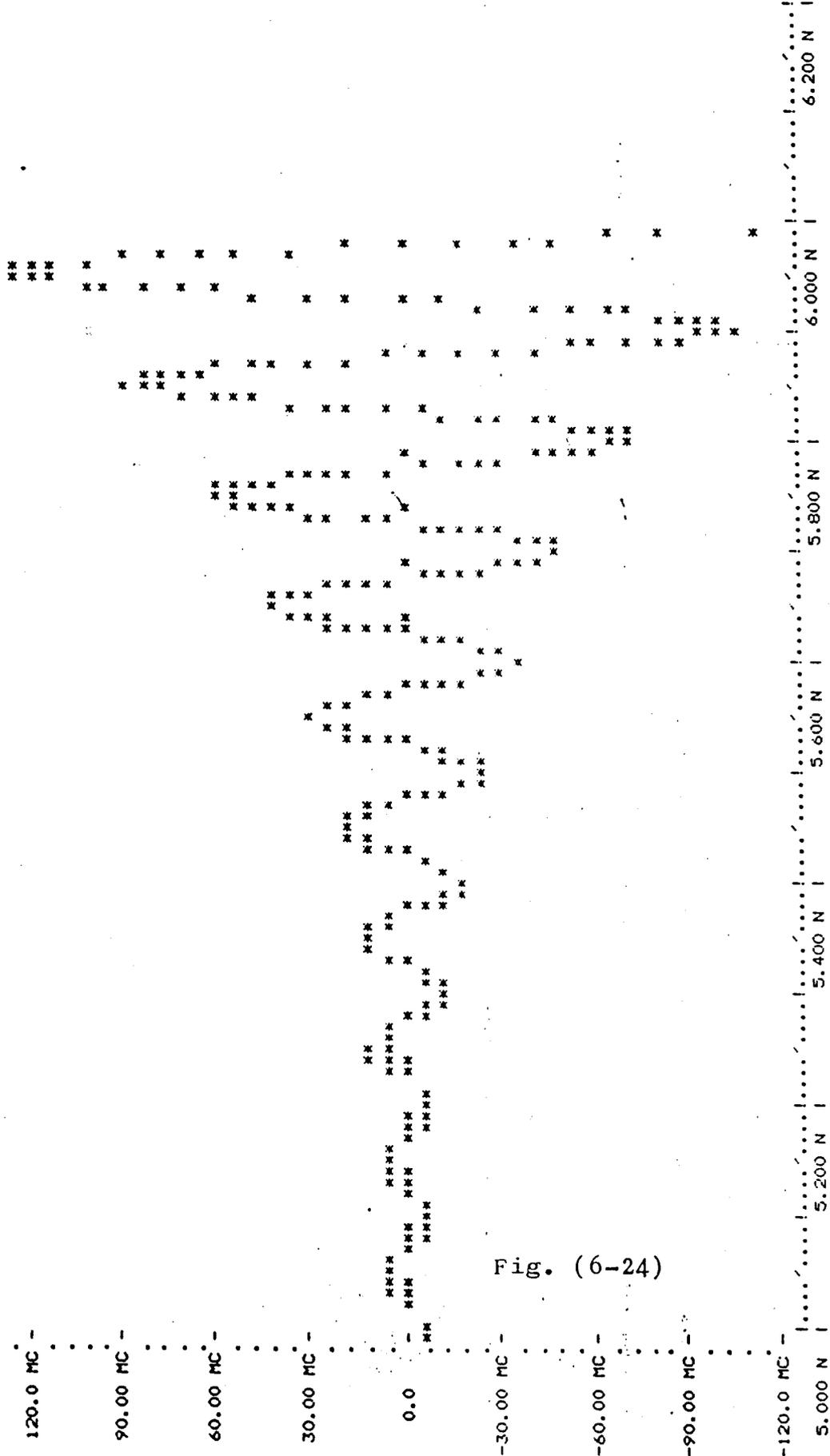


Fig. (6-24)

*** CPU 84 + '12 = 96 SECONDE(S) ***

#COMMANDE
?EDIT
?VNCUT-VN2 COURBE
?

VNCUT - VN2 (T) : *
6.000 N | 6.200 N | 6.400 N | 6.600 N | 6.800 N | 7.000 N | 7.200 N |
7.500 ML -

Tmax = 7 Nseg. Crecimiento CIRCEC

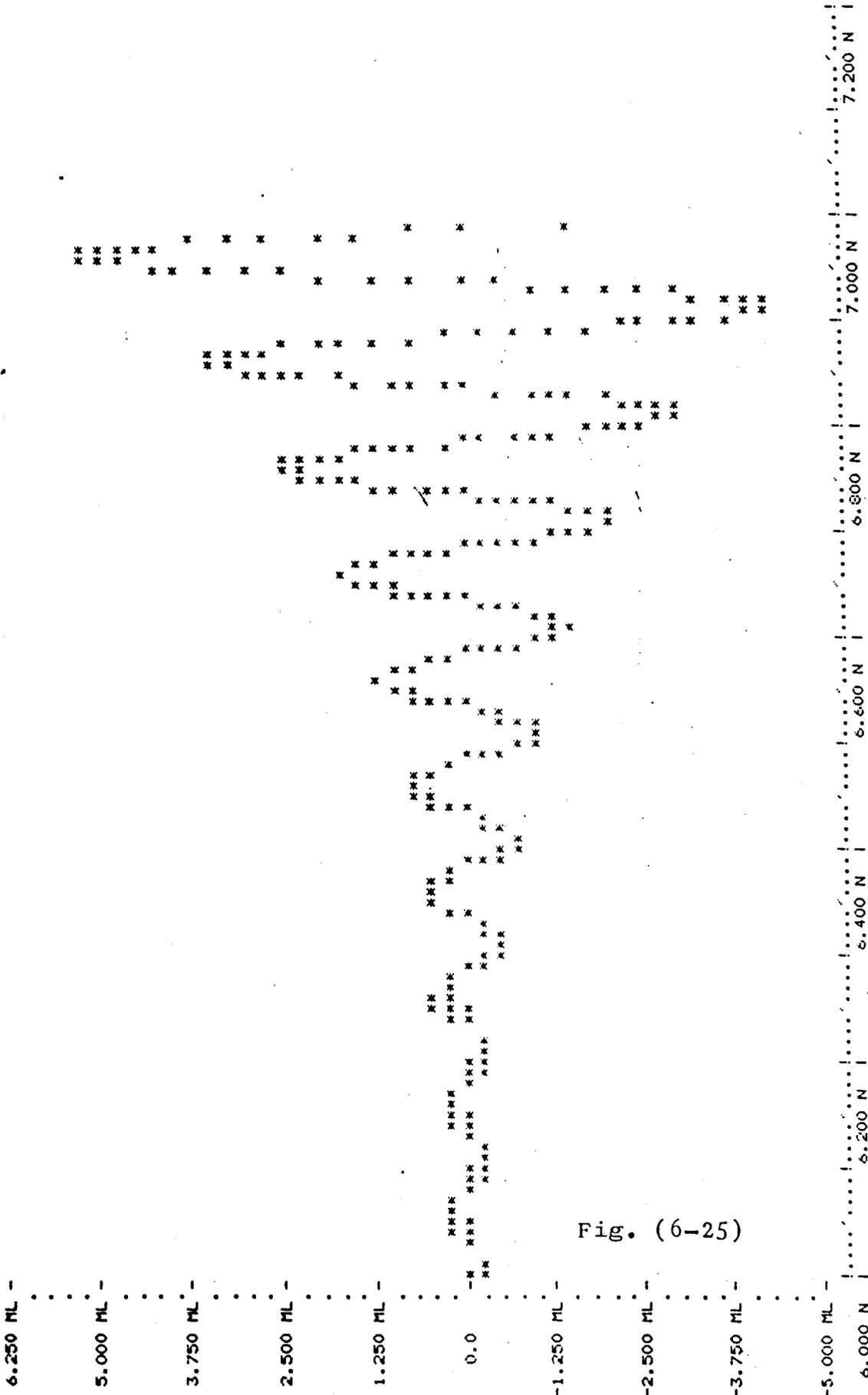


Fig. (6-25)

*** CPU 96 + 13 = 109 SECONDE(S) ***

!CORRMANDE
?EDIT
?VNOUT-VN2 COURBE
?

VNOUT - VN2 (T) : *
7.000 N | 7.200 N | 7.400 N | 7.600 N | 7.800 N | 8.000 N | 8.200 N |
300.0 ML - | | | | | | |

Tmax = 8 Nseg. Crecimiento CIRCEC

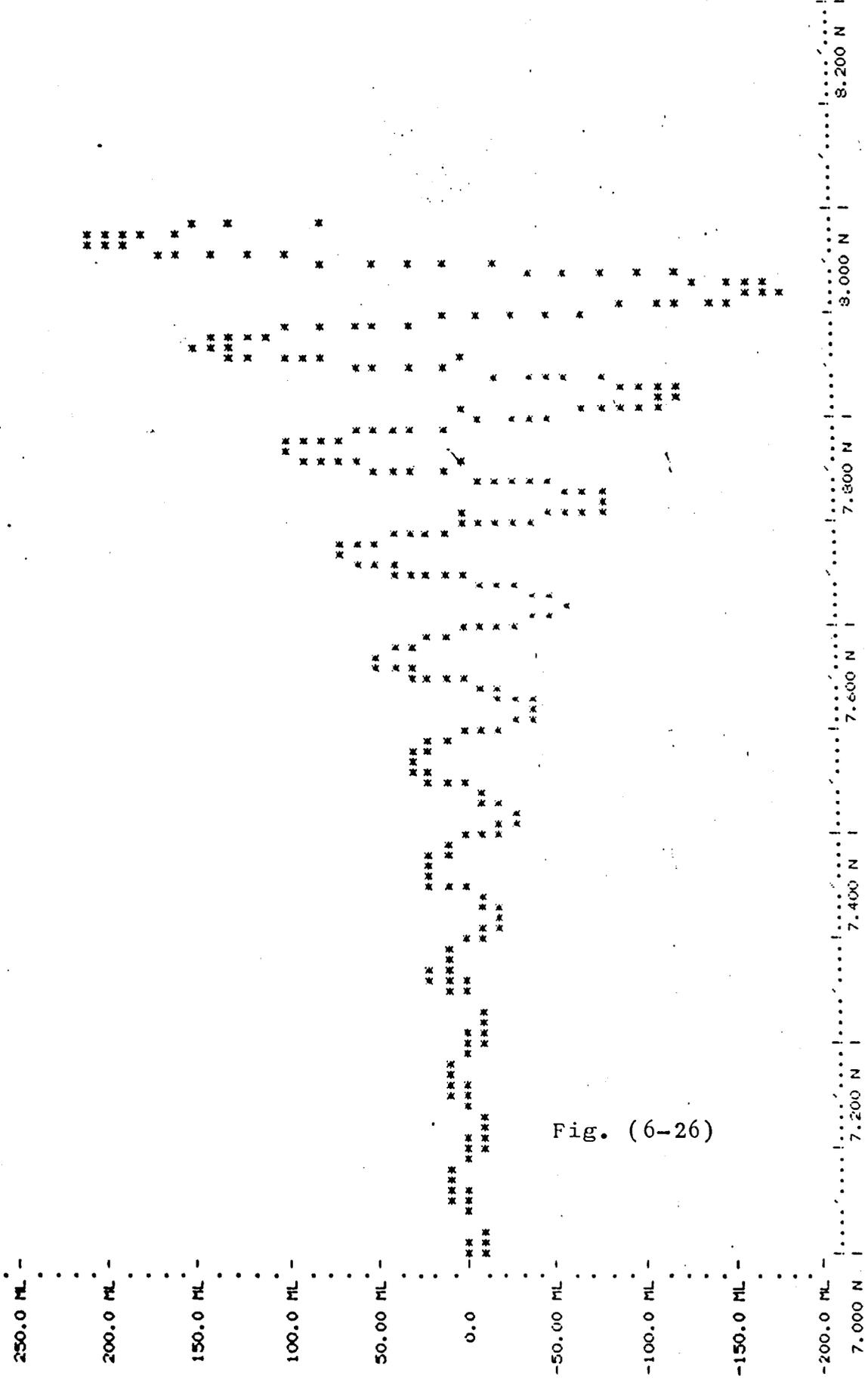


Fig. (6-26)

*** CPU 109 + 13 = 122 SECONDE(S) ***

*COMMANDE

?EDIT

?VNCUT-VN2 COURBE

VNCUT - VN2 (T) : *
8.000 N | 8.100 N | 8.200 N | 8.300 N | 8.400 N | 8.500 N | 8.600 N |

1.200

Tmax = 8.5 Nseg. Crecimiento CIRCEC

1.000

800.0 ML

600.0 ML

400.0 ML

200.0 ML

0.0

-200.0 ML

-400.0 ML

-600.0 ML

-800.0 ML

8.000 N

8.100 N

8.200 N

8.300 N

8.400 N

8.500 N

8.600 N

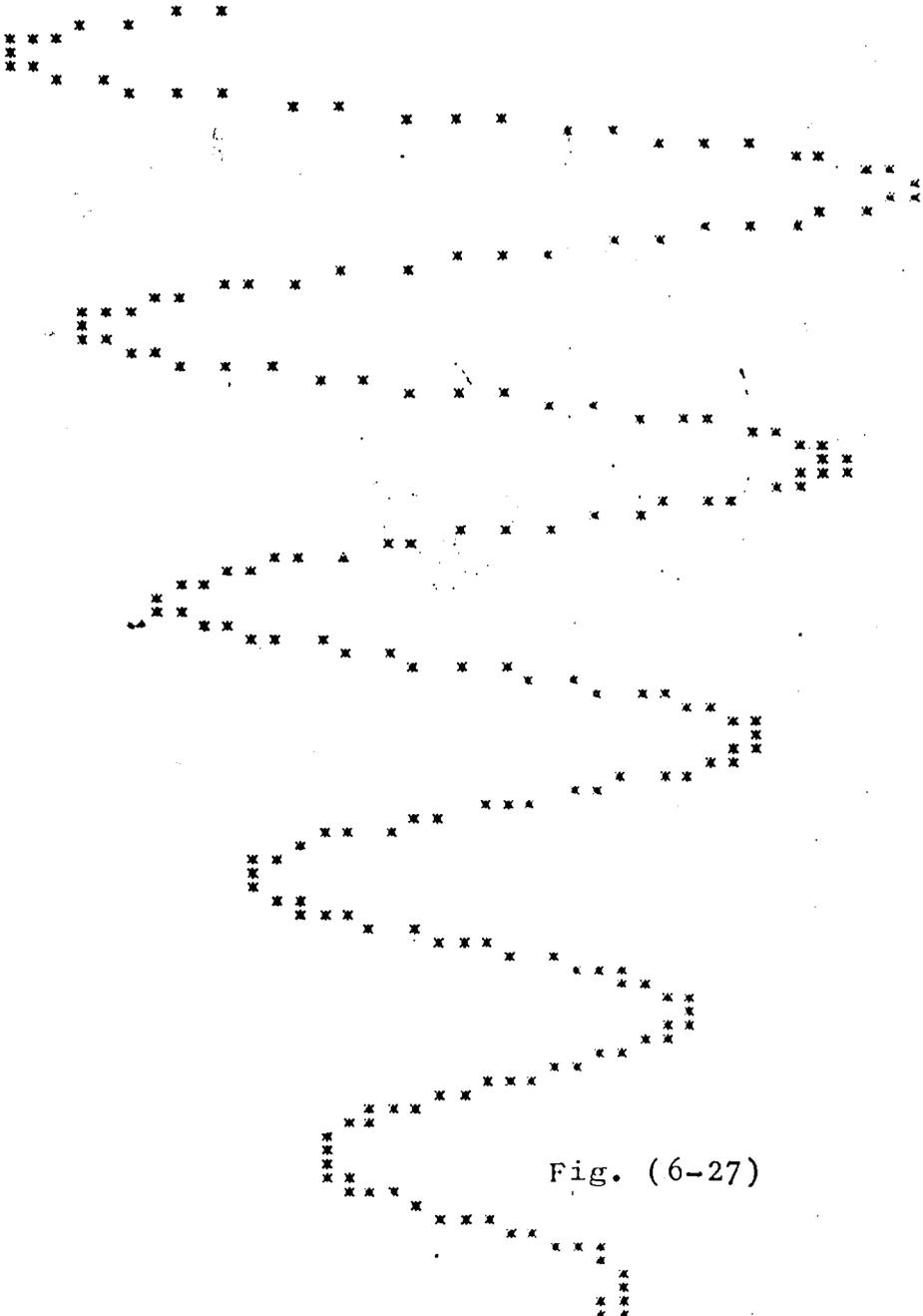


Fig. (6-27)

*** CPU 122 + 14 = 136 SECONDE(S) ***

COMMANDE
?EDIT
?VOUT-VN2 COURBE
?

VNOUT - VN2 (T) : *
8.500 N | 8.600 N | 8.700 N | 8.800 N | 8.900 N | 9.000 N | 9.100 N |

1.500

Tmax = 9 Nseg. Crecimiento CIRCEC

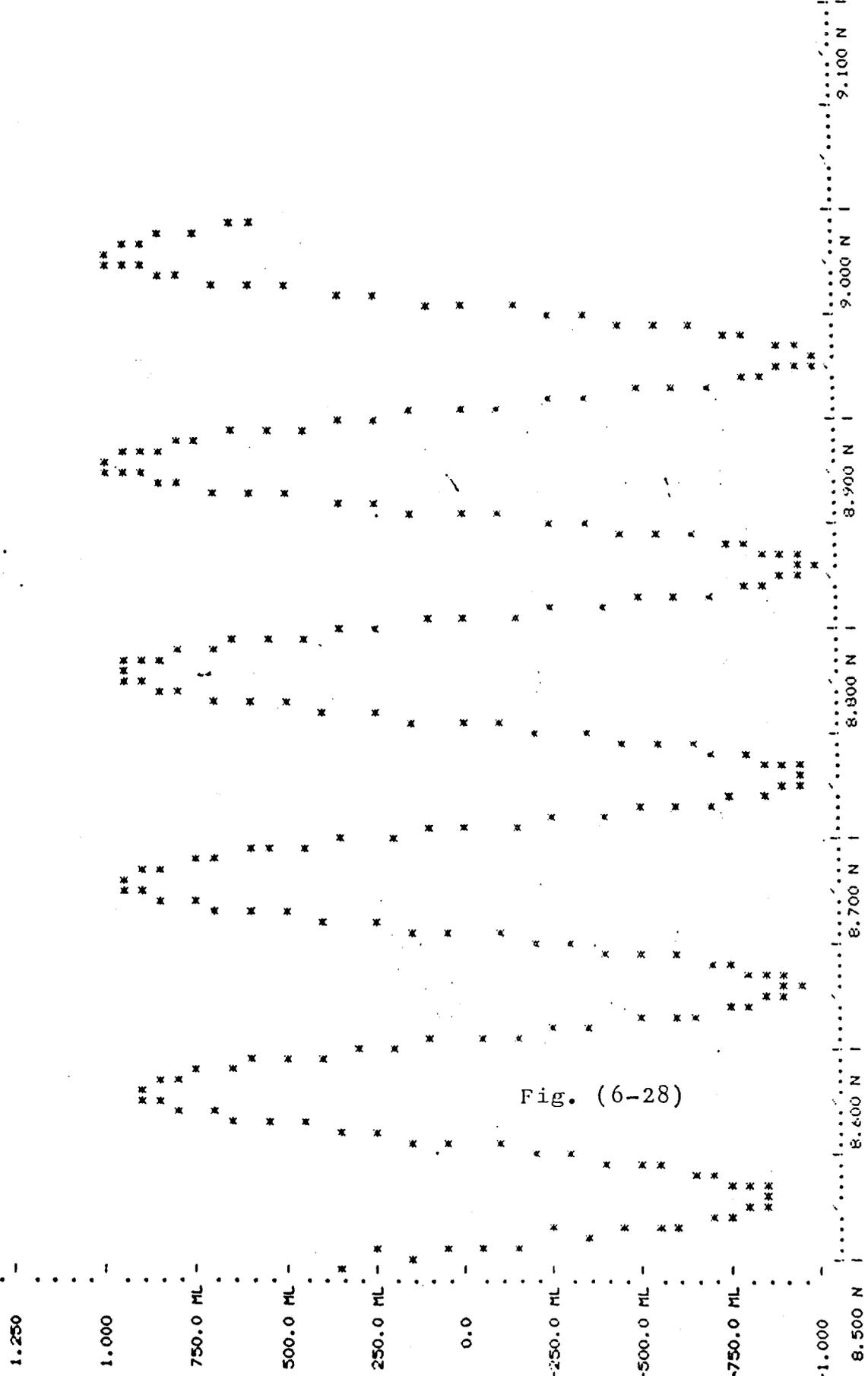


Fig. (6-28)

*** CPU 136 + 14 = 150 SECONDE(S) ***

COMMANDE
?EDIT
?PAOUT-VN2 COURBE

VNOUT - VN2 (T) : *
9.000 N | 9.040 N | 9.080 N | 9.120 N | 9.160 N | 9.200 N | 9.240 N |

Tmax = 9.2 Nseg. Crecimiento CIRCEC

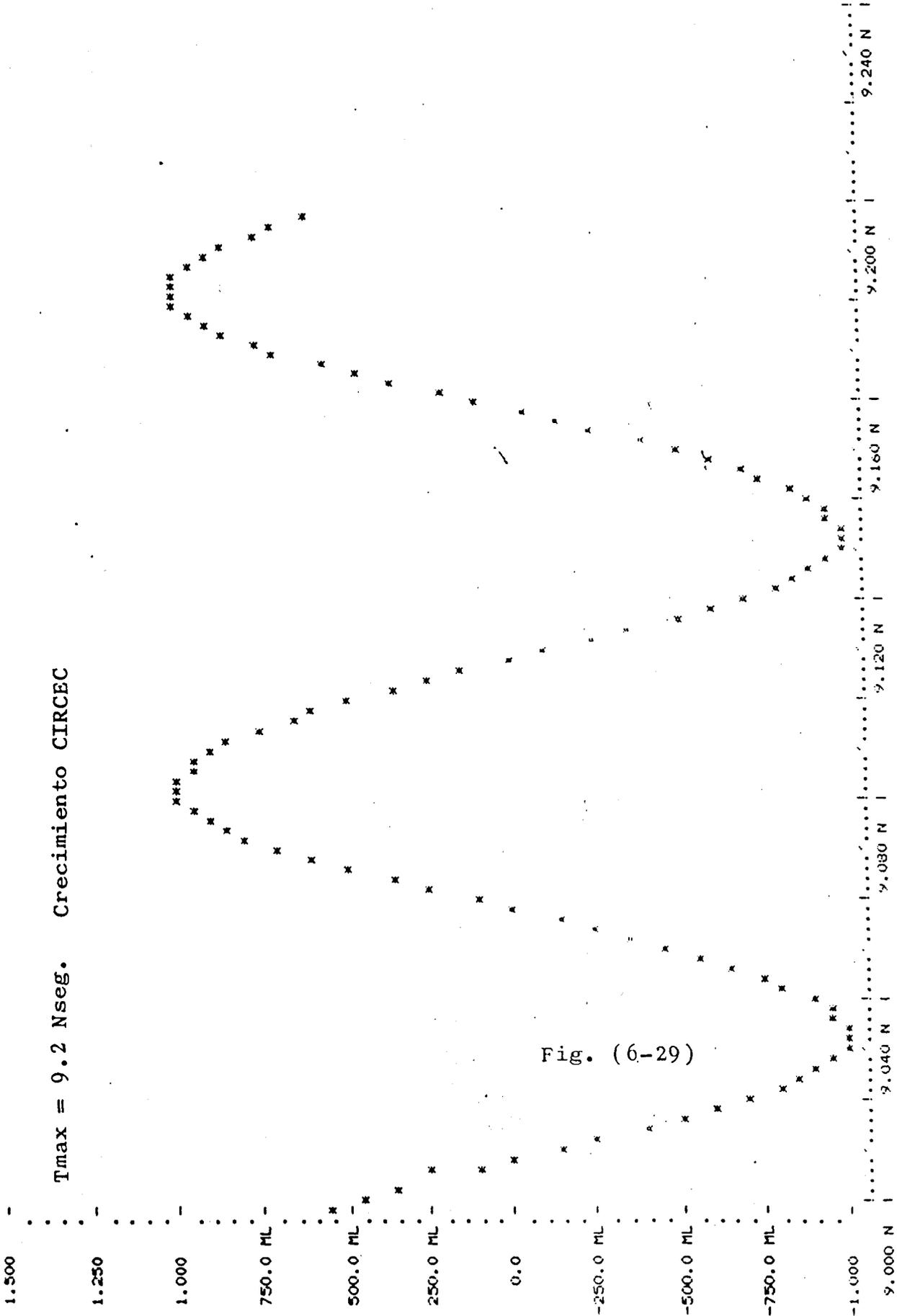


Fig. (6-29)

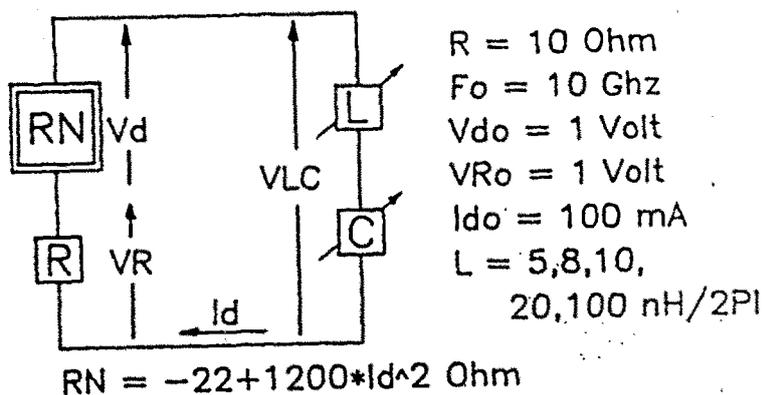


Fig. (6-31)

equivale a modificar el factor de calidad del circuito externo sin perturbar su frecuencia de resonancia. Este proceso puede implementarse, por ejemplo, moviendo la cavidad eléctrica de la Fig. (6-2-C) una distancia múltiplo de la semilongitud de onda. Las Fig. (6-32) y Fig. (6-33) muestran Real (p) e Imag (p) como una función de la amplitud I_d (las flechas indican sentido creciente de L).

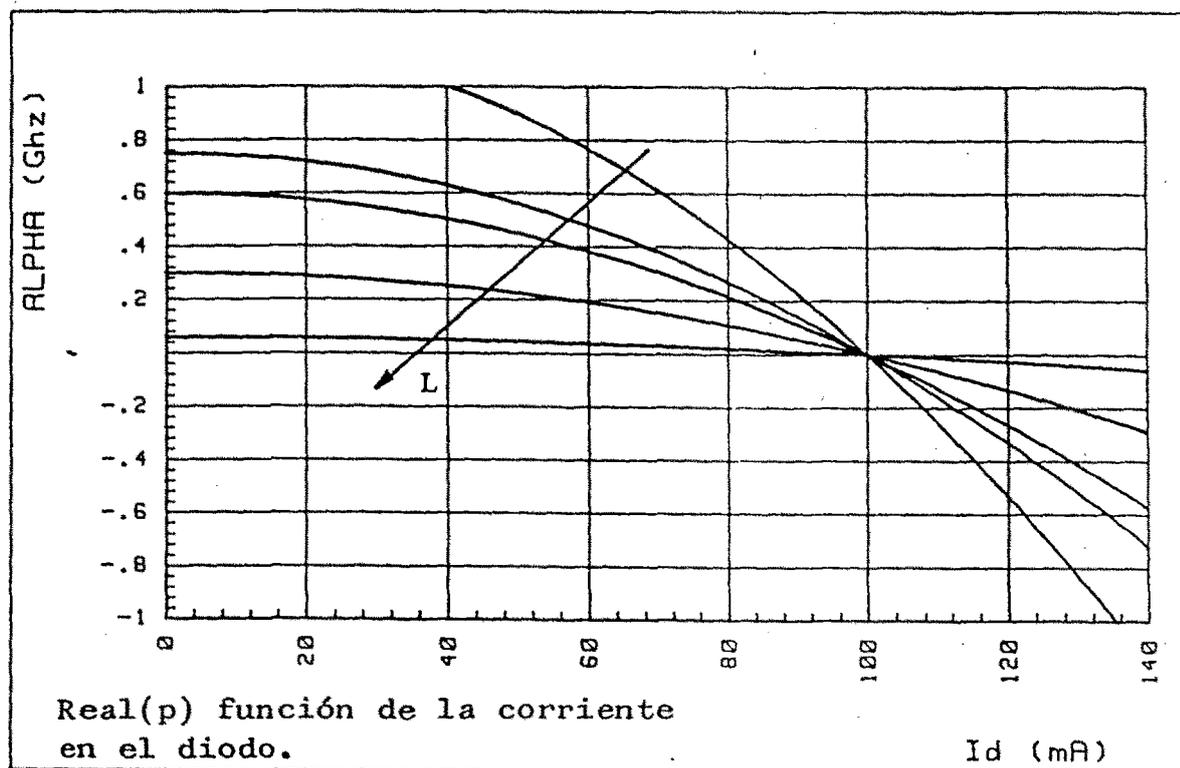


Fig. (6-32)

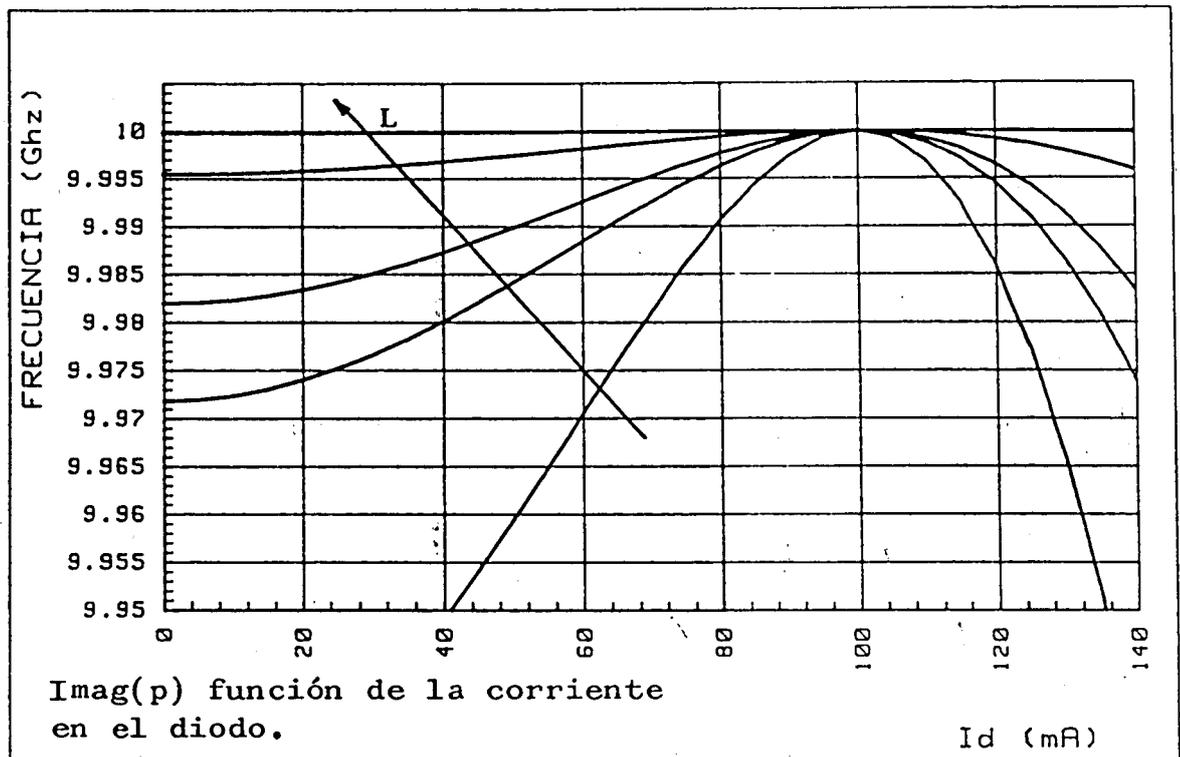


Fig. (6-33)

De las curvas se deduce inmediatamente que a medida que L es mayor, la perturbación de la pulsación compleja respecto del estado estacionario es menor en toda la banda de corriente, es decir, el circuito va a ser menos sensible a una perturbación externa. Por otro lado, de acuerdo con (4-37) podemos ya predecir que el oscilador con mayor constante de tiempo será aquel que tenga un factor de calidad más alto. Las Figs. (6-34) - Fig. (6-36) muestran la variación de la tensión en el elemento no lineal V_d , en la resistencia V_R y en la serie VLC como una función de I_d , tomando L como parámetro. Obviamente, V_R y V_d son independientes de L puesto que suponemos la no linealidad estática. La forma de variación de VLC sí que es diferente para cada valor de L , pero en este circuito es prácticamente inapreciable.

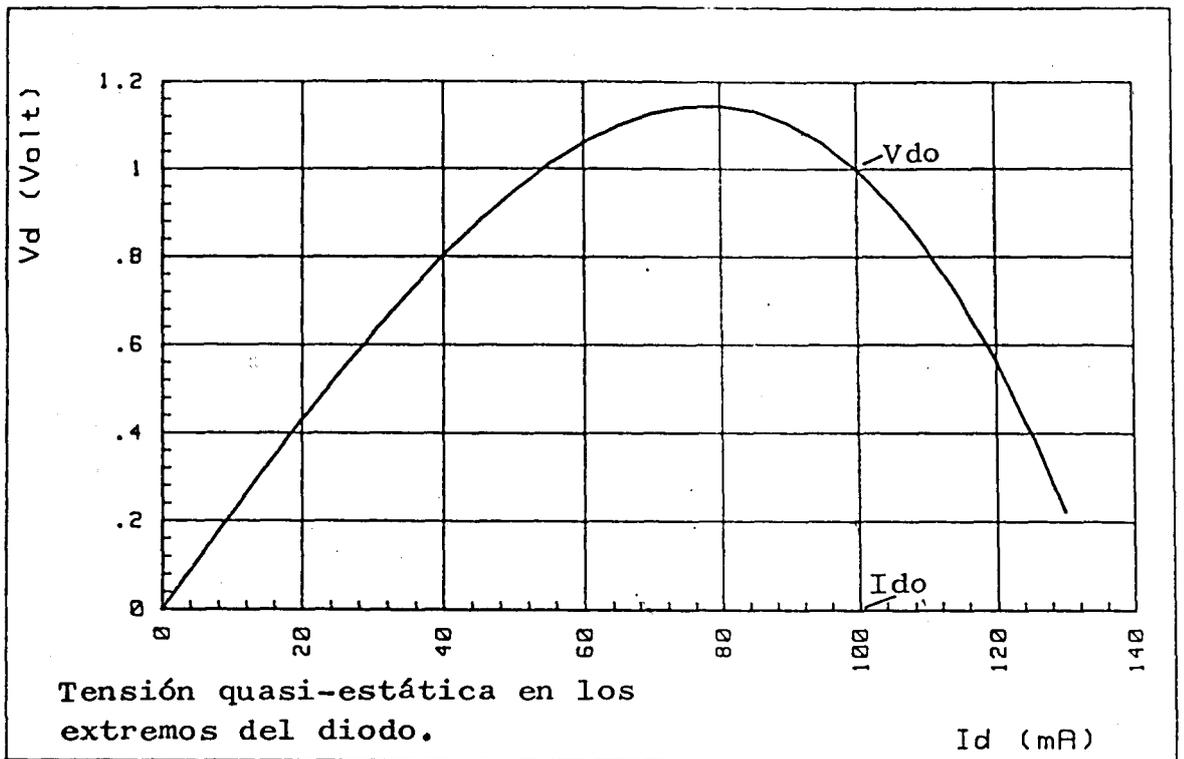


Fig. (6-34)

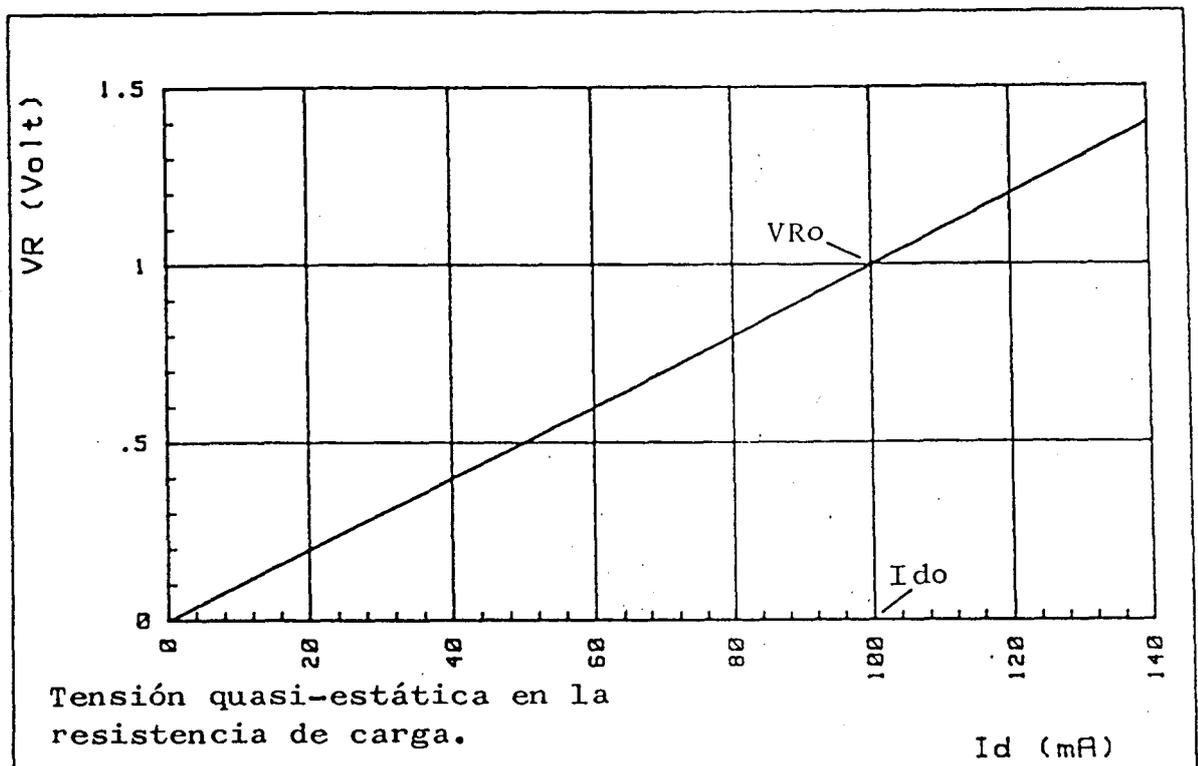


Fig. (6-35)

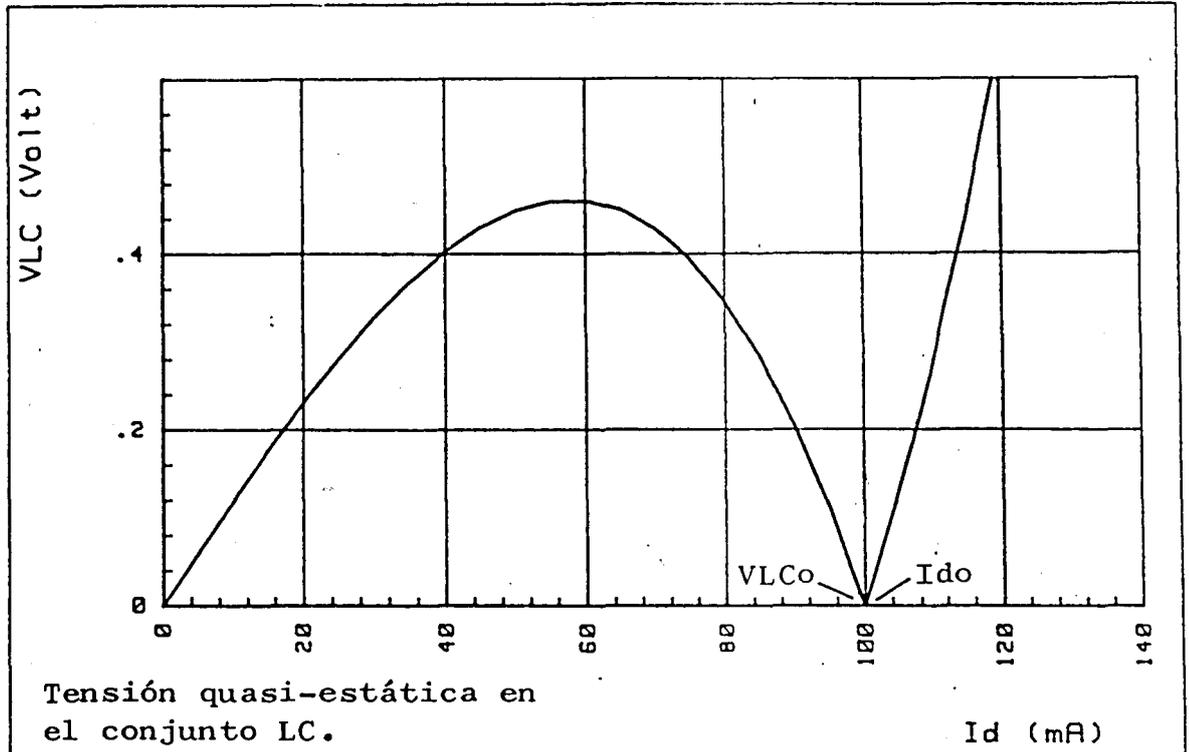


Fig. (6-36)

En el siguiente paso se ha calculado el tiempo de crecimiento de las variables del oscilador. Las Figs. (6-37) - Fig. (6-39) nos muestran el comportamiento temporal de I_d , V_d y V_{Lc} (las flechas indican sentido de crecimiento de L). Comprobamos, como se había previsto anteriormente, que un valor menor de L (Factor de calidad mas bajo) conlleva un tiempo de crecimiento menor, lo que implica una velocidad mayor de respuesta a una perturbación. Asimismo, la velocidad de acercamiento al estacionario es más pequeña a medida que L crece. Todos los crecimientos temporales se han hecho entre el 2% de I_{d0} y el 98% de I_{d0} .

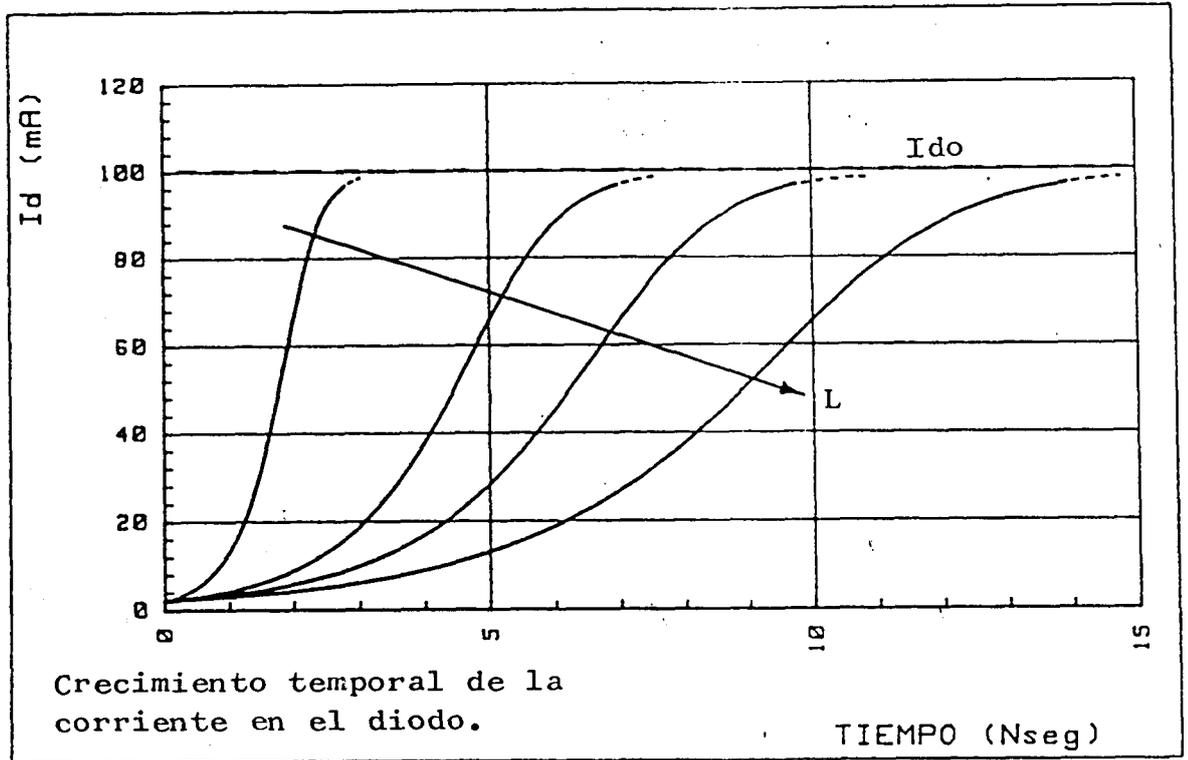


Fig. (6-37)

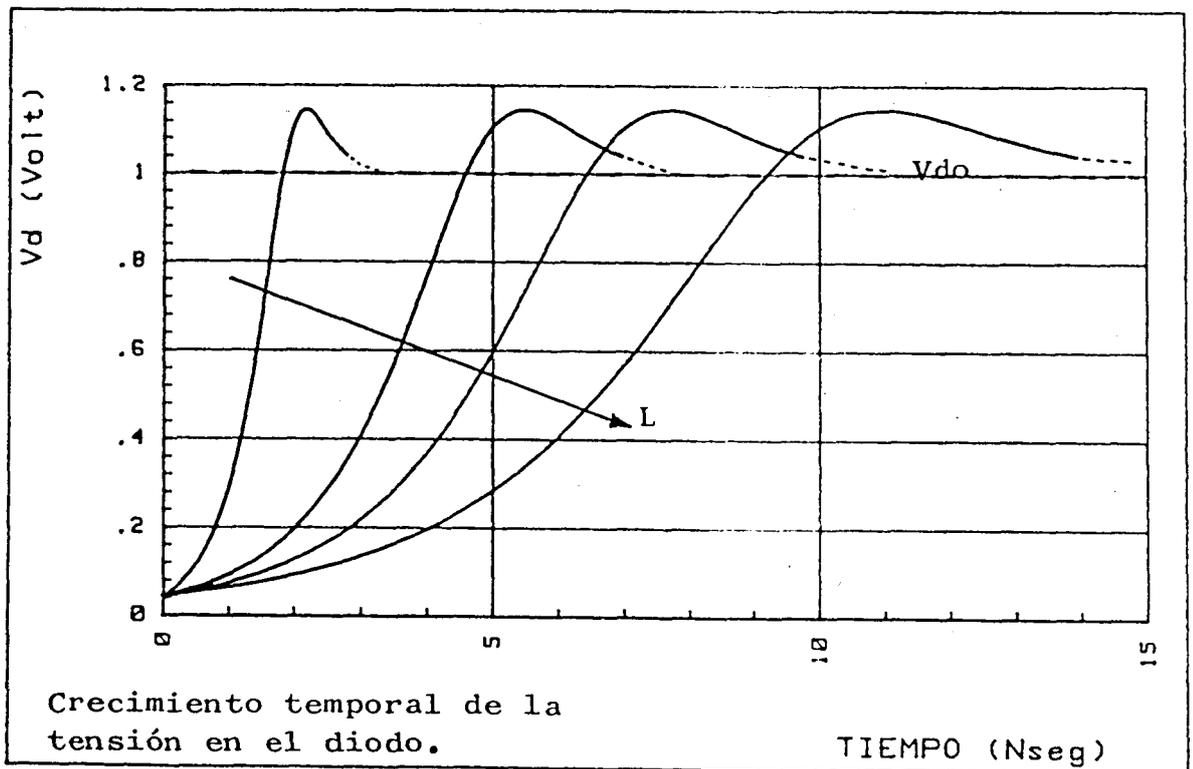


Fig. (6-38)

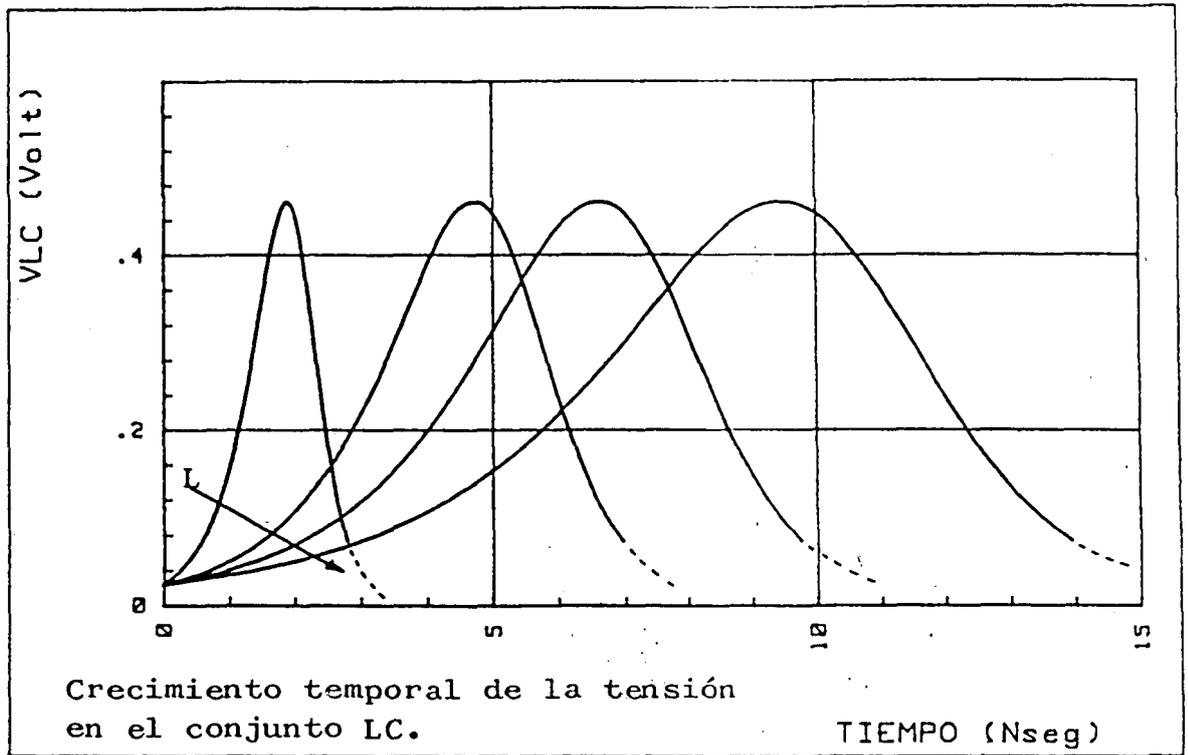


Fig. (6-39)

Analogamente, puede hacerse un estudio de la influencia de la resistencia de carga del circuito. Para ello, se ha escogido de nuevo, como muestra la Fig. (6-40), una no-linealidad resistiva estática, un conjunto LC que oscile a 10 GHz y una resistencia de carga R variable entre 4 y 10 Ohm.

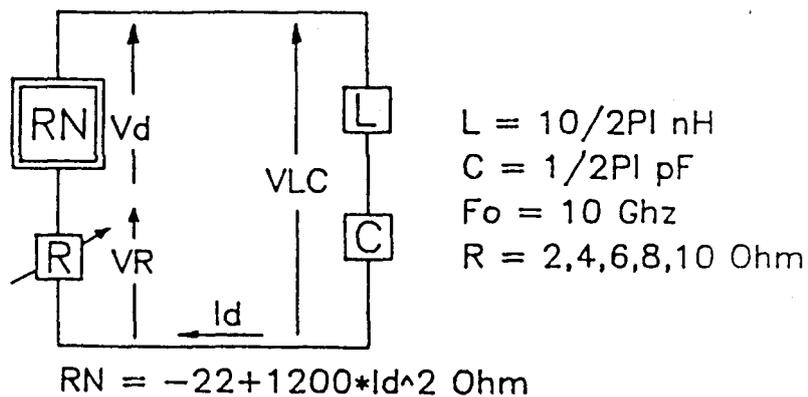


Fig. (6-40)

Las curvas Fig. (6-41) y Fig. (6-42) muestran la pulsación compleja asociada a cada I_d , tomando R como parámetro (la flecha indica sentido creciente de R). Observamos un incremento en la desviación transitoria de la pulsación respecto del estacionario para valores de R pequeños. Podría pensarse que un valor menor de R debería de incrementar el factor de calidad del oscilador. Sin embargo, en nuestro circuito el producto $\bar{H}_a \wedge \bar{H}_w$ e I_{d0} son mayores a medida que R decrece, por lo que de acuerdo con (4-40) la constante de tiempo ha de ser menor.

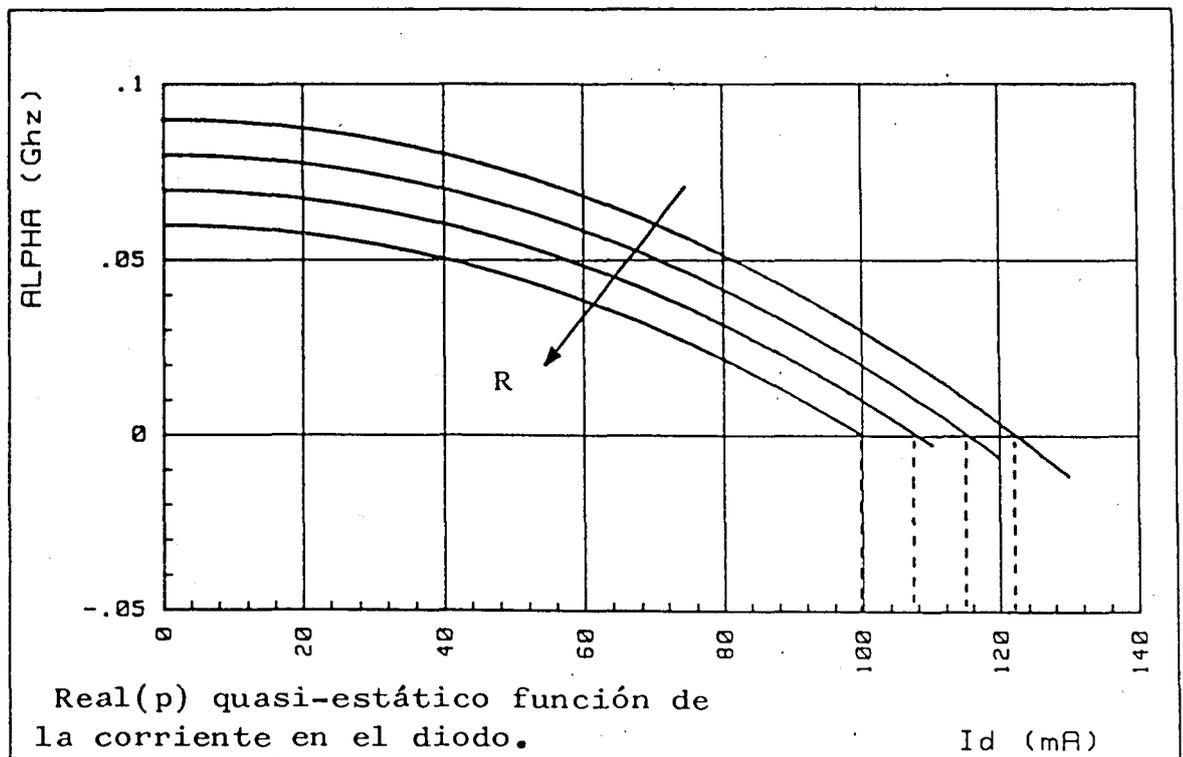


Fig. (6-41)

Como comprobación y, dado que los valores estacionarios I_{d0} son diferentes para cada resistencia de carga R , se han hecho crecimientos temporales en cada caso desde el 2% hasta el 98% del valor estacionario. Las Fig.(6-43)-Fig. (6-45) confirman las predicciones cualitativas anteriores.

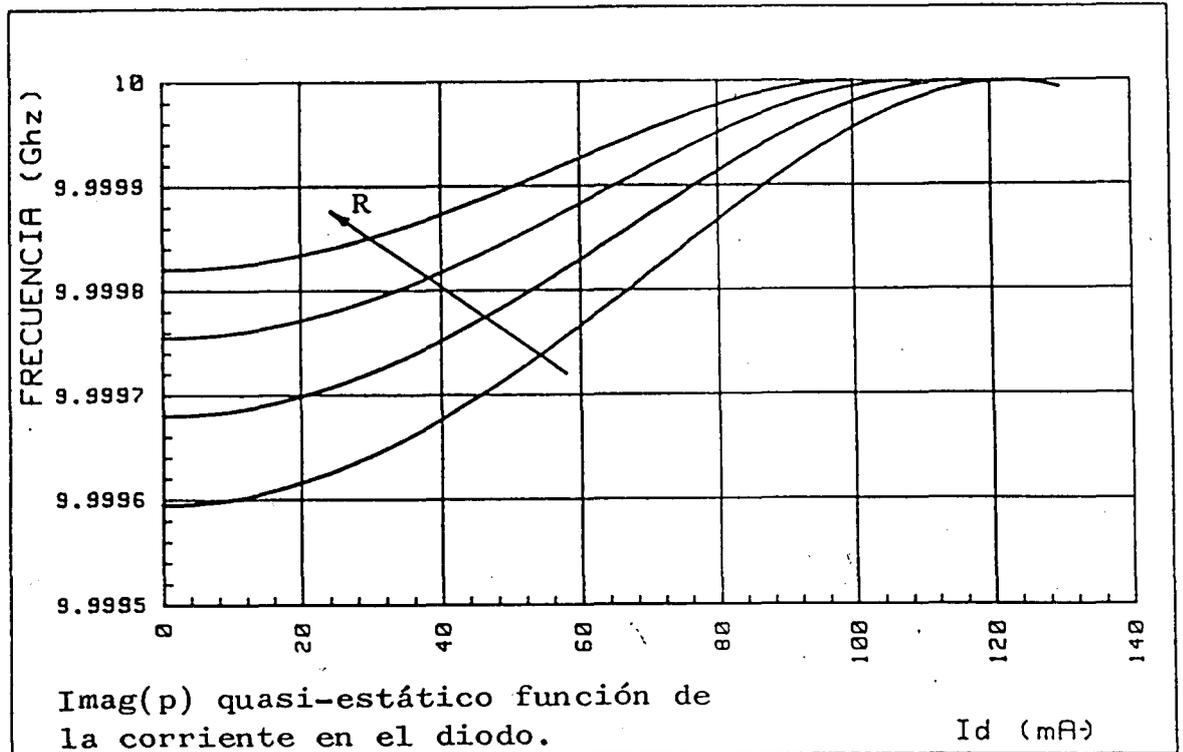


Fig. (6-42)

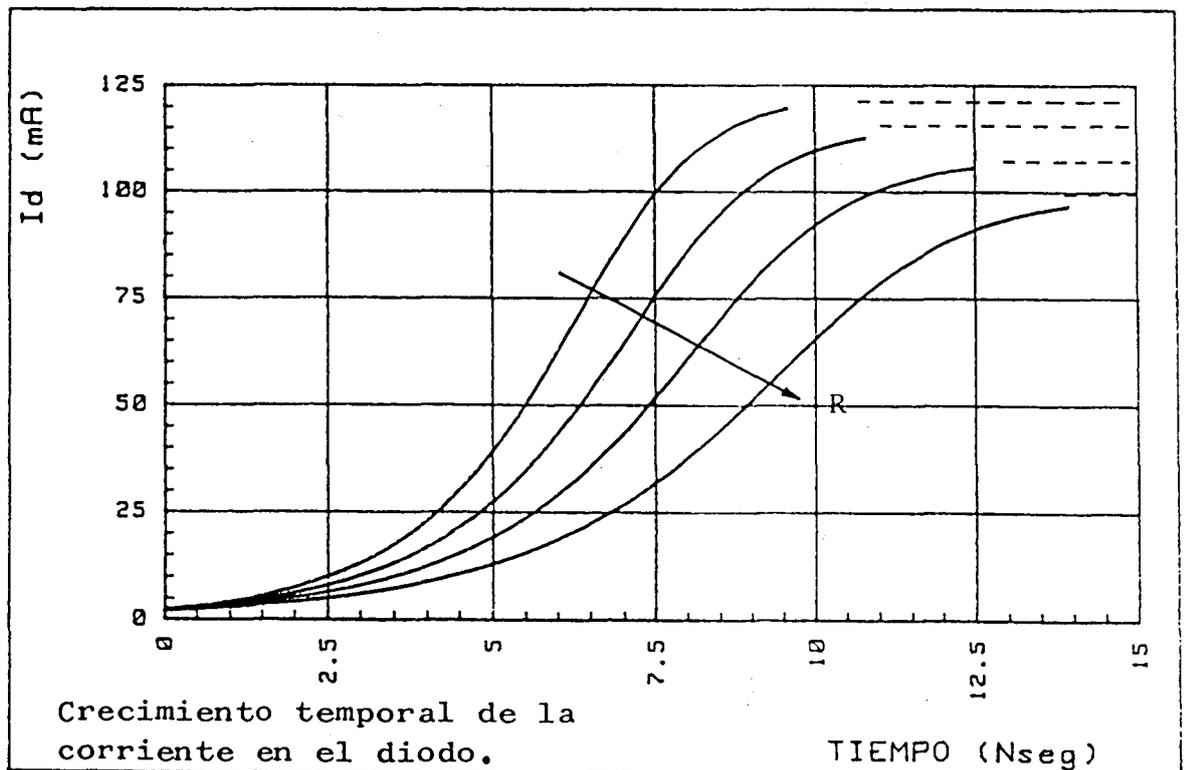


Fig. (6-43)

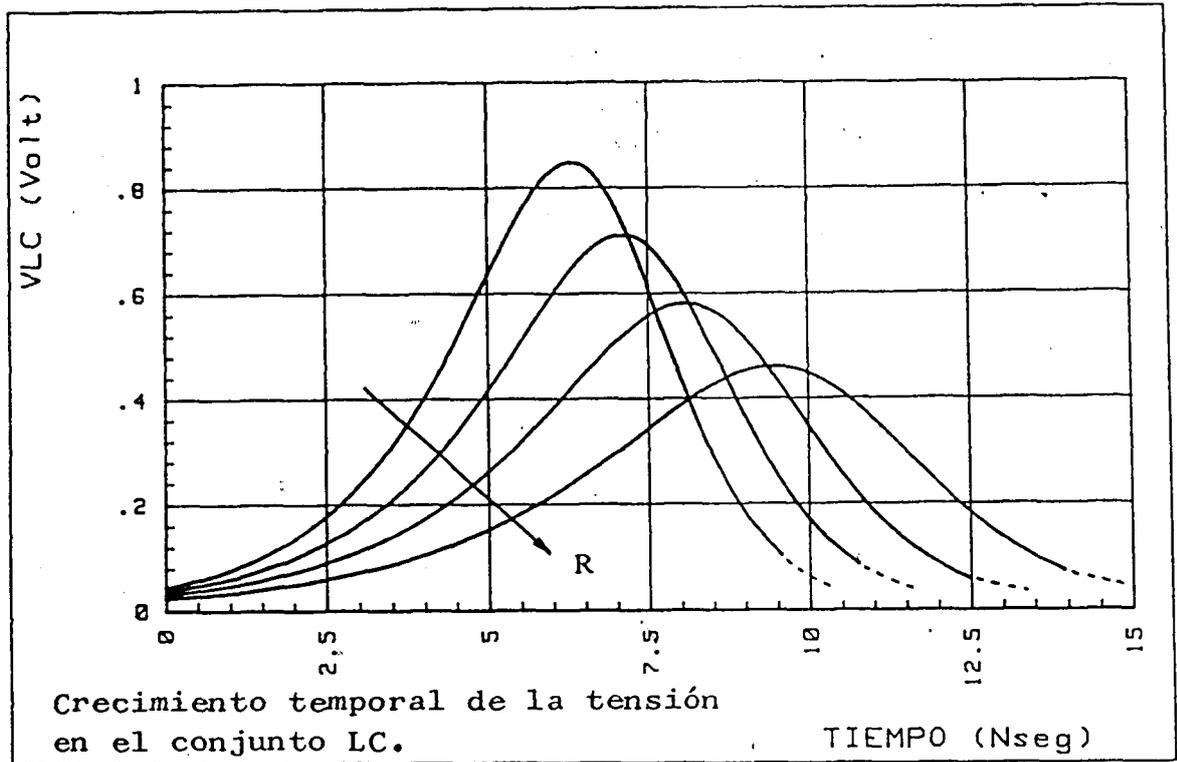


Fig. (6-44)

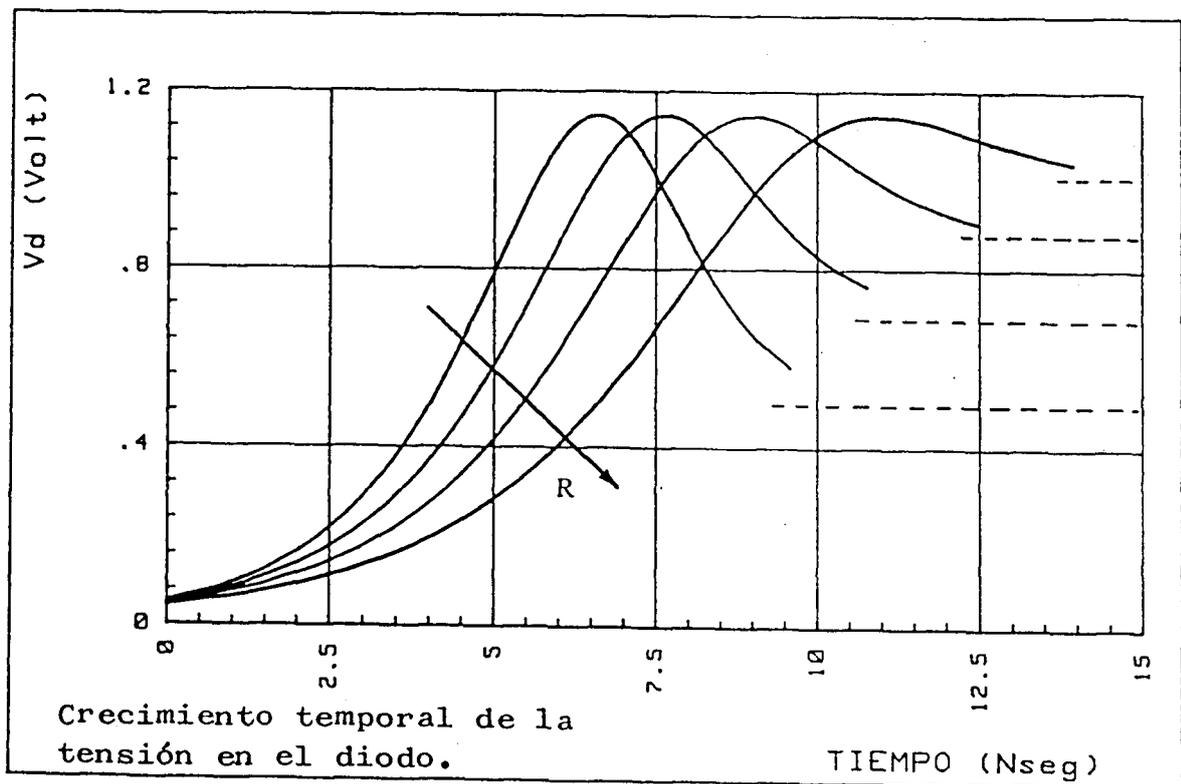


Fig. (6-45)

Por último, se ha analizado el caso de un elemento a resistencia negativa cargado en paralelo por dos impedancias lineales Fig. (6-46) (por ejemplo, dos pares de líneas de transmisión acopladas para conseguir un oscilador de doble salida). En la figura se especifican los valores del circuito elegido, así como las variables eléctricas en el régimen estacionario.

El conjunto de Fig. (6-47) - Fig. (6-50) muestra la variación de Real (p) e Imag (p) con respecto de las variables eléctricas del circuito. Naturalmente, a la vista de la trayectoria de Real(p) frente a I_d , podemos predecir la estabilidad del punto de operación

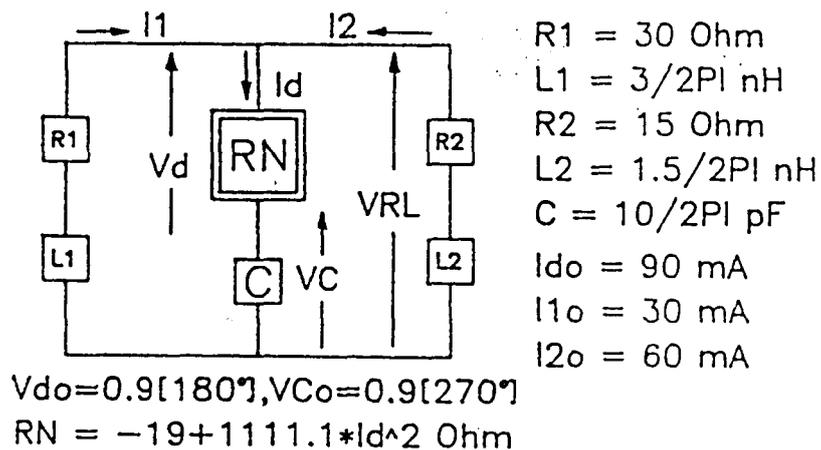


Fig. (6-46)

Dado que la variable independiente en nuestra Función de Transferencia lazo cerrado es I_d , representamos en Fig. (6-51) y Fig. (6-52) todas las variables eléctricas del circuito en función de la corriente en el elemento no lineal.

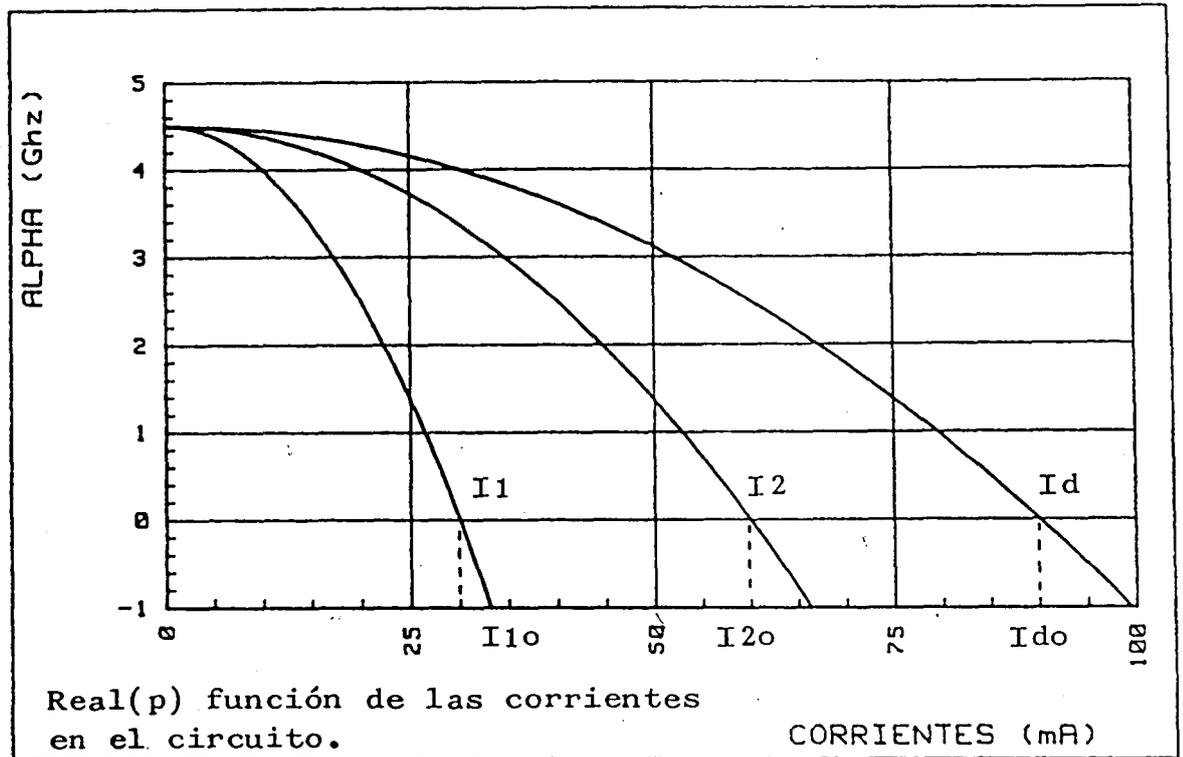


Fig. (6-47)

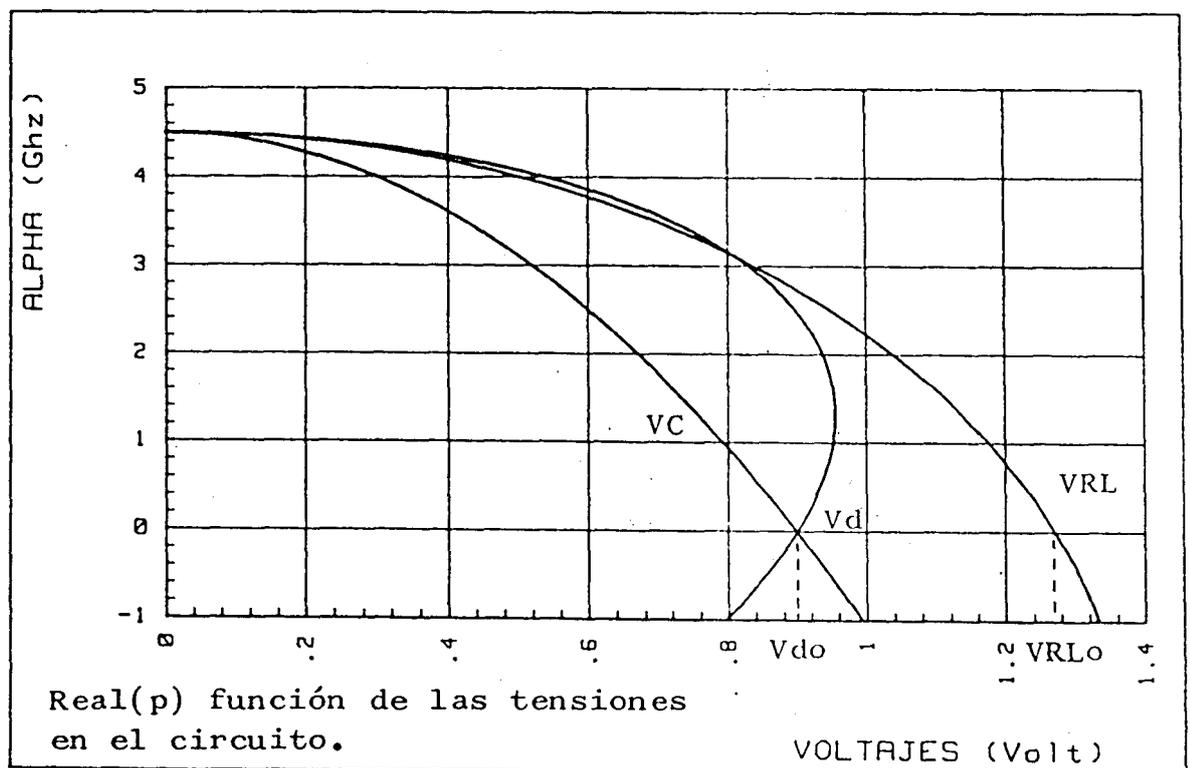


Fig. (6-48)

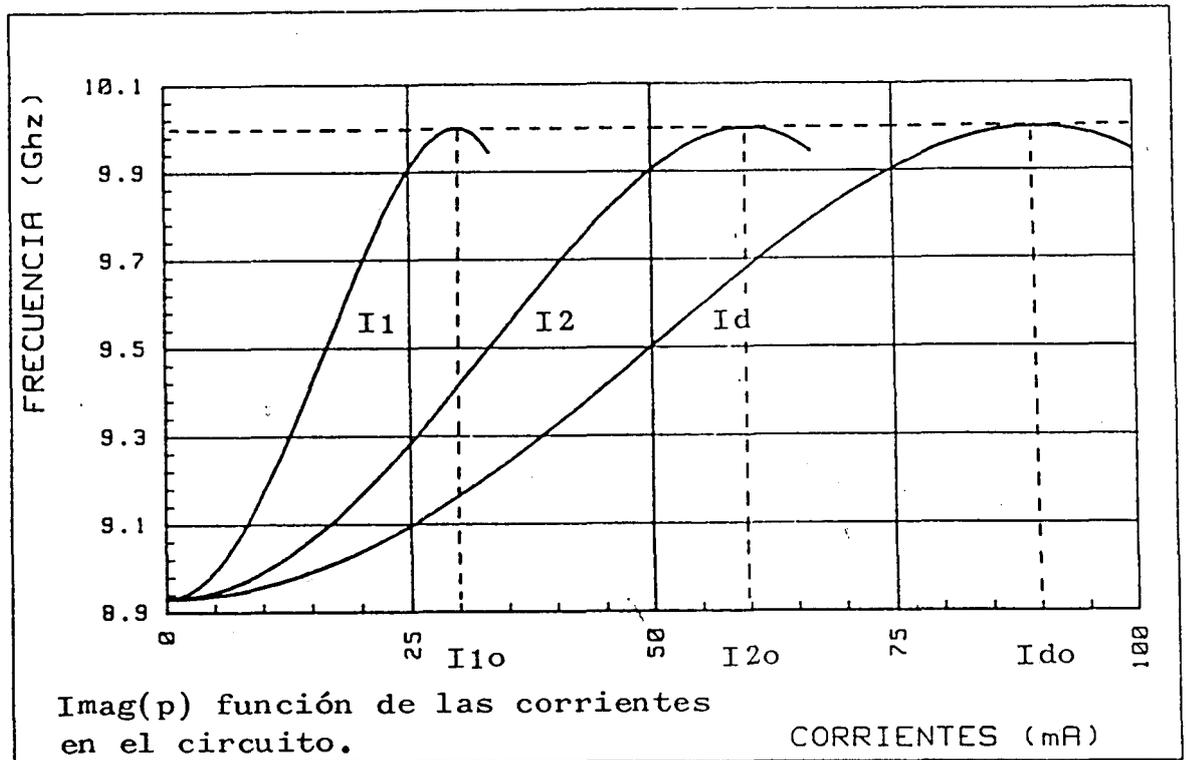


Fig. (6-49)

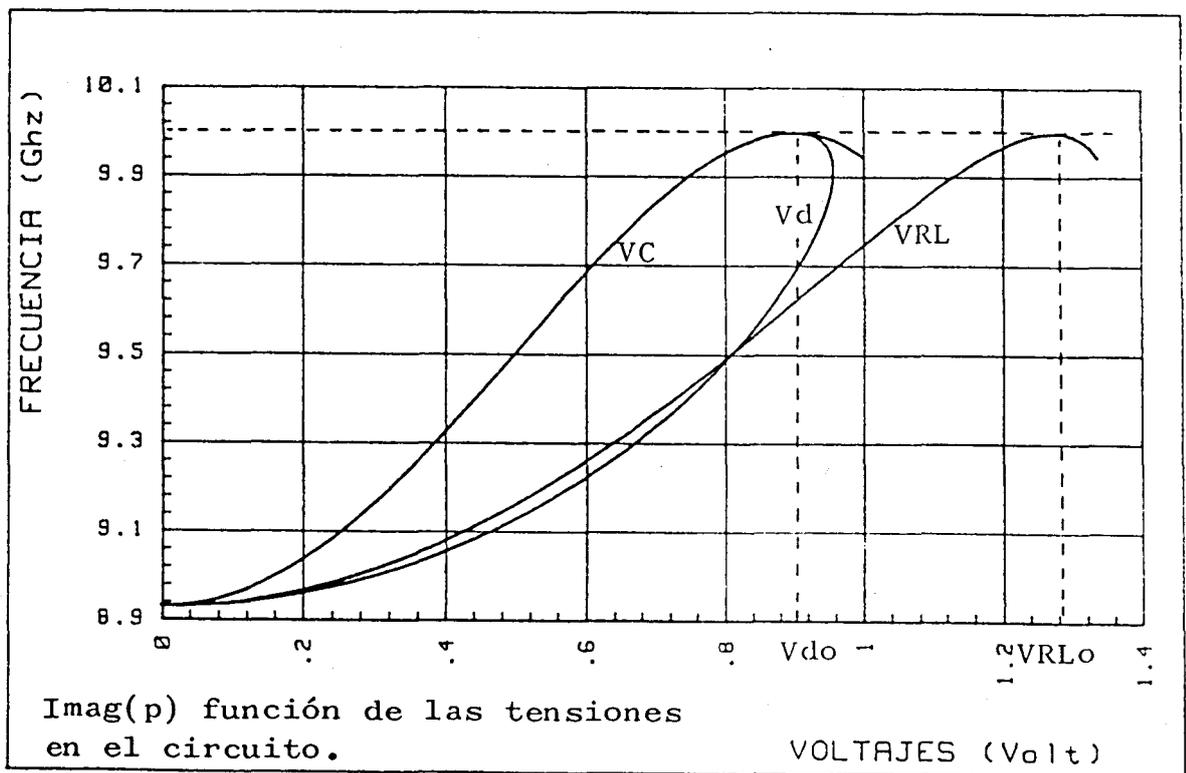


Fig. (6-50)

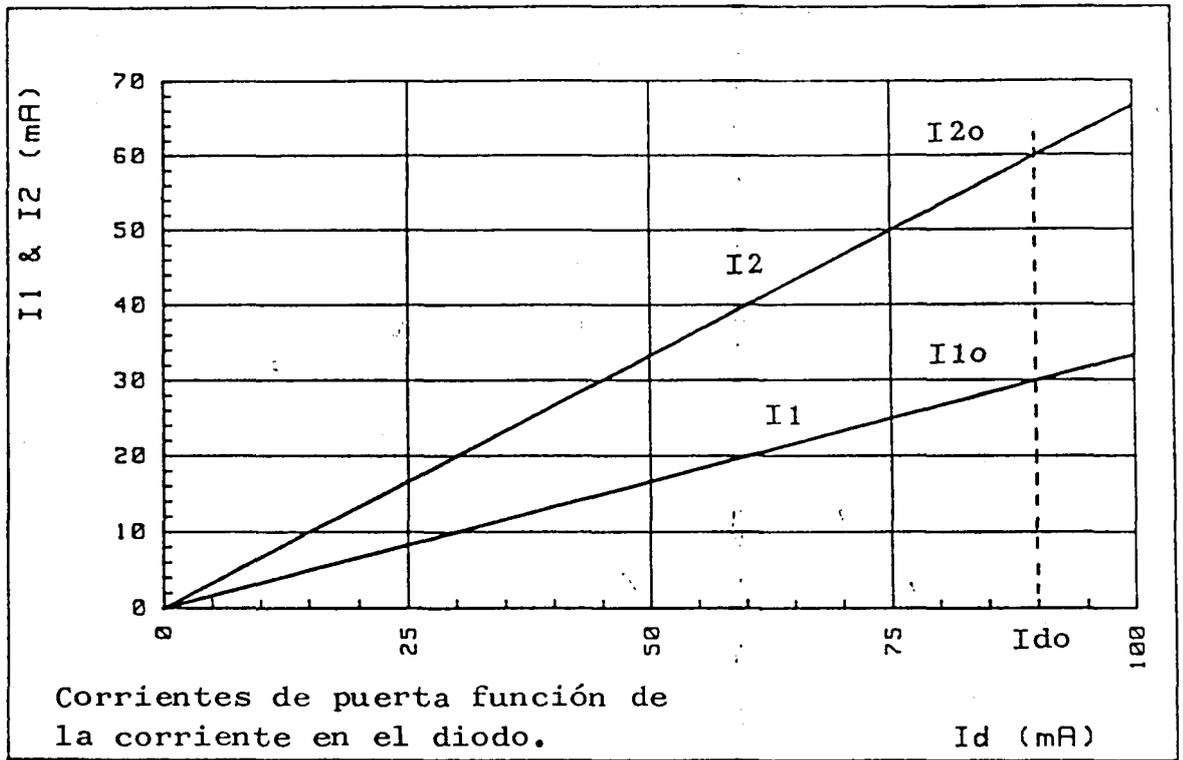


Fig. (6-51)

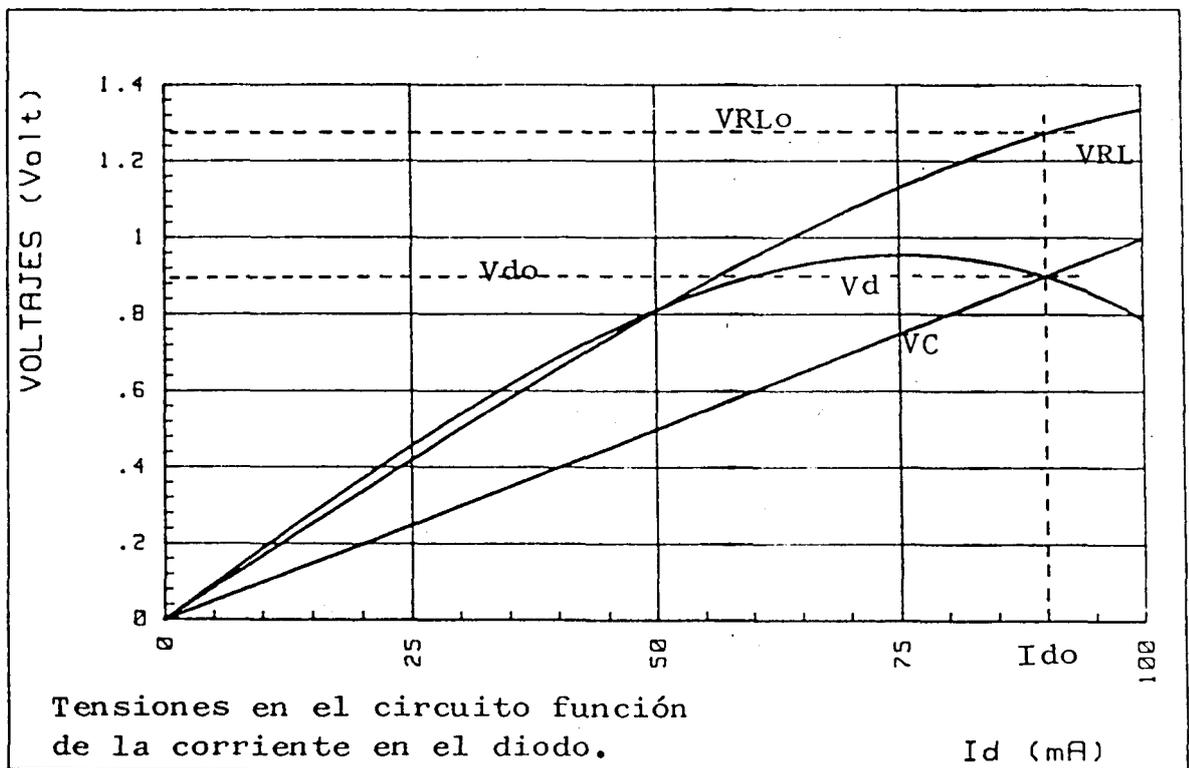


Fig. (6-52)

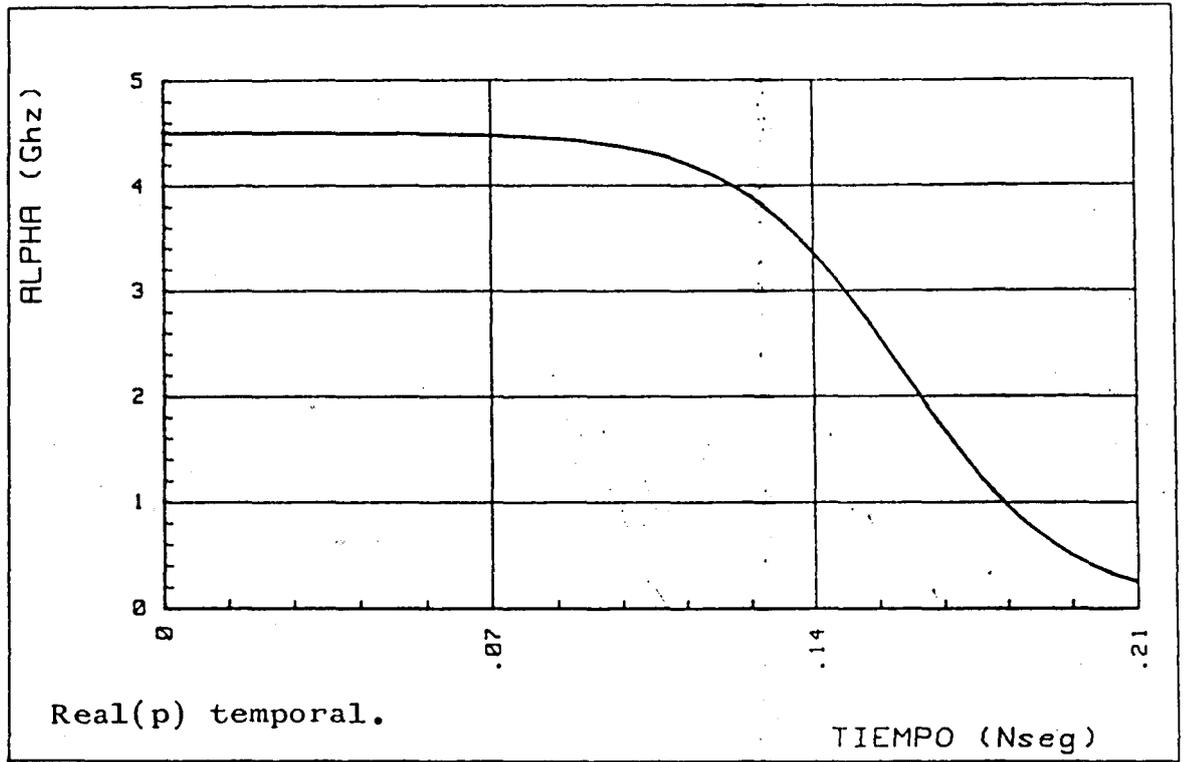


Fig. (6-53)

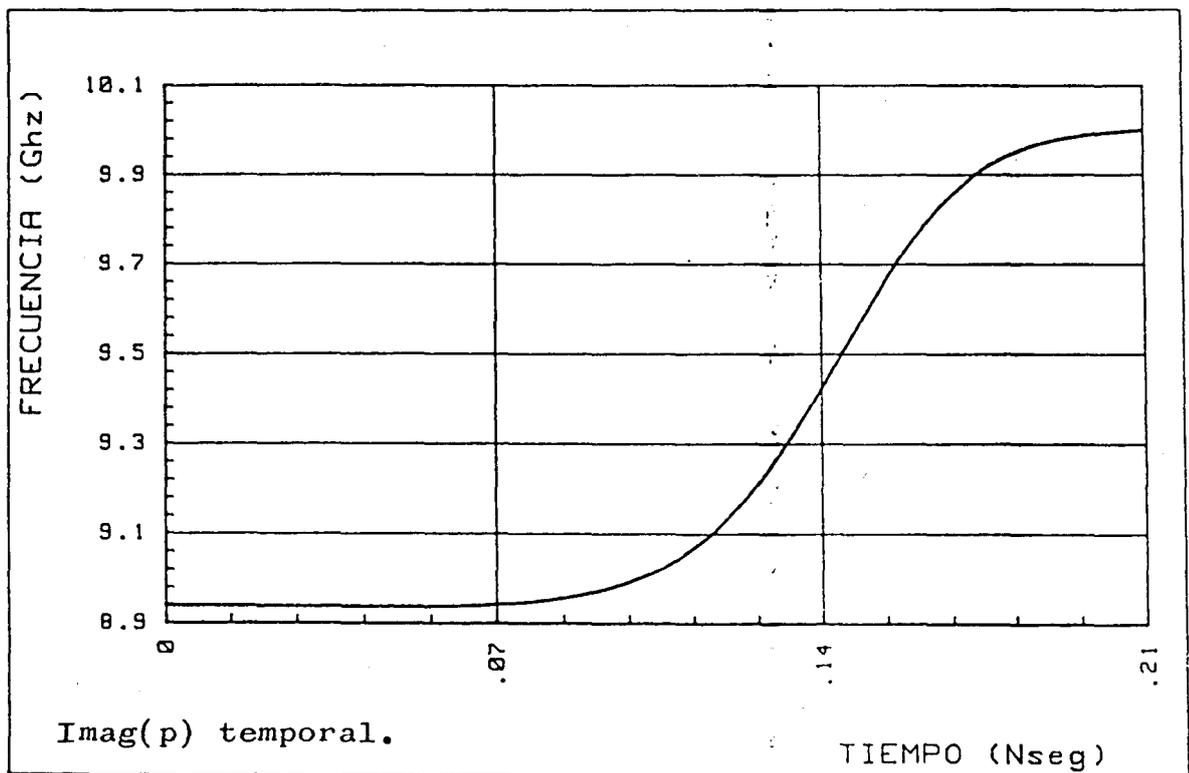


Fig. (6-54)

Para concluir, se ha hecho el crecimiento temporal en un intervalo de corriente I_d que va desde 2 hasta 88 mA. El tiempo transcurrido es de 0.213 Nseg y las Fig. (6-53) - Fig. (6-56) muestran el desarrollo temporal de los diferentes parámetros.

Naturalmente, como se ha visto a lo largo de los cálculos anteriores, la perturbación transitoria de la pulsación compleja sigue la misma trayectoria de crecimiento o decrecimiento que las variables eléctricas.

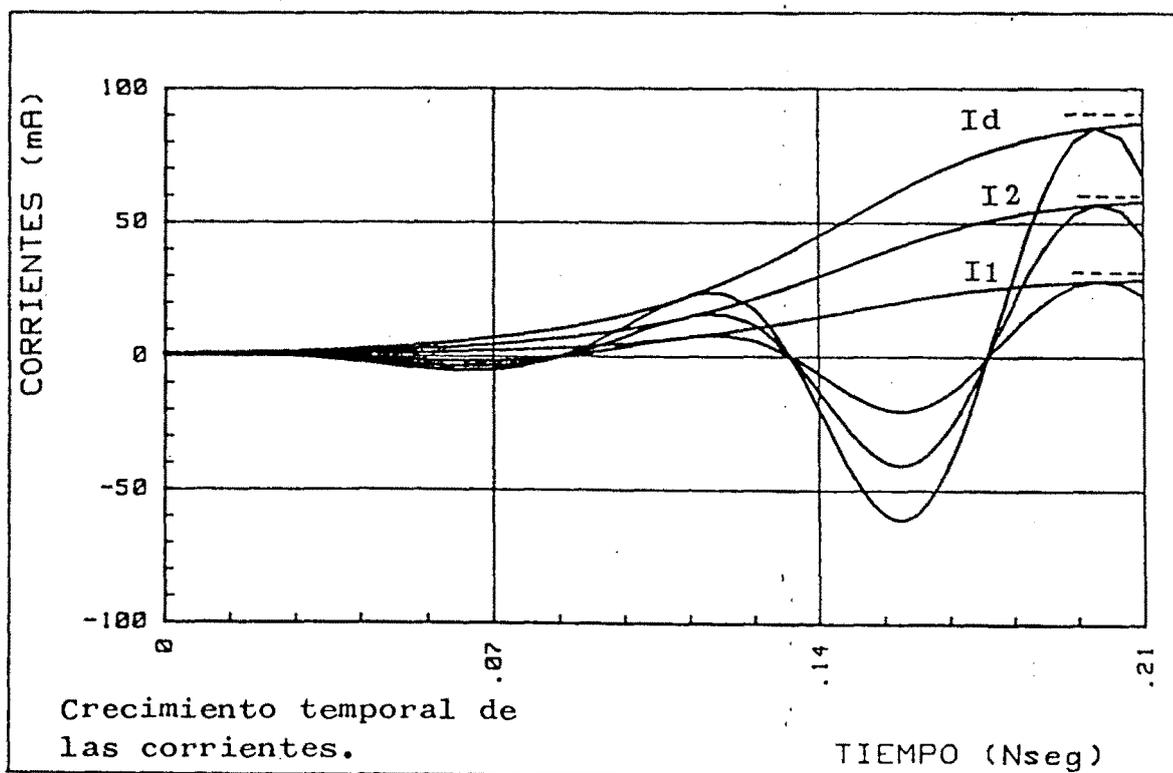


Fig. (6-55)

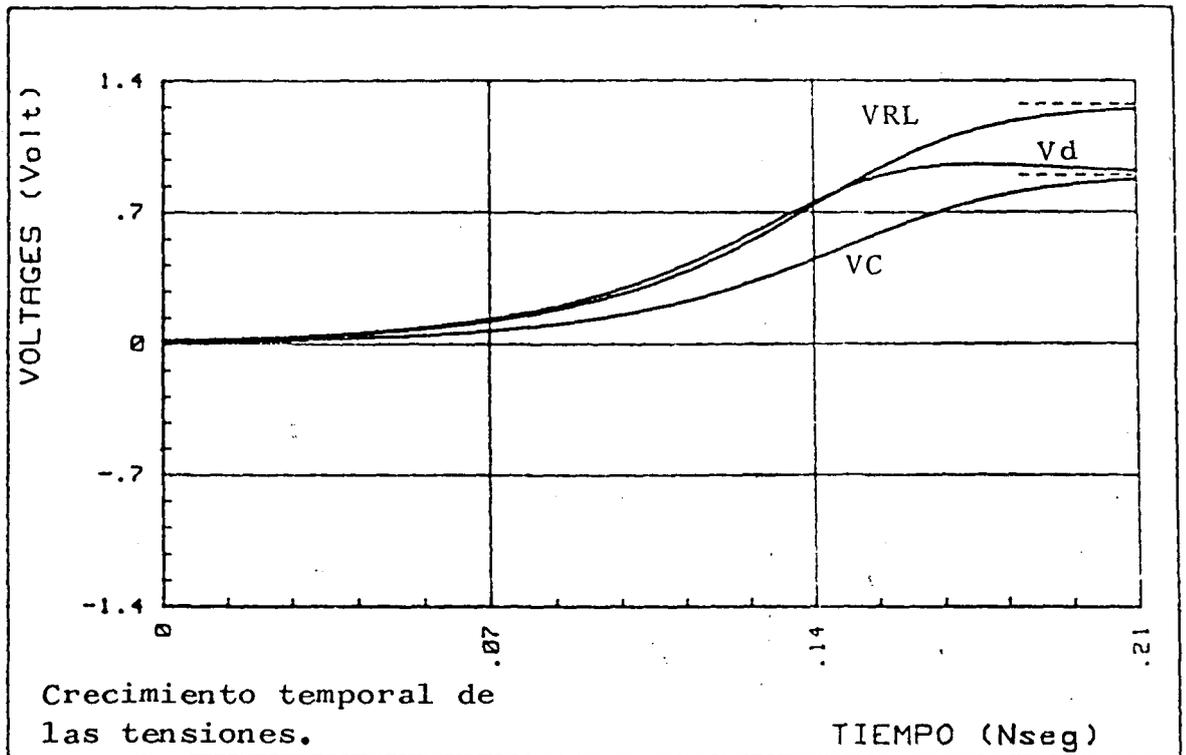


Fig. (6-56)

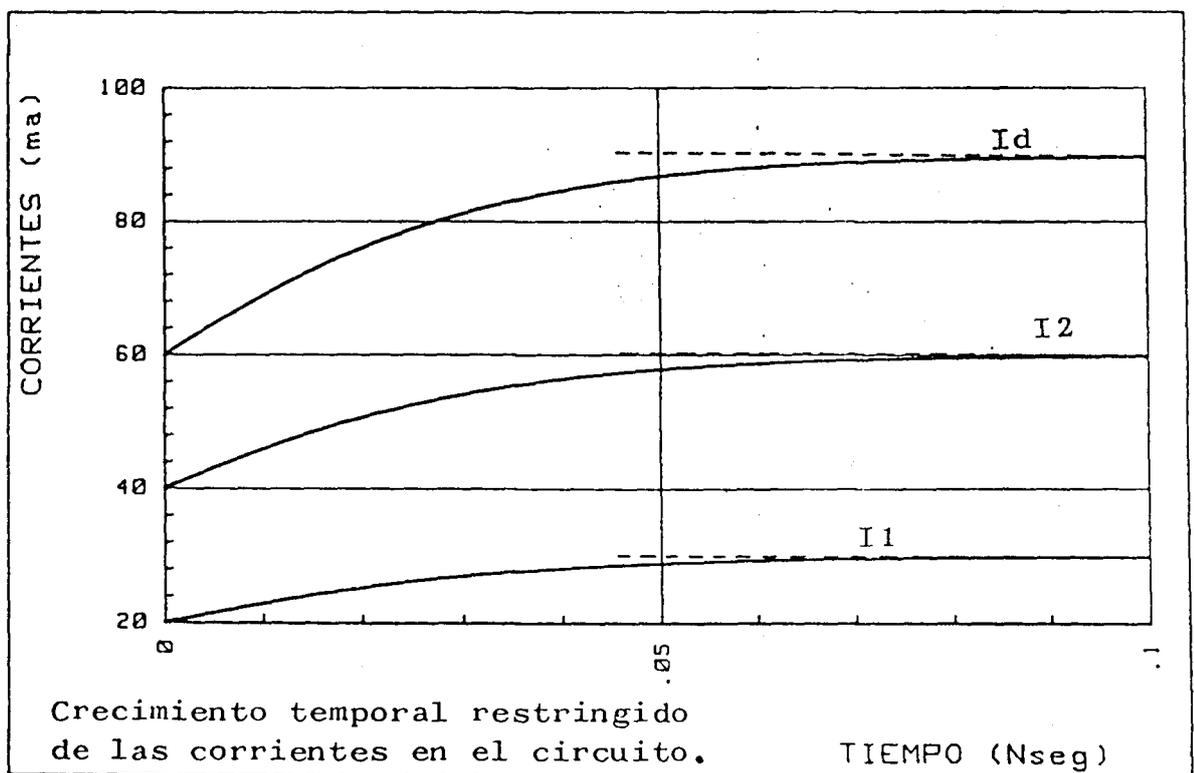


Fig. (6-57)

Para acercarnos algo más a las características del oscilador en puntos cercanos al estacionario, se ha hecho un crecimiento temporal suplementario entre $I_d = 60 \text{ mA}$ e $I_d = 89.9 \text{ mA}$ con un tiempo de 0.11 Nseg Fig. (6-57), Fig. (6-58). Como puede comprobarse en los resultados, y teniendo en cuenta que el programa "GODEM" es quasi-estático, la constante de tiempo de acercamiento al estacionario es identticamente la misma para todas las variables del circuito.

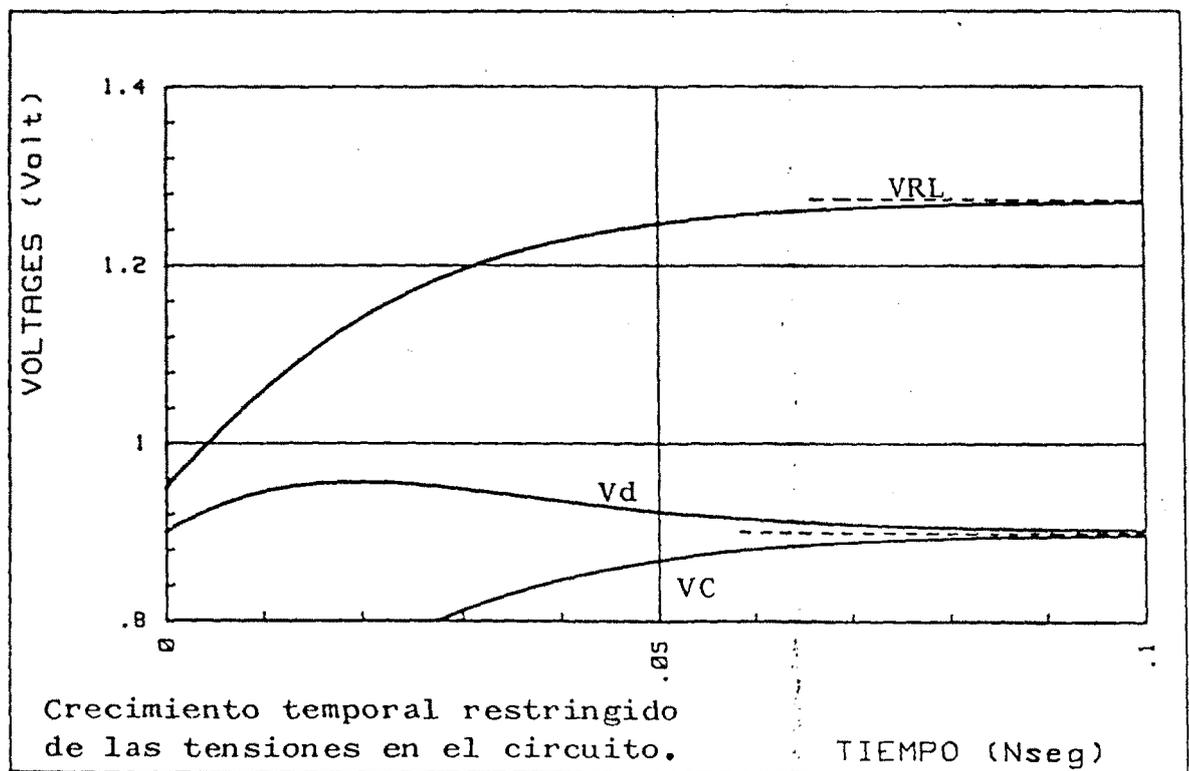


Fig. (6-58)

CAPITULO VII

OSCILADORES A TRANSISTOR
F.E.T.

VII.1.- INTRODUCCION

Se puede constatar que, en relación a sus competidores, el oscilador FET ASGa posee como mayores ventajas un buen rendimiento, un buen comportamiento térmico, un consumo pequeño de energía y una capacidad de sintonización relativamente elevada. Como contrapartida, su nivel de ruido de modulación en frecuencia (ruido FM) es algo mayor que el de los otros tipos de osciladores microonda de estado sólido. Así, por ejemplo, este tipo de oscilador tiene típicamente un valor eficaz de fluctuación de frecuencia de $10 \text{ Hz}/(\text{Hz})^{\frac{1}{2}}$ a una frecuencia de análisis de 10 KHz alejada de la portadora, mientras que este número se reduce a $1 \text{ Hz}/(\text{Hz})^{\frac{1}{2}}$ para los osciladores Gunn y a $0,5 \text{ Hz}/(\text{Hz})^{\frac{1}{2}}$ para los osciladores a transistor bipolar.

A estos problemas de utilización del componente se añaden los de comprensión del funcionamiento del oscilador y los de diseño a partir de un método seguro y repetitivo. Habida cuenta que el comportamiento dinámico de un oscilador es esencialmente gran señal, los métodos de concepción basados en las aproximaciones frecuenciales de pequeña señal no permiten prever satisfactoriamente las características de salida, tales como, la estabilidad, potencia en oscilación, saltos en potencia de un oscilador sintonizado etc. Si además, tenemos en cuenta el nivel de armónicos, el problema se complica considerablemente. Afortunadamente, las bandas de trabajo de los filtros lineales son estrechas a la frecuencia de microondas por lo que, en general, la aproximación al primer armónico es lo suficientemente buena para ser utilizada como base de partida para el diseño.

VII.2.- MODELIZACION FET

Como paso previo para la comprensión de un oscilador FET en gran señal deberemos de conocer su comportamiento bajo este régimen de trabajo. Naturalmente, siempre puede hacerse un diseño basándose exclusivamente en la medida de parámetros S gran señal. Desafortunadamente, este método es bastante engorroso de utilizar y no nos da una información fácilmente utilizable para corregir cualitativamente las realimentaciones y cargas de forma que consigamos una optimización. Parece lógico, pues, que el camino más adecuado sea la obtención de un modelo equivalente, en el cual, definamos juiciosamente las no linealidades de forma que el conjunto se correle lo más fácilmente posible con la experiencia, dentro de unos márgenes de error. No vamos a entrar aquí en los detalles de la electrónica física del transistor MESFET, de todos sobradamente conocida, sino más bien en la fenomenología experimental necesaria para la elaboración del modelo.

Normalmente, este proceso comienza con la adquisición de los parámetros S pequeña señal, en la banda de frecuencias de interés, y su adaptación numérica a un modelo previamente elegido Fig. (7-1). Posteriormente, se definen adecuadamente las no linealidades que se van a hacer intervenir (generalmente con criterios fenomenológicos) y se vuelven a medir los parámetros S en una gama discreta de puntos de polarización. De esta forma predecimos, por aproximación polinomial, las variaciones gran señal de los elementos no lineales.

En este trabajo, por razones prácticas, se han elegi-

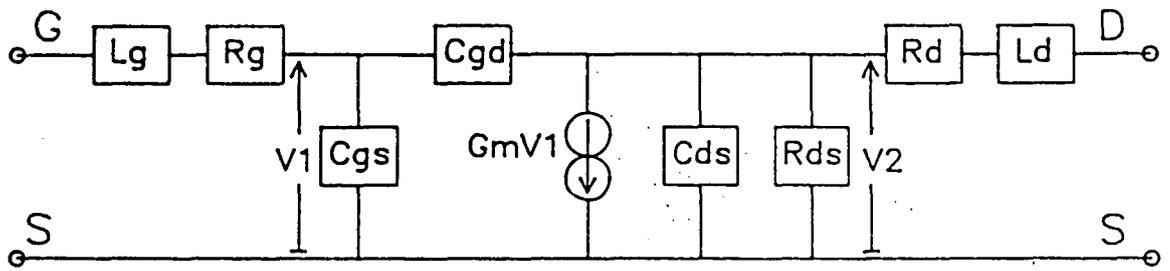


Fig.(7-1) Modelo unilateral del MESFET

do como elementos no lineales la transconductancia G_m función de V_1 y la conductancia de salida G_d función de V_2 . Realmente, ambas no linealidades son función de V_1 y V_2 al mismo tiempo, siendo el modelo completo del FET mucho más complicado que el presentado aquí. Sin embargo, a efectos de tener en cuenta las características predominantes del FET en su funcionamiento como oscilador bajo potencia, y por motivos de simplificación de ecuaciones, hemos elegido

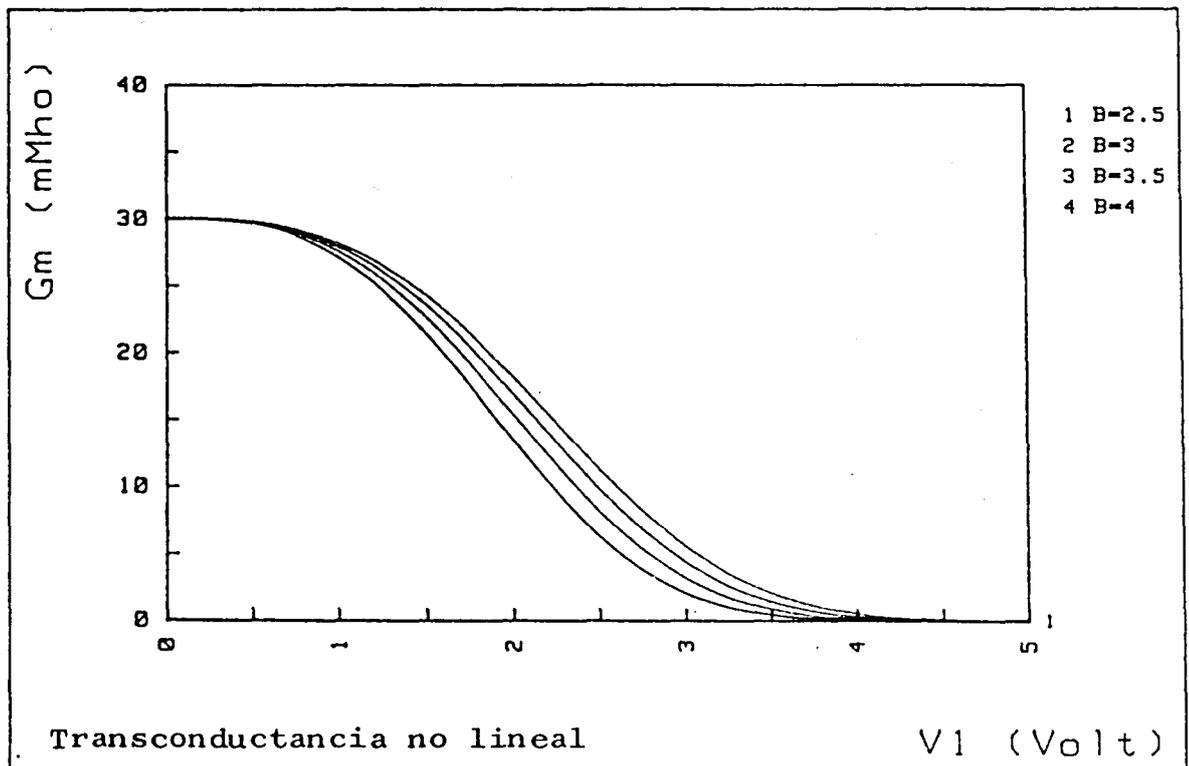


Fig.(7-2)

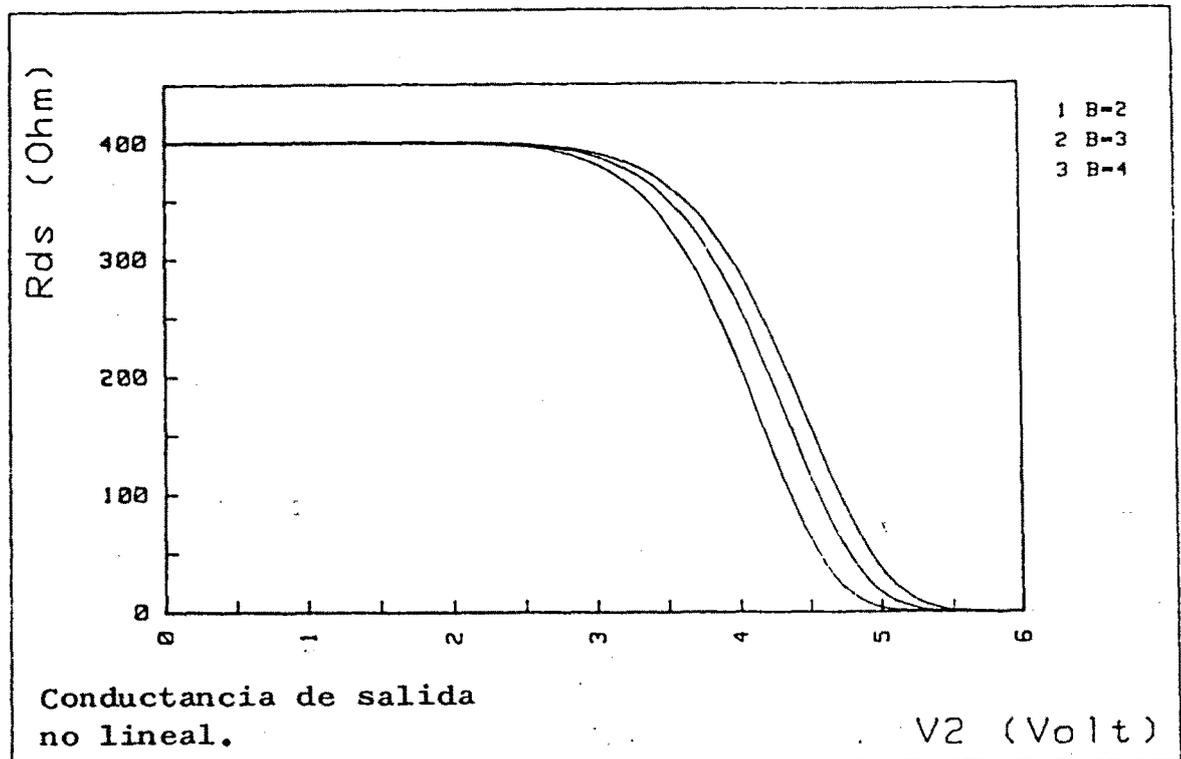


Fig.(7-3)

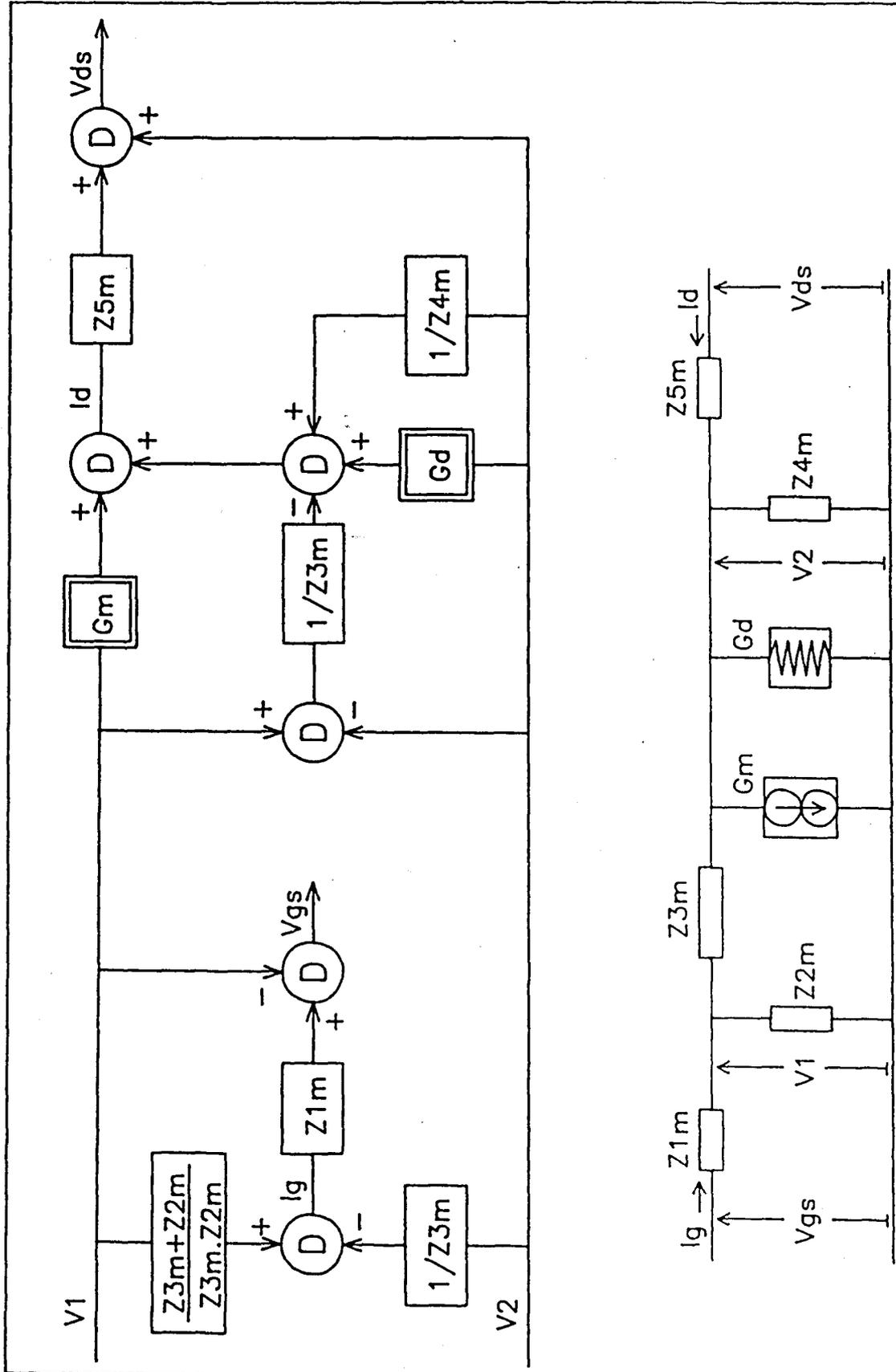
solamente dos no linealidades, funciones exclusivas de una variable. Las Fig. (7-2) y Fig. (7-3) muestran una variación típica de la transconductancia G_m y de la resistencia de salida $R_{ds} = 1/G_d$ como función de las amplitudes respectivas de tensión microonda (Función Descriptiva sinusoidal).

Para nuestros propósitos de cálculo posteriores, se ha agrupado los elementos del modelo, escribiendo:

$$\begin{aligned}
 Z_{1m} &= R_g + p \cdot L_g & Z_{4m} &= 1/(p \cdot C_{ds}) \\
 Z_{2m} &= 1/(p \cdot C_{gs}) & Z_{5m} &= R_d + p \cdot L_d \\
 Z_{3m} &= 1/(p \cdot C_{gd}) & p &= s + j\omega
 \end{aligned}
 \tag{7-1}$$

$$\frac{Z_{3m} + Z_{2m}}{Z_{3m} \cdot Z_{2m}} = p \cdot (C_{gs} + C_{gd})$$

Fig.(7-4).- Modelo del MESFET en forma de funciones de transferencia.



Hechas estas consideraciones, el modelo equivalente y su desglose en forma de Funciones de Transferencia se muestra en la Fig. (7-4). Conocido, pues, un par de valores (V_1 , V_2) tenemos determinados todos los parámetros eléctricos del FET.

VII.3.- METODO DEL CALCULO FRECUENCIAL

Dentro de la misma filosofía de cálculo desarrollada en el capítulo anterior para osciladores a resistencia negativa, se han elaborado tres programas de cálculo Frecuencial que intentarán cubrir la mayor parte de las necesidades de diseño de osciladores FET gran señal en régimen sinusoidal.

El programa FETSWEEP resuelve el circuito de microondas formado por un FET cargado en sus puertas por impedancias lineales, tal como se muestra en la Fig. (7-5). El mo-

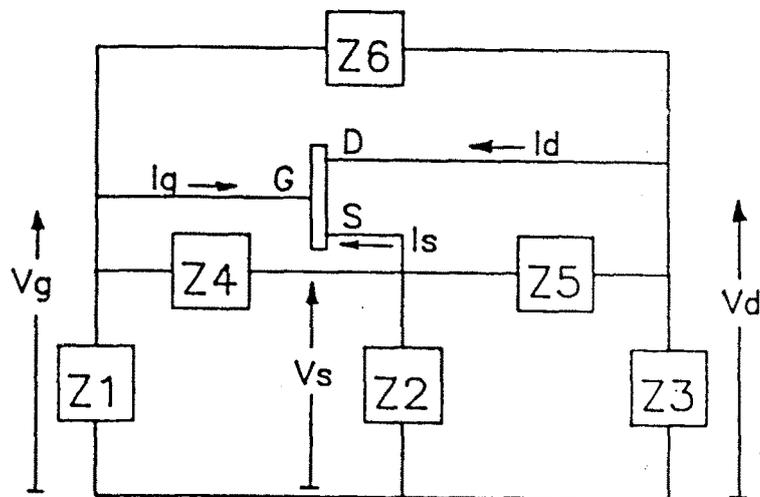


Fig.(7-5).- Circuito general.

delo equivalente para el FET es el desarrollado en el apar-

tado anterior, donde las Funciones Descriptivas sinusoidales que describen G_m y G_d se expresan polinomialmente como función de las amplitudes microonda V_1 y V_2 respectivamente. Las impedancias lineales están formadas por conjuntos de bloques en serie o paralelo, siendo cada uno de ellos un conjunto de ramas -del tipo RLC serie- en serie o paralelo. De esta forma se pueden implementar circuitos osciladores extremadamente complicados y, para poder tratarlos, el programa convierte cada una de las impedancias lineales en una Función de Transferencia de la pulsación compleja $p = s + j\omega$, con lo que podemos trabajar con variables eléctricas que sean estacionarios crecientes o decrecientes con el tiempo. Además, el programa está dispuesto para poder modificar fácilmente, en el transcurso de una sesión de cálculo, cualquiera de los elementos del circuito externo y poder tener en cuenta, por ejemplo, osciladores sintonizados a varactor ó YIG.

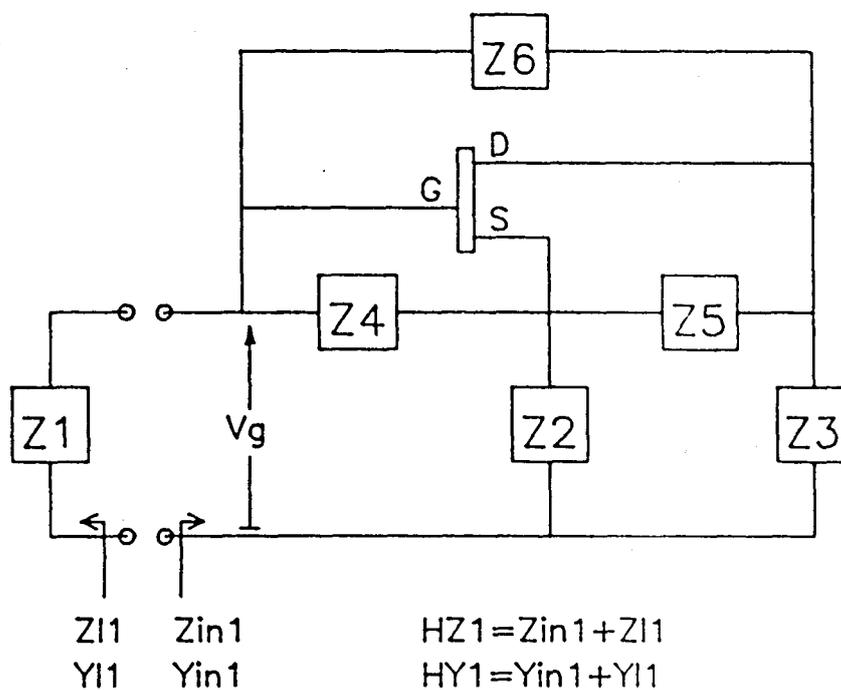


Fig.(7-6).- Impedancia de entrada puerta 1

Una vez aceptados los parámetros del FET y del circuito externo, el programa puede realizar dos tipos de análisis. En el régimen de pequeña señal se calcula la impedancia de entrada, función de la pulsación compleja ó de un elemento cualquiera del circuito externo, abriendo en cualquiera de las cargas externas, así como, el valor de la función de transferencia lazo cerrado. La Fig. (7-6) muestra esquemáticamente el cálculo del programa en la puerta Z1.

En el régimen de gran señal, y a efectos del cálculo, hemos considerado solamente las impedancias externas Z1, Z2, Z3, Fig. (7-7) aunque la extensión a la totalidad del

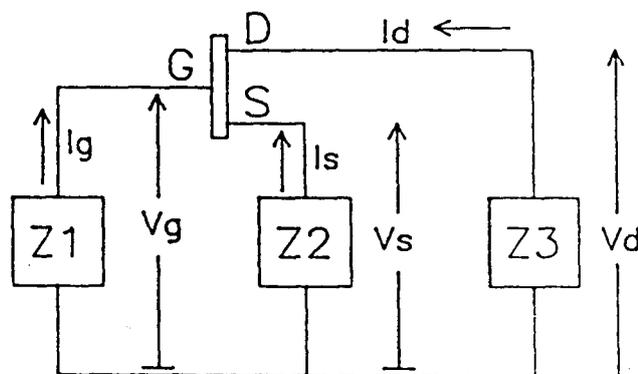


Fig.(7-7).- Circuito simplificado.

circuito de la Fig. (7-5) es inmediata aunque engorrosa. Se ha programado por conveniencia el modelo simplificado de la Fig. (7-8) convirtiendo las impedancias Z1m y Z5m en parte integrante del circuito externo de carga. El cálculo de la impedancia de entrada en cualquiera de las puertas se ha hecho de acuerdo con las representaciones en forma de transferencia de las Fig. (7-9) - Fig. (7-11), donde, el FET se ha convertido en un bloque de accesos V1, V2, Ig, Id.

Fig.(7-8).- Modelo simplificado del MESFET.

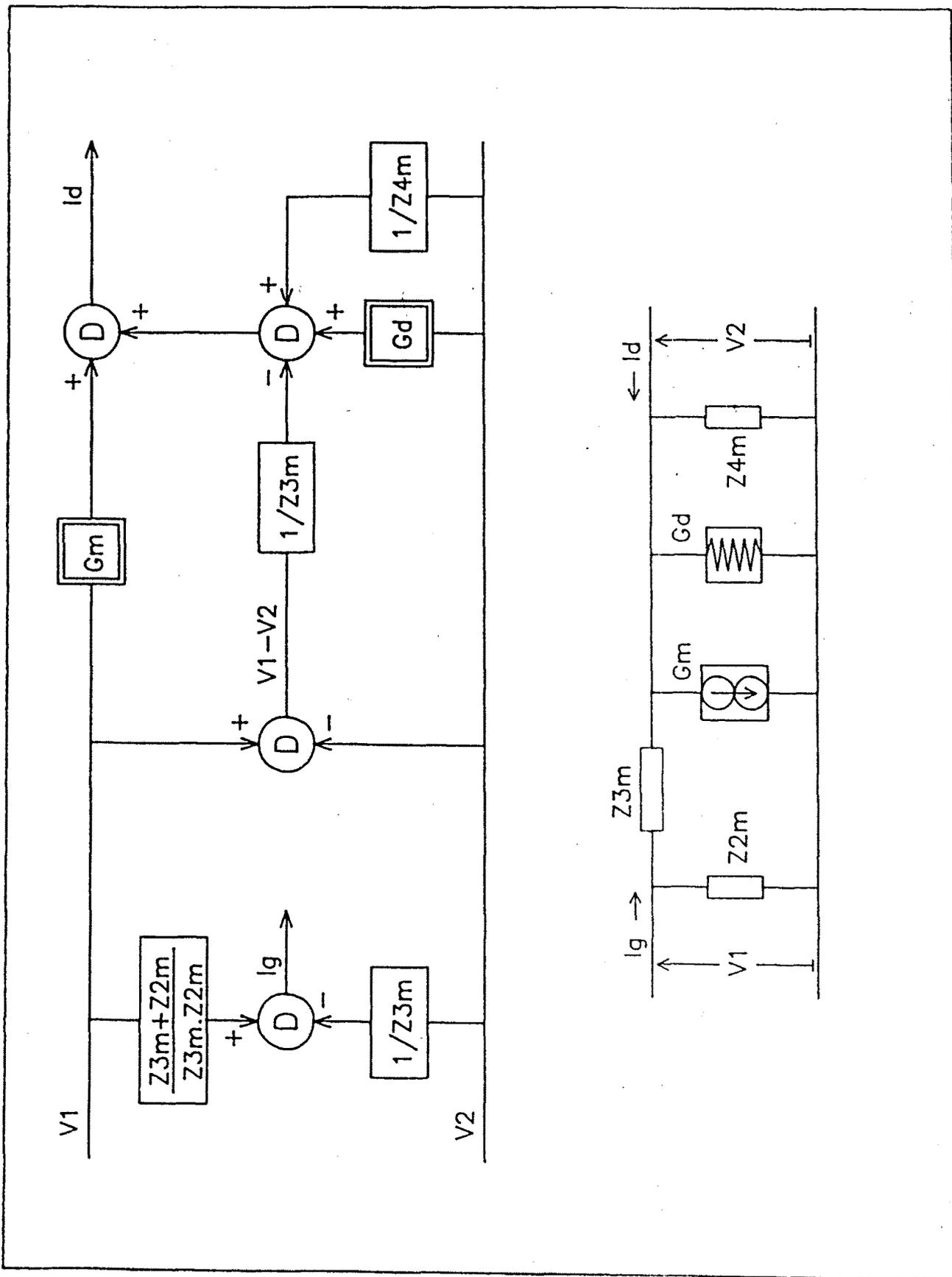


Fig.(7-9).- Impedancia de entrada en SOURCE.

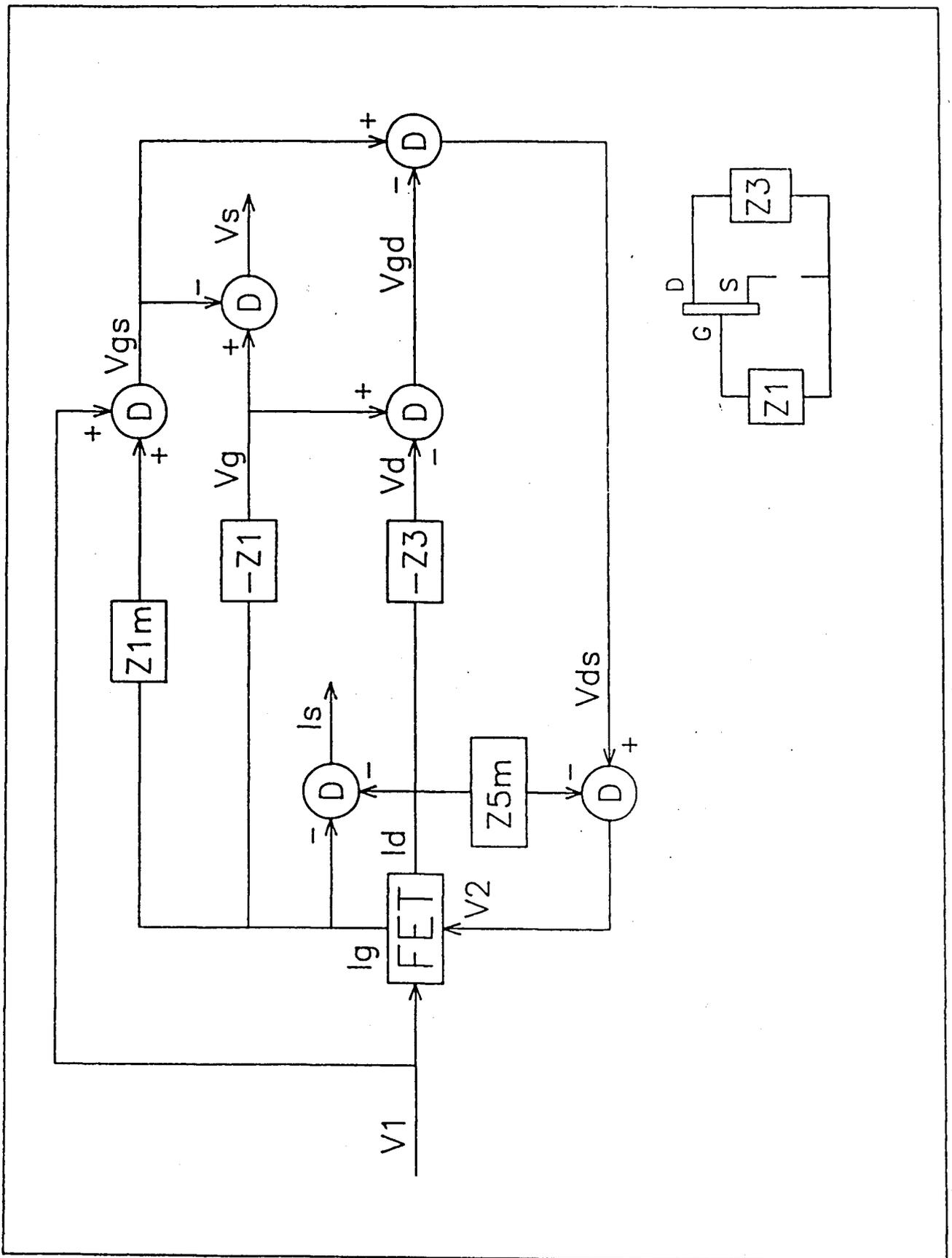


Fig.(7-10).- Impedancia de entrada en GATE.

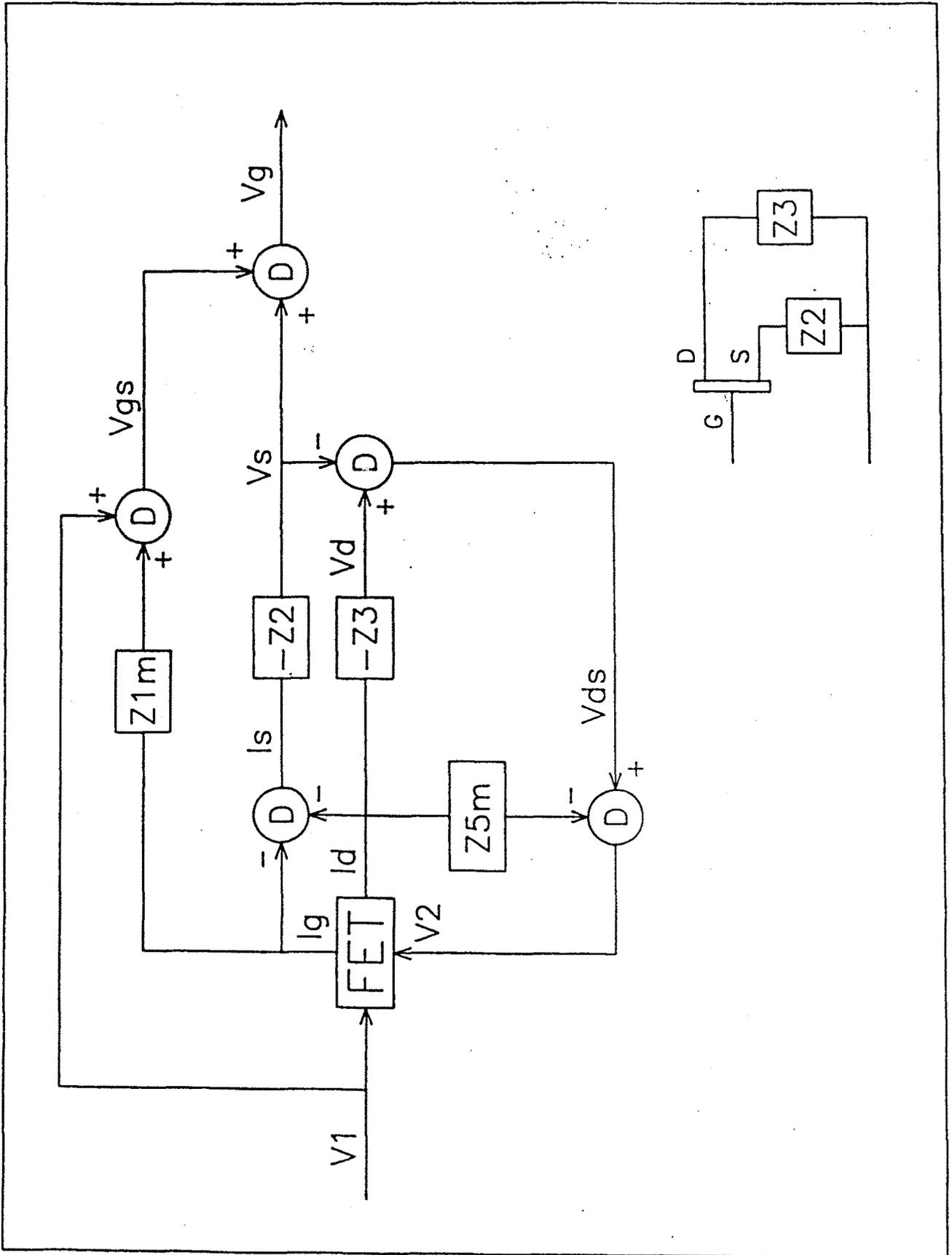
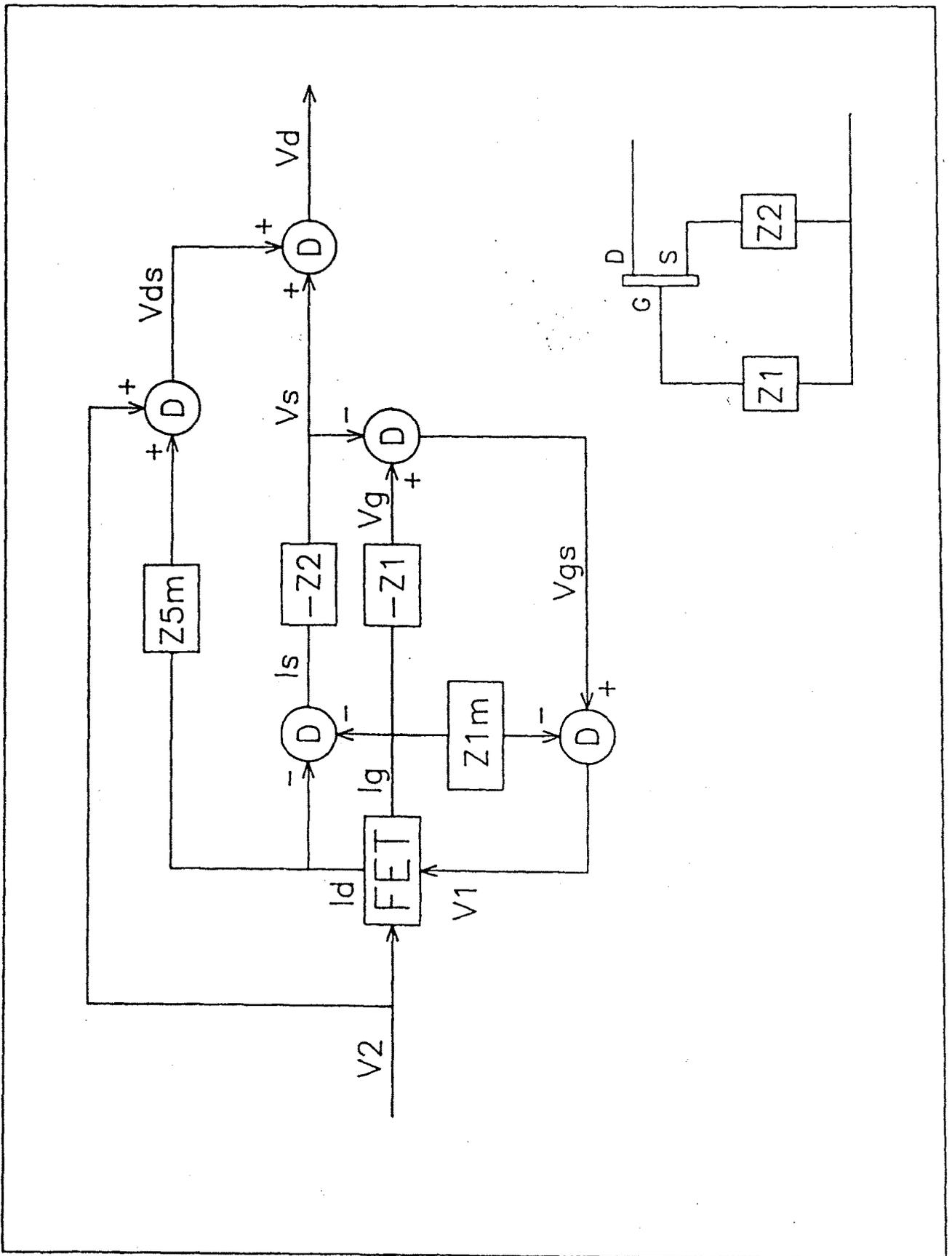


Fig.(7-11).- Impedancia de entrada en DRAIN.



En este régimen de operación, el programa calcula la impedancia de entrada, abriendo en cualquiera de las puertas, como función de a) la pulsación compleja, b) la amplitud a la entrada no lineal V_1 ó V_2 , c) el valor de un elemento del circuito externo, obteniéndose simultáneamente la función de transferencia lazo cerrado en cualquiera de las puertas. De esta forma se puede preveer el punto de operación gran señal junto con su estabilidad, la banda de resistencia negativa, etc.

Paralelamente se ha desarrollado un segundo programa FETOPER para el cálculo automático del punto de operación, si existe, correspondiente a los circuitos de las Fig. (7-5) y Fig. (7-7). En el régimen de pequeña señal se llega al punto de oscilación teórico anulando la parte imaginaria de la función de transferencia lazo cerrado H_Z ó H_Y en una de las puertas definidas por el usuario. El cálculo se realiza para una serie de valores discretos de un elemento del circuito de realimentación o carga previamente seleccionado. En el régimen de gran señal, el cálculo del punto de operación se hace sistemáticamente, y por simplicidad, anulando la Función de Transferencia lazo cerrado en la puerta Gate, calculandose simultáneamente la potencia consumida en cada una de las puertas de carga, así como, el resto de los parámetros eléctricos del circuito.

Por último, se ha puesto a punto un programa FETTRAN para la caracterización transitoria del oscilador sinusoidal. El proceso del cálculo es iterativo y esta basado en la representación polinomial en forma de Función de Transferencia de las impedancias lineales del circuito de carga.

Si llamamos Z_{ij} a los parámetros Z , correspondientes al modelo de la Fig. (7-4), la Función de Transferencia lazo cerrado en la puerta Gate del circuito Fig. (7-7) puede escribirse como:

$$(Z_{11}.Z_{22} - Z_{12}.Z_{21}) + Z_2(Z_{11} + Z_{22} - Z_{12} - Z_{21}) + Z_{11}.Z_3 + Z_{22}.Z_1 + (Z_1.Z_2 + Z_1.Z_3 + Z_2.Z_3) = 0 \quad (7-2)$$

donde:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{Y_{R22}}{D} + Z_{1m} & Z_{12} &= - \frac{Y_{R12}}{D} \\ Z_{21} &= - \frac{Y_{R21}}{D} & Z_{22} &= \frac{Y_{R11}}{D} + Z_{5m} \end{aligned} \quad (7-3)$$

siendo Y_{Rij} los parámetros admitancia correspondientes al modelo reducido de la Fig. (7-8):

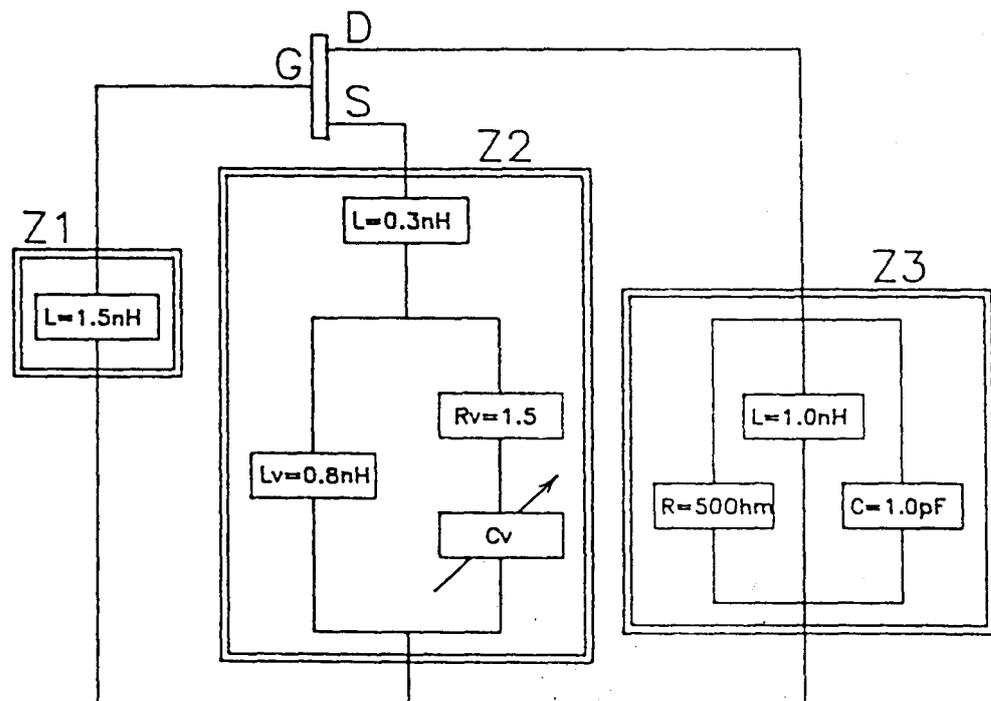
$$\begin{aligned} Y_{R11} &= Y_{3m} + Y_{2m} & Y_{R12} &= - Y_{3m} \\ Y_{R21} &= G_m(V_1) - Y_{3m} & Y_{R22} &= G_d(V_2) + Y_{4m} + Y_{3m} \quad (7-4) \\ D &= Y_{R11}.Y_{R22} - Y_{R12}.Y_{R21}; & Y_{im} &= 1/Z_{im} \end{aligned}$$

El problema, pues, es la anulación de la ecuación frecuencial no lineal (7-2). Para su resolución, el programa escribe la ecuación (7-2) en forma de un polinomio función de la pulsación compleja $p = s + j\omega$ y de las amplitudes V_1 y V_2 . Entonces, para un valor dado de la variable el programa

ma itera quasi-estáticamente la ecuación para encontrar los valores asociados de la pulsación y del resto de las variables eléctricas en el circuito. De esta forma conseguimos un crecimiento frecuencial quasi-estático del oscilador sinusoidal. El crecimiento temporal se hace por el mismo método aplicado en el capítulo precedente para osciladores a resistencia negativa.

VII.4.- APLICACION NUMERICA

Para el estudio de osciladores FET hemos elegido dos ejemplos típicos: oscilador ancha banda sintonizado a varactor y oscilador a frecuencia fija optimizado para máxima potencia de salida. En el primer caso hemos elegido una configuración de varactor en Source Fig. (7-12) de fácil imple-

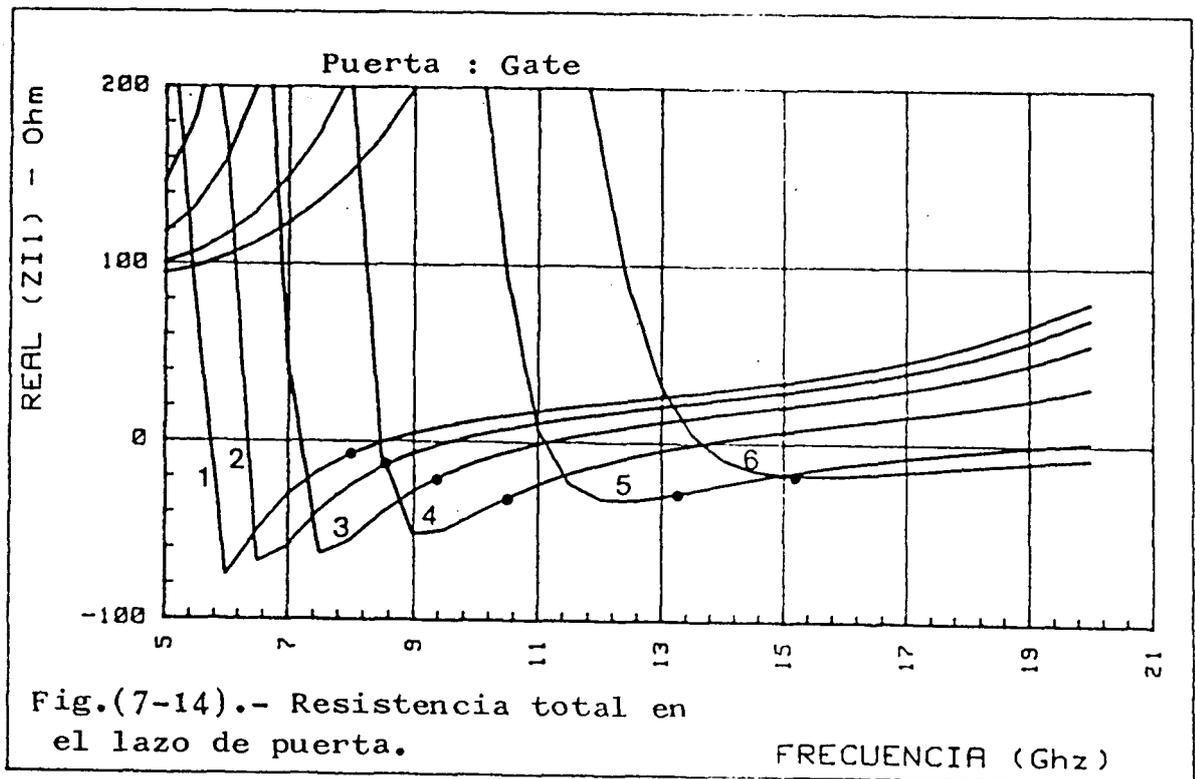
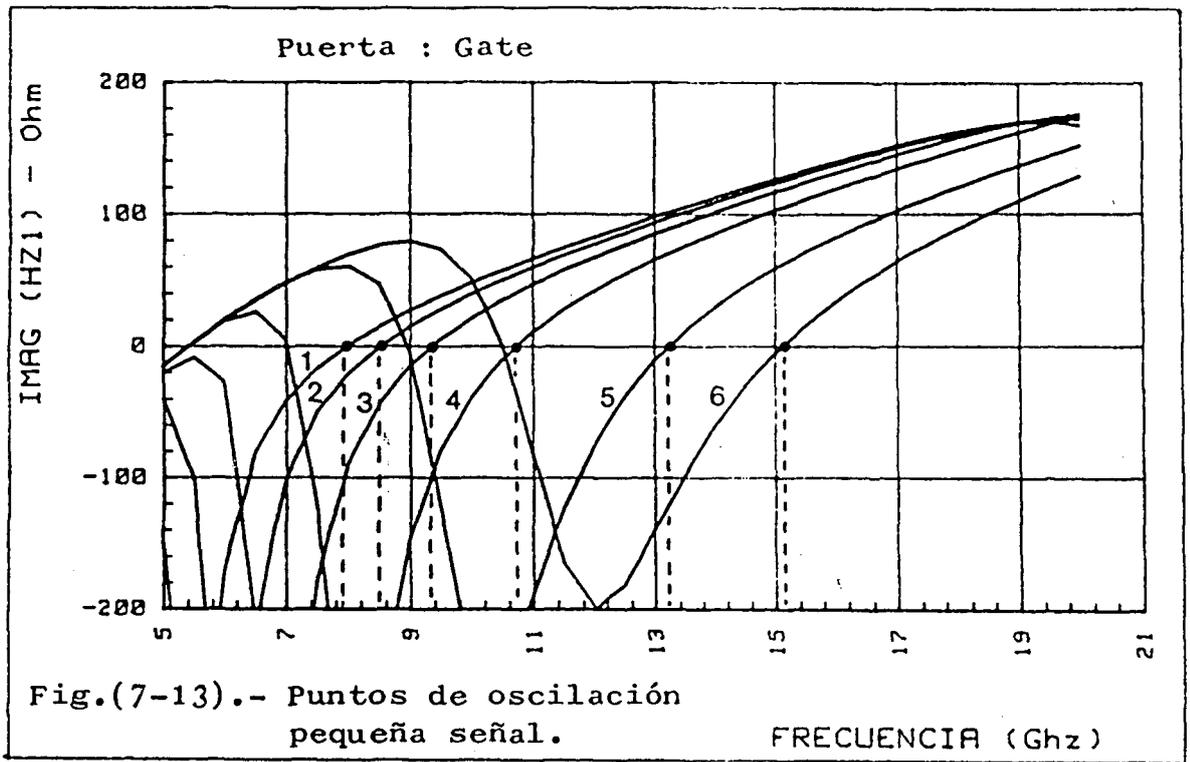


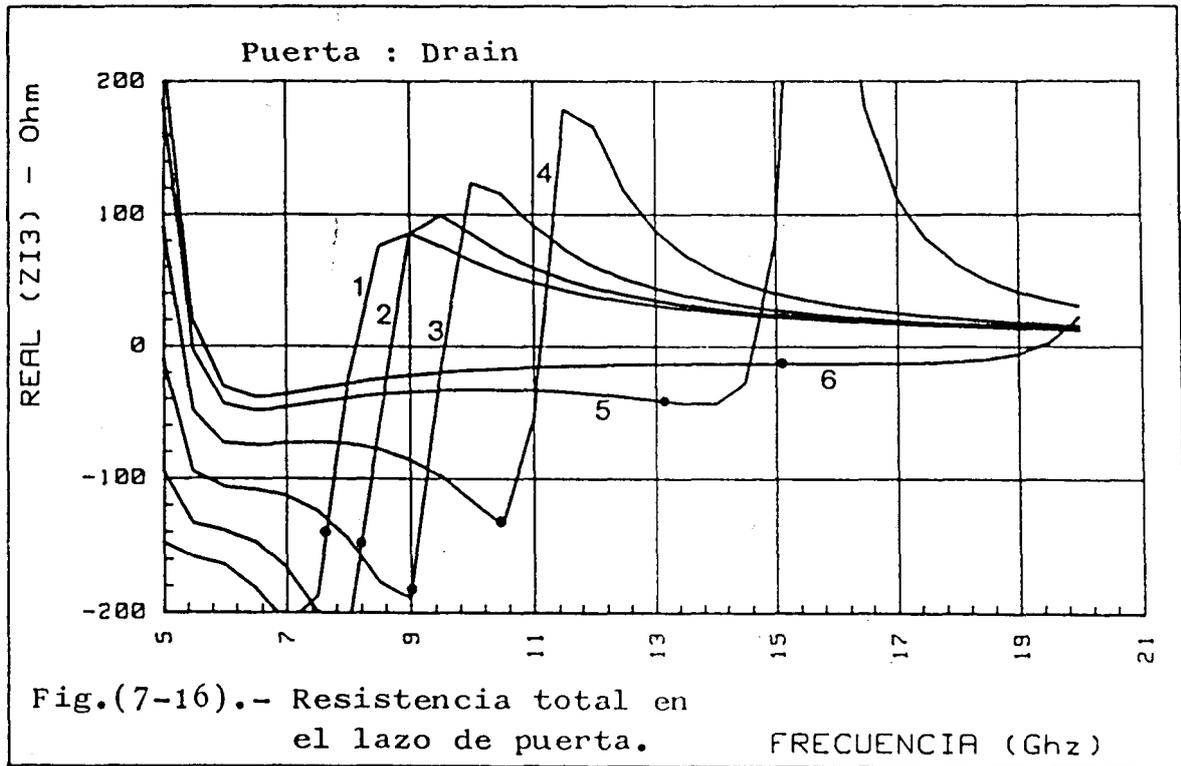
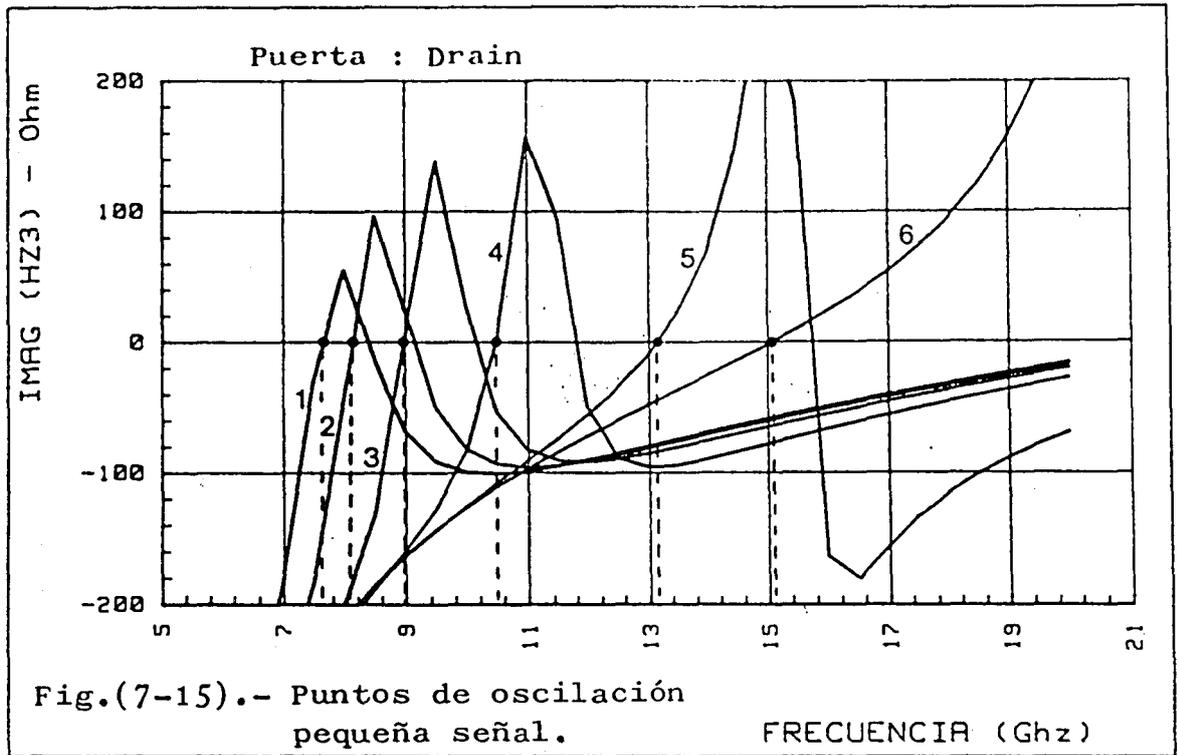
$R_g=14 \text{ Ohm}$	$C_{gd}=0.01 \text{ pF}$	$R_{ds}=400 \text{ Ohm}$
$L_g=0$	$C_{ds}=0.1 \text{ pF}$	$R_d=0$
$C_{gs}=0.4 \text{ pF}$	$G_m=30 \text{ mMho}$	$L_d=0$

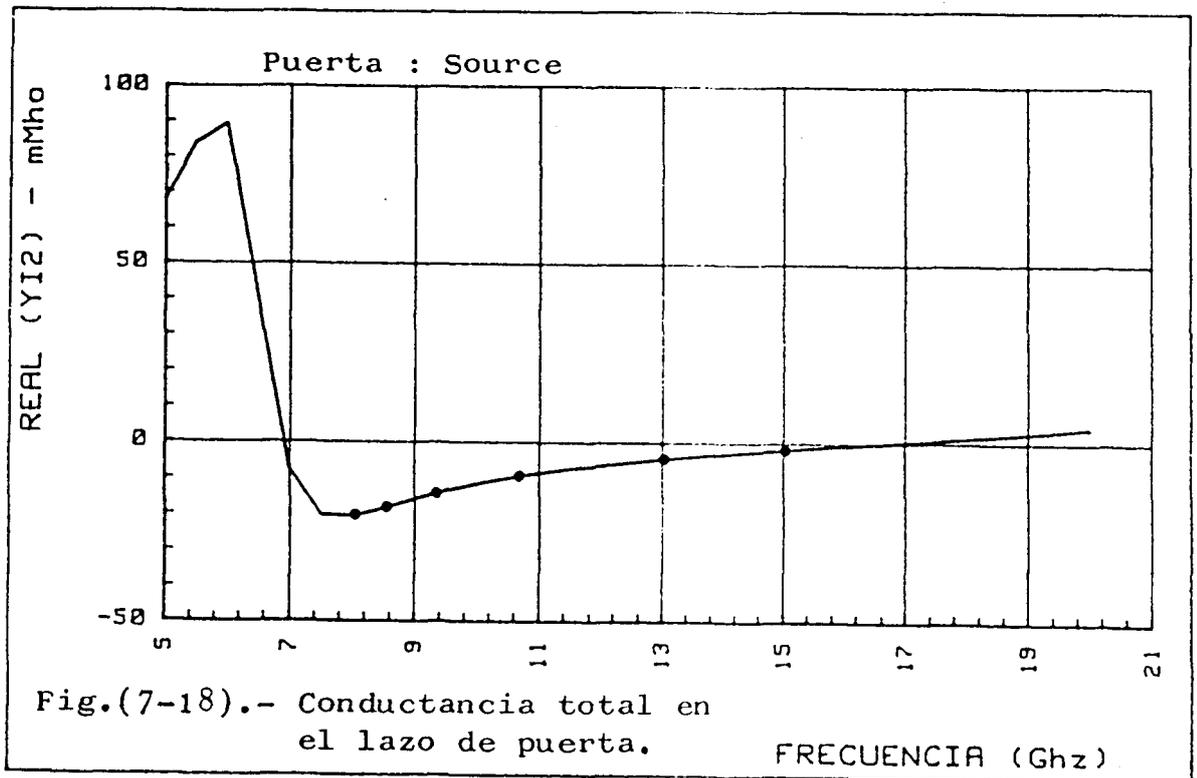
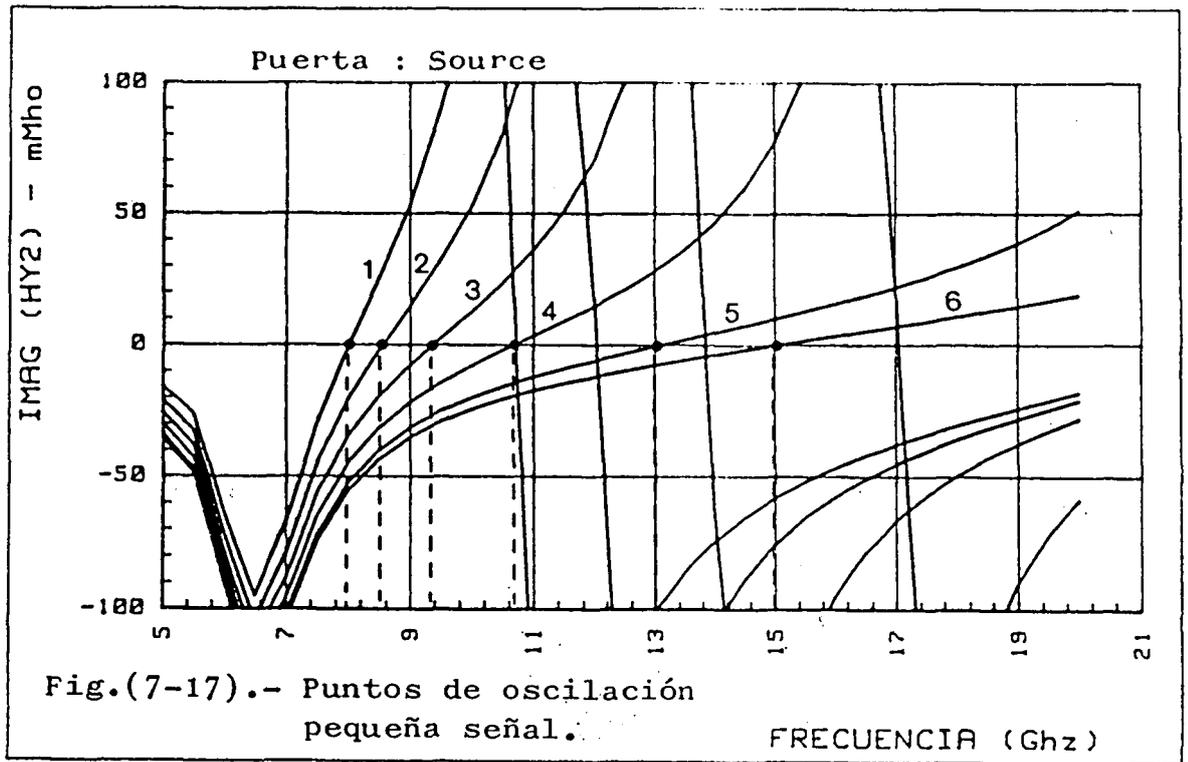
Fig.(7-12).- Sintonía Varactor.

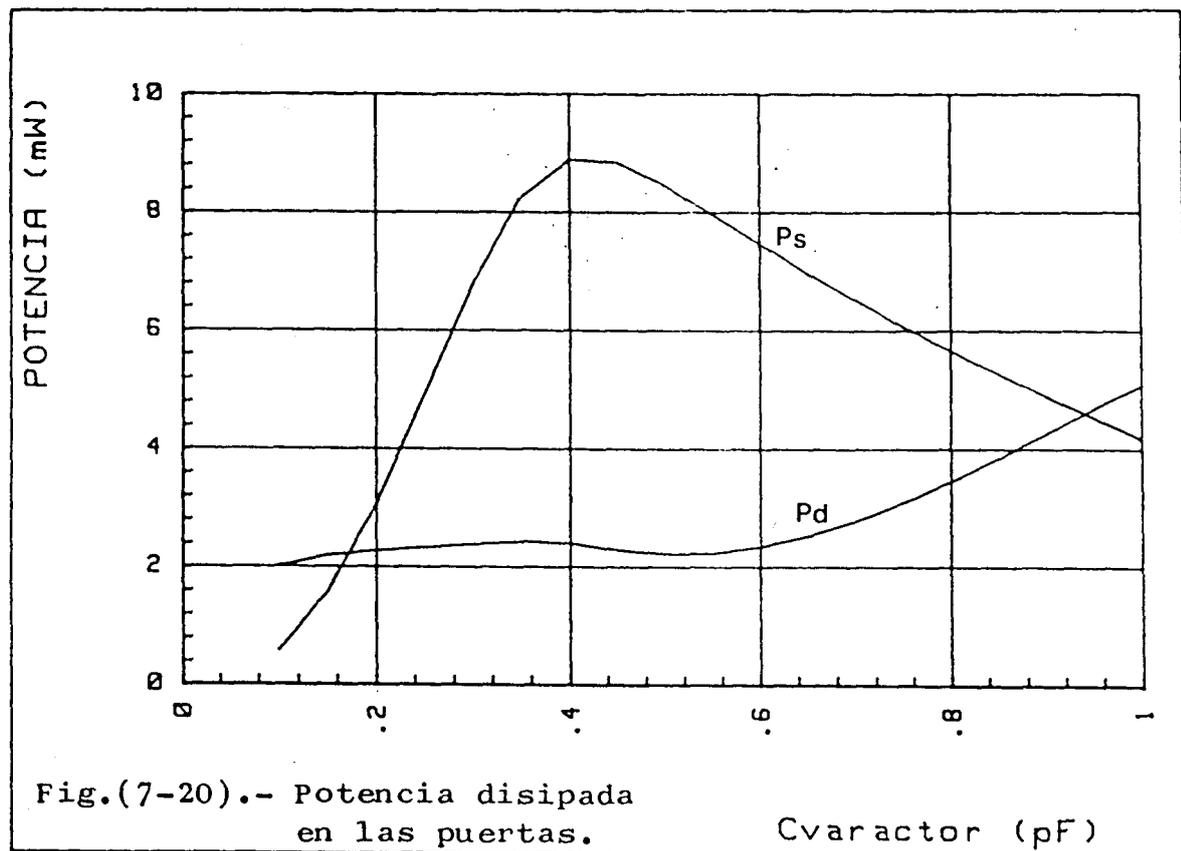
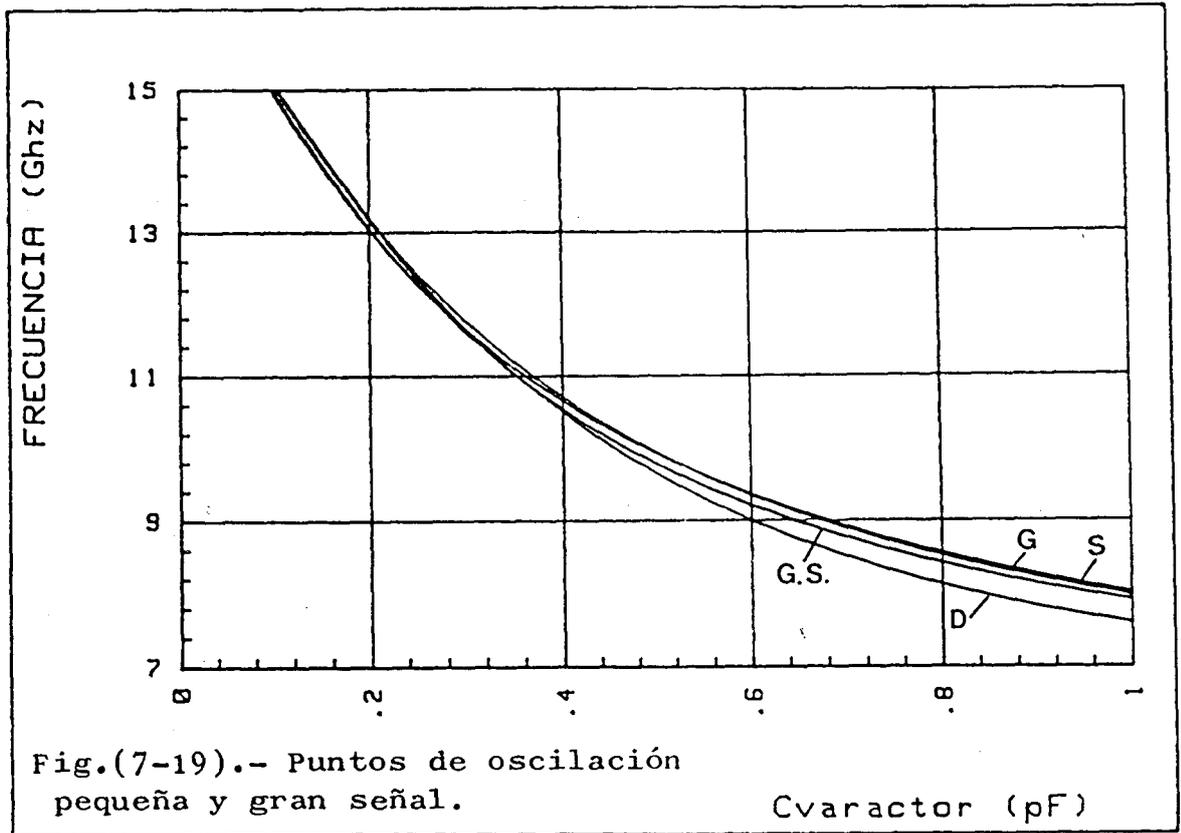
mentación tecnológica. El varactor está fabricado en ASGa con una relación típica $C_{max}/C_{min} = 10$, $C_{min} = 0,1$ pF. Para el estudio de este tipo de oscilador hemos comenzado por calcular la Función de Transferencia lazo cerrado -pequeña señal- en las tres puertas Fig. (7-13) - Fig. (7-18), tomando como parámetro la capacidad del varactor. Las etiquetas 1 a 6 indican capacidades de varactor de 1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.1 pF, respectivamente. En el dibujo de la parte imaginaria de H se han marcado los puntos de cruce por cero con pendiente positiva, y en la parte real de H la impedancia o admitancia totales a las frecuencias correspondientes al paso por cero de la parte imaginaria. Observamos que las puertas Gate y Drain tienen puntos de posible oscilación en régimen de impedancias, mientras que, en la misma banda de frecuencias, la estabilidad pequeña señal de la puerta Source se consigue en régimen de admitancia.

La Fig. (7-19) nos muestra el cálculo automático de las frecuencias de oscilación pequeña señal para las puertas Gate (G), Drain (D) y Source (S) en función del valor de la capacidad del varactor. Observamos que no existe una gran diferencia en la banda de oscilación según que analizamos en una puerta u otra. Superpuestas a estas curvas hemos dibujado la frecuencia de oscilación conseguida en régimen de gran señal (G-S), que no difiere sustancialmente de los resultados obtenidos en régimen de pequeña señal, al menos cuando trabajamos con transistores FET de pequeña potencia. La potencia de salida P_d es prácticamente constante Fig. (7-20) en la banda, mientras que la potencia consumida en el varactor P_s adquiere valores importantes. Obviamente, si queremos un oscilador con un rango de sintonía elevado (1









octava) deberemos de acoplar fuertemente el varactor, con la consiguiente pérdida de potencia en salida. Para hacer incapié en este punto, hemos dibujado los resultados gran señal de las corrientes y tensiones en el circuito Fig. (7-21) y Fig. (7-22).

A efectos ilustrativos de la estabilidad gran señal, se ha dibujado Fig. (7-23) - Fig. (7-25) en el plano complejo la Función de Transferencia lazo cerrado en las tres puertas, en forma de equi-amplitudes y equi-frecuencias para una capacidad de varactor $C_v = 0,2 \text{ pF}$. Para este punto, los valores del régimen estacionario son:

$$F_0 = 13.076 \text{ GHz}$$

$$V_1 = 1.055 \text{ volt.}$$

$$V_2 = 4.193 \text{ volt.}$$

$$P_d = 2.4 \text{ mw}$$

$$P_s = 3.1 \text{ mw}$$

a) Puerta Gate: HZ

- 1.- equi amplitud $V_1 = 0,01$
- 2.- equi amplitud $V_1 = 0,7$
- 3.- equi amplitud $V_1 = 0,8$
- 4.- equi amplitud $V_1 = 0,9$
- 5.- equi amplitud $V_1 = 1,055$
- 6.- equi amplitud $V_1 = 1,2$
- 7.- equi amplitud $V_1 = 1,45$
- 8.- equi frecuencia $F = 13,47 \text{ GHz}$
- 9.- equi frecuencia $F = 13,27 \text{ GHz}$
- 10.- equi frecuencia $F = 13,07 \text{ GHz}$
- 11.- equi frecuencia $F = 12,87 \text{ GHz}$
- 12.- equi frecuencia $F = 12,67 \text{ GHz}$

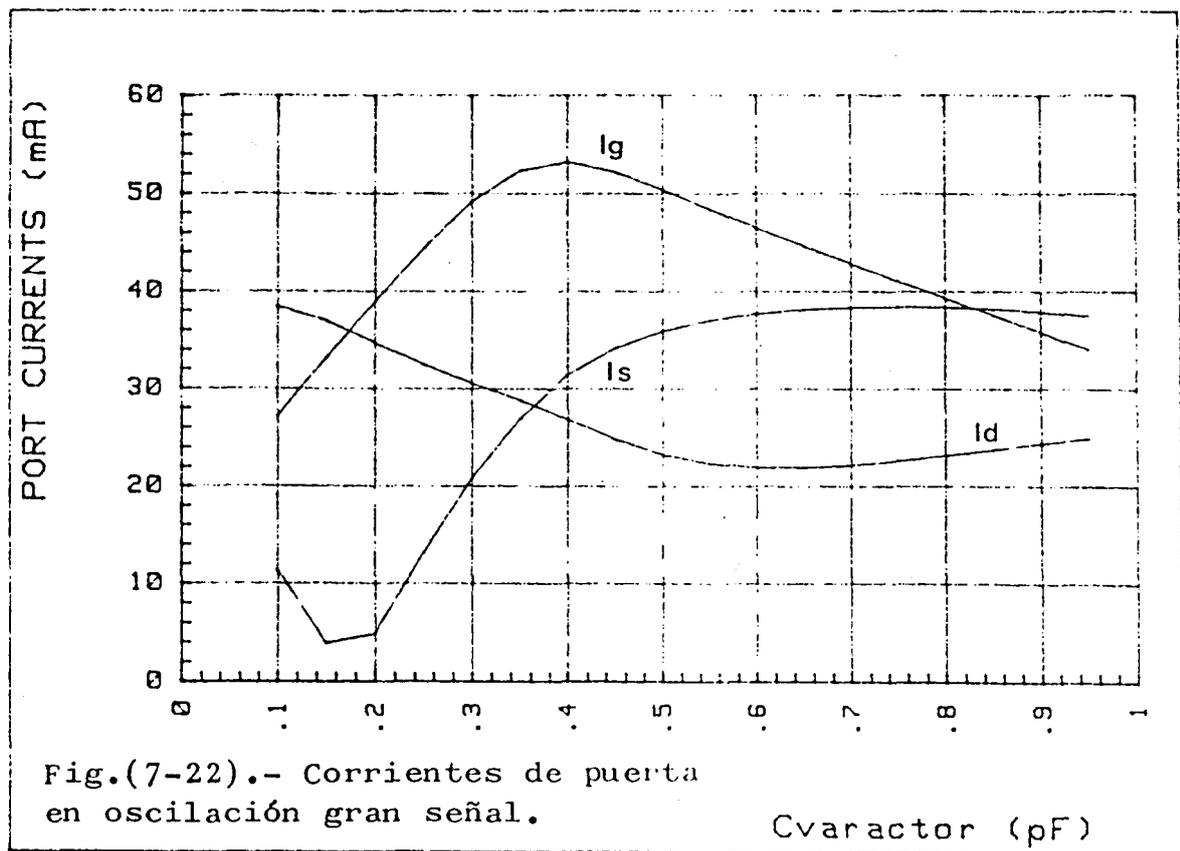
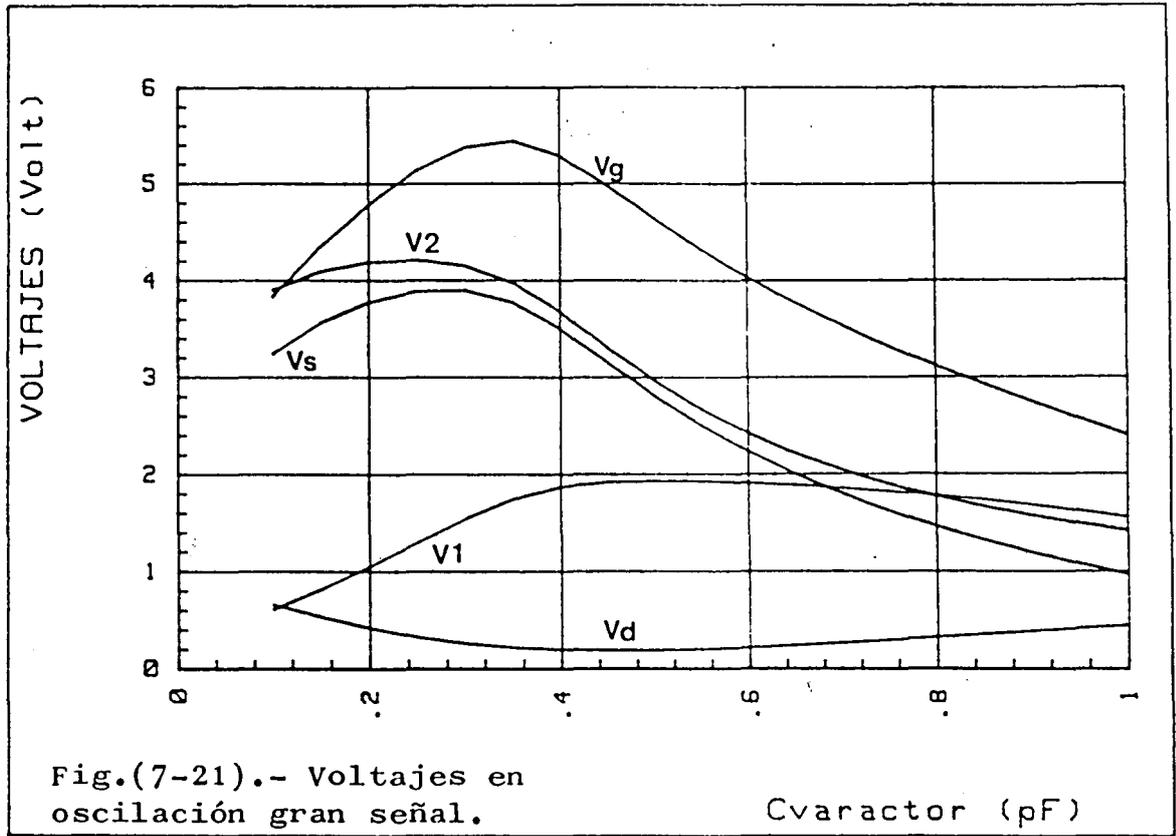
b) Puerta Drain: HZ

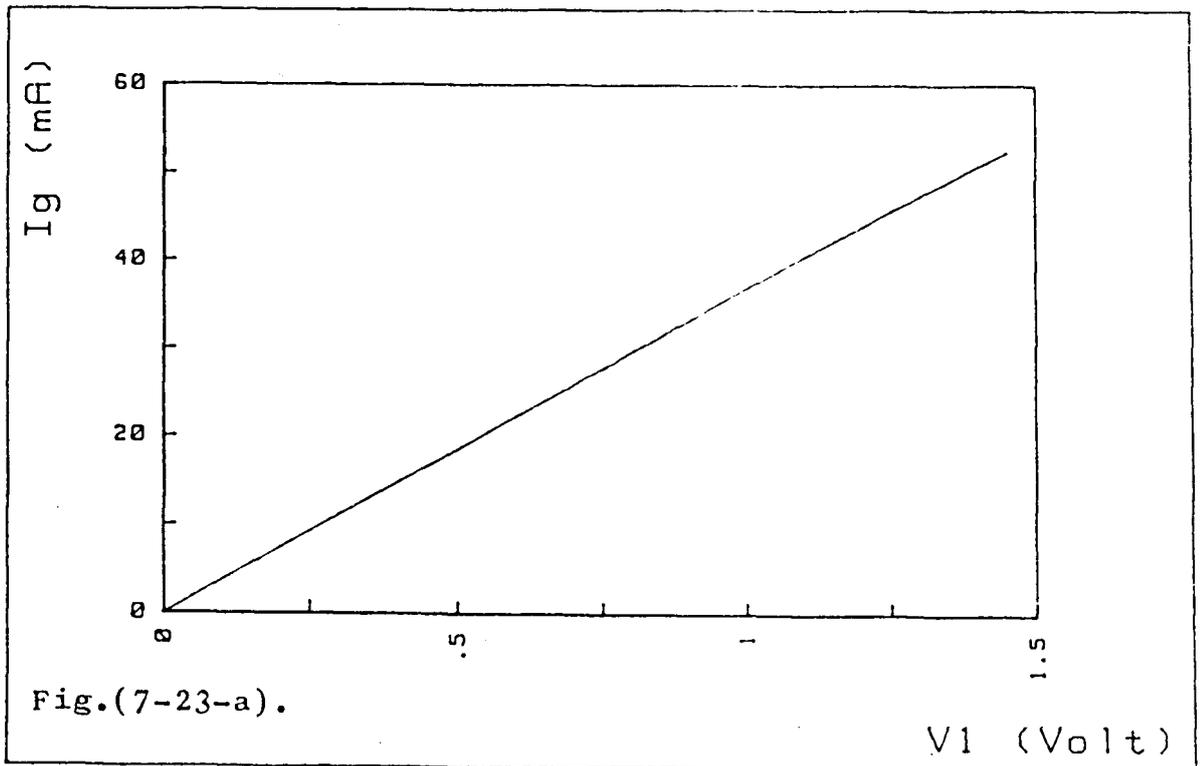
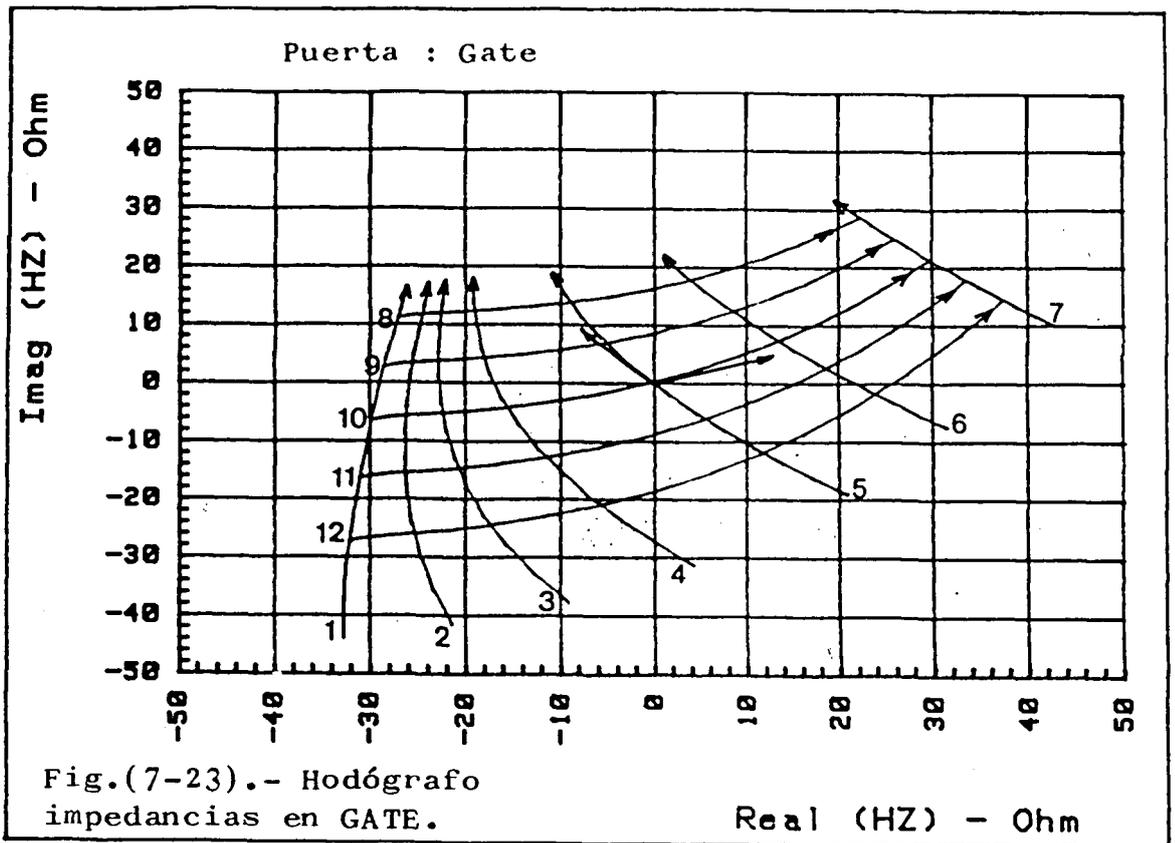
- 1.- equi amplitud $V_2 = 3$
- 2.- equi amplitud $V_2 = 3,8$
- 3.- equi amplitud $V_2 = 4,193$
- 4.- equi amplitud $V_2 = 4,4$
- 5.- equi amplitud $V_2 = 4,6$
- 6.- equi frecuencia $F = 13,47$ GHz
- 7.- equi frecuencia $F = 13,07$ GHz
- 8.- equi frecuencia $F = 12,67$ GHz

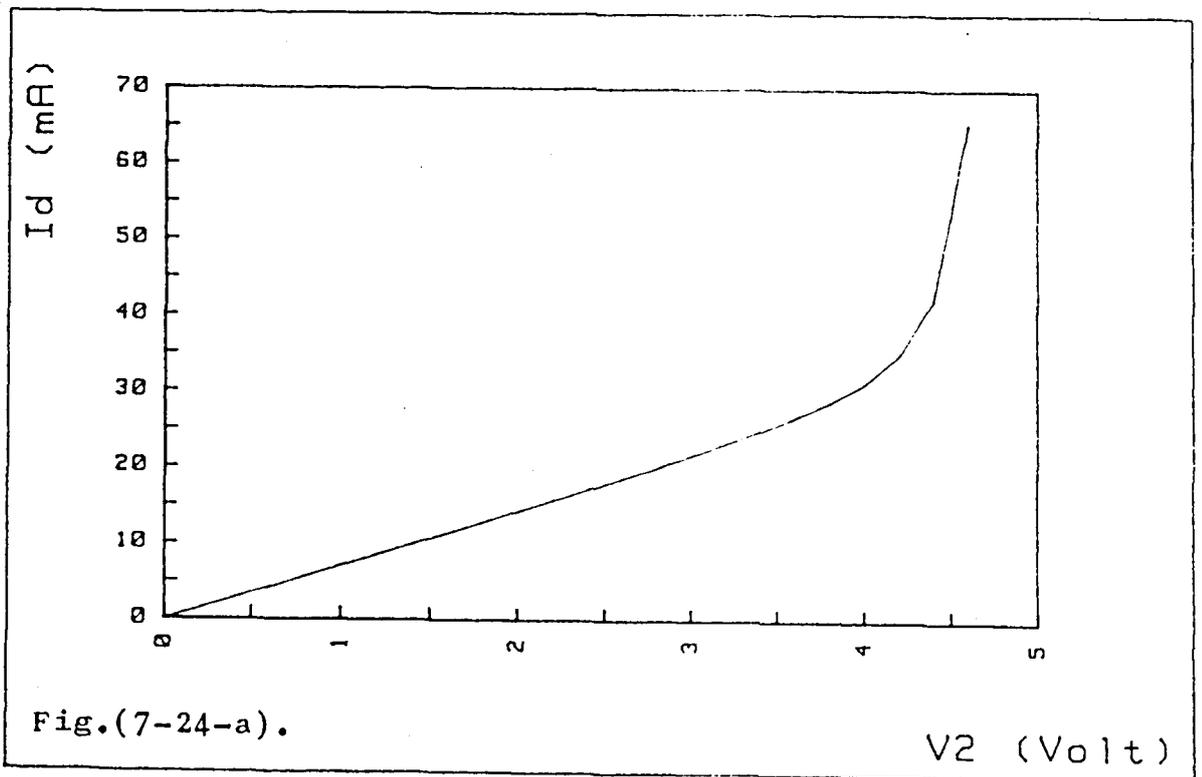
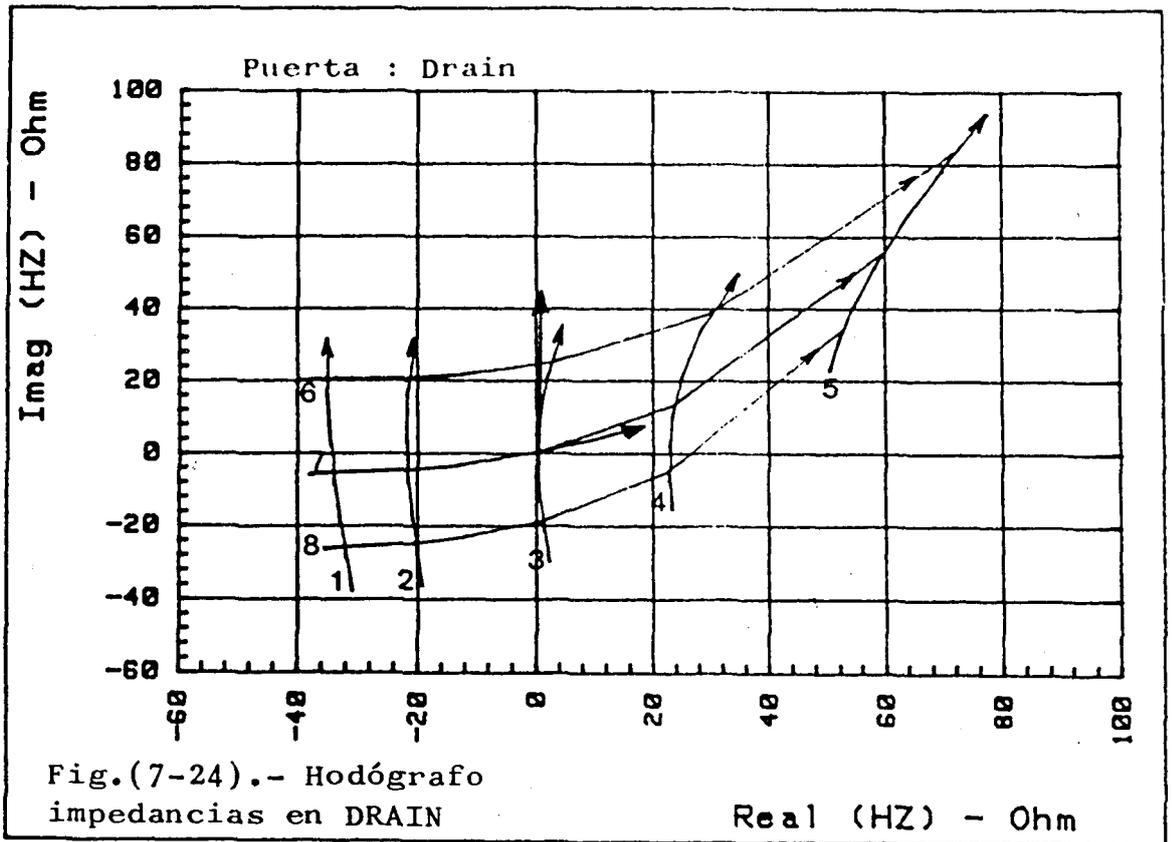
c) Puerta Source: HY

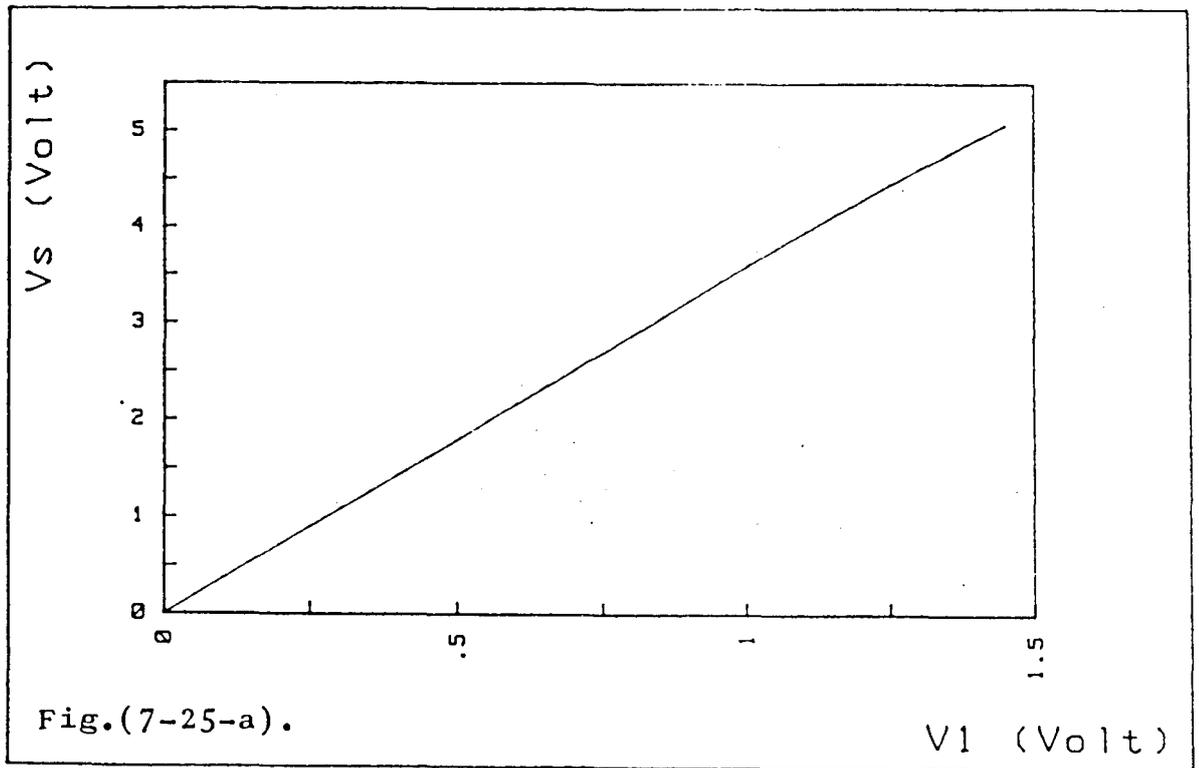
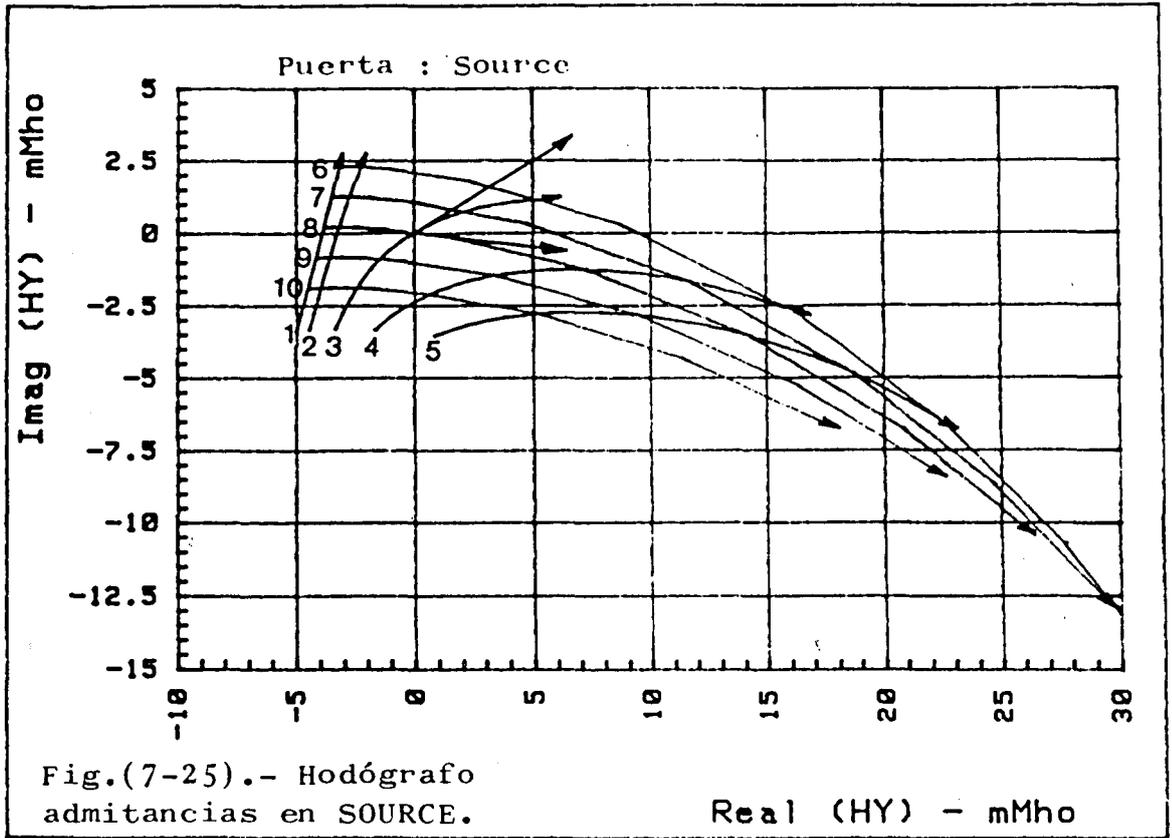
- 1.- equi amplitud $V_1 = 0,01$
- 2.- equi amplitud $V_1 = 0,9$
- 3.- equi amplitud $V_1 = 1,055$
- 4.- equi amplitud $V_1 = 1,2$
- 5.- equi amplitud $V_1 = 1,3$
- 6.- equi frecuencia $F = 13,47$ GHz
- 7.- equi frecuencia $F = 13,27$ GHz
- 8.- equi frecuencia $F = 13,07$ GHz
- 9.- equi frecuencia $F = 12,87$ GHz
- 10.- equi frecuencia $F = 12,67$ GHz

Notemos que hemos construido los hodógrafos de Mikailov en cada puerta en función de las tensiones de la entrada de las no linealidades. Naturalmente, a efecto de ver el tipo de oscilación en cada puerta, representamos Fig. (7-23-a), Fig. (7-24-a) y Fig. (7-25-a) las tensiones no lineales en función de tensiones y corrientes de puerta según que tratemos de una función de transferencia lazo cerrado impedancia (HZ) ó admitancia (HY). Constatamos entonces que









el sistema oscila en las puertas Gate y Drain en régimen de impedancias, mientras que en Source lo hace en admitancias, tal como habíamos previsto en los cálculos de pequeña señal.

Vamos a pasar, ahora, a analizar el caso típico de un oscilador FET microonda, al cual, vamos a hacer variar la resistencia de carga para conseguir máxima potencia de oscilación a una frecuencia de 10 GHz. Para ello, hemos elegido una configuración clásica Fig. (7-26), donde hemos optimizado los valores de L y C, de forma a conseguir resistencia negativa en Drain, en los alrededores de 10 GHz, con pendiente positiva en la parte imaginaria de la impedancia de entrada. Así pues, tomando $L = 0,5 \text{ nH}$ y $C = 1 \text{ pF}$ obtendremos una impedancia de entrada pequeña señal en Drain ($Z_{IR} + jZ_{II}$) con parte real negativa Z_{IR} hasta 12 GHz, Fig. (7-27) y con parte imaginaria Z_{II} de pendiente positiva en toda la banda de análisis. La condición de oscilación pequeña señal a 10 GHz nos obliga a conectar en Drain una resis-

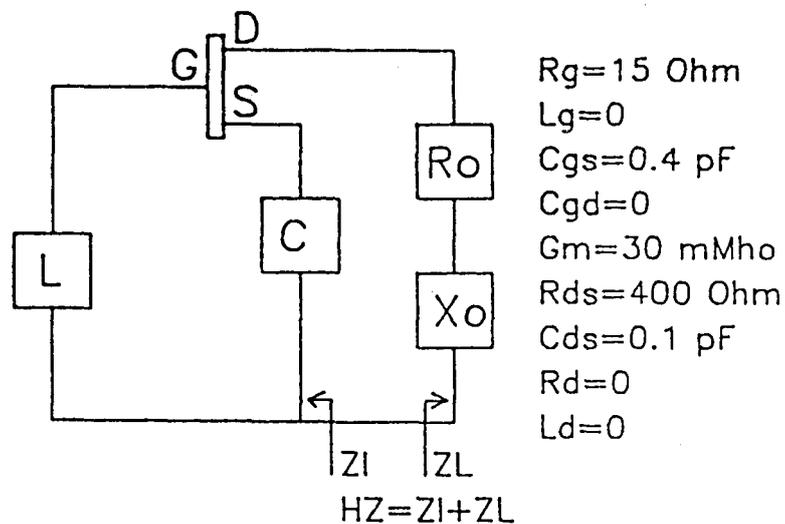
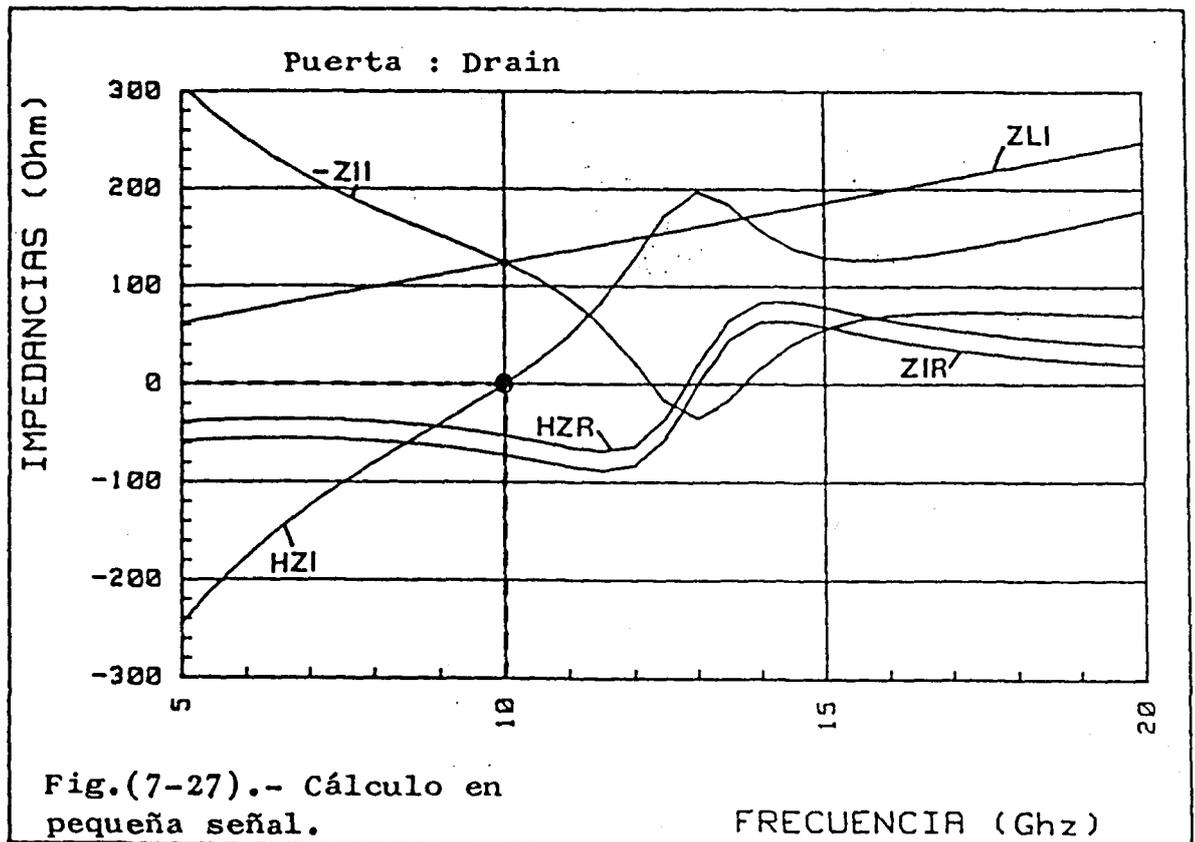
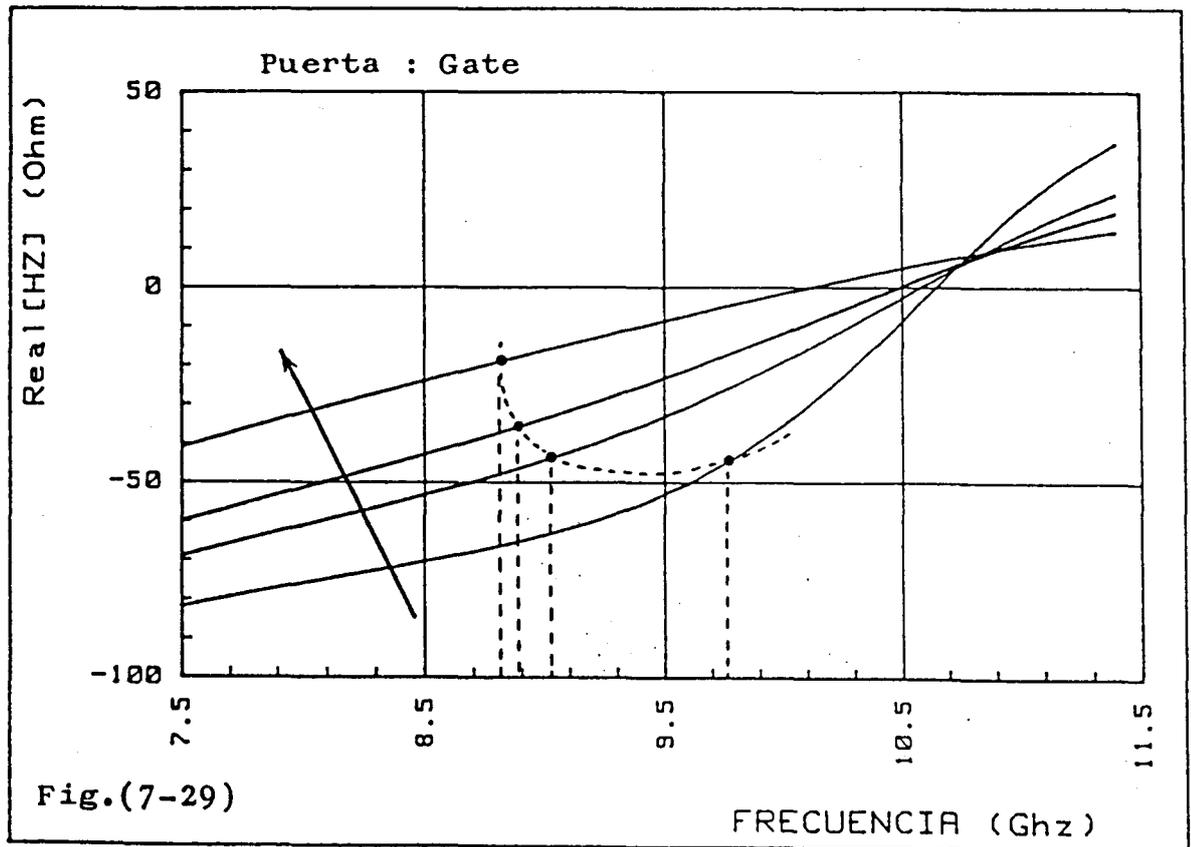
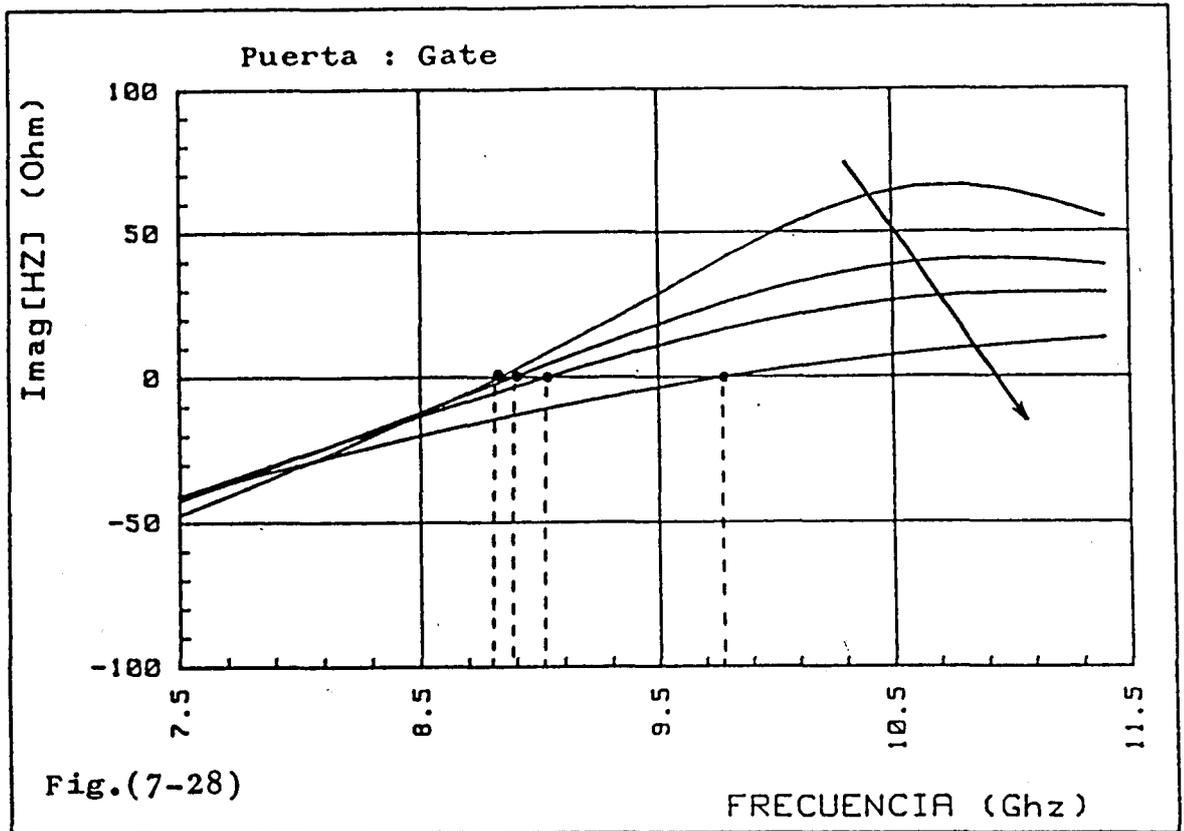


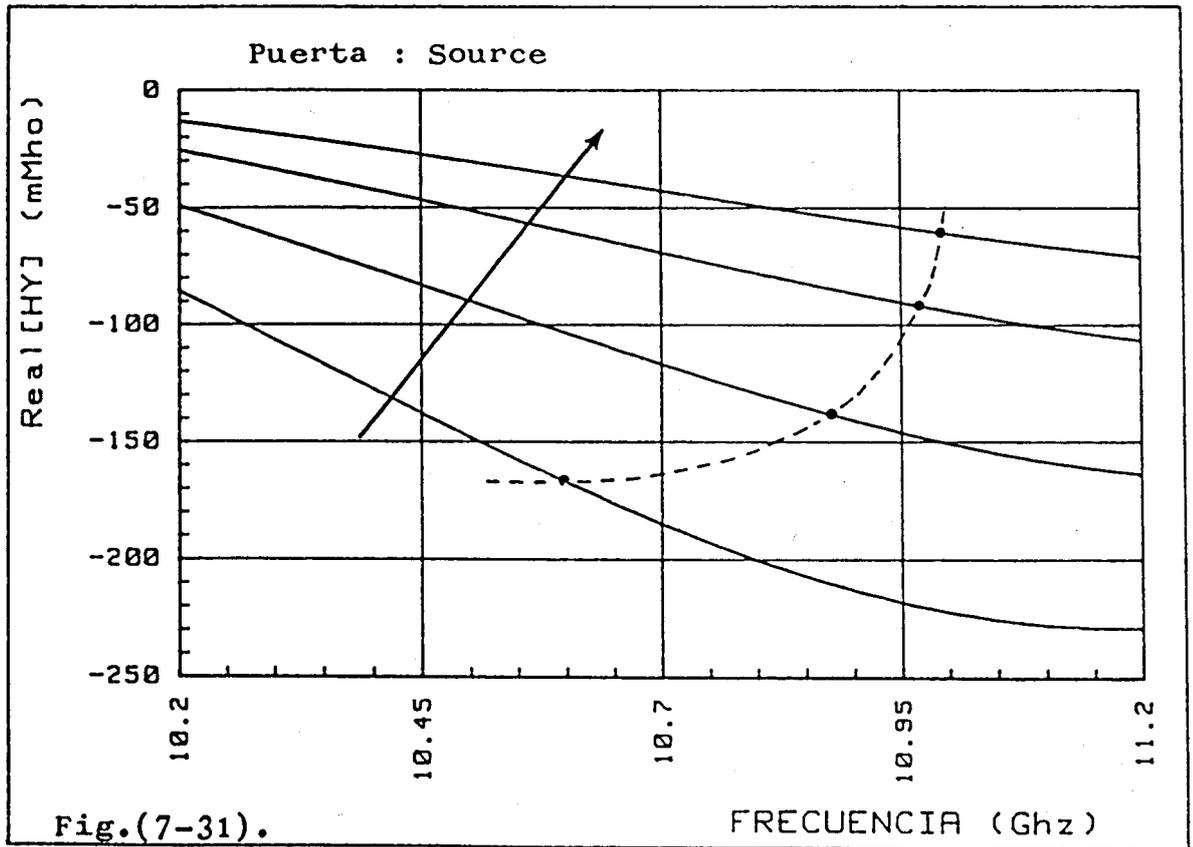
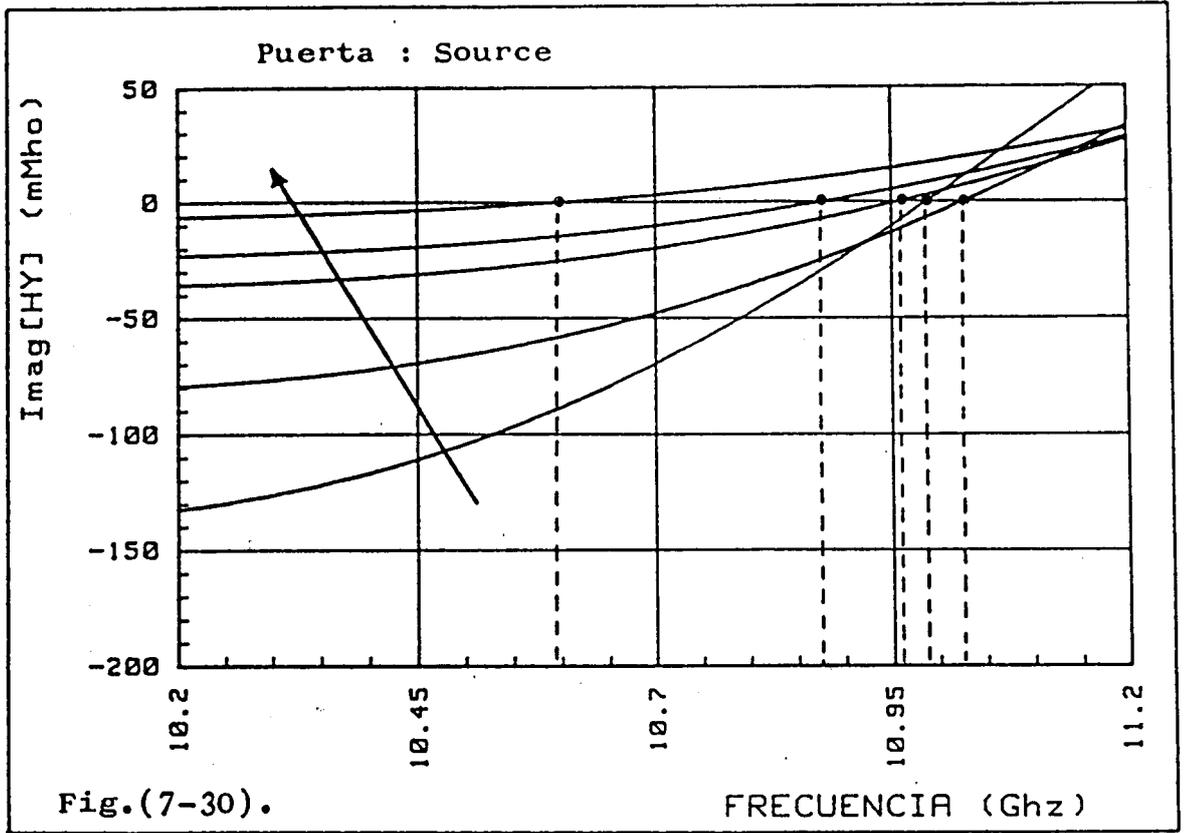
Fig.(7-26).- Oscilador sintonizado a máxima potencia.

tencia R_o menor que 70 Ohm en serie con una inductancia $L_o = 1.978$ nH. En la Fig. (7-27) se muestra también la parte imaginaria Z_{LI} del conjunto $R_o + jX_o$ y la Función de Transferencia lazo cerrado en Drain $H_Z = H_{ZR} + jG_{ZI}$ para $R_o = 20$ Ohm.

Si analizamos, ahora, el circuito en el resto de las puertas, manteniendo el valor de $L_o = 1.978$ nH en Drain, tomando R_o como parámetro, obtenemos las curvas de las Fig. (7-28) - Fig. (7-31), donde, se especifican las partes real e imaginaria de las Funciones de Transferencia lazo cerrado en las puertas Gate y Source (las flechas indican sentido creciente de la resistencia R_o). Observamos, como es previsible, pequeñas desviaciones en las frecuencias de oscilación pequeña señal respecto de la calculada en la puerta Drain (10 GHz), La Fig. (7-32) nos muestra el cálculo







automático de la frecuencia de oscilación pequeña señal en las puertas Gate (G) y Source (S) en función de la resistencia de Drain R_o . Para estos puntos, las Fig. (7-33) - Fig. (7-36) nos dan una indicación de la pendiente frecuencial de la parte imaginaria de H junto con la parte real de la Función de Transferencia lazo cerrado en las puertas Gate y Source. A la vista de las curvas, parece que el oscilador será tanto menos estable cuanto mayor sea la resistencia R_o . Esta desviación pequeña señal tendrá que ser confrontada con el cálculo de la constante de tiempo gran señal.

Para ello, hacemos en primer lugar un cálculo automático de frecuencia de oscilación gran señal; Fig. (7-32) curva G.S., donde observamos importantes diferencias respecto de los puntos calculados en pequeña señal. Las Fig. (7-37) - Fig. (7-39) dan información sobre la potencia de salida

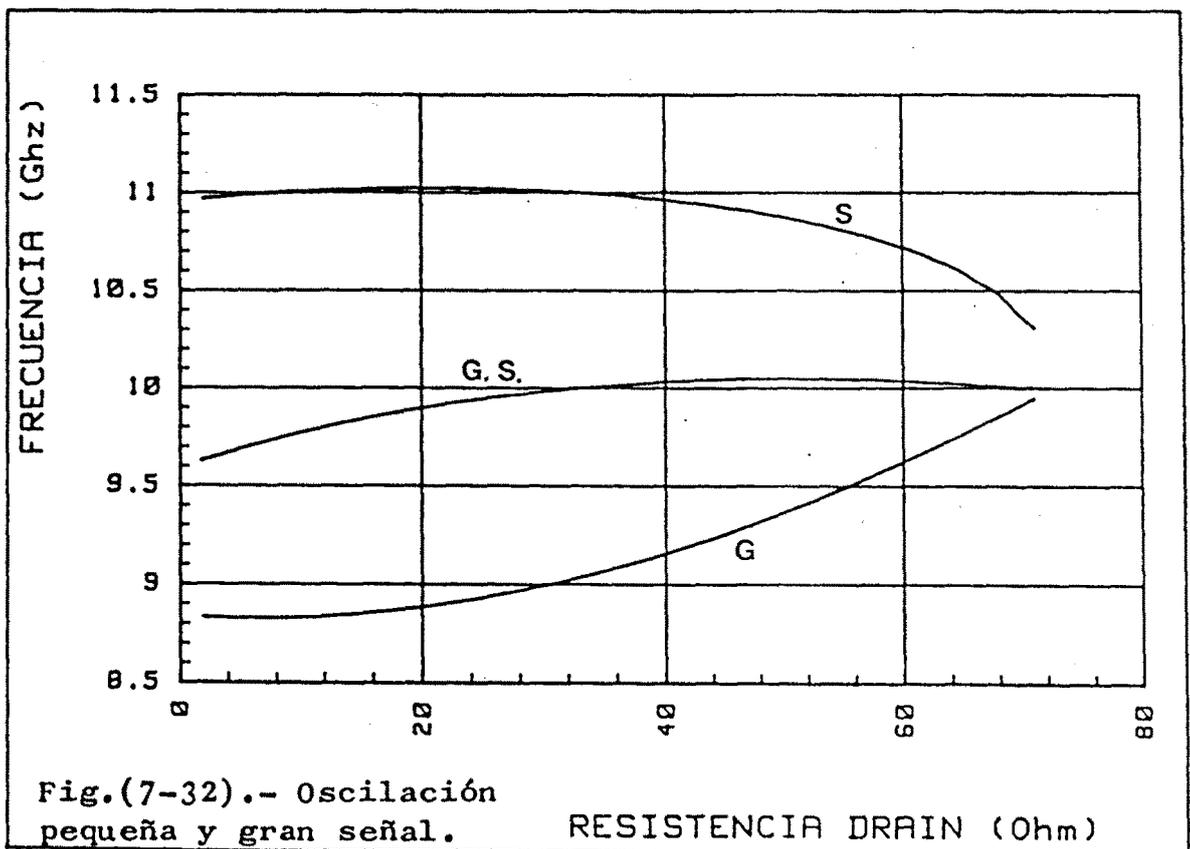
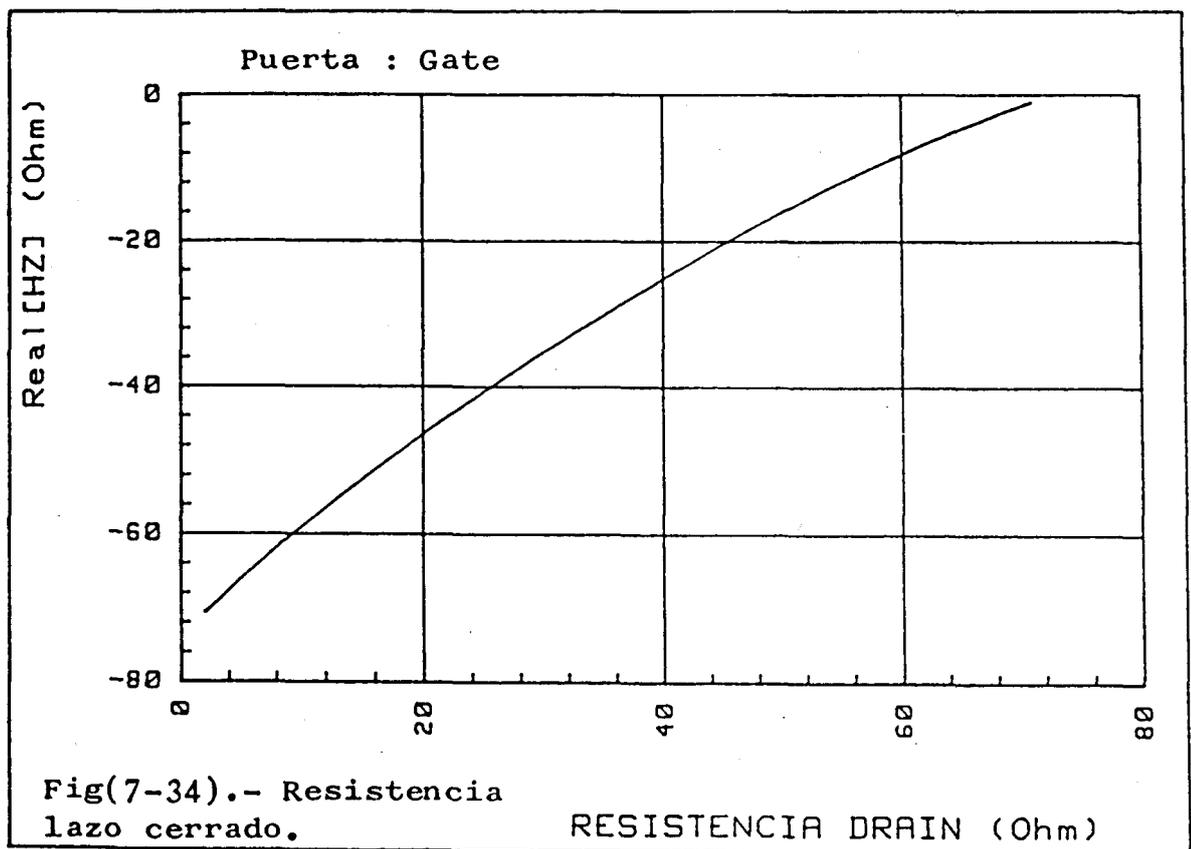
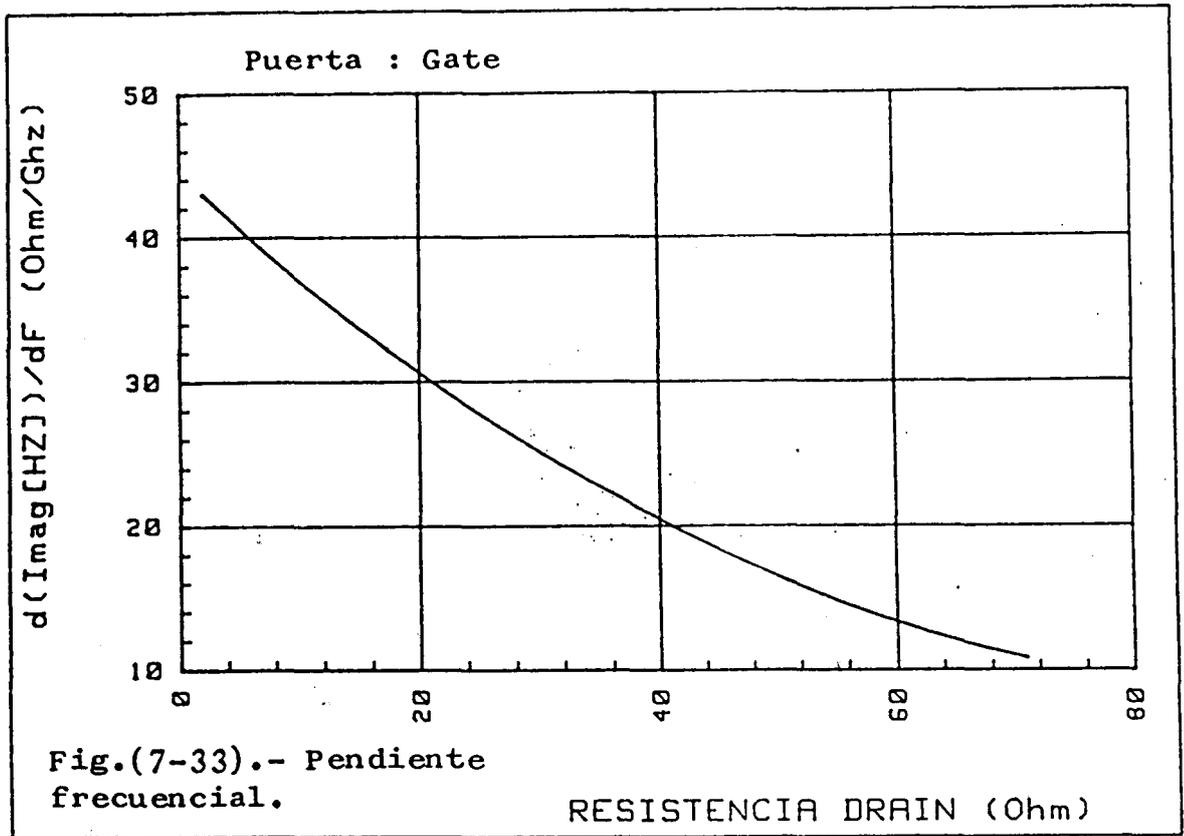
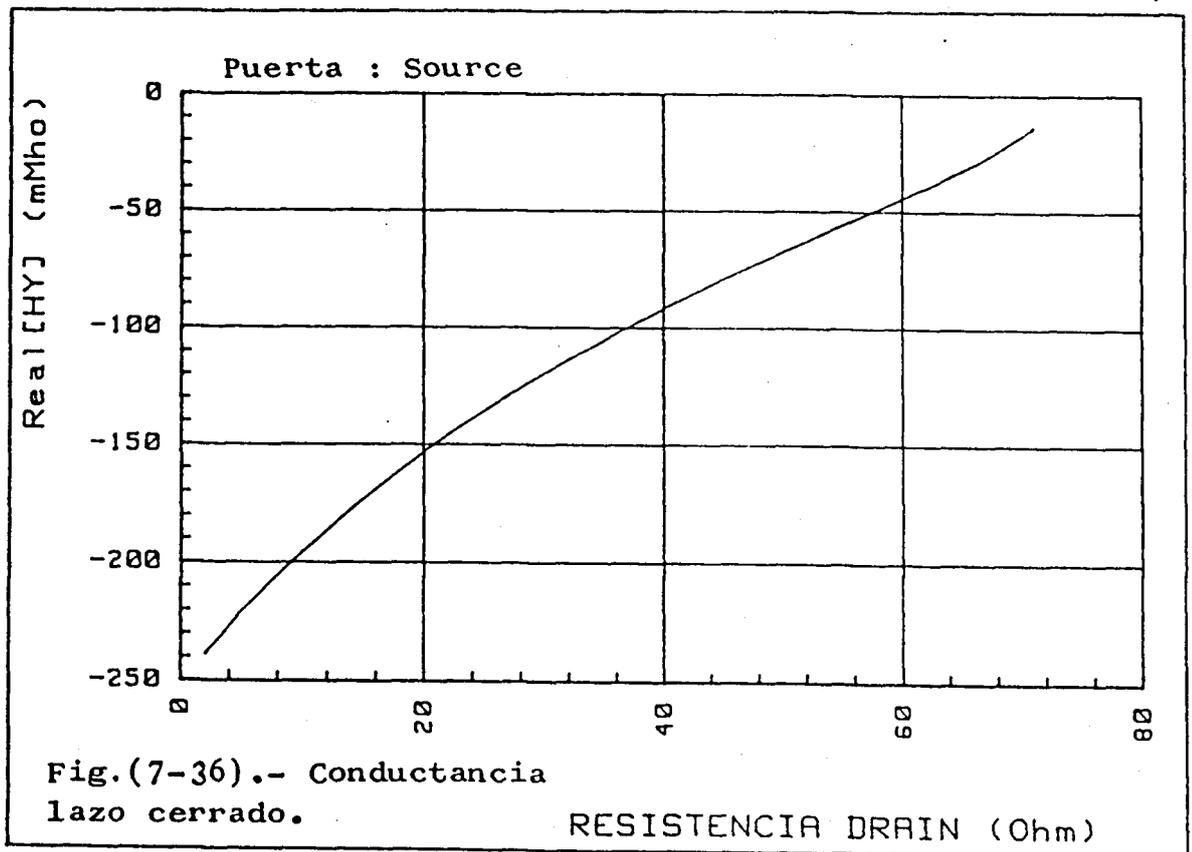
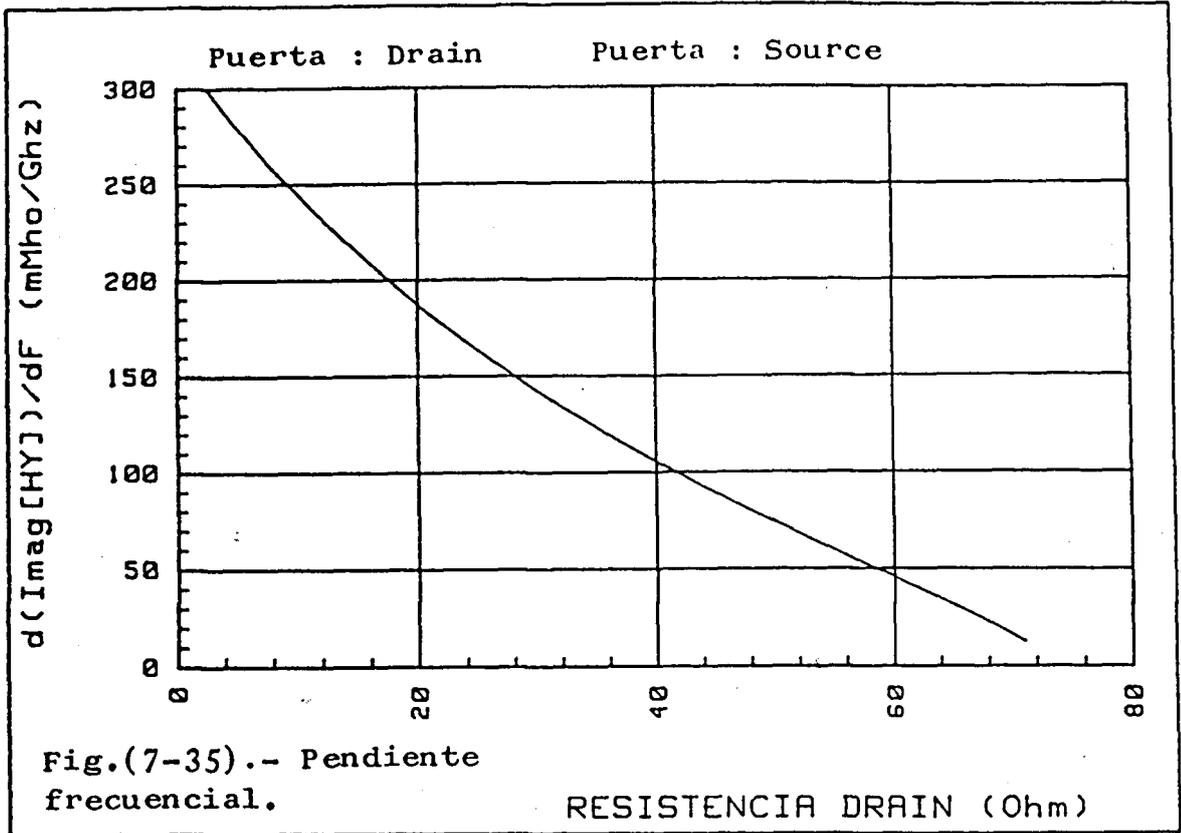


Fig.(7-32).- Oscilación pequeña y gran señal.

RESISTENCIA DRAIN (Ohm)





da y las variables eléctricas del circuito como función de la resistencia Drain, observándose un máximo de potencia cuando la resistencia R_o es aproximadamente dos tercios de la resistencia de entrada pequeña señal en la parte Drain.

En cuanto al estudio de la estabilidad de las puertas de operación, hemos hecho en primer lugar un análisis gran señal calculando la Función de Transferencia lazo cerrado en cada una de las puertas, en forma de equi-amplitudes y equi-frecuencias alrededor del punto de oscilación. Las Fig. (7-40) - Fig. (7-42) muestran la estabilidad gran señal del punto de operación correspondiente a $R_o = 20 \text{ Ohm}$, donde de nuevo, se constata que para este circuito, la estabilidad en la puerta Source se consigue en régimen de admitancias, mientras que, el resto de las puertas tienen un régimen estable en impedancias.

Valores estacionarios:

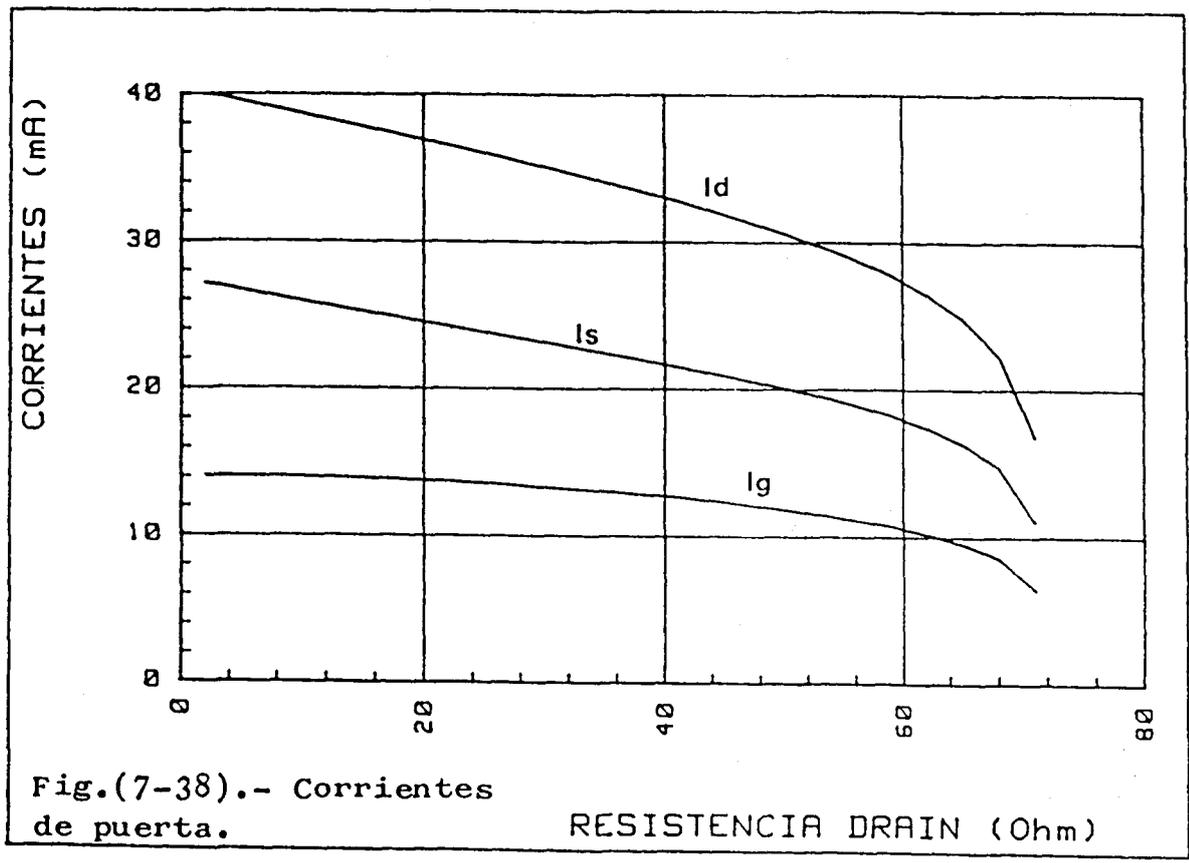
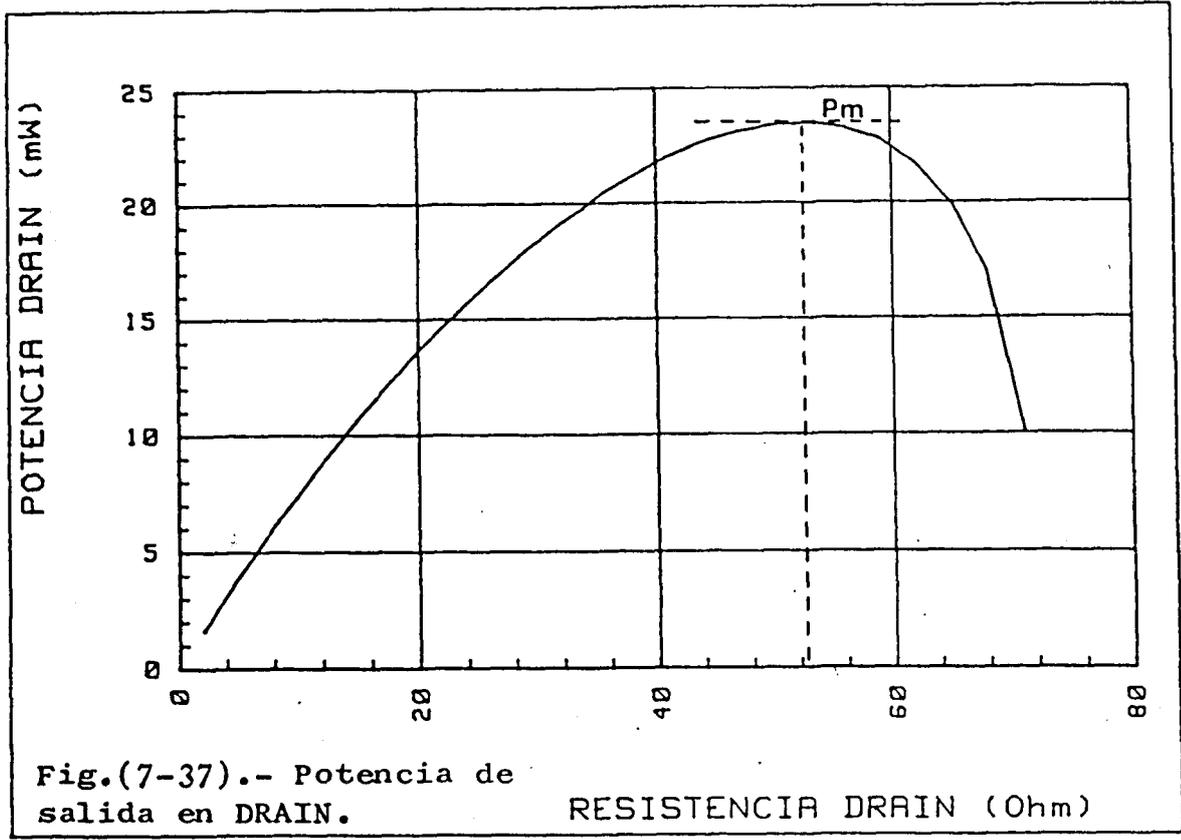
$$F_o = 9.9 \text{ GHz}$$

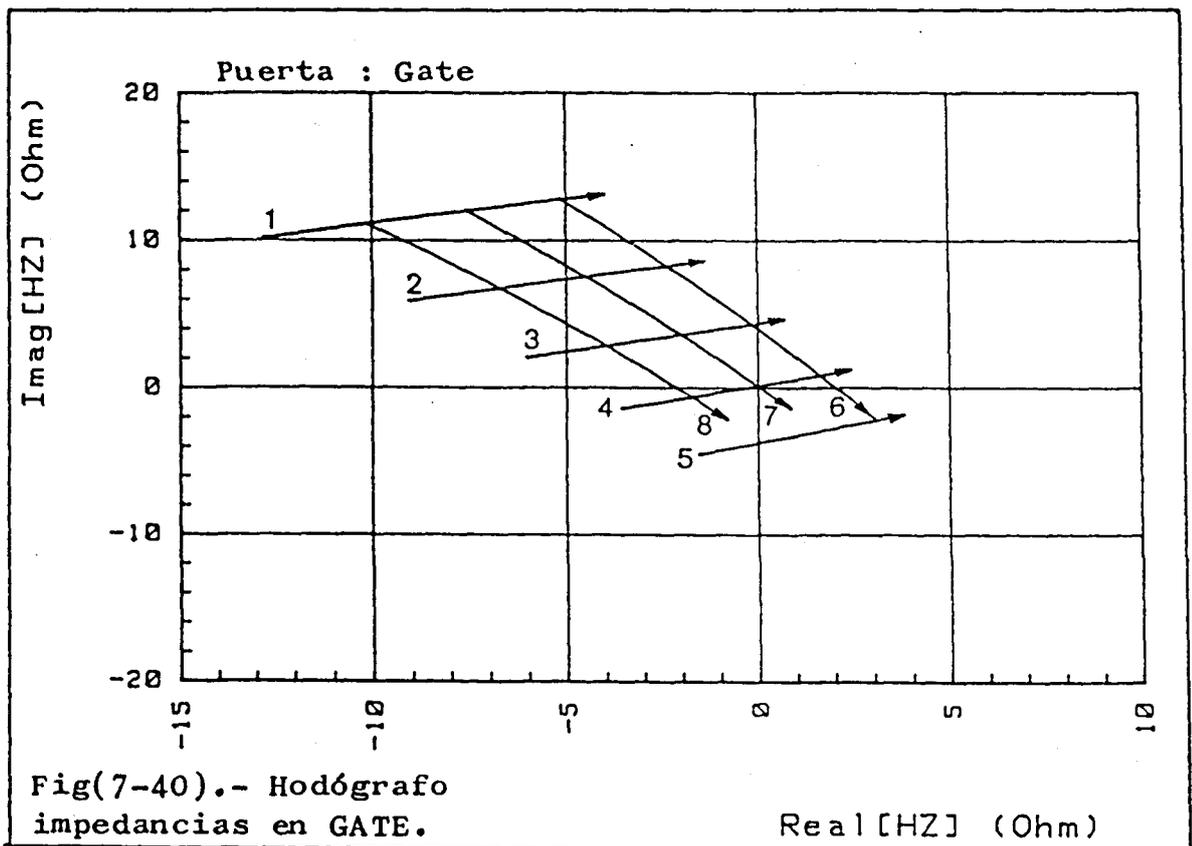
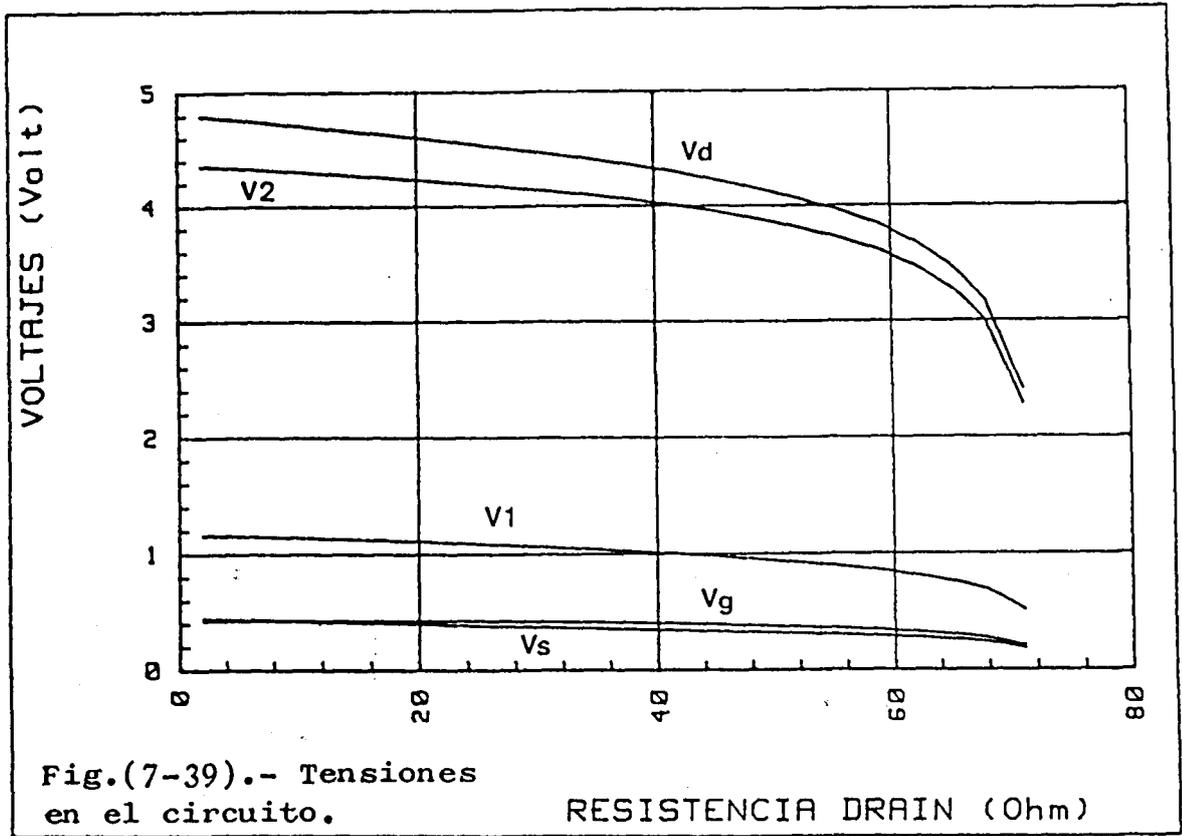
$$V_1 = 1.104$$

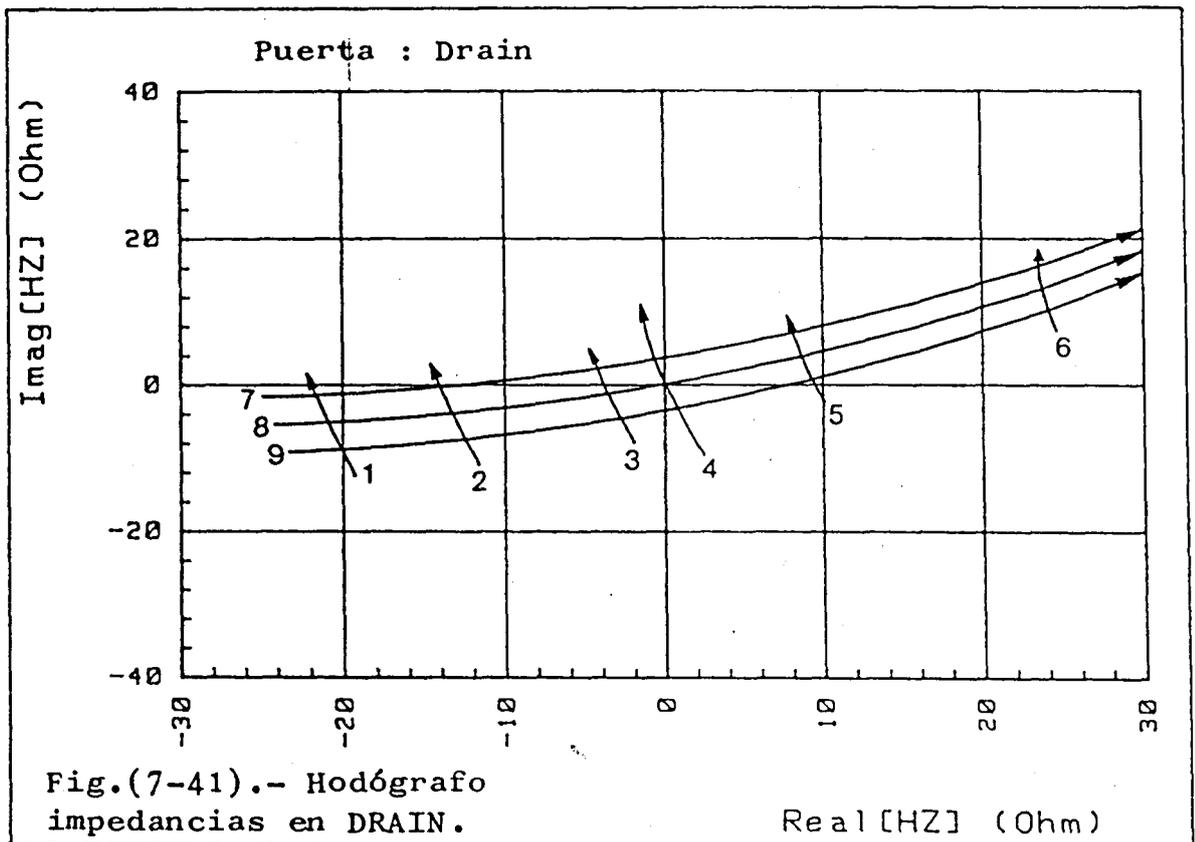
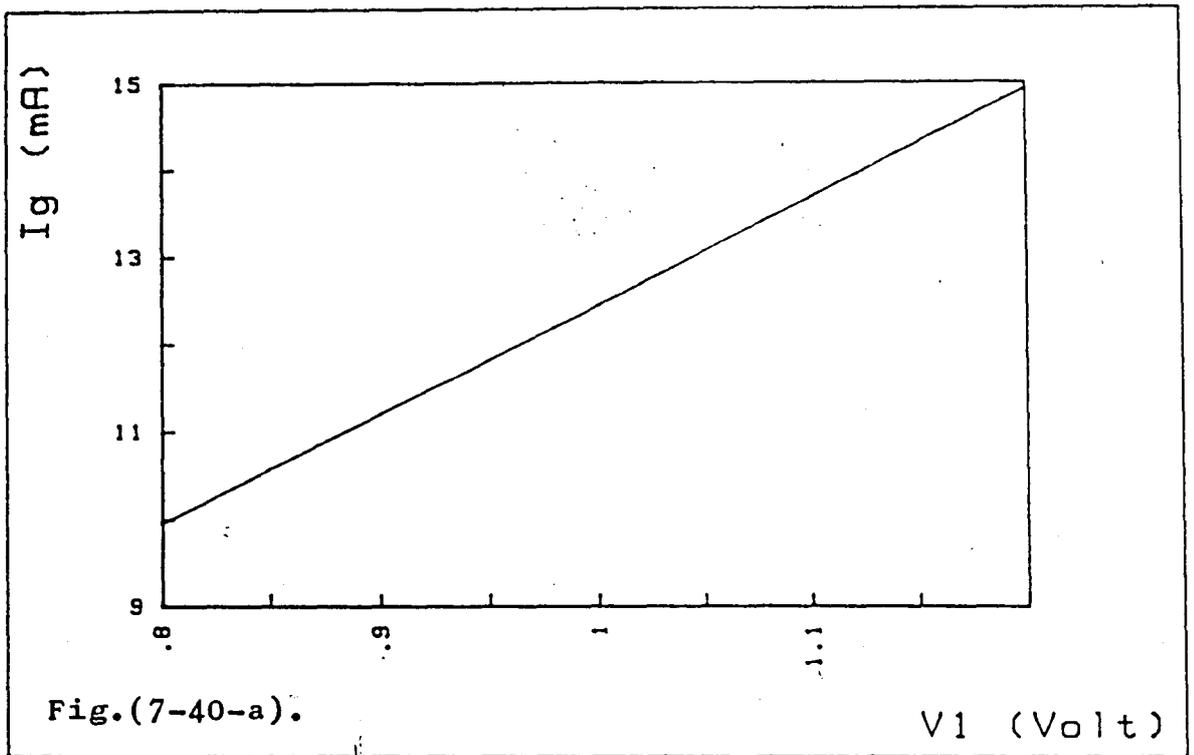
$$V_2 = 4.232$$

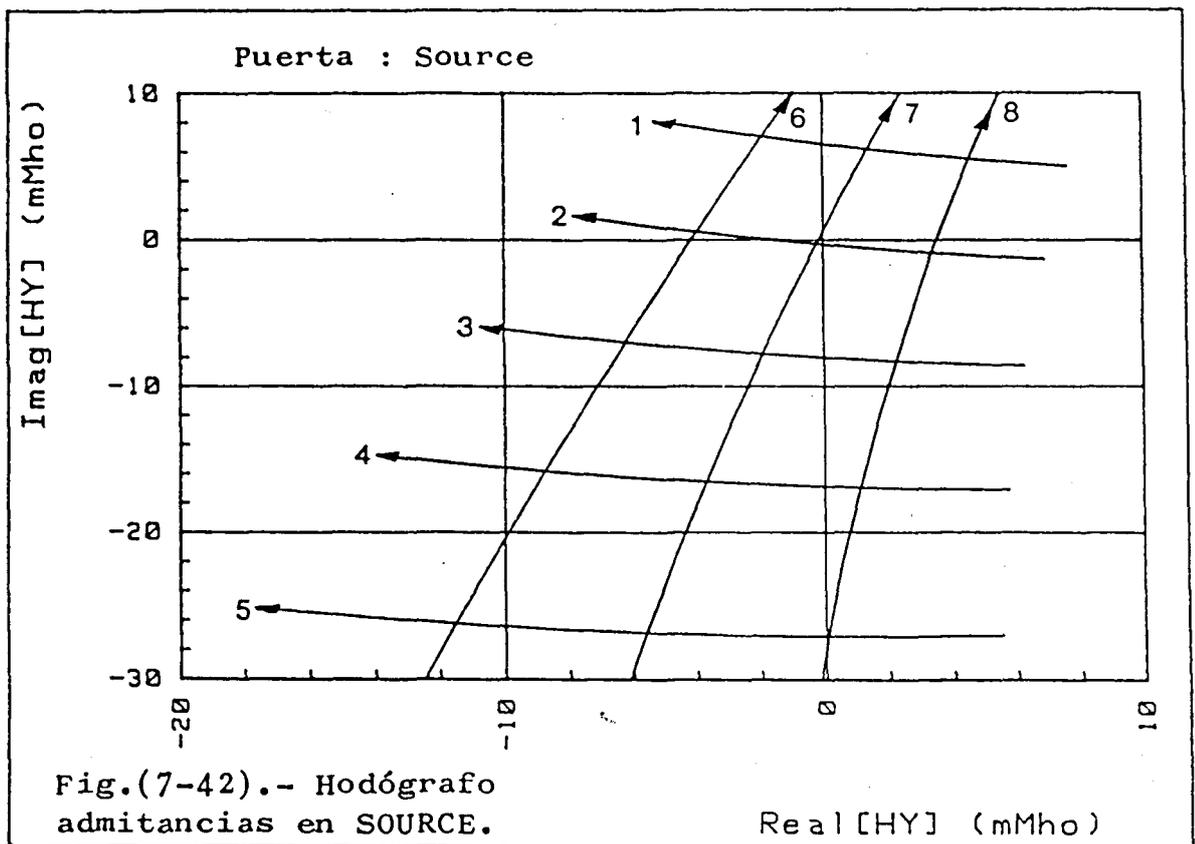
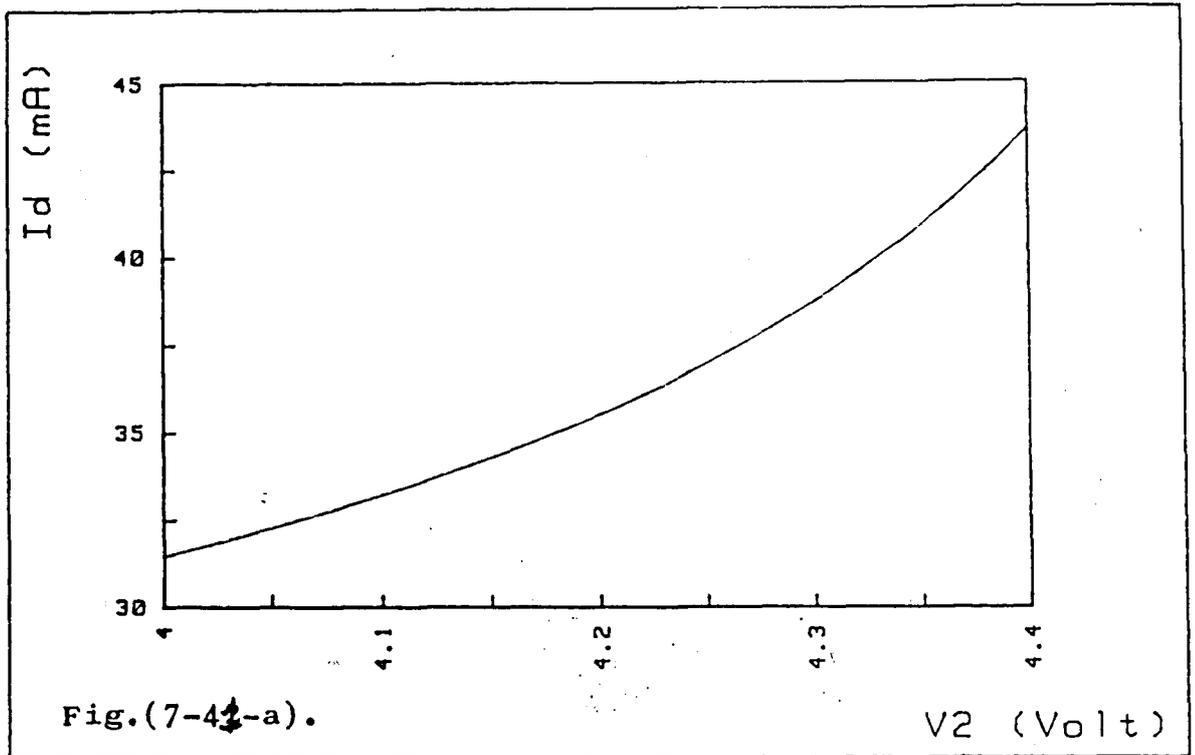
a) Puerta Gate: HZ

- 1.- equi-amplitud $V_1 = 0.8$
- 2.- equi-amplitud $V_1 = 0.9$
- 3.- equi-amplitud $V_1 = 1.$
- 4.- equi-amplitud $V_1 = 1.1$
- 5.- equi-amplitud $V_1 = 1.2$
- 6.- equi-frecuencia $F = 10 \text{ GHz}$
- 7.- equi-frecuencia $F = 9.9 \text{ GHz}$
- 8.- equi-frecuencia $F = 9.8 \text{ GHz}$









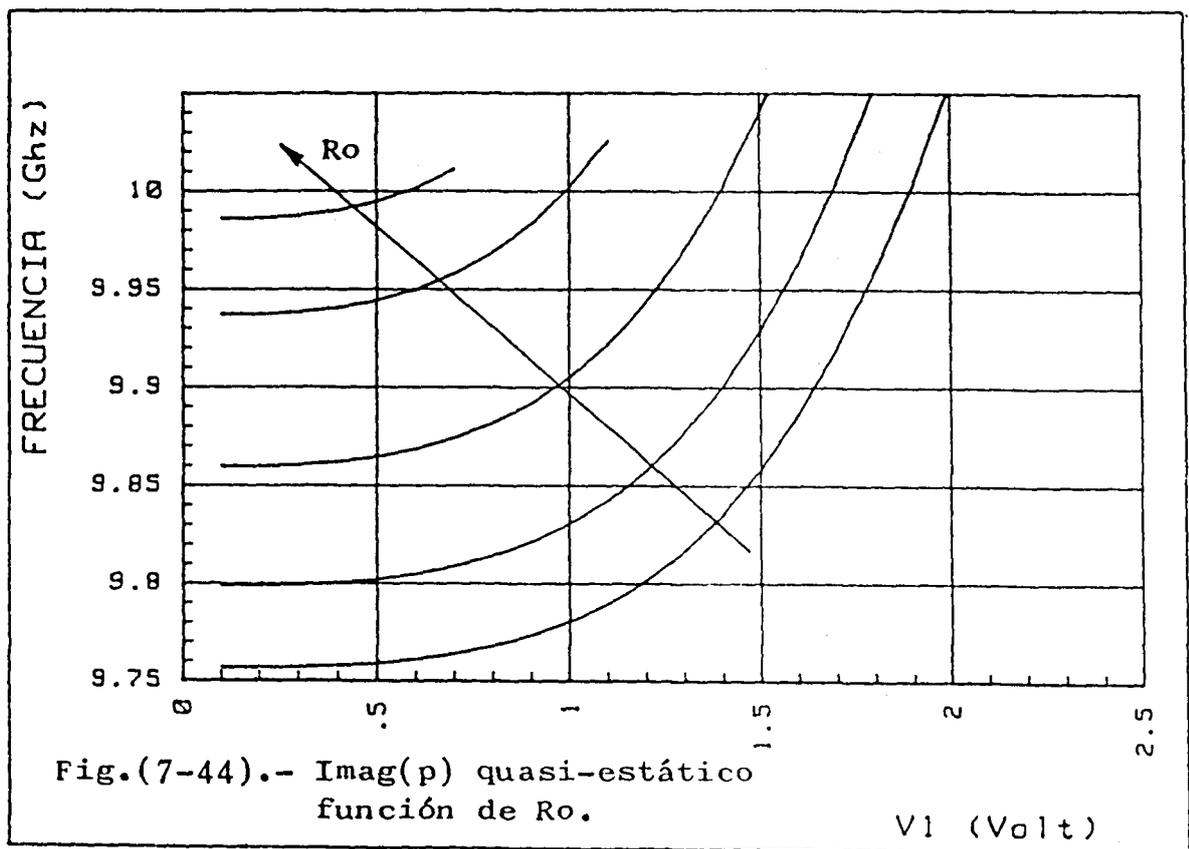
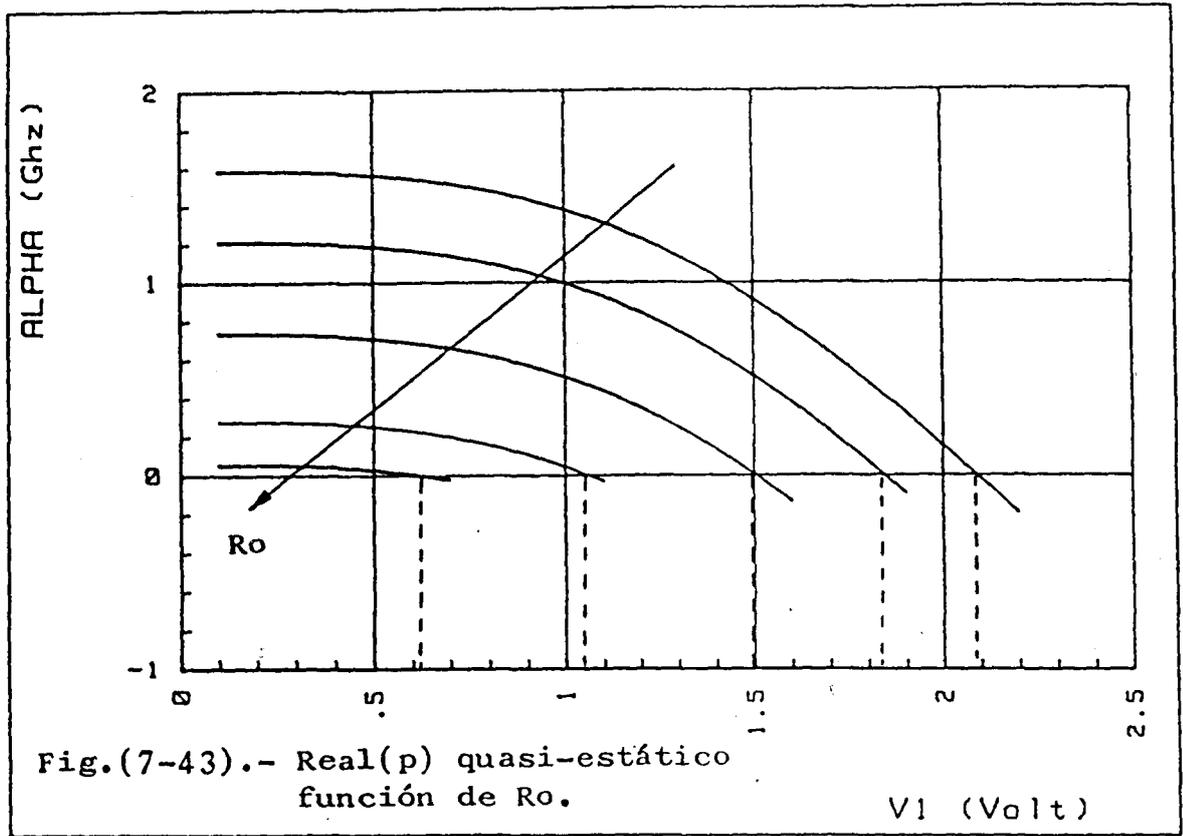
faltan Fig (42-a)

- 3.- equi-amplitud $V_1 = 1$
- 4.- equi-amplitud $V_1 = 0.9$
- 5.- equi-amplitud $V_1 = 0.8$
- 6.- equi-frecuencia $F = 10$ GHz
- 7.- equi-frecuencia $F = 9.9$ GHz
- 8.- equi-frecuencia $F = 9.8$ GHz

Posteriormente, se ha hecho un crecimiento frecuencial, siguiendo las mismas técnicas que en el capítulo anterior, tomando la resistencia de Drain R_o como parámetro Fig. (7-43), Fig. (7-44) (las flechas indican sentido creciente de R_o). Observamos claramente una elevación en la sensibilidad del oscilador respecto de la pulsación compleja a medida que la resistencia R_o decrece. Por otro lado, a la vista de la gráfica que representa la variación de la parte real de la pulsación compleja, notaremos que, un valor alto de R_o implica una constante de tiempo alta, es decir, una estabilidad quasi-estática mayor. En la Fig. (7-45) se representa la constante de tiempo quasi estática del oscilador como función de la resistencia R_o .

Para corroborar estos resultados, se ha hecho un crecimiento temporal quasi-estático para valores de la variable V_1 entre el 2% y el 99% del valor estacionario, tomando R_o como parámetro. Fig. (7-46). (La flecha indica sentido creciente de R_o). Notemos el aumento de tiempo de crecimiento a medida que aumentemos R_o , lo que confirma los resultados de la Fig. (7-45). En las Fig. (7-47) - Fig. (7-50) hacemos el estudio completo transitorio de la pulsación compleja y del resto de las variables eléctricas del circuito para $R_o = 40$ Ohm., tomando, por conveniencia, un crecimien-

to temporal entre el 6% y el 99.6% del valor estacionario.
(Las líneas punteadas indican los valores asintóticos de os
cilación).



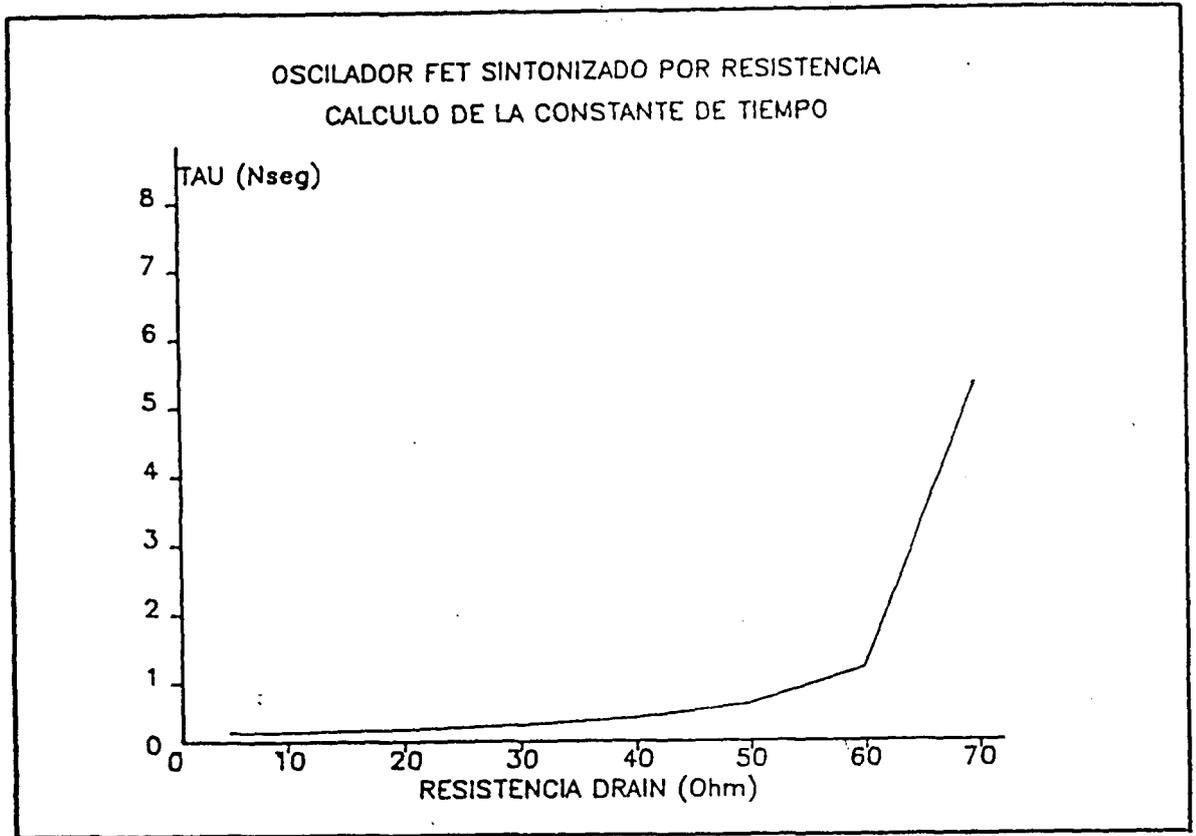


Fig.(7-45).

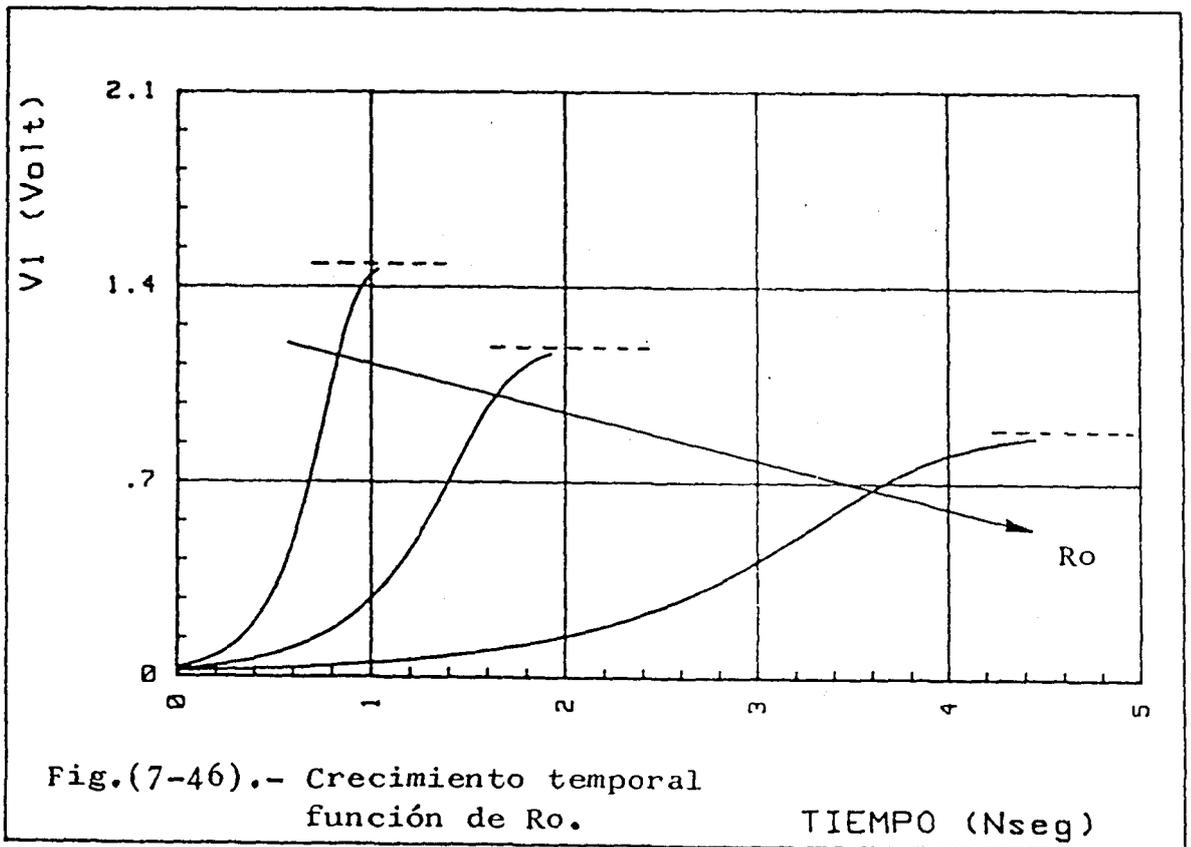
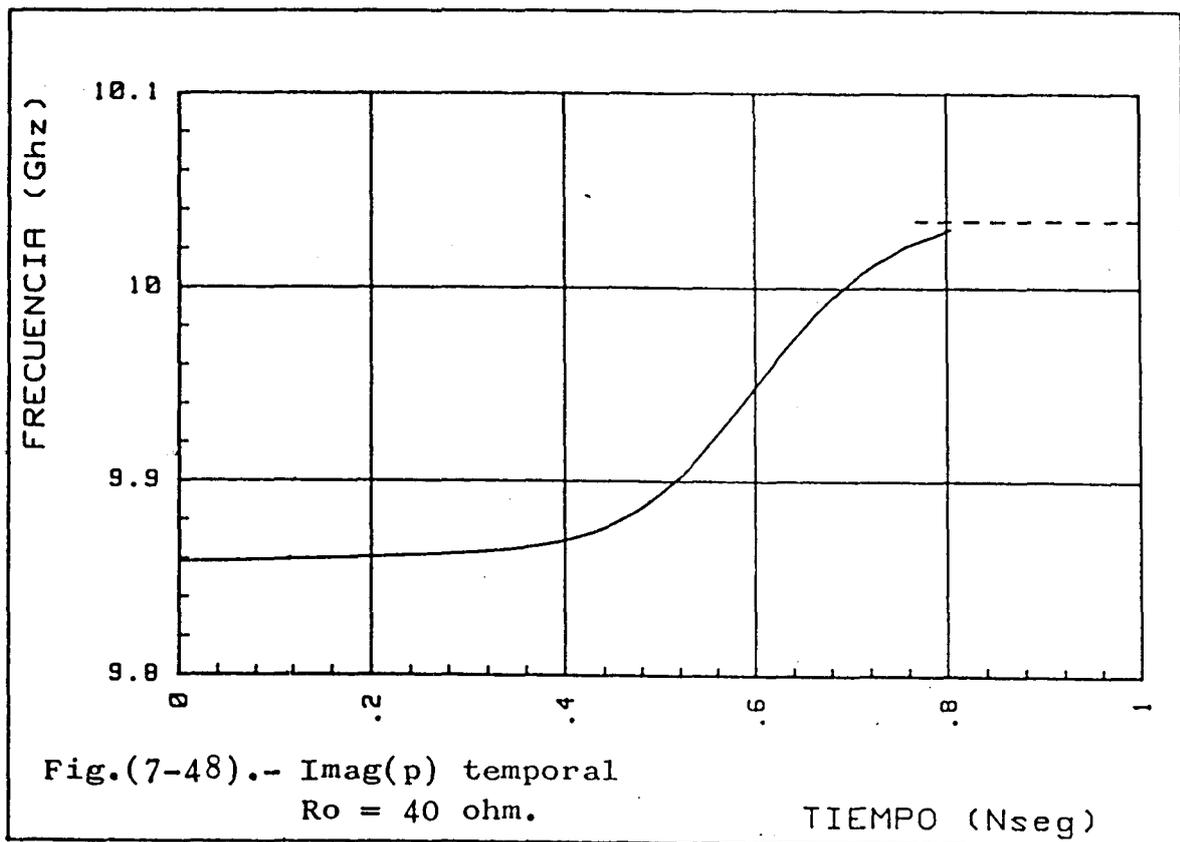
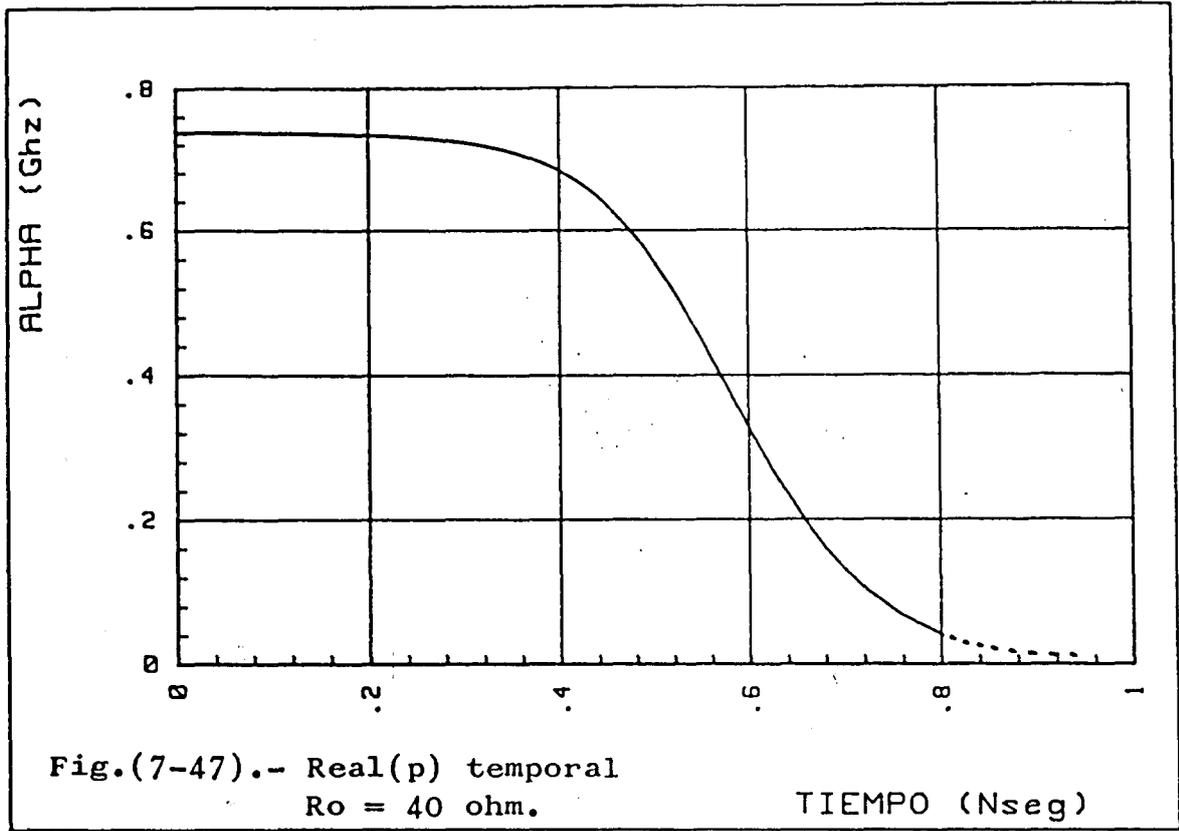
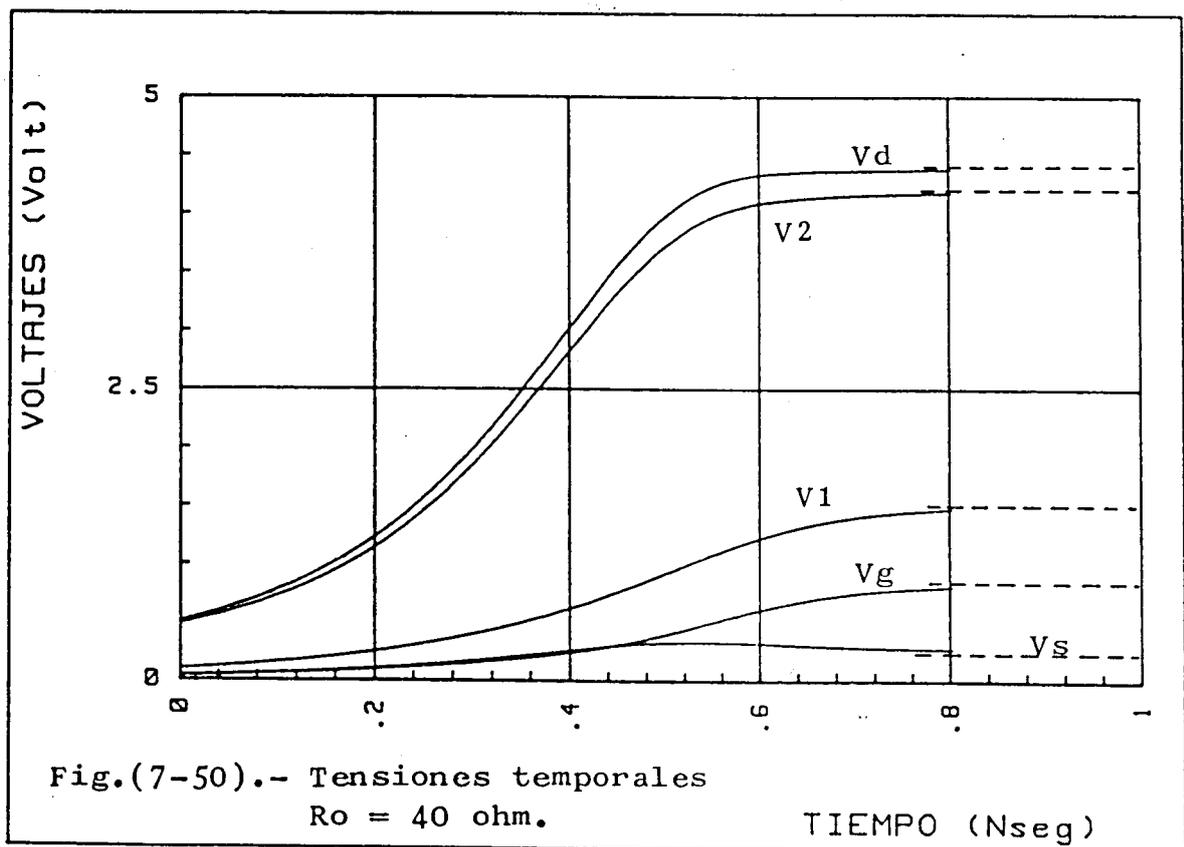
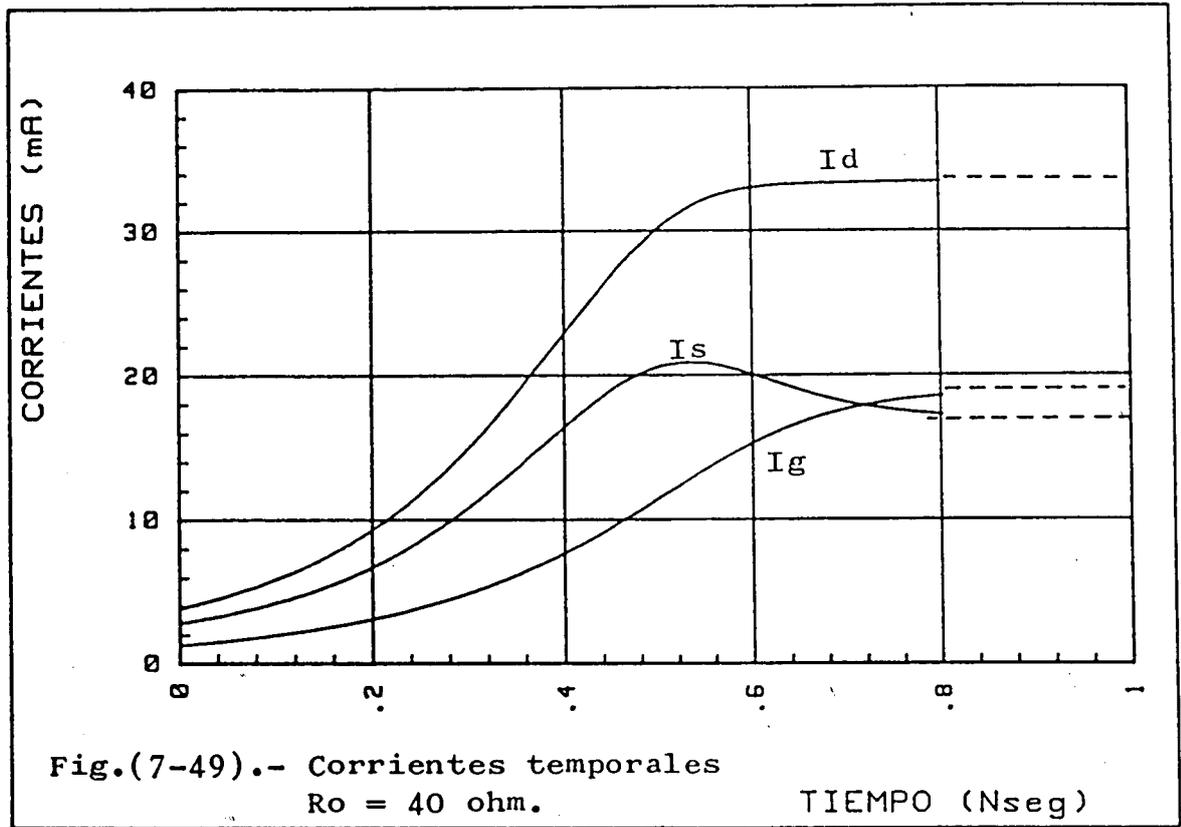


Fig.(7-46).- Crecimiento temporal
función de R_o .

TIEMPO (Nseg)





CAPITULO VIII

RESULTADOS EXPERIMENTALES

VIII.1.- INTRODUCCION

De todos los desarrollos elaborados a lo largo de los capítulos teóricos, se deduce que, los programas de análisis tendrán interés en el diseño de osciladores microonda gran señal cuando se verifiquen dos condiciones fundamentales: la pequeña contribución de los armónicos superiores y la quasi-estaticidad de las variables transitorias. El primer punto, generalmente, no ofrece problemas, puesto que, en la mayoría de los osciladores microonda que se diseñan actualmente, salvo aquellos en los que se quiere hacer intervenir expresamente armónicos superiores, el nivel de armónicos es típicamente inferior a 20 db respecto del fundamental. Esto se consigue facilmente en osciladores a frecuencia fija y un poco más difícilmente en osciladores ancha banda.

El problema de la quasi-estaticidad de las oscilaciones es un tema más complicado que la simple medida armónica en un analizador de espectros. Como se ha visto en los capítulos IV, VI y VII, podemos asegurar que el sistema es quasi-estático cuando todos los transitorios de crecimiento y decrecimiento en el oscilador sean análogos en cualquier punto del sistema realimentado, ó al menos que no difieran de manera ostensible. Este fenómeno puede ser medido de dos formas complementarias. Una de ellas consiste en la medida transitoria del tiempo real de crecimiento y desaparición de una oscilación, mientras que la otra caracteriza las variaciones transitorias del oscilador en los alrededores del régimen estable, y ambas nos van a dar una medida de la estabilidad gran señal del oscilador junto con la confirma-

ción de la validez de nuestras suposiciones previas.

VIII.2.- MONTAJE EXPERIMENTAL

Nuestro objetivo de realización ha sido en todo momento el diseño de osciladores con varias puertas y fácilmente ajustables en frecuencia con el fin de poder medir las características de los mismos en puntos diferentes del circuito con potencias dispares. Para ello se pensó en primer lugar en la construcción, en tecnología microstrip, de un circuito formado por un transistor MESFET cargado en sus tres puertas por líneas de 50 Ohm. Fig. (8-1) - Fig. (8-3). La polarización se llevó a través de filtros paso bajo centrados a 9 GHz con un ancho de banda aproximado del 30%. Esta configuración, con ayuda de resonadores dieléctricos, permite una gran variedad de circuitos osciladores. Así en la

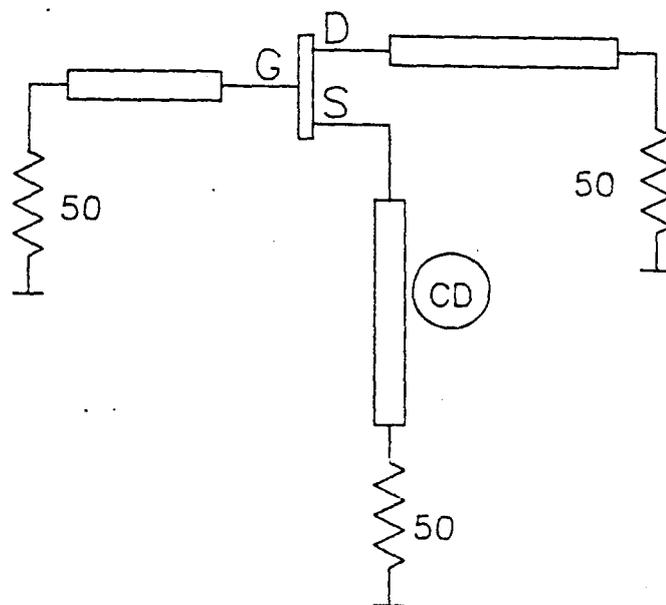


Fig.(8-4-a)

Fig. (8-4-a) se utiliza el resonador dielectrico como un

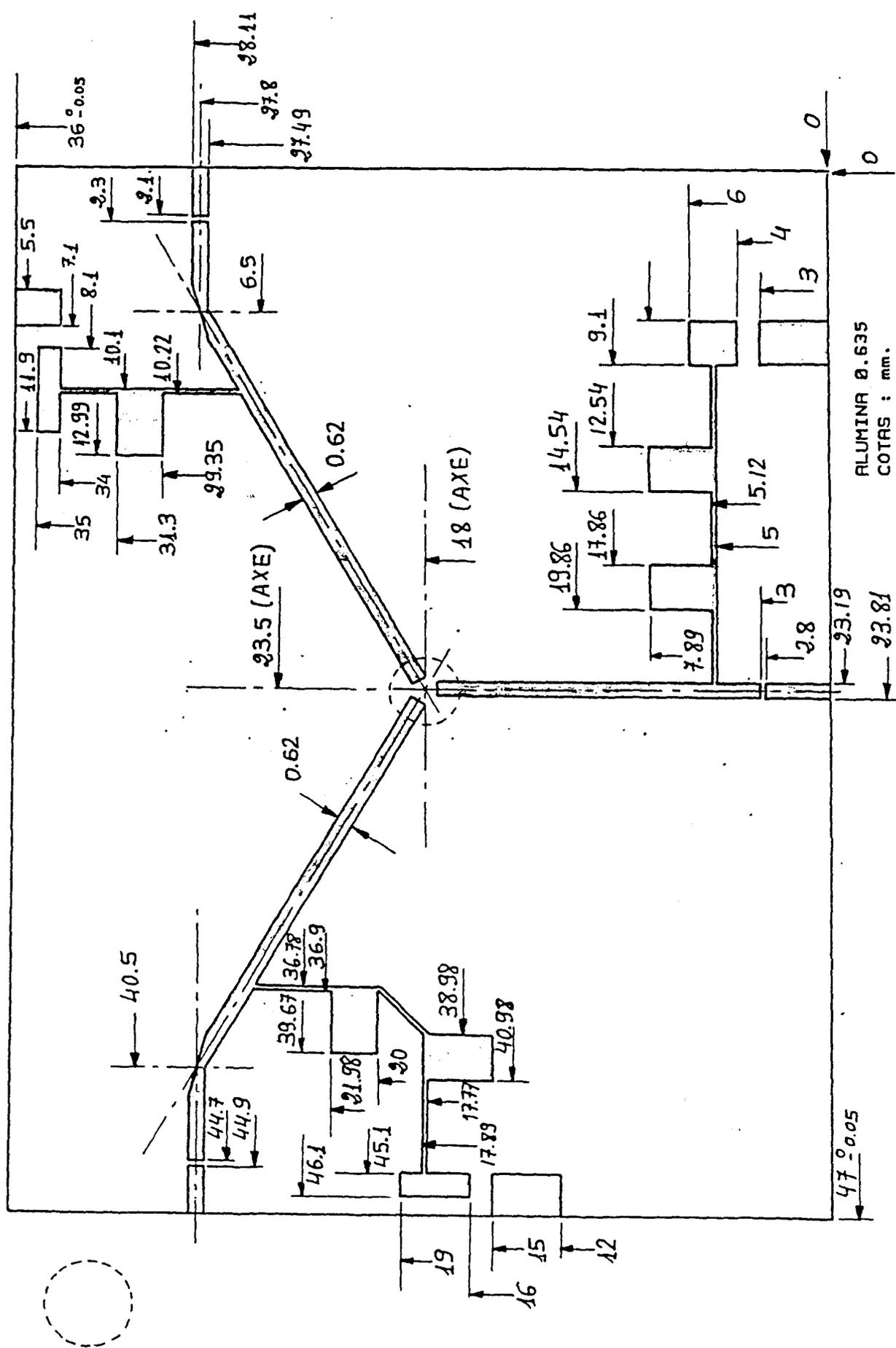


Fig. (8-1)

DETALLE

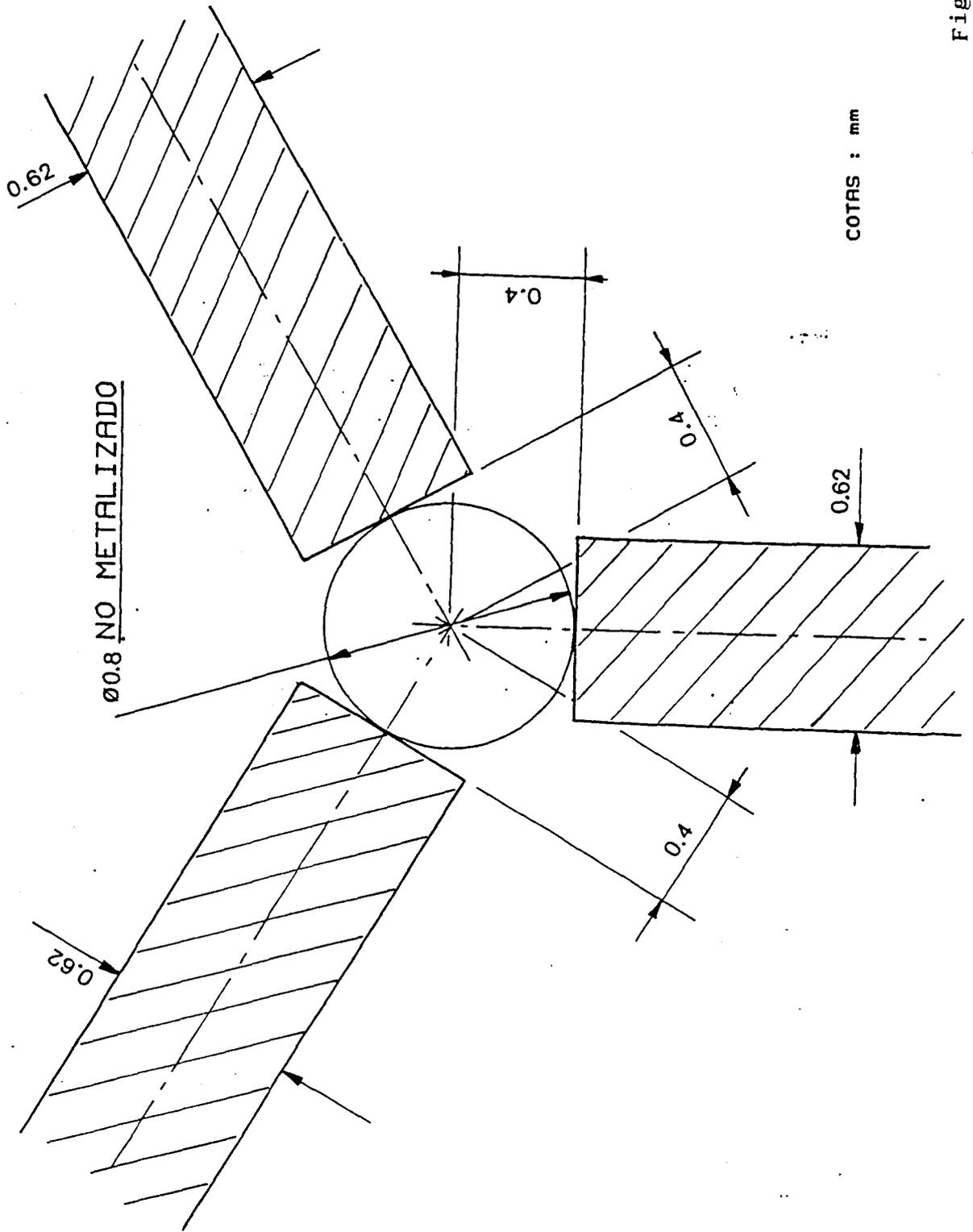


Fig. (8-2)

ESQUEMA DE
MONTAJE

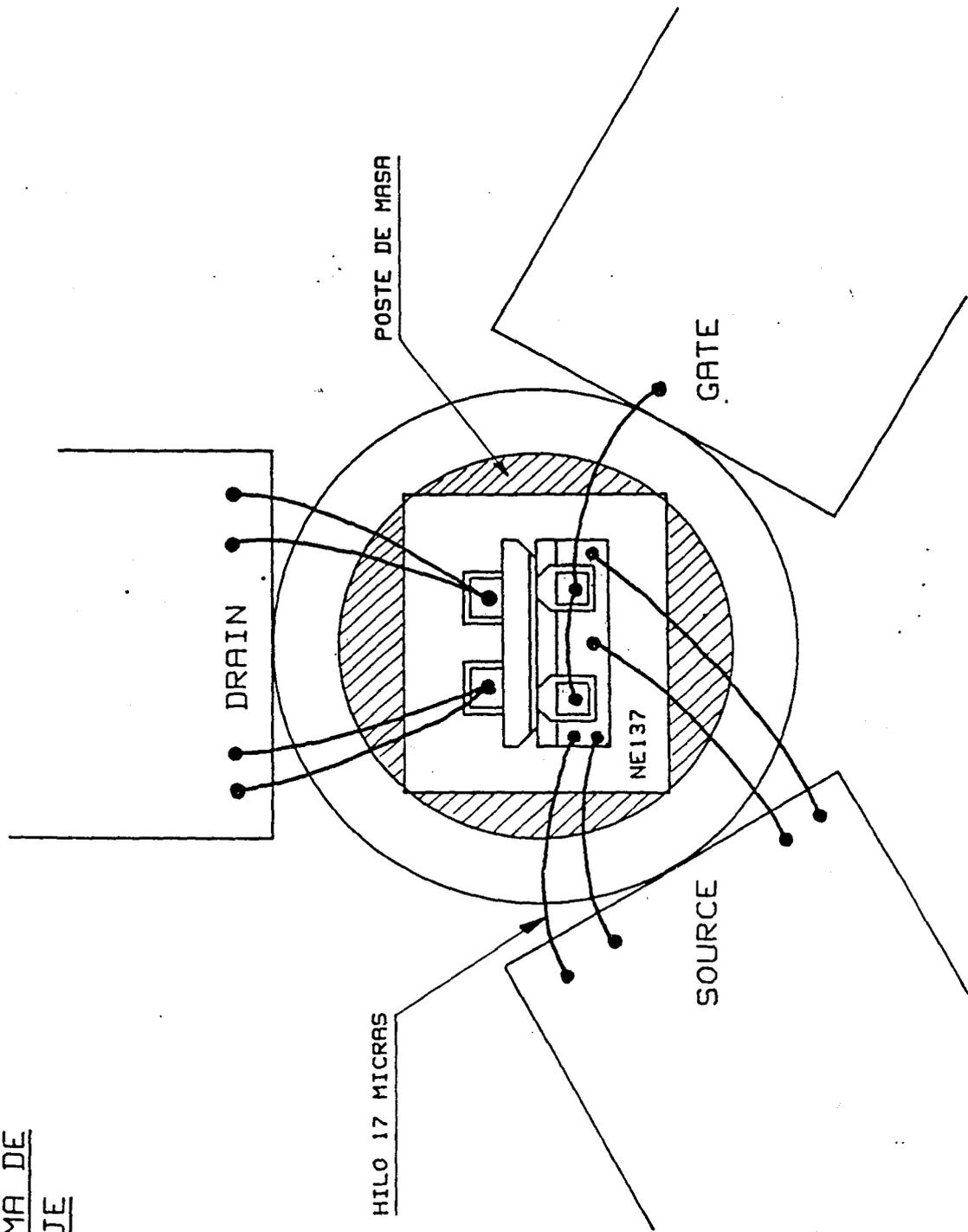


Fig. (8-3)

elemento de realimentación serie, terminando otra de las puertas en una reactancia variable y tomando la potencia principal de salida en Drain, mientras que, una fracción de la misma se obtiene en la puerta del resonador. El factor de calidad externo en la puerta principal es experimentalmente del orden del de la cavidad, mientras que el obtenido en la puerta del resonador es mucho mayor. En el circuito de la Fig. (8-4-b) tenemos dos resonadores idénticos acoplados a las líneas de transmisión de Gate y Source en tanto

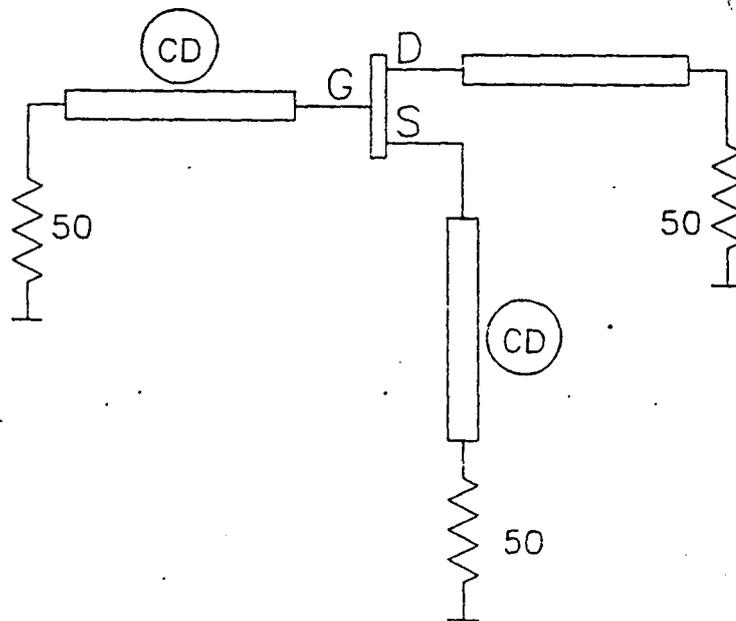


Fig.(8-4-b)

que la puerta Drain se deja de nuevo sobre 50 Ohm. El ajuste de las distancias de las cavidades y de su acoplo nos de termina la frecuencia y potencia en las diferentes puertas. Por último, el circuito de la Fig. (8-4-c) tiene todos los terminales del transistor conectados a idénticos resonadores en el modo "band stop". Al igual que en ejemplo anterior, las posiciones de las cavidades pueden modificarse pa ra optimizar potencia ó factor de calidad externo efectivo.

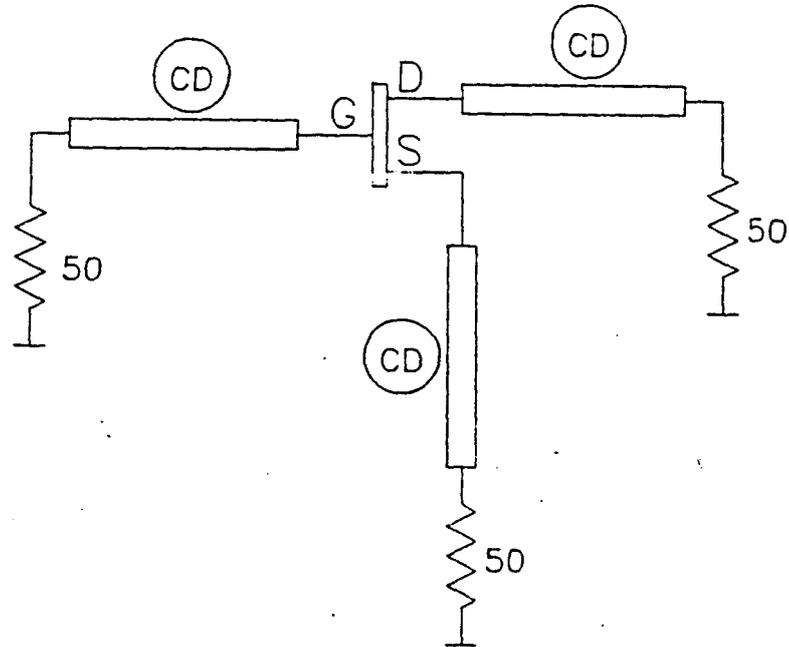


Fig.(8-4-c)

Las ventajas de este tipo de estructuras son muchas. En primer lugar, pueden ser realizadas utilizando cualquier tipo de transistor con ninguno de sus terminales a tierra, estando el circuito externo constituido por simple líneas de 50 Ohm. En segundo lugar, el oscilador tiene salida múltiple con relaciones de potencia elevadas entre las mismas. Por último, este tipo de estructuras no ofrece frecuencias indeseadas, puesto que, la condición de oscilación es satisfecha principalmente por los resonadores: para el resto de las frecuencias el transistor está cargado por 50 Ohm.

A pesar de que se hicieron medidas de crecimiento temporal sobre este circuito, presentaba el inconveniente del bajo ancho de banda de la red de polarización. Por ello, se convino en la construcción de un circuito que contuviese solamente el transistor y, al cual, se llevase la continua

por medio de polarizadores externos de mayor ancho de banda. El circuito de carga se implementó externamente construyéndose cajas para las cavidades, cortor variables, líneas acopladas y líneas simples 50 Ohm. Las Fig. (8-5) y Fig. (8-6) dan idea del circuito construido sobre alumina 0.635 junto con la realización mecánica.

VIII.3.- TIEMPO TRANSITORIO

Para la medida del tiempo de crecimiento y corte del oscilador se nos presentan a priori dos alternativas: la modificación periódica del circuito externo de carga ó del punto de trabajo del FET. La primera solución puede ser fácilmente implementada introduciendo, por ejemplo, un varactor críticamente acoplado, ó bien, utilizando un modulador a diodo PIN en el circuito de salida. Aunque ambas alternativas son fácilmente controlables, presentan el inconveniente del alto tiempo de respuesta propio de los diodos con lo que este fenómeno puede enmascarar al que deseamos medir.

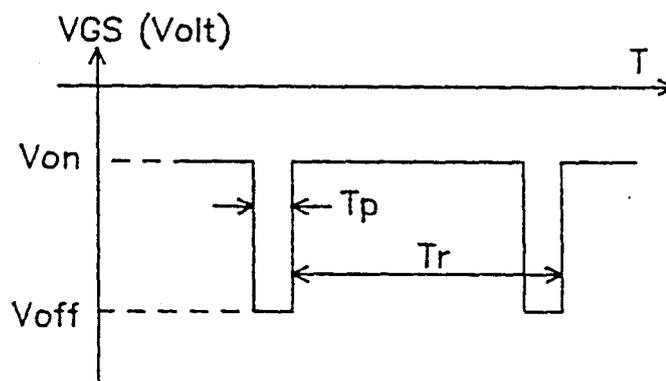
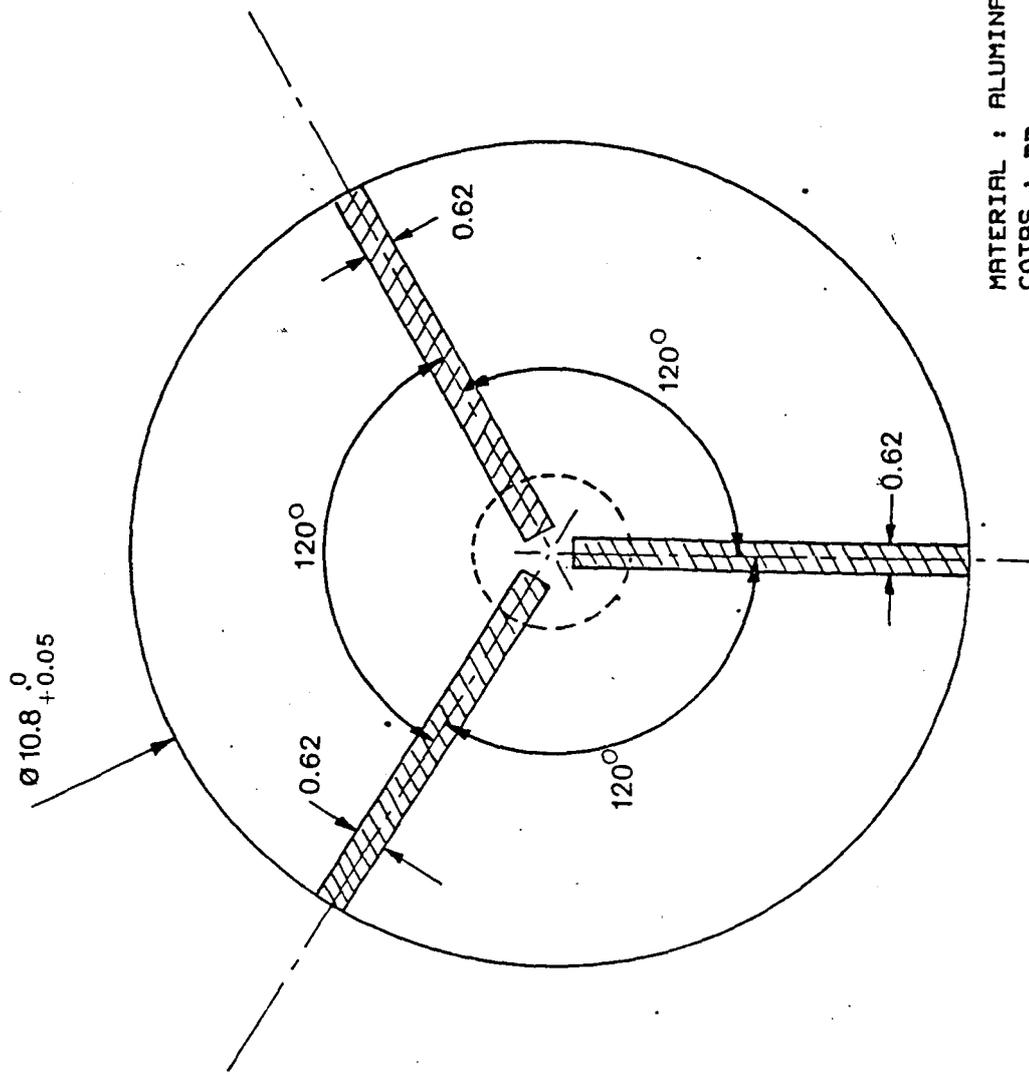


Fig.(8-7)

Parece, pues, mas viable la solución consistente en modifi-



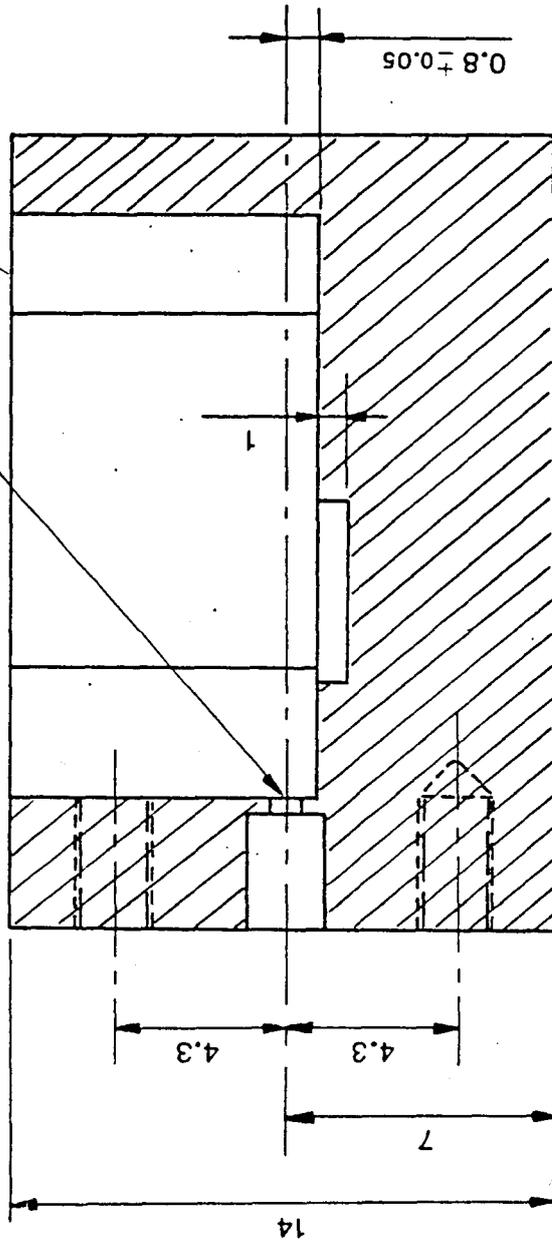
MATERIAL : ALUMINA 0.635
COTAS : mm

Fig. (8-5)

VER DETALLE

SECTION A-A

$\varnothing 2.2 \text{ prof: } 3.2 \pm 0.05$
 $\varnothing 1.1 \pm 0.03$



MATERIAL : LATON
COTAS : mm.

Fig. (8-6-b)

car periódicamente el punto de trabajo del FET y, para ello el método más directo es modelar la Gate del transistor con una señal pulsada Fig. (8-7).

Como nos interesa encender y apagar el oscilador, deberemos de escoger los niveles de tensión de la señal pulsada, de forma que, en V_{on} el transistor sea capaz de funcionar en su régimen estable de saturación, mientras que, en V_{off} cortemos completamente el canal del FET. Por otro lado, deberemos de asegurar que el tiempo de apagado T_p es lo suficientemente largo como para conseguir anular la oscilación, dejando en tiempo de repetición T_r , normalmente mayor en todas nuestras experiencias debido al tiempo de tránsito de los portadores, suficiente para llegar a la oscilación estable.

En cuanto a la medida propiamente dicha del tiempo de crecimiento, podríamos haber utilizado cristales detectores, junto con osciloscopios rápidos de 10 Mhz, pero de nuevo surge el problema del tiempo de respuesta de los diodos. Por lo tanto, para prevenir estos inconvenientes se utilizó un osciloscopio de muestreo con cabezas "sampling" adaptadas a 50 Ohm para no perturbar el circuito y con un tiempo de resolución lo más bajo posible. En nuestro caso se utilizaron cabezas HUGHES con un tiempo de respuesta inferior a los 25 ps lo que nos permite trabajar sin problemas con oscilaciones en la banda de microondas. En cualquier caso, para prevenir una posible desadaptación transitoria de las sondas, debida a los cambios periódicos en el nivel de señal, se tomaron las muestras del comportamiento dinámico del oscilador a través de acopladores direccionales 20 db

terminados en carga adaptada, tal como se muestra esquemáticamente en las Fig. (8-8) y Fig. (8-9).

Con este tipo de montaje, se han hecho muchas pruebas sobre tiempos de crecimiento y corte de las estructuras osciladoras explicadas anteriormente, a frecuencias y potencias diferentes. De entre ellas, vamos a entresacar aquí algunos de los resultados más significativos.

En primer lugar, se trató de analizar estructuras sin resonador dieléctrico, con lo que, presumiblemente, tendríamos un tiempo de crecimiento relativamente corto, cargando la puerta Gate por unas líneas acopladas y colocando una reactancia variable en Source, de forma a poder conseguir oscilación conectando simplemente en Drain una línea adaptada 50 Ohm. La Fig. (8-10) describe el esquema simplificado junto con las características del oscilador y los parámetros de modulación en Gate. Las Fig. (8-11) y Fig. (8-12)

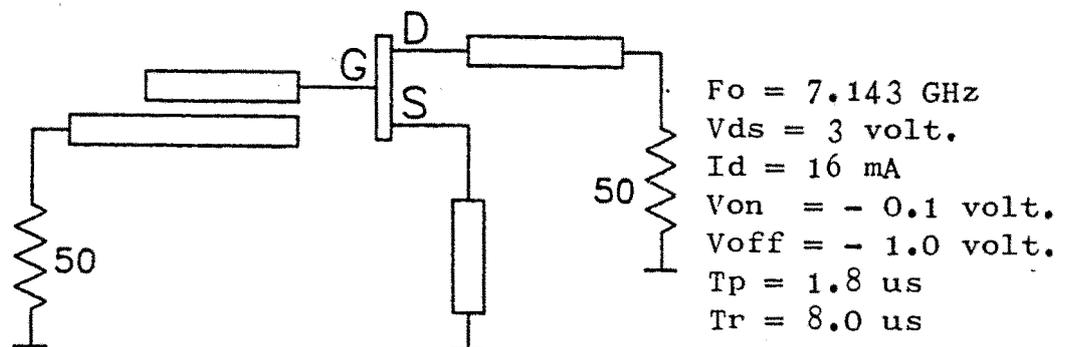


Fig.(8-10)

muestran las características de crecimiento y corte del oscilador en las puertas Drain y Gate, respectivamente, junto con la señal modulante. Observemos el retraso existente en

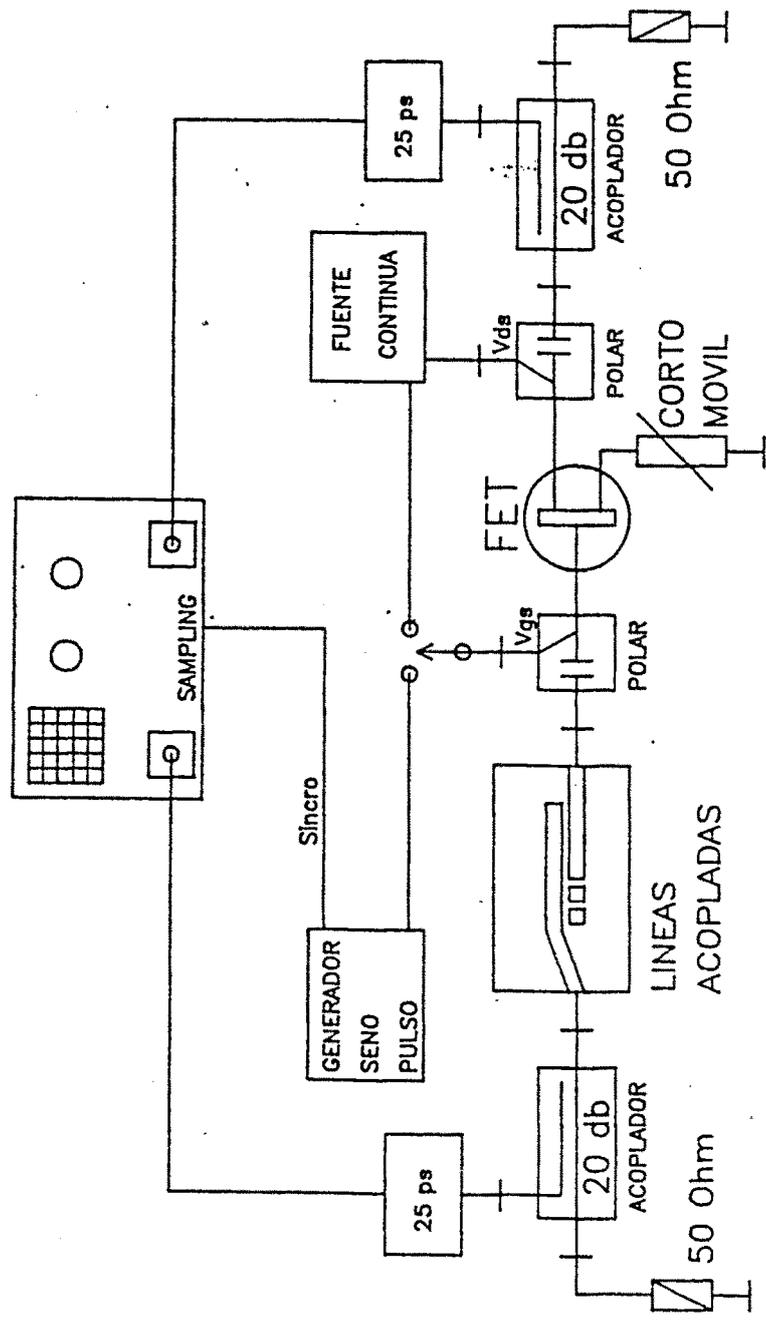


Fig. (8-8)

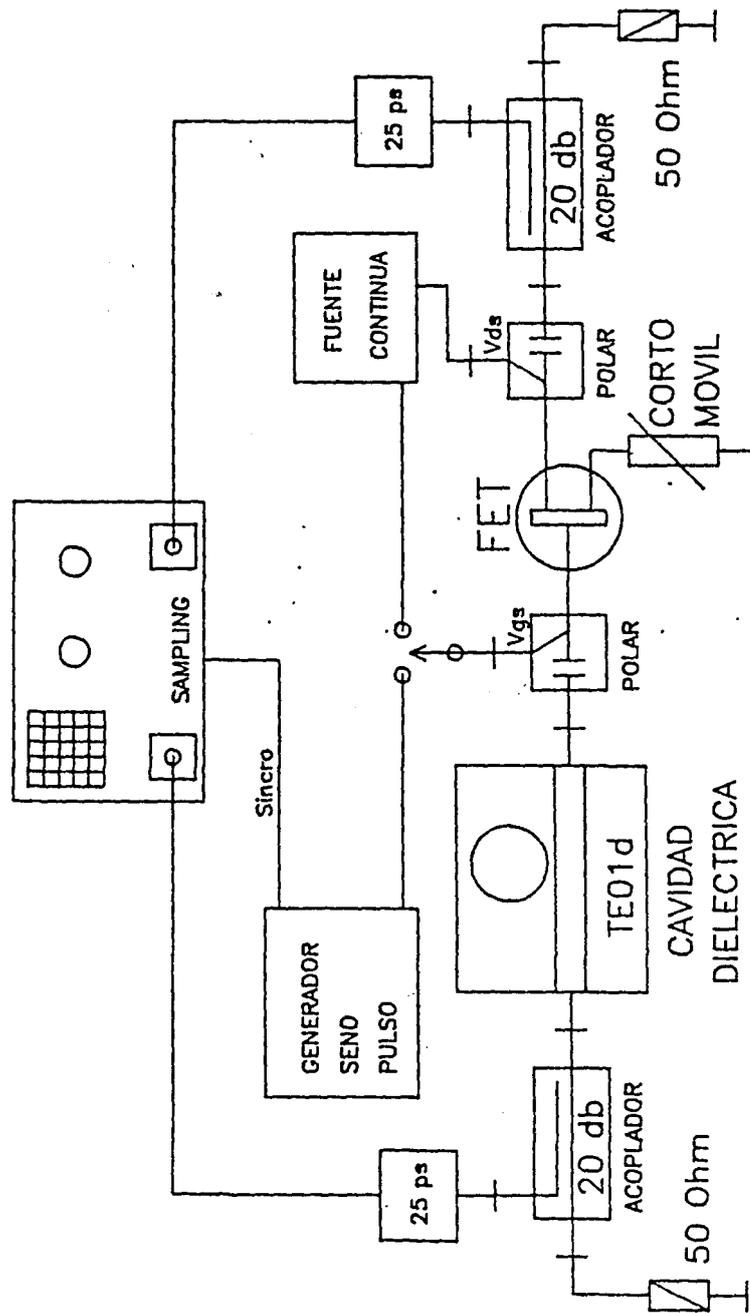
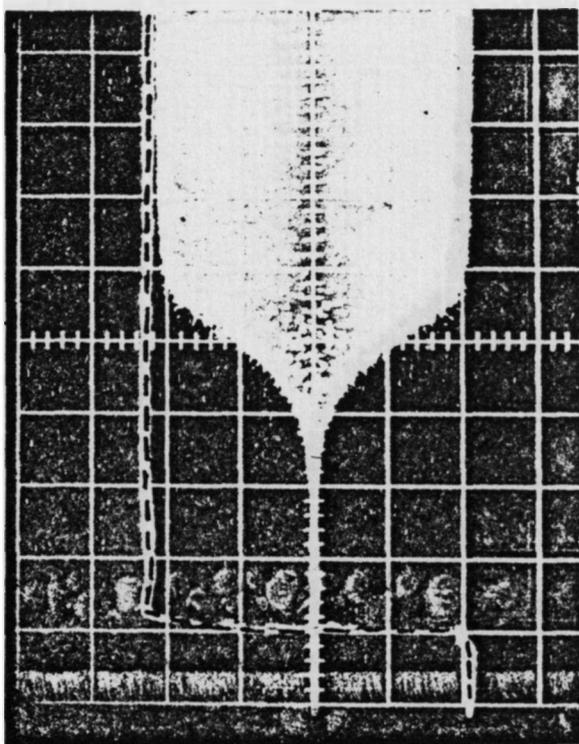


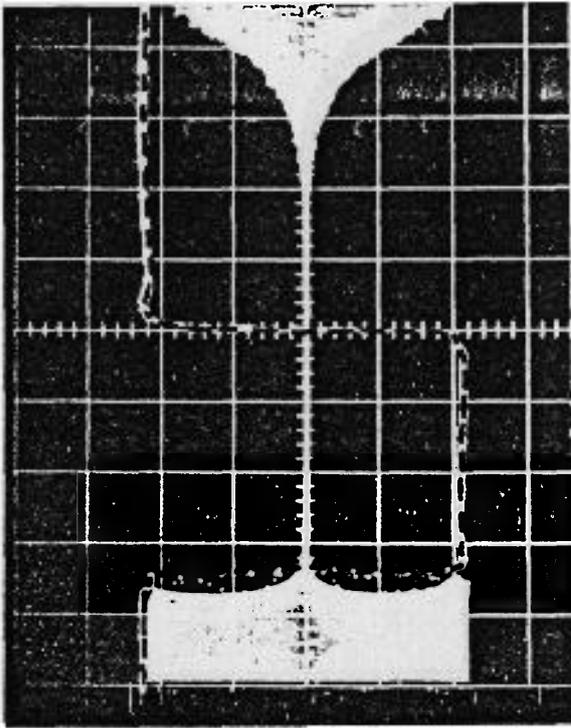
Fig. (8-9)

DRAIN

500 Nseg/div



500 Nseg/div



50 Nseg/div

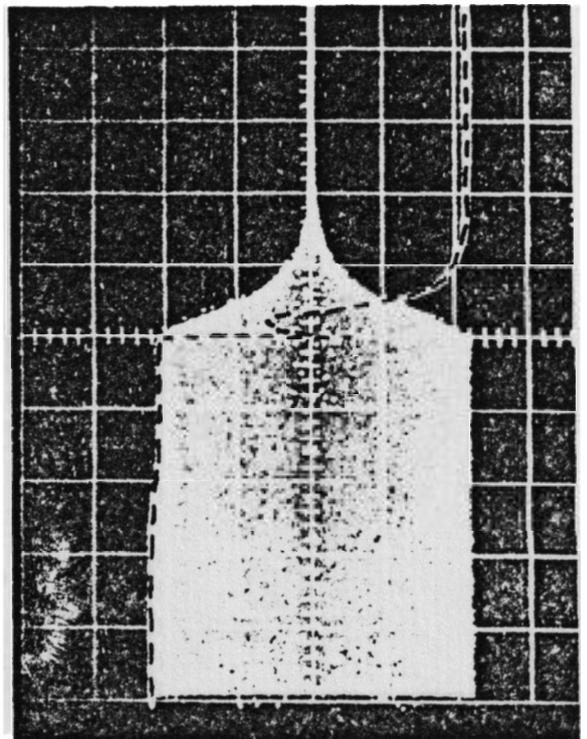
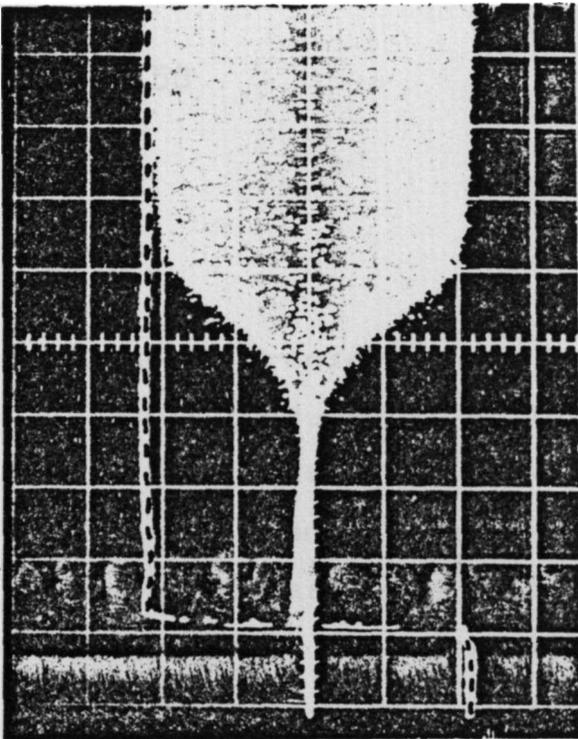


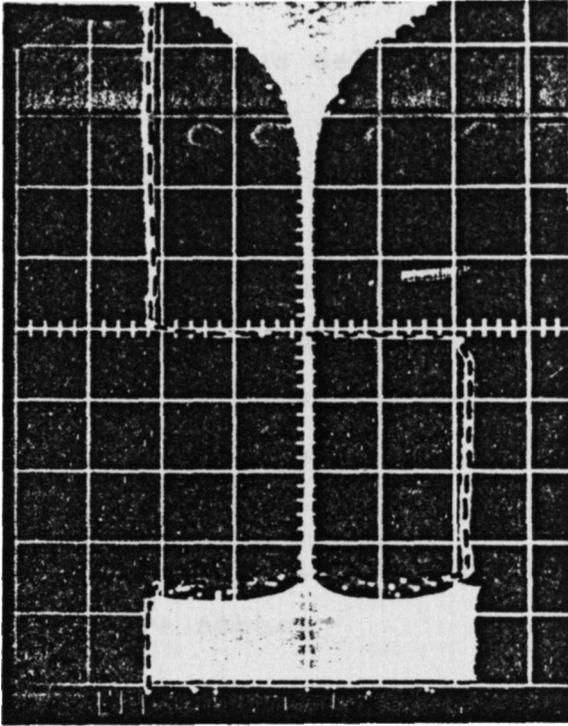
Fig. (8-11)

GATE

500 Nseg/div.



500 Nseg/div.



50 Nseg/div.

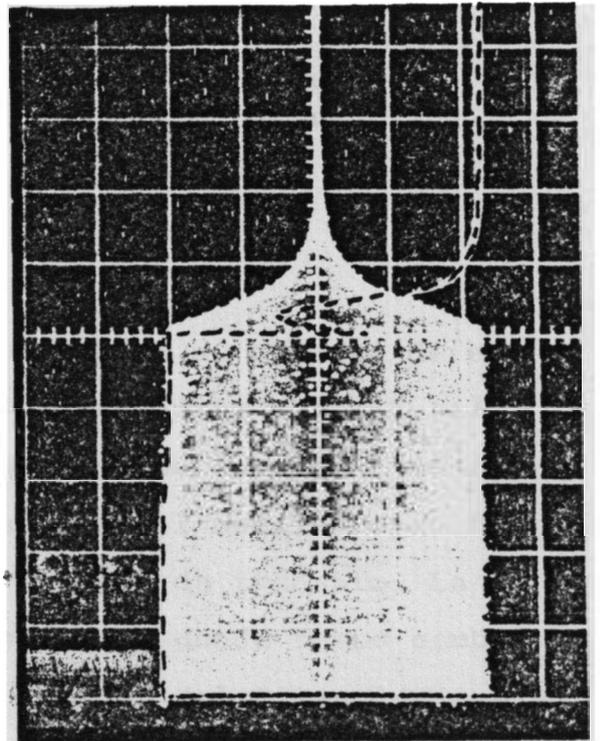


Fig. (8-12)

el arranque del oscilador desde el escalón $V_{off} - V_{on}$ hasta el comienzo de la oscilación. Este retraso es, experimentalmente, tanto mayor cuanto más entra V_{on} en la zona de corte del canal y es comprensible desde el punto de vista del transporte de portadores. Por otro lado, se aprecia un tiempo de apagado que, como ocurrirá a lo largo de todos los casos que presentaremos, es del orden de 10 veces menor que el tiempo de subida. En cualquier caso lo que nos interesa es la comparación de transitorios en las puertas y, como demuestran las fotografías, no existe diferencia apreciable entre ambas.

En el circuito de la Fig. (8-13) se modificó la longitud de acoplo entre las líneas para hacer funcionar el osci

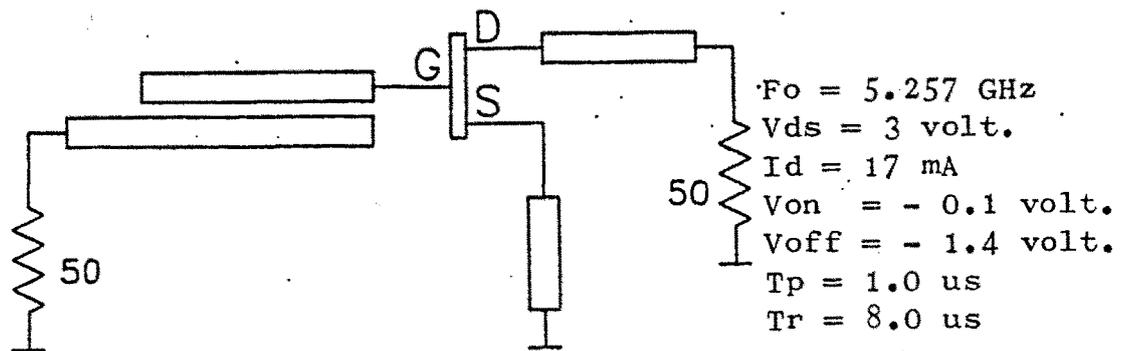
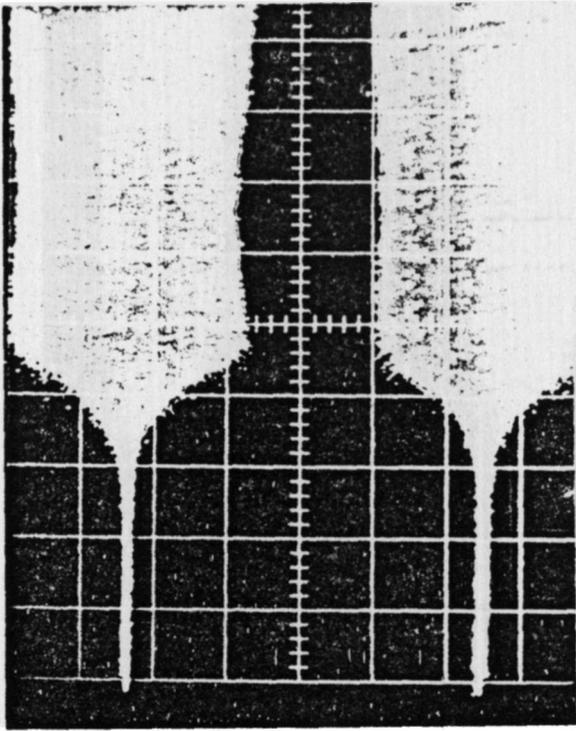


Fig.(8-13)

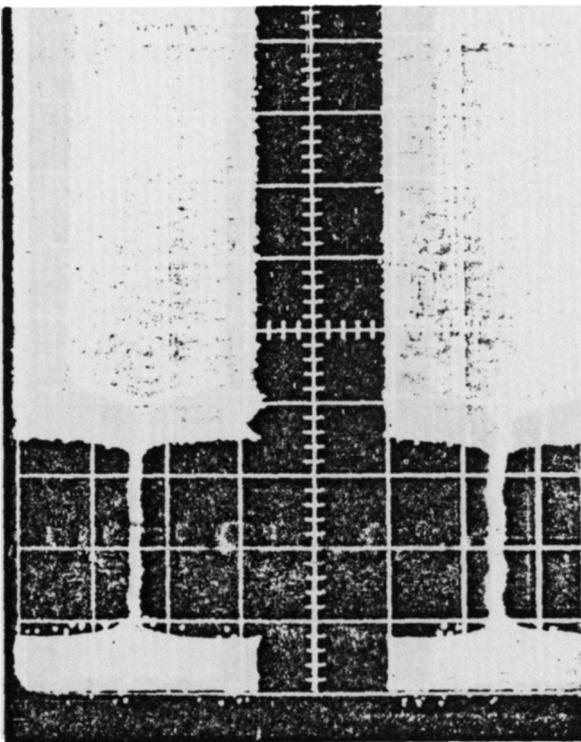
lador a frecuencia más baja. De nuevo, no se observa diferencia fundamental en los tiempos de tránsito Fig. (8-14) de las puertas Drain y Gate. Aunque las potencias en ambas puertas eran diferentes, se ha escalado el osciloscopio de muestreo para poder comparar los tiempos de tránsito. La Fig. (8-15) contempla el mismo oscilador donde hemos cambiado V_{on} a -0.6 Volt , notándose el aumento del tiempo de re-

50 Nseg/div.



- DRAIN
- GATE

500 Nseg/div.



50 Nseg/div.

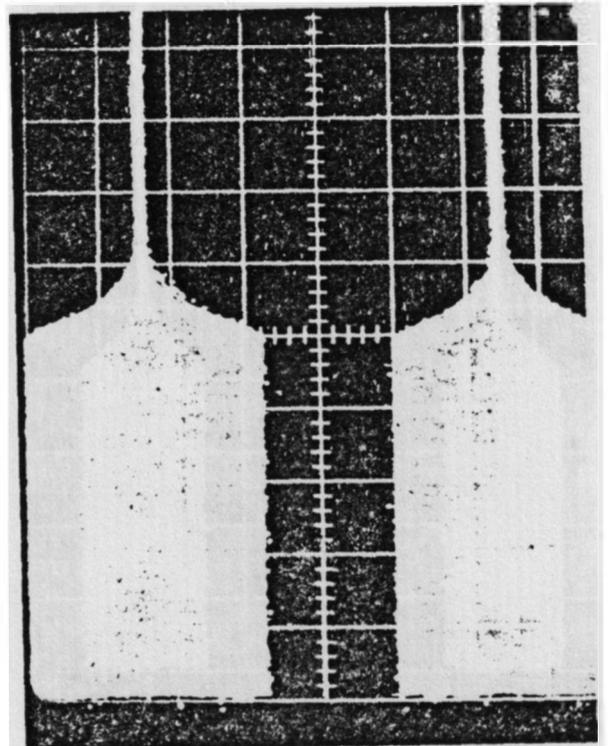
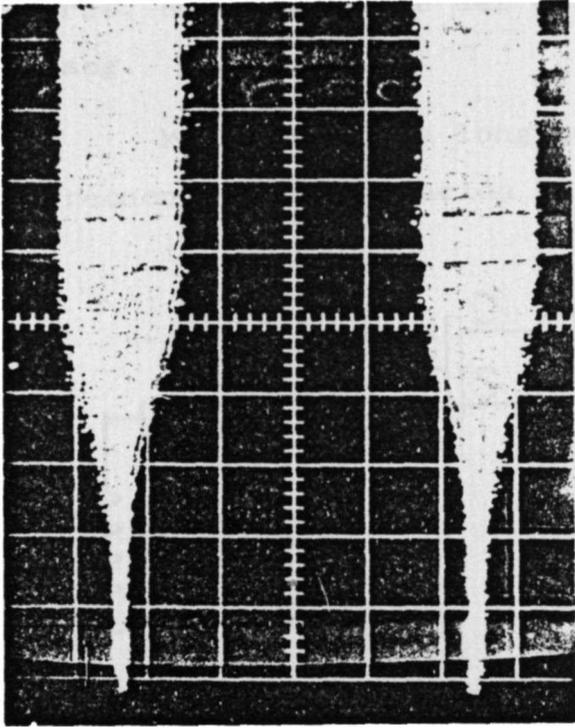


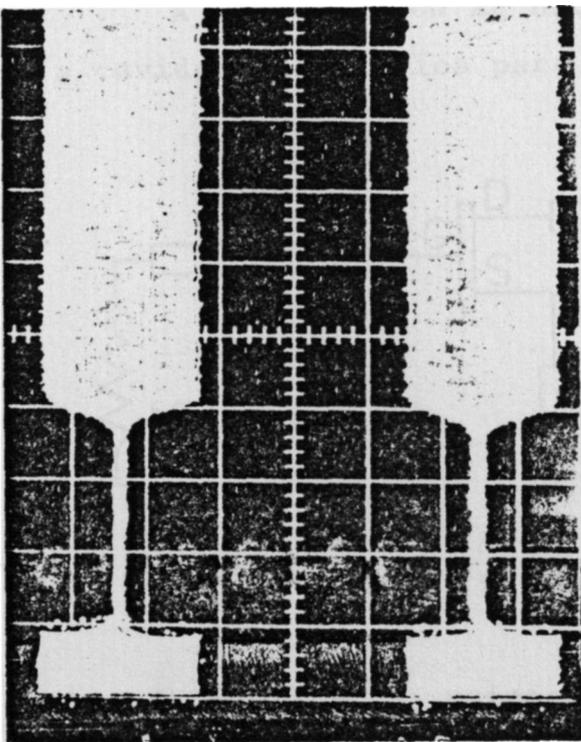
Fig. (8-14)

50 Nseg/div



- DRAIN
- GATE

500 Nseg/div



50 Nseg/div

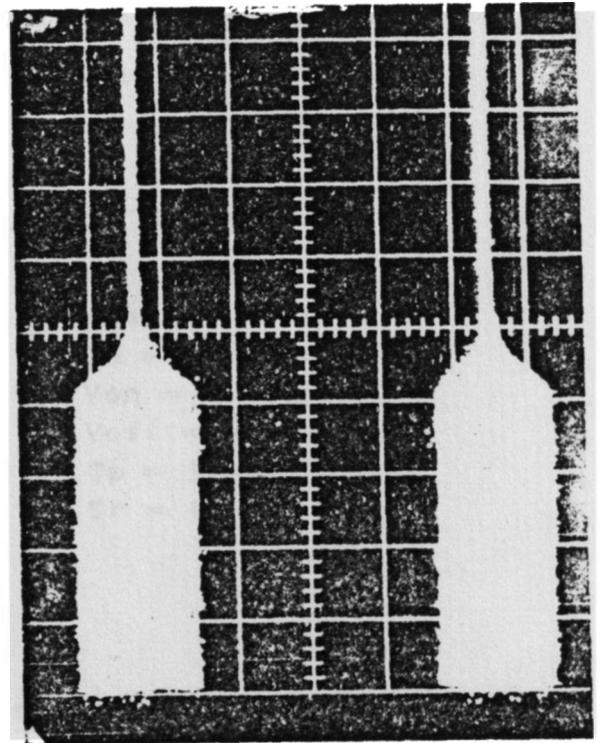


Fig. (8-15)

traso en el arranque del oscilador en aproximadamente 100 Nseg.

Modificando la longitud de línea en Source se bajo la frecuencia de oscilación Fig. (8-16) hasta 3.289 Ghz. La

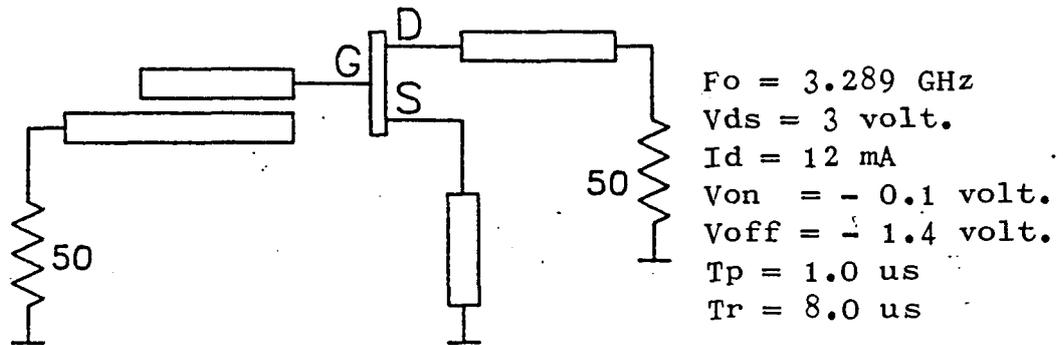


Fig.(8-16)

Fig. (8-17) muestra los tiempos transitorios en ambas puer-
tas, mientras que la Fig. (8-18) es la equivalente para
 $V_{on} = -0.6 \text{ Volt.}$

A continuación se hicieron pruebas sobre osciladores
a cavidad dieléctrica para intentar desequilibrar aún más

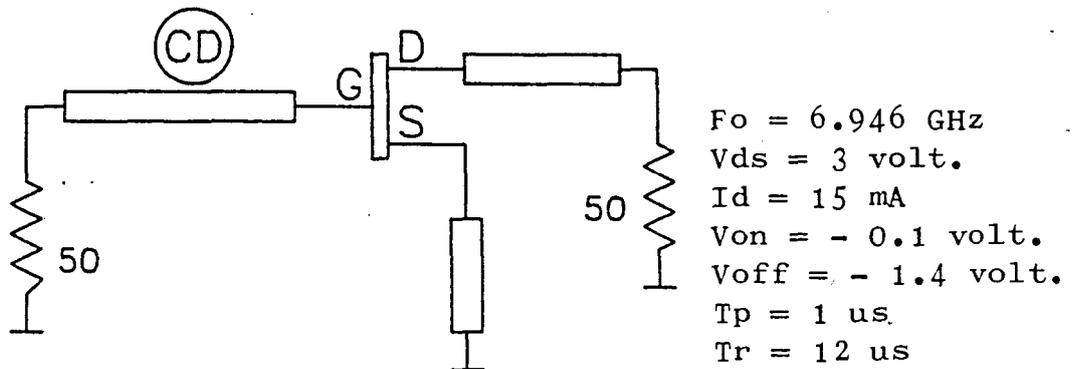
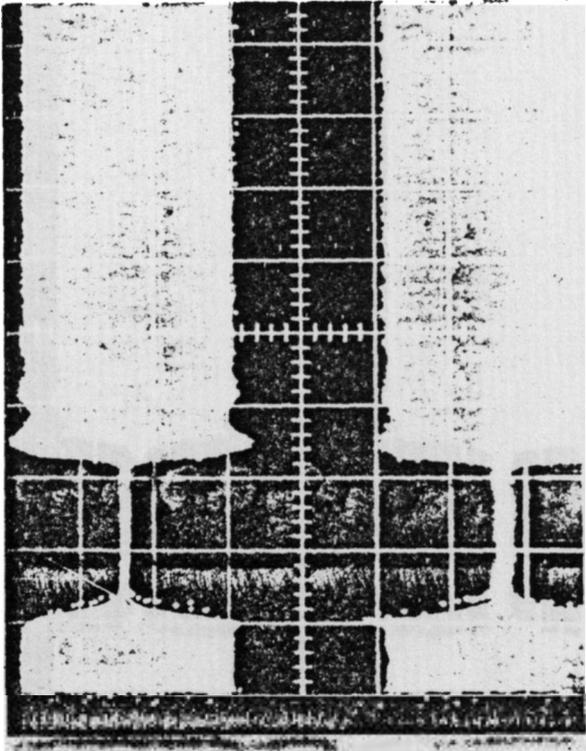


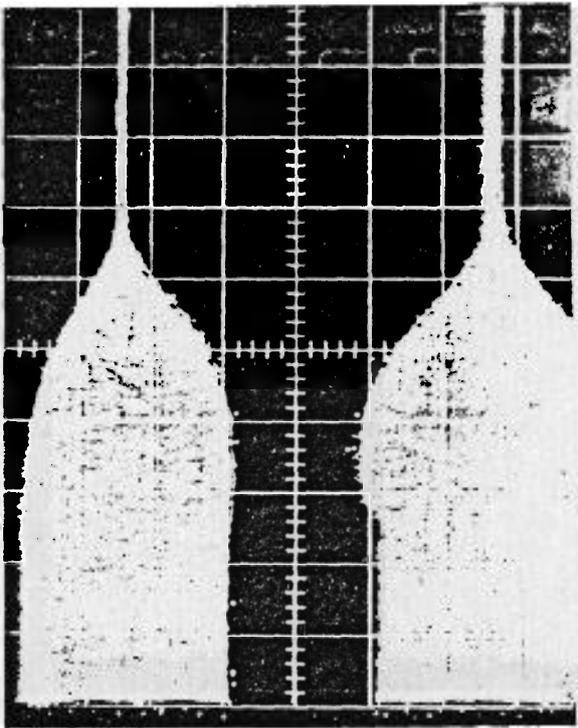
Fig.(8-19)

las diferencias en potencia en las puertas a medir. Para

500 Nseg/div



50 Nseg/div



DRAIN
GATE

50 Nseg/div

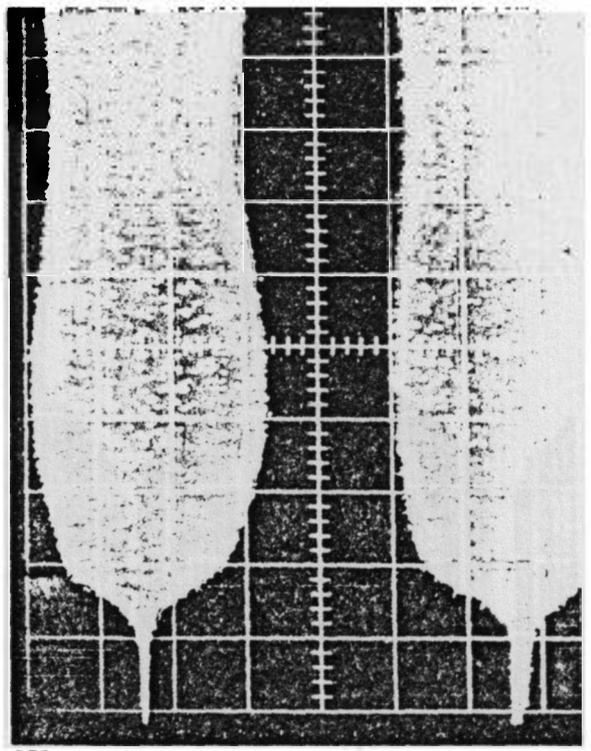
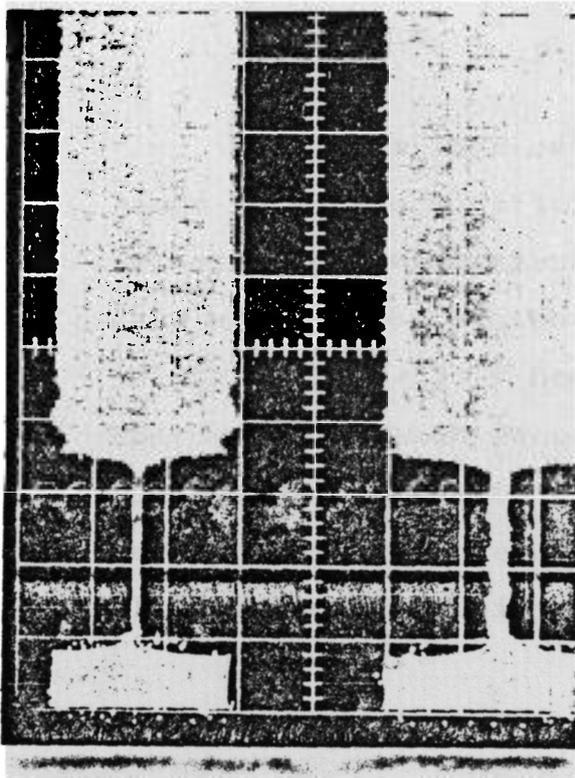
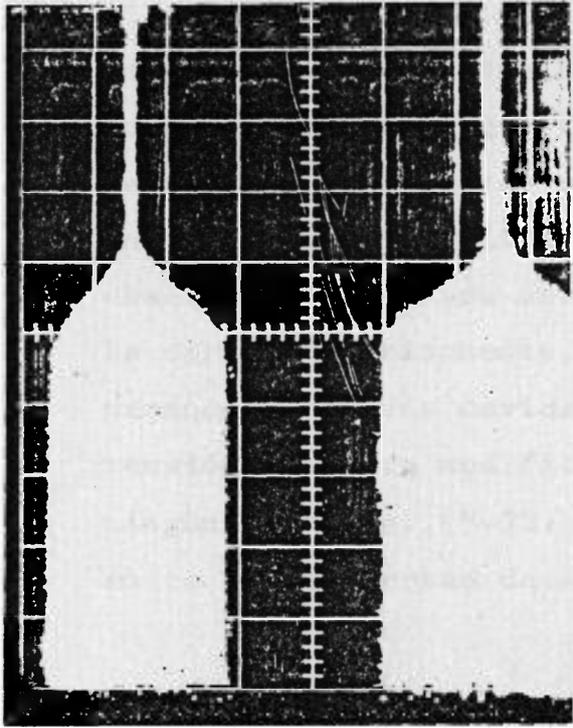


Fig. (8-17)

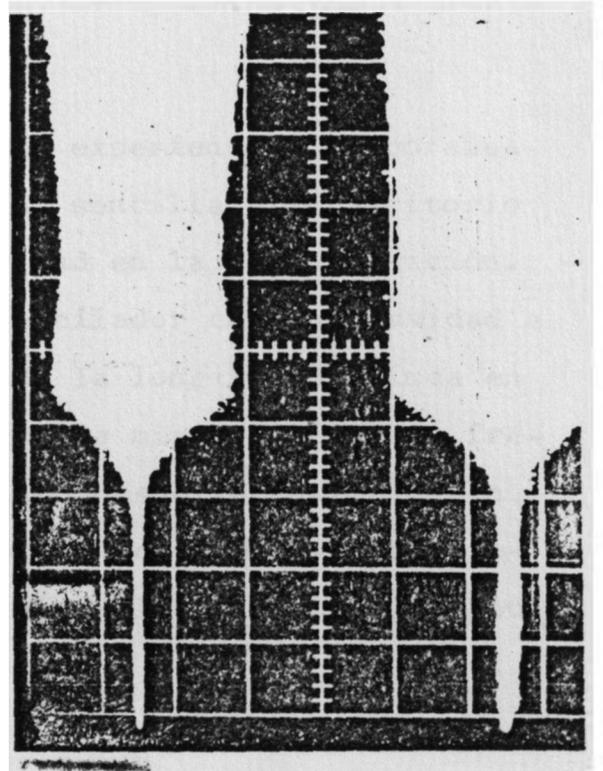
500 Nseg/div.



50 Nseg/div.



50 Nseg/div.



DRAIN
GATE

Fig. (8-18)

ello, se implementó, en primer lugar, un oscilador controlado por cavidad en Gate Fig. (8-19) funcionando a 7 GHz. Como cabía esperar Fig. (8-20) el tiempo de crecimiento de este tipo de osciladores se ve incrementado aproximadamente en un orden de magnitud respecto a los convencionales, no observándose retraso apreciable de una puerta respecto de la otra. Posteriormente, se abordó el mismo oscilador sintonizándolo con una cavidad a 10 GHz Fig. (8-21), variando la tensión Von para modificar el retraso de crecimiento. En ningún caso Fig. (8-22) se obseró una diferencia apreciable entre ambas puertas de análisis.

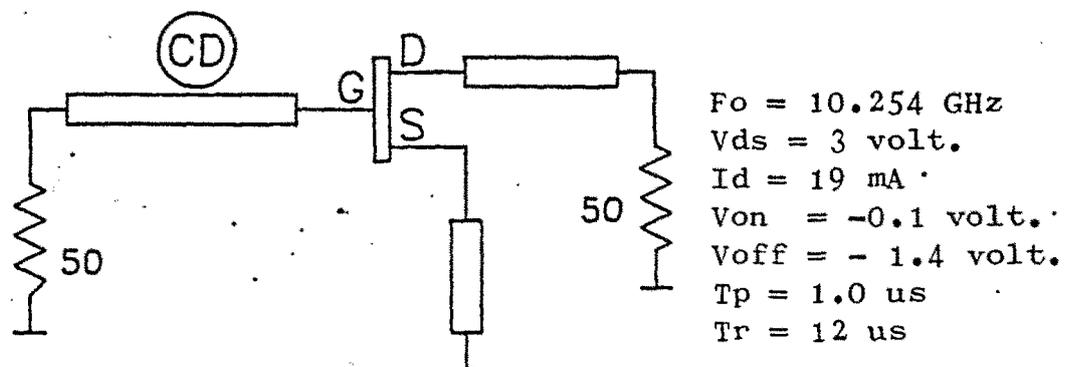
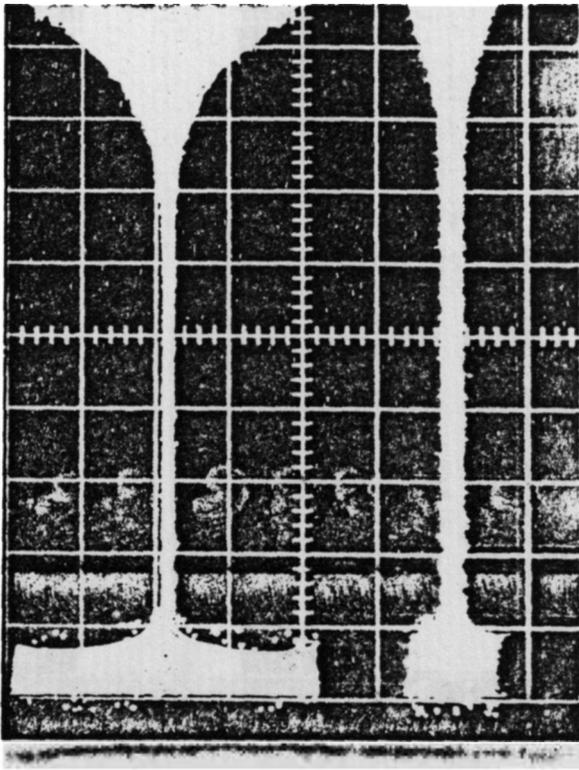


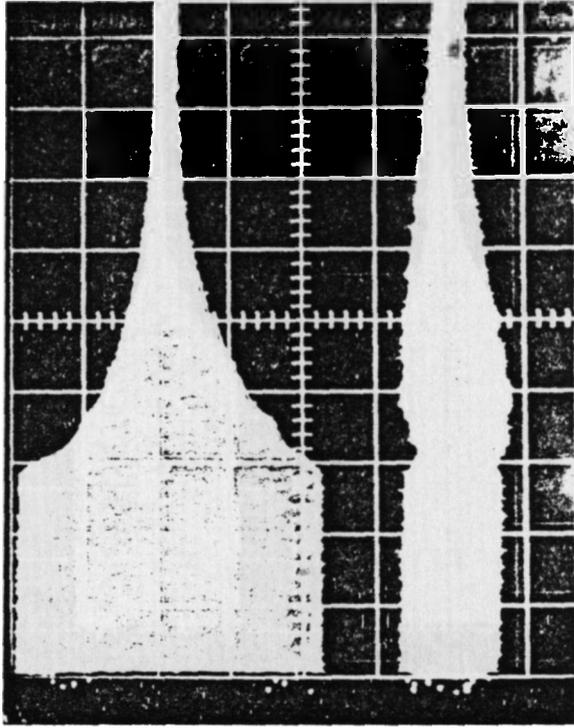
Fig.(8-21)

Para finalizar esta serie de experiencias temporales hemos intentado modificar de forma sencilla el transitorio del oscilador manteniendo la cavidad en la misma posición. Para ello, hemos sintonizado el oscilador con una cavidad a 10 GHz Fig. (8-23) y hemos variado la longitud de línea en Source recuperando secuencialmente la misma potencia y frecuencia de oscilación y, observando desde la puerta Drain. Sería de esperar que una posición de corto más alejado implicaría una variación frecuencial de la reactancia en Source

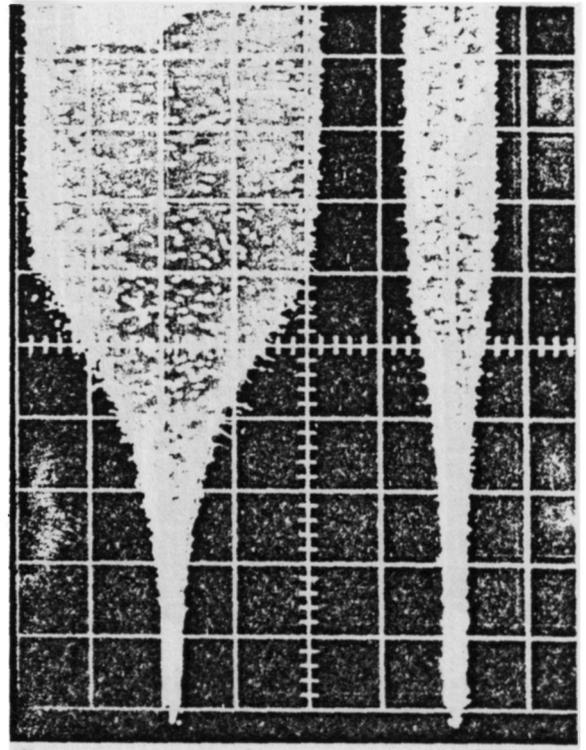
$1 \mu\text{seg} / \text{div.}$



$50 \text{ nseg} / \text{div.}$



$500 \text{ nseg} / \text{div.}$

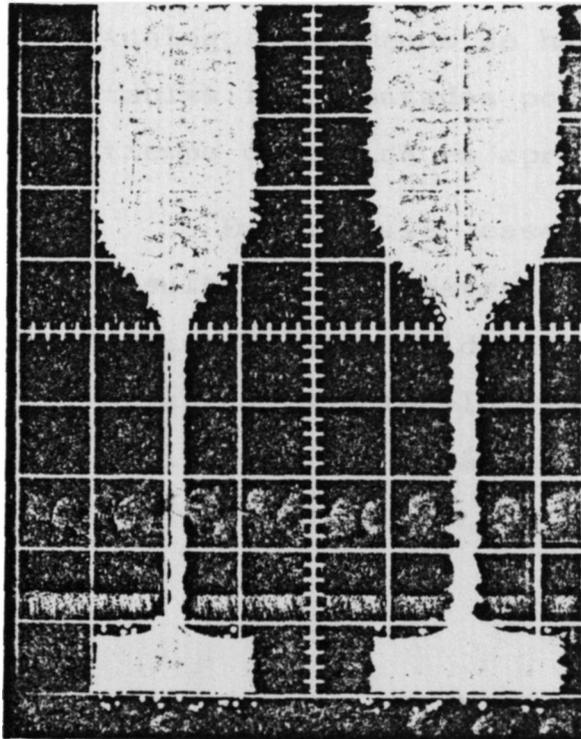


DRAIN
GATE

Fig. (8-20)

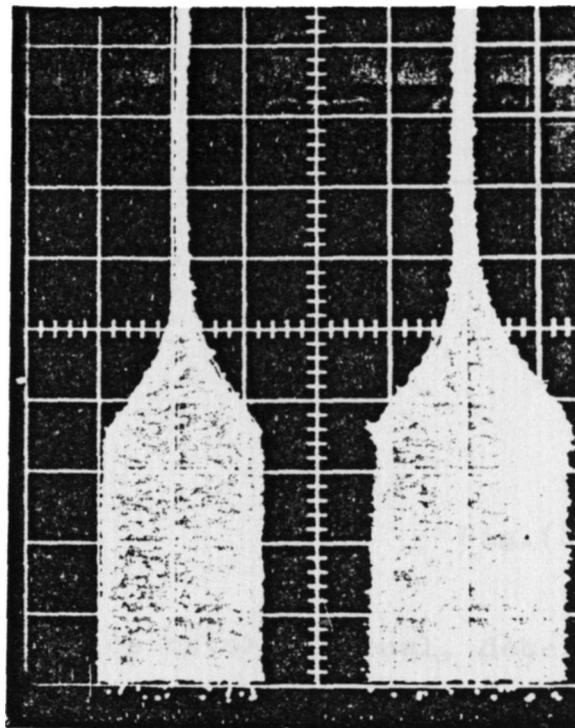
DRAIN
GATE

1 μ seg / div.

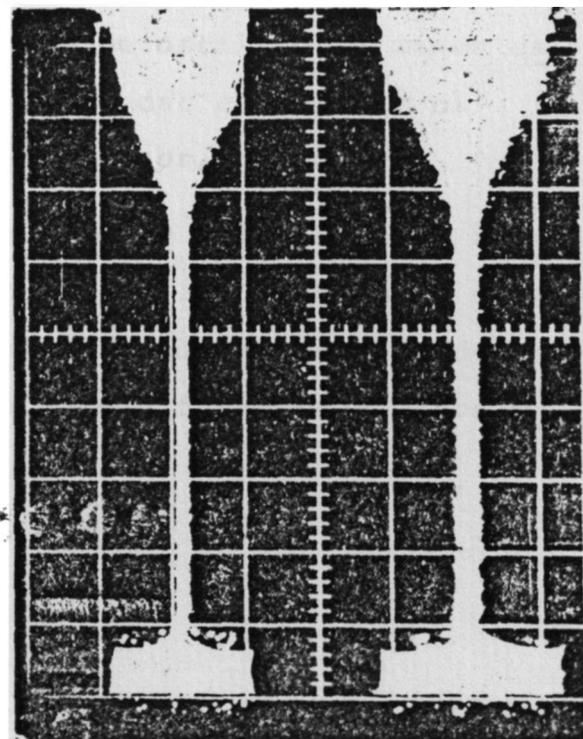


$V_{on} = -0.1$
 $V_{off} = -1.4$

50 Nseg / div.



1 μ seg / div.



$V_{on} = -0.2$
 $V_{off} = -1.4$

50 Nseg / div.

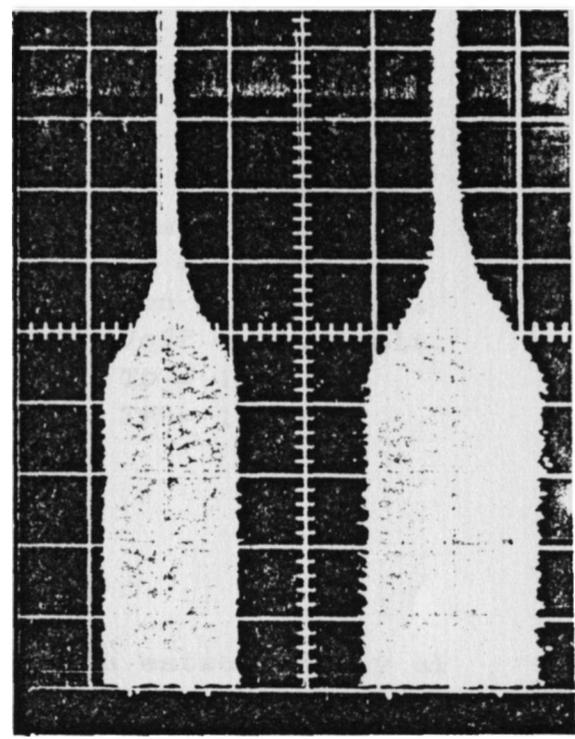


FIG. (8-22)

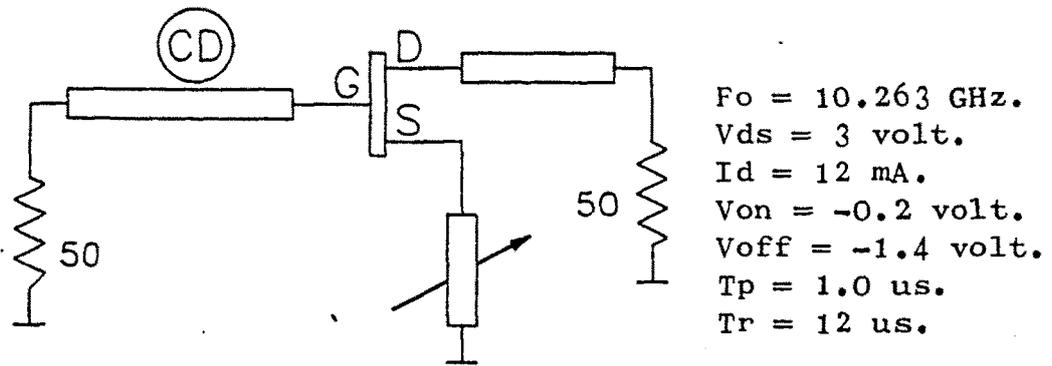


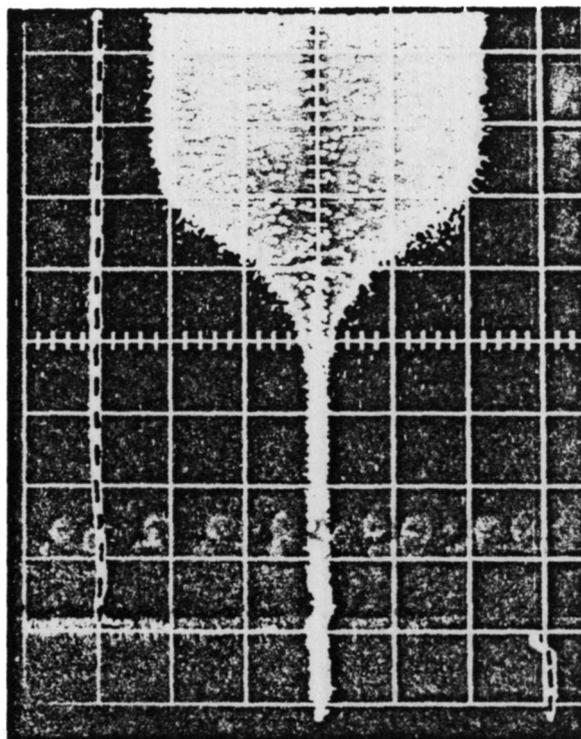
Fig.(8-23)

ce mayor, lo cual, debería aumentar la estabilidad y el tiempo transitorio. Las Fig. (8-24) y Fig. (8-25) nos muestran las características Drain del oscilador con el corto en una posición cercana al terminal Source y con el corto alejado $2. \lambda_g$ a la frecuencia de oscilación, respectivamente. Aunque formalmente las características son análogas, puede apreciarse, un ligero aumento en el tiempo de crecimiento con el corto colocado en su posición más alejada. Análogos fenómenos se han observado en osciladores menos estables implementados por líneas acopladas en los que el tiempo de subida es apreciablemente menor.

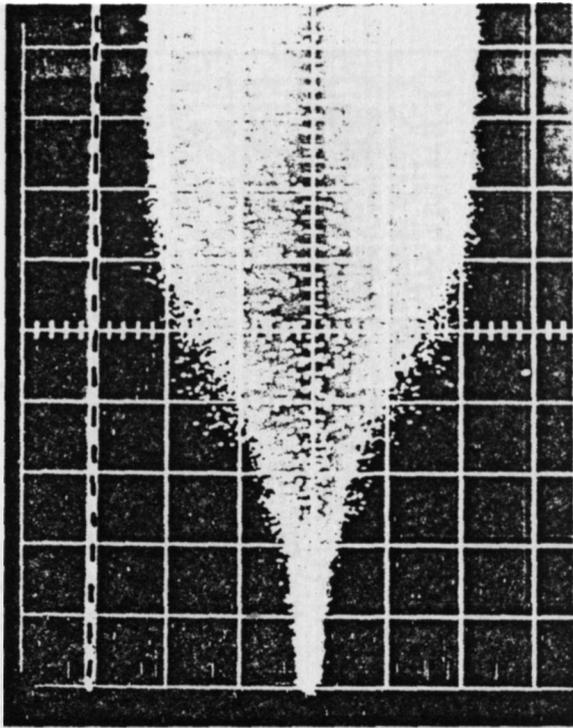
En cualquier caso, podemos deducir a la vista de los resultados de nuestras experiencias que los tiempos de crecimiento son considerablemente mayores que el periodo de oscilación estable, lo que es otro dato a favor de nuestra su posición quasi-estática.

DRAIN

500 Nseg/div.



200 Nseg/div.



Corto en posición 1

50 Nseg/div.

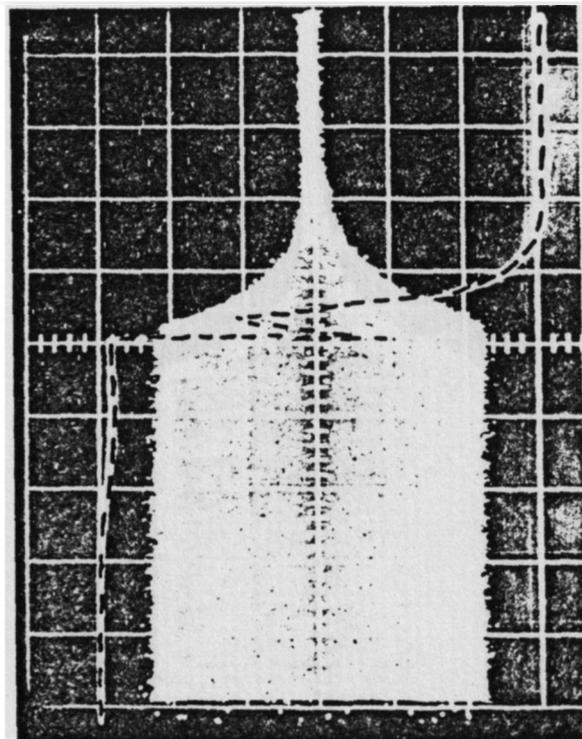
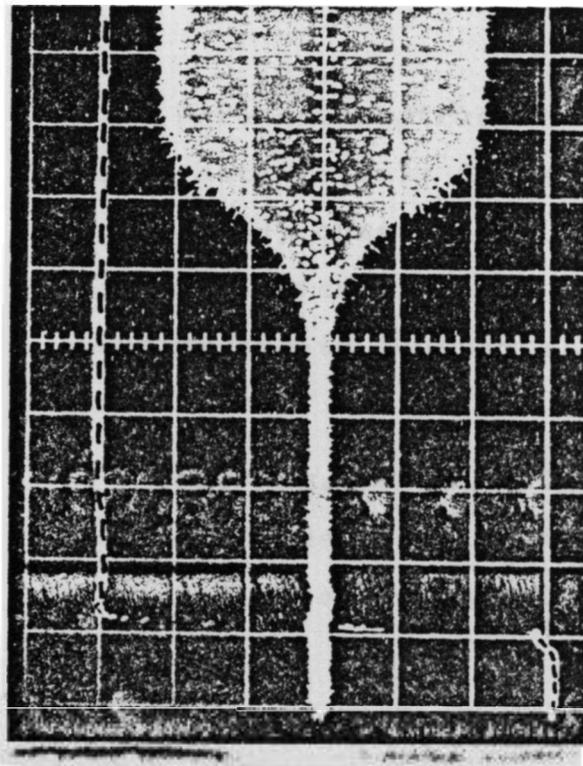


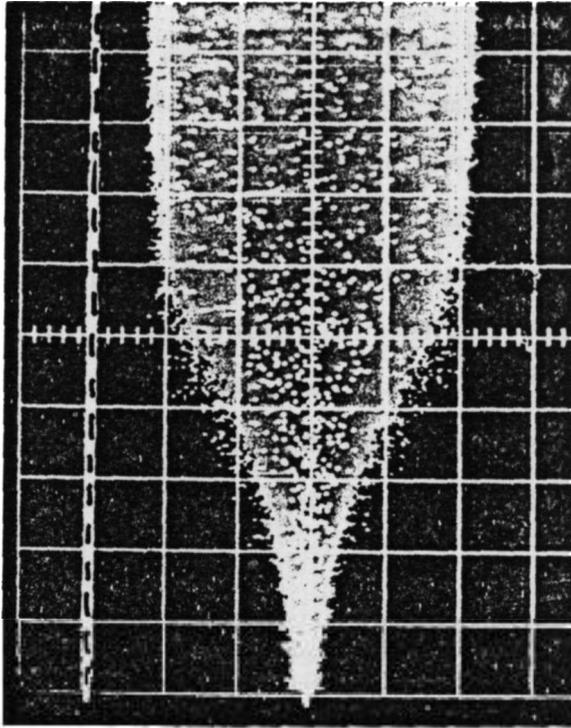
Fig. (8-24)

DRAIN

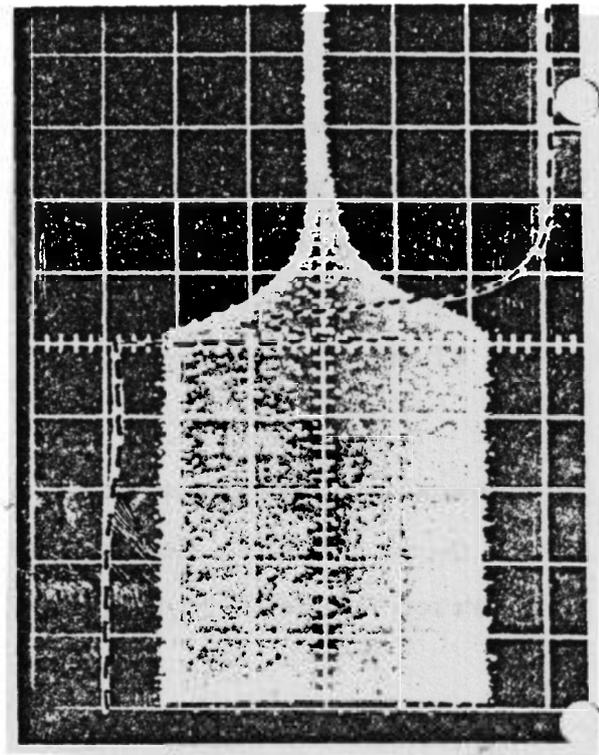
500 Nseg/div.



200 Nseg/div.



50 Nseg/div.



Corto en posición 4

Fig. (8-25)

VIII.4.- ESPECTRO QUASI-ESTACIONARIO

En el apartado anterior, hemos visto un estudio de los tiempos de crecimiento y corte, en una variedad de osciladores implementados, modulando la Gate del transistor con una señal pulsada Fig. (8-7). Sin embargo, quizás sea más explicativa la representación del espectro pulsado mediante un analizador de señal. Para ello, de todos los osciladores construidos, se ha elegido una configuración controlada por cavidad dieléctrica en Gate, corto variable en Source y terminación adaptada en Drain Fig. (8-26).

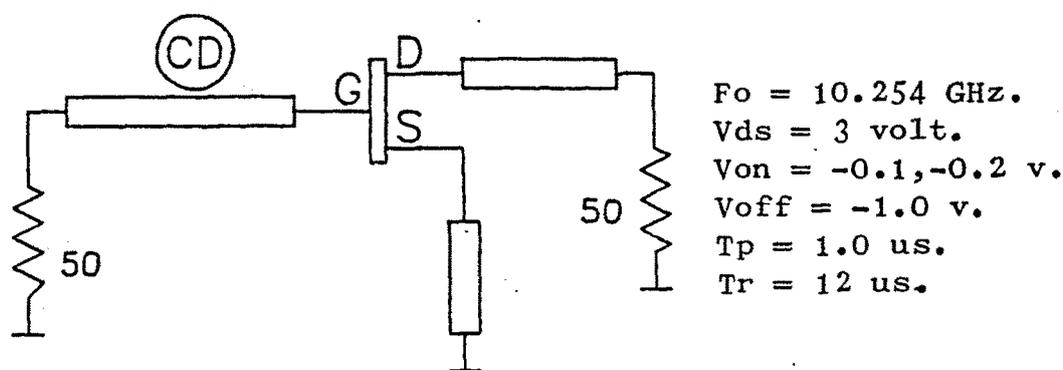


Fig.(8-26)

Para esta estructura se midieron, en primer lugar, las características de oscilación en continua Fig. (8-27), Fig. (8-28), observándose una variación prácticamente lineal en la frecuencia de oscilación y una potencia en Drain aproximadamente constante, en el rango de medida, con la tensión Gate.

Las Fig. (8-29)- Fig. (8-32), nos muestran el espectro pulsado del oscilador en ambas puertas para $V_{on} = -0,1$, $V_{off} = -1$, mientras que la Fig. (8-33)- Fig. (8-36) corres-

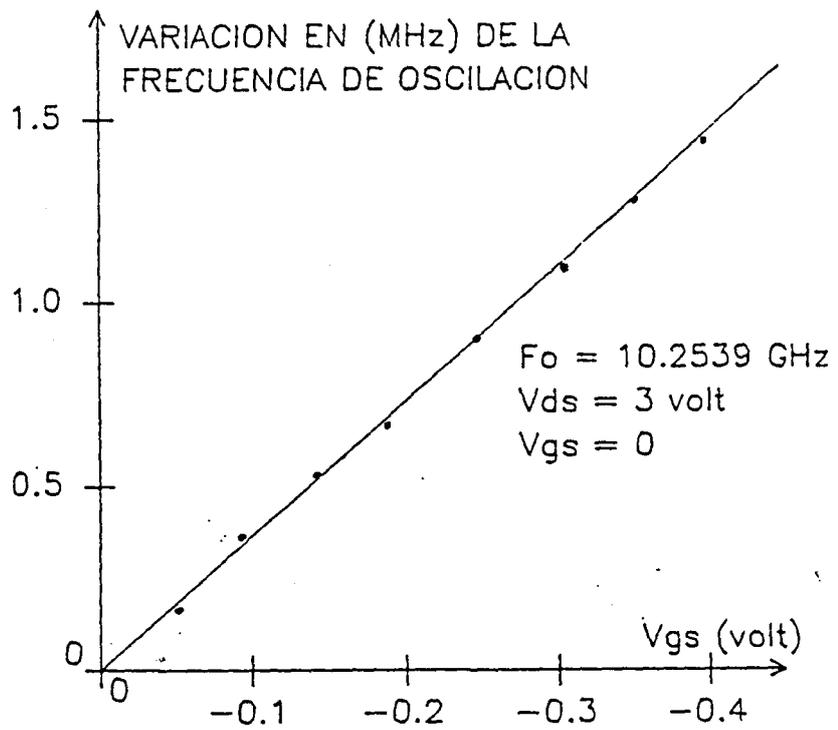


Fig.(8-27).- Característica de continua.

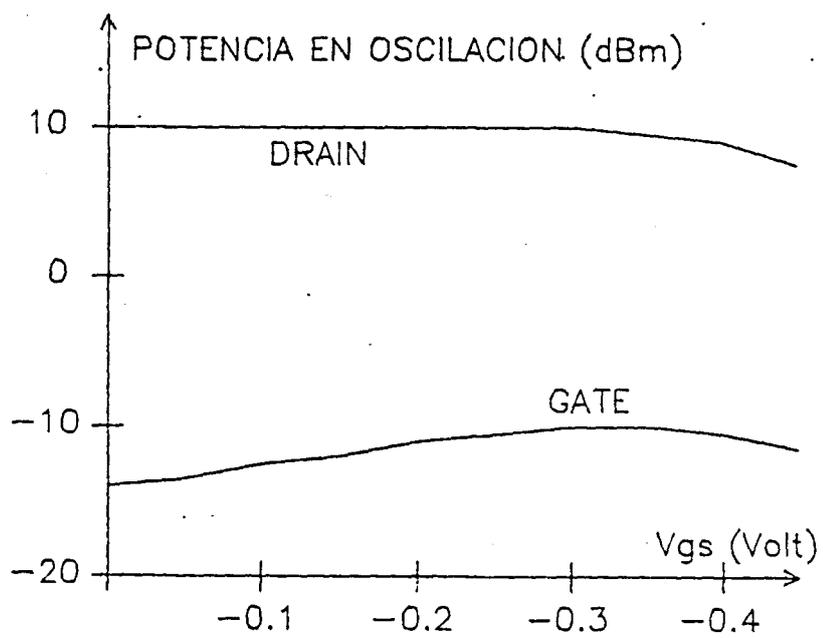


Fig.(8-28).- Característica de continúa.

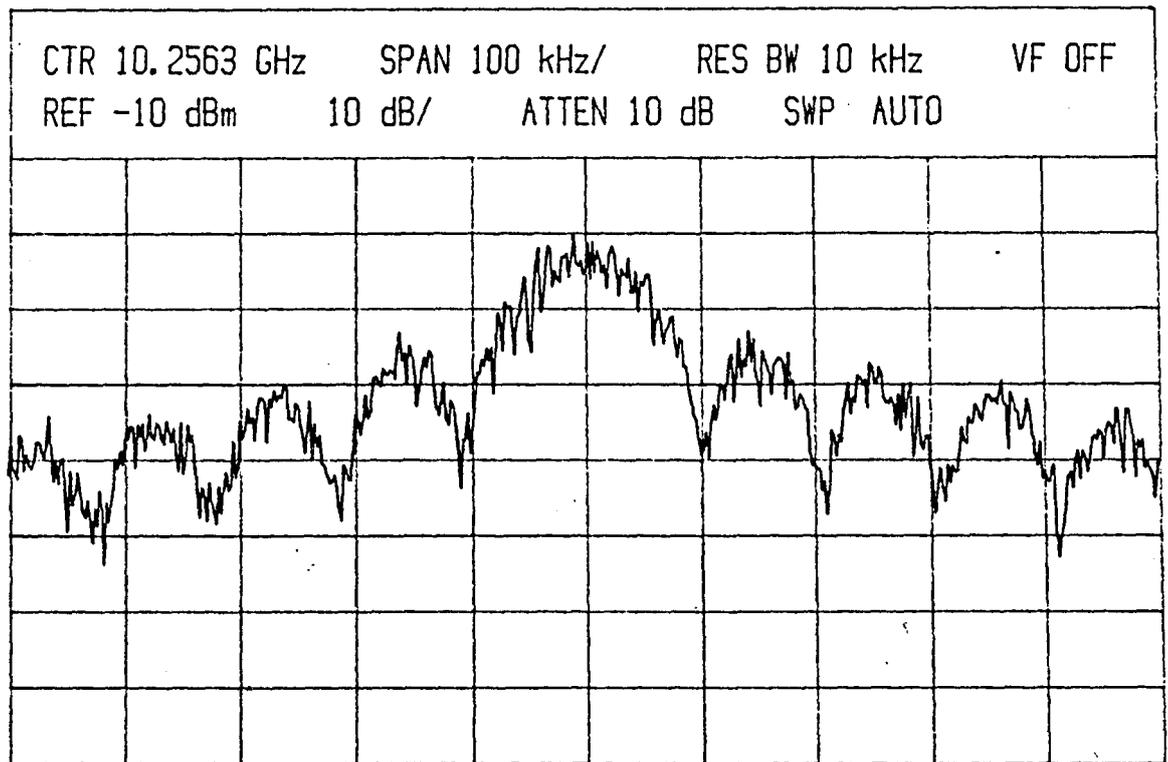


Fig.(8-29) DRAIN. Von = -0.1, Voff = -1,

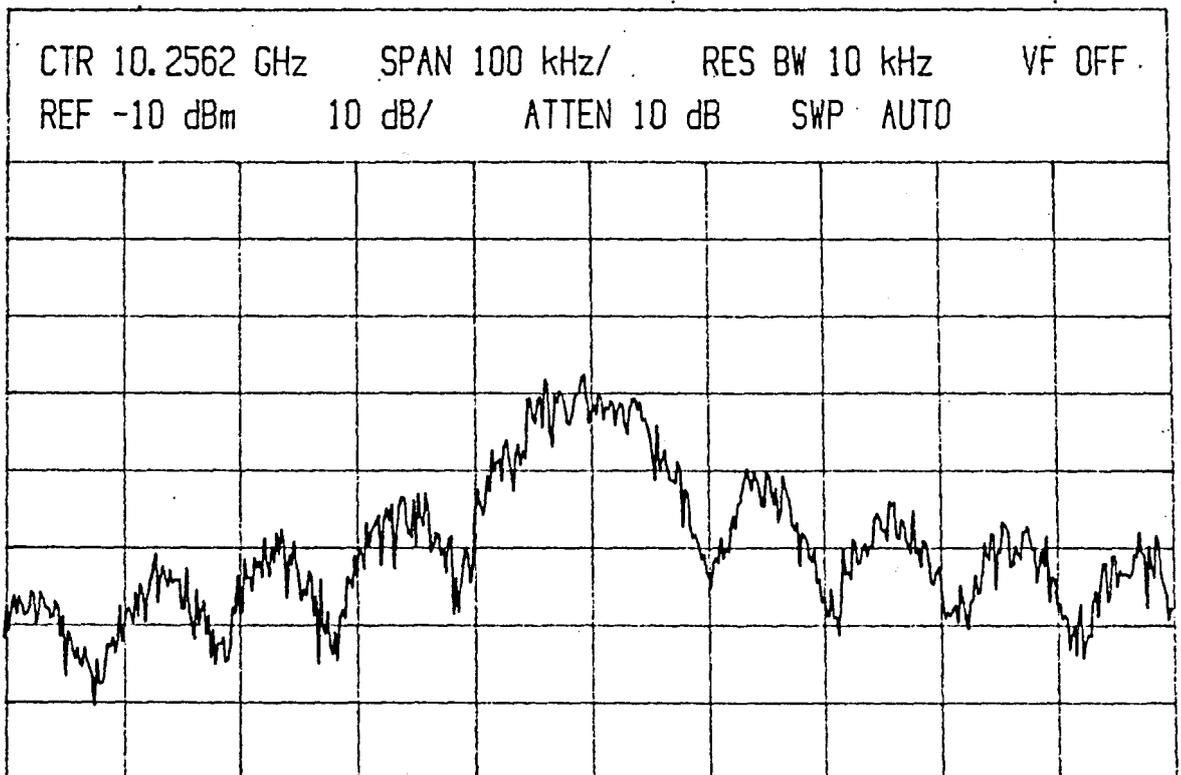


Fig.(8-30) GATE. Von = -0.1, Voff = -1

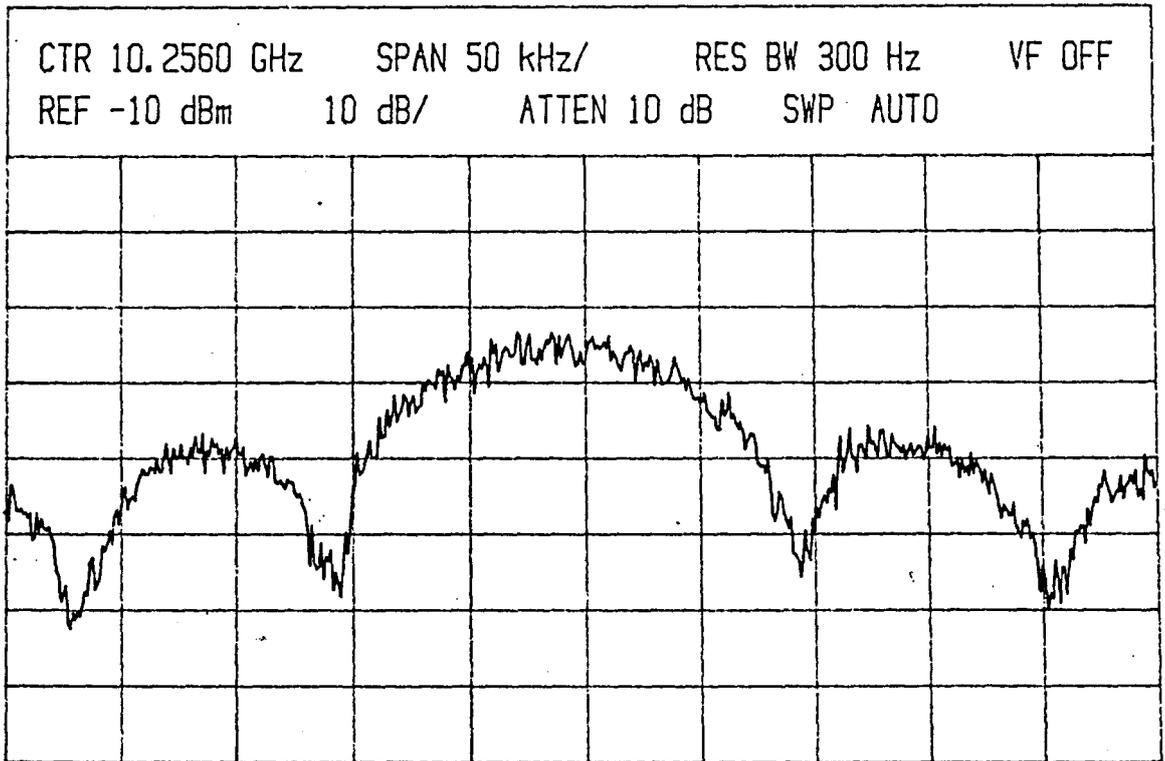


Fig.(8-31) DRAIN. Von = -0.1, Voff = -1

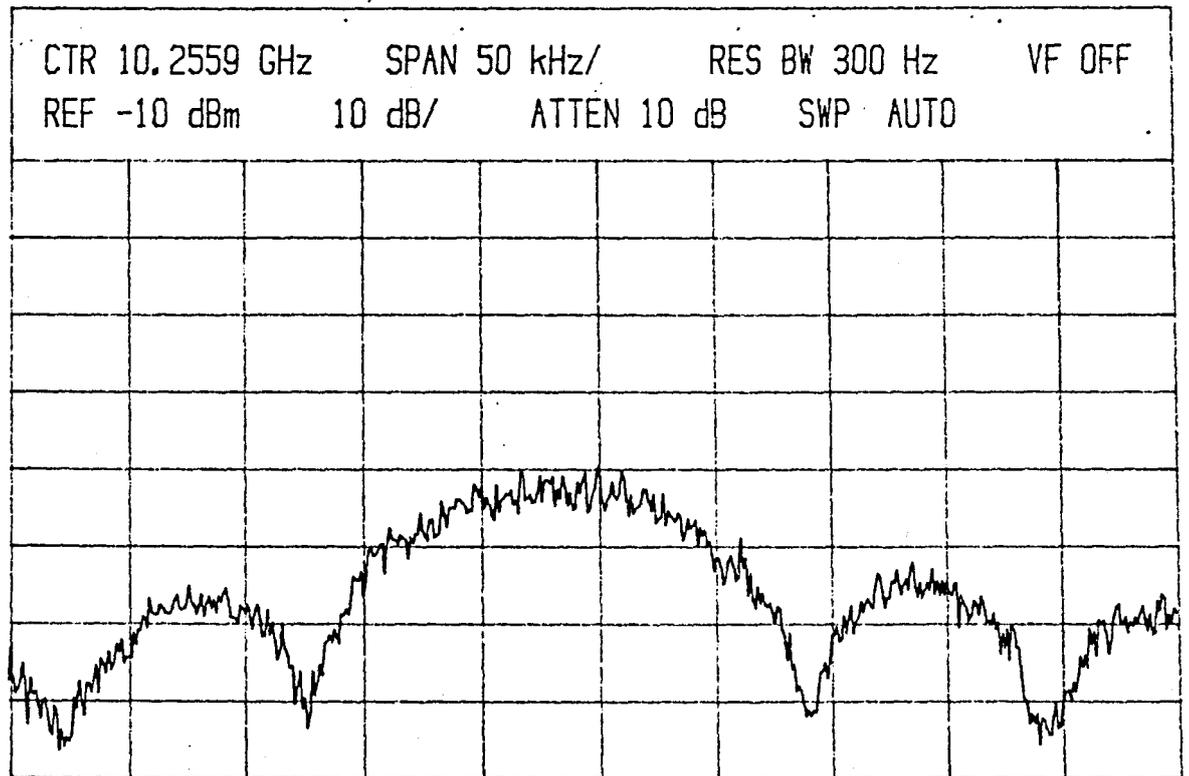


Fig.(8-32) GATE. Von = -0.1, Voff = -1

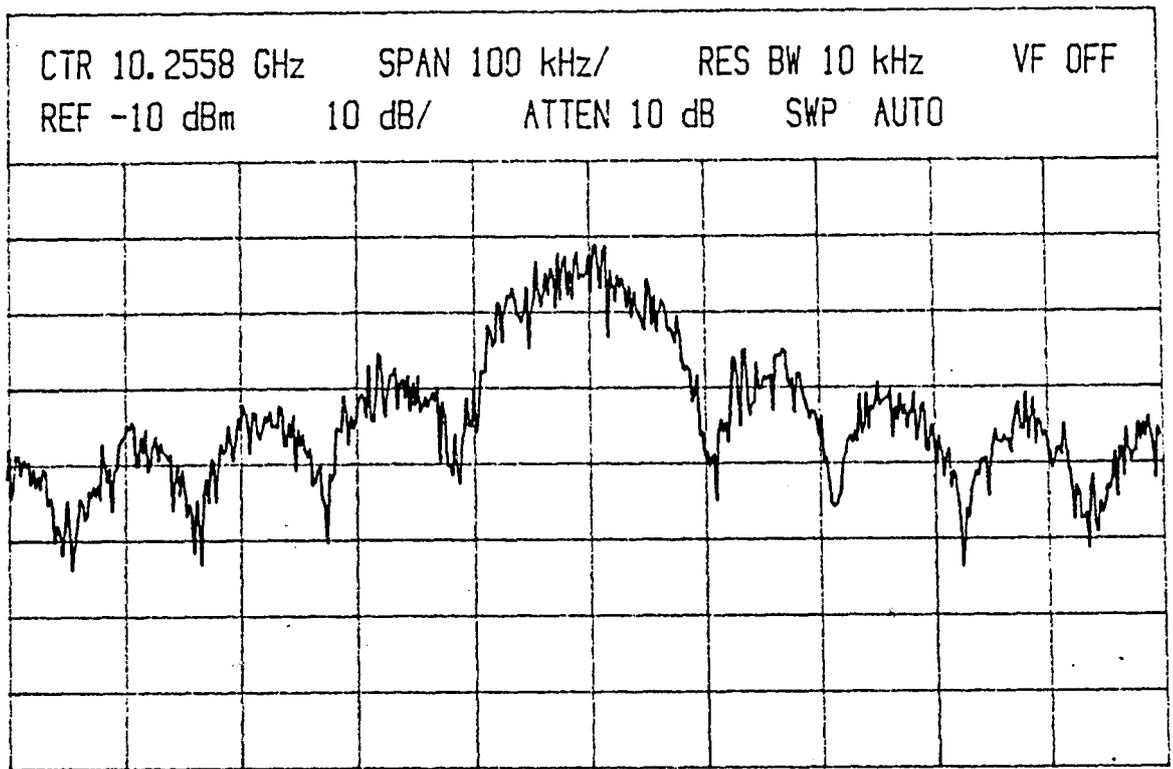


Fig.(8-33) DRAIN. Von = -0.2, Voff = -1

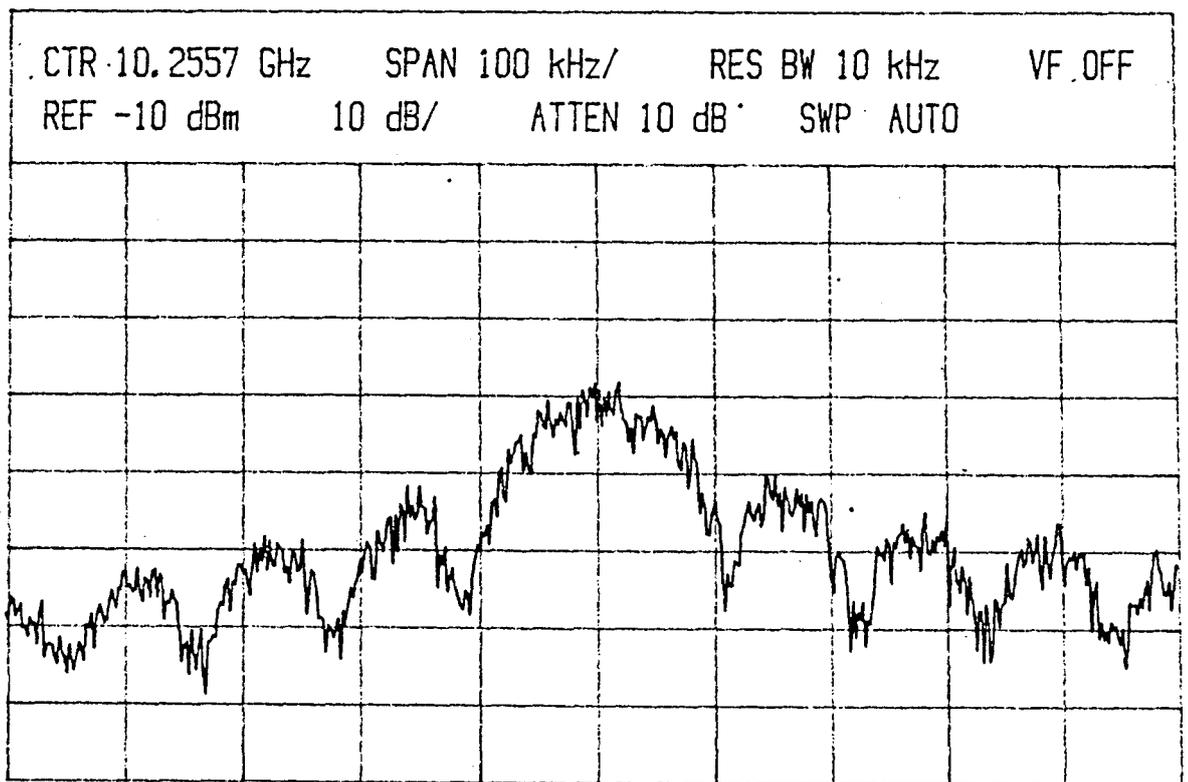


Fig.(8-34) GATE. Von = -0.2, Voff = -1

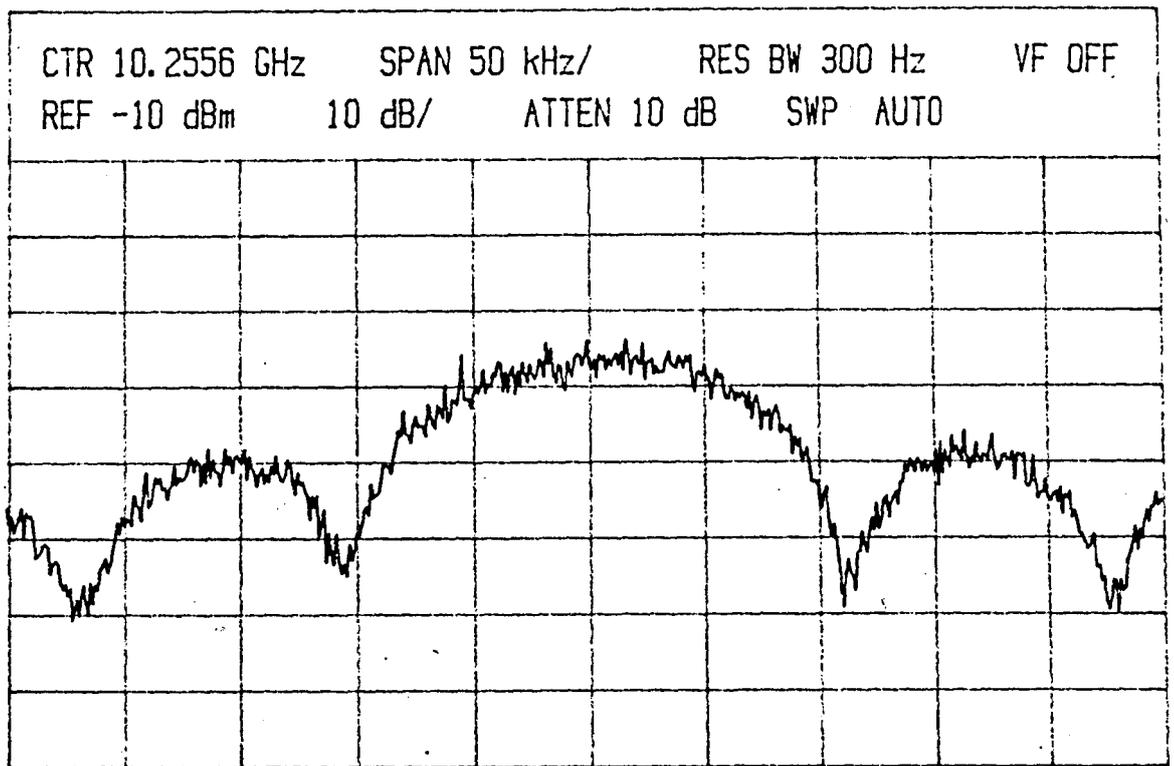


Fig.(8-35) DRAIN. Von = -0.2, Voff = -1

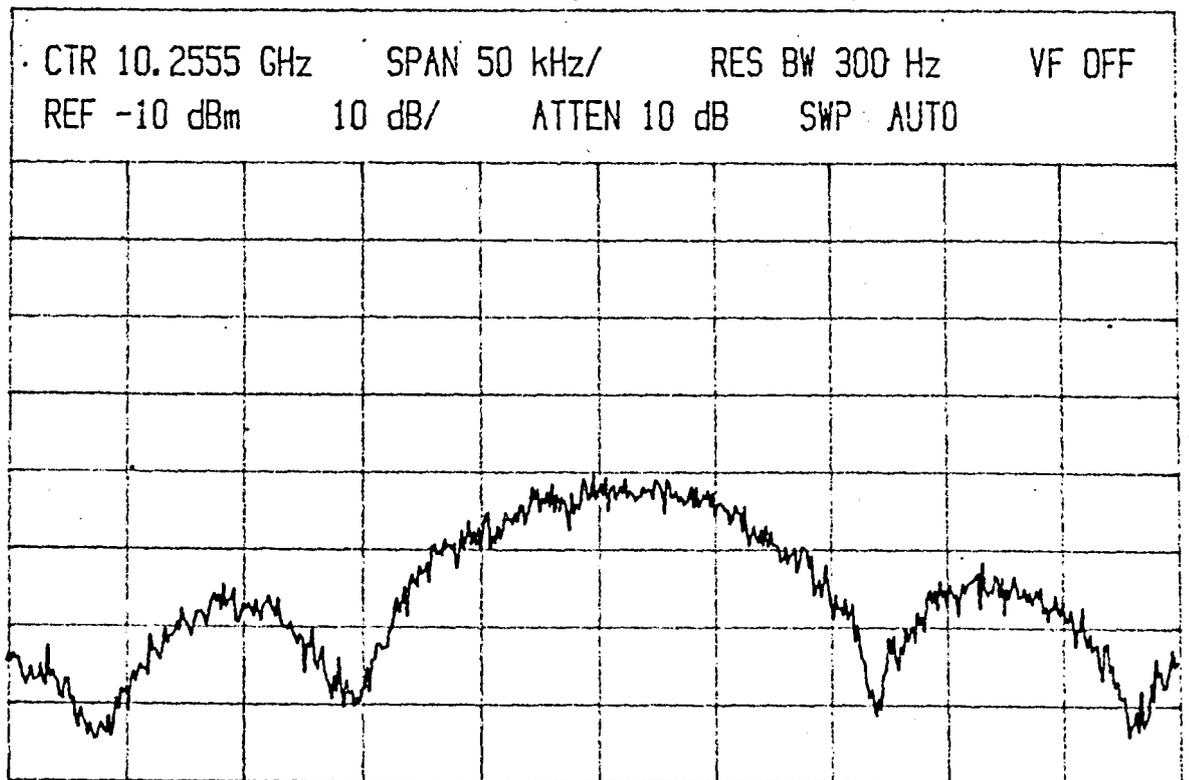


Fig.(8-36) GATE. Von = -0.2, Voff = -1

ponden a $V_{on} = -0,2$, $V_{off} = -1$. En cualquiera de los casos puede apreciarse una identidad entre los espectros pulsados en ambas puertas.

Como habíamos apuntado al comienzo del capítulo, un método conveniente para discernir si la pulsación compleja es la misma en los diferentes puntos del lazo realimentado consiste en la caracterización de la perturbación transitoria del oscilador en los alrededores del régimen estacionario. Por simplicidad se eligió una señal modulante en Gate del tipo sinusoidal Fig. (8-37) donde variaremos a voluntad la tensión de offset V_o y el índice de modulación V_{pp} . El montaje experimental, Fig. (8-38)- (8-40), toma las mues-

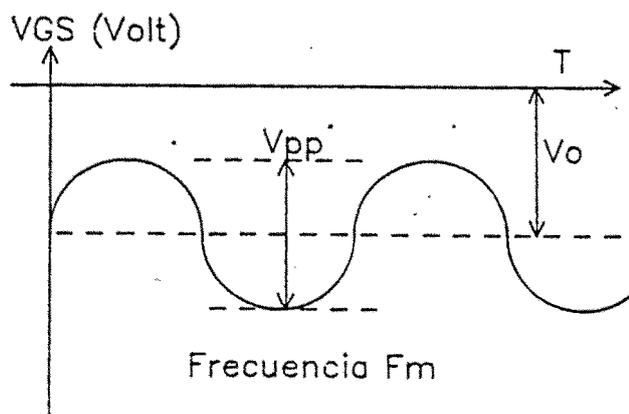


Fig.(8-37)

tras de señal a través de acopladores 20dB y una llave microondas que reproduce las condiciones de adaptación en la puerta que no estamos utilizando, para perturbar lo menos posible el circuito oscilante.

Se han hecho pruebas de análisis espectral sobre una gran cantidad de osciladores implementados con y sin cavidad dieléctrica. De entre ellos se van a entresacar algunos

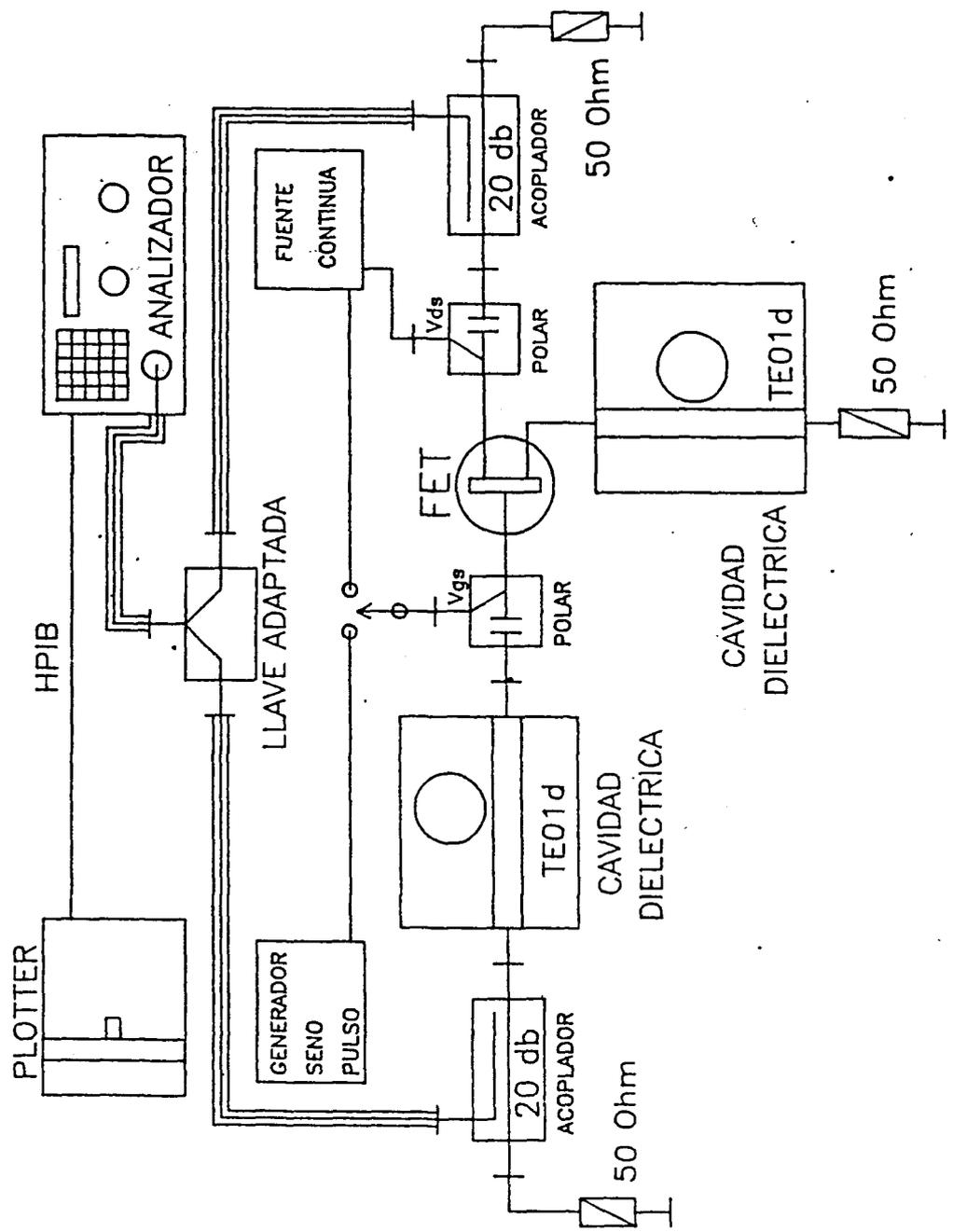


Fig. (8-38)

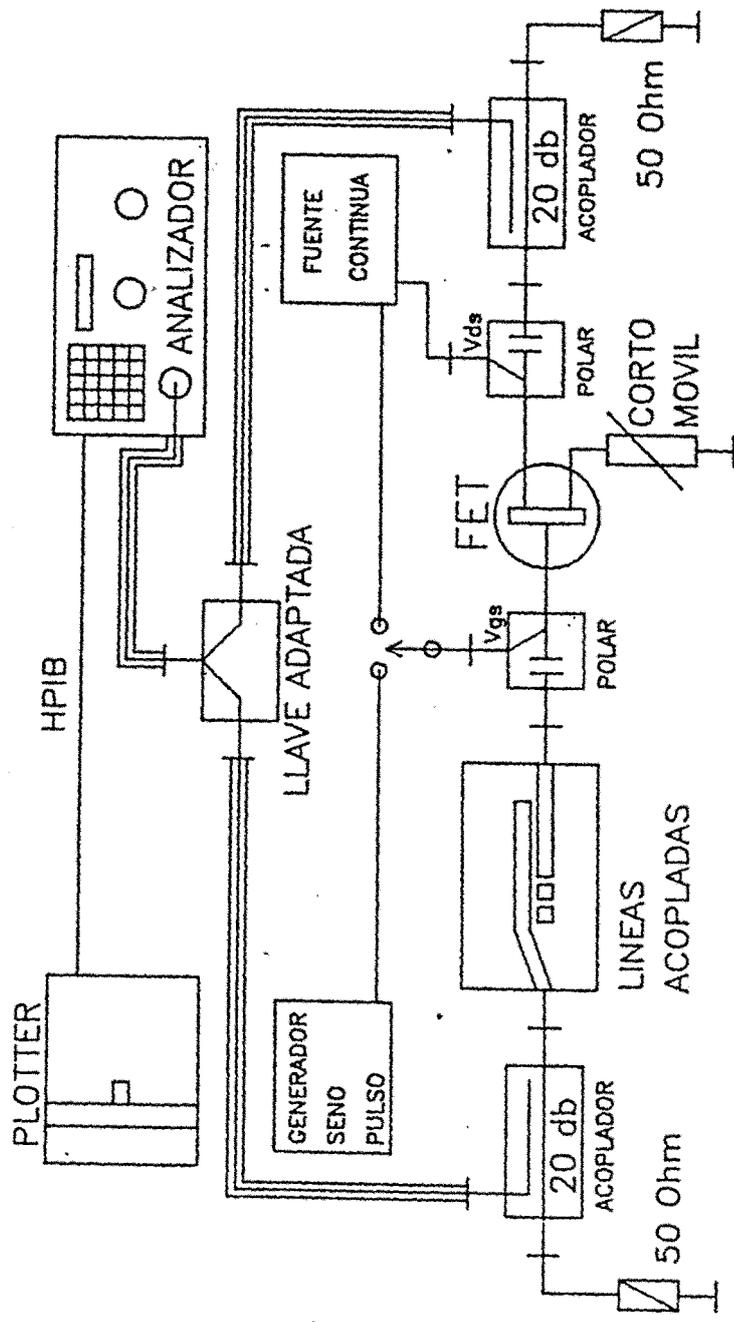


Fig. (8-39)

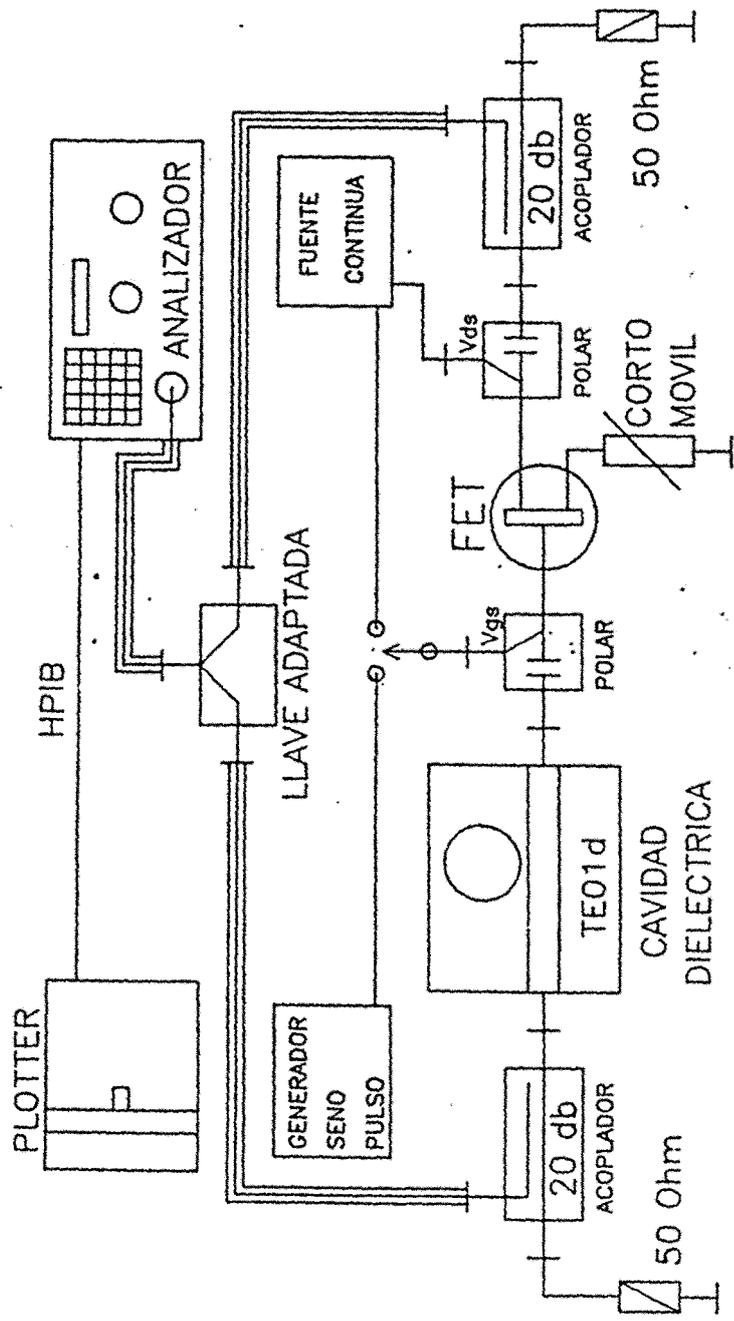


Fig. (8-40)

de los resultados más significativos.

A) Oscilador controlado por cavidad en Gate y corto móvil en Source.

La Fig. (8-41) muestra el esquema simplificado de esta estructura funcionando a 10.254 GHz. La característica frecuencial de este oscilador se muestra en las Fig. (8-42) Fig. (8-49).

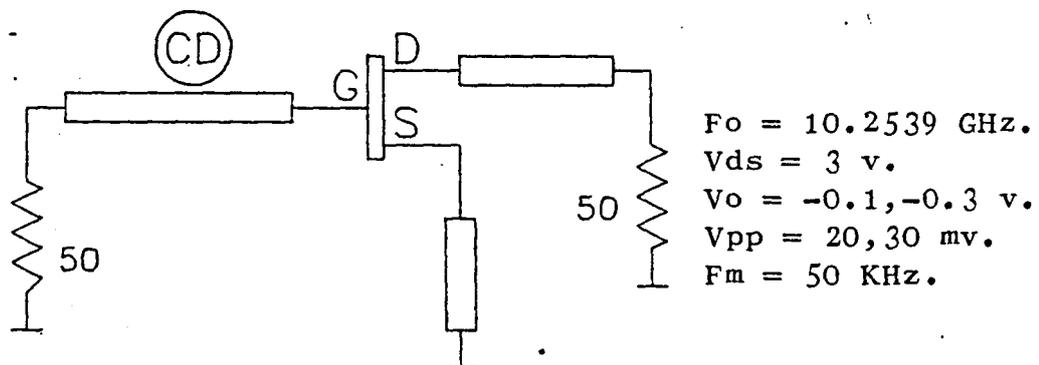


Fig.(8-41)

donde hemos hecho variar la tensión de Offset V_o y la de modulación V_{pp} . Debido a la linealidad frecuencial de la característica en continua del sistema. La modulación sinusoidal en Gate se traduce muy aproximadamente en una modulación en frecuencia y, como se aprecia en las figuras, dependiendo de la profundidad de modulación V_{pp} , podemos conseguir anular la portadora, las bandas laterales, etc.

B) Oscilador sintonizado con doble cavidad dieléctrica en Gate y Source, terminando Drain por 50 Ohm, tal como se muestra en Fig. (8-50), funcionando a 6.930 GHz. La Fig. (8-51) nos da una indicación de la pureza espectral de este

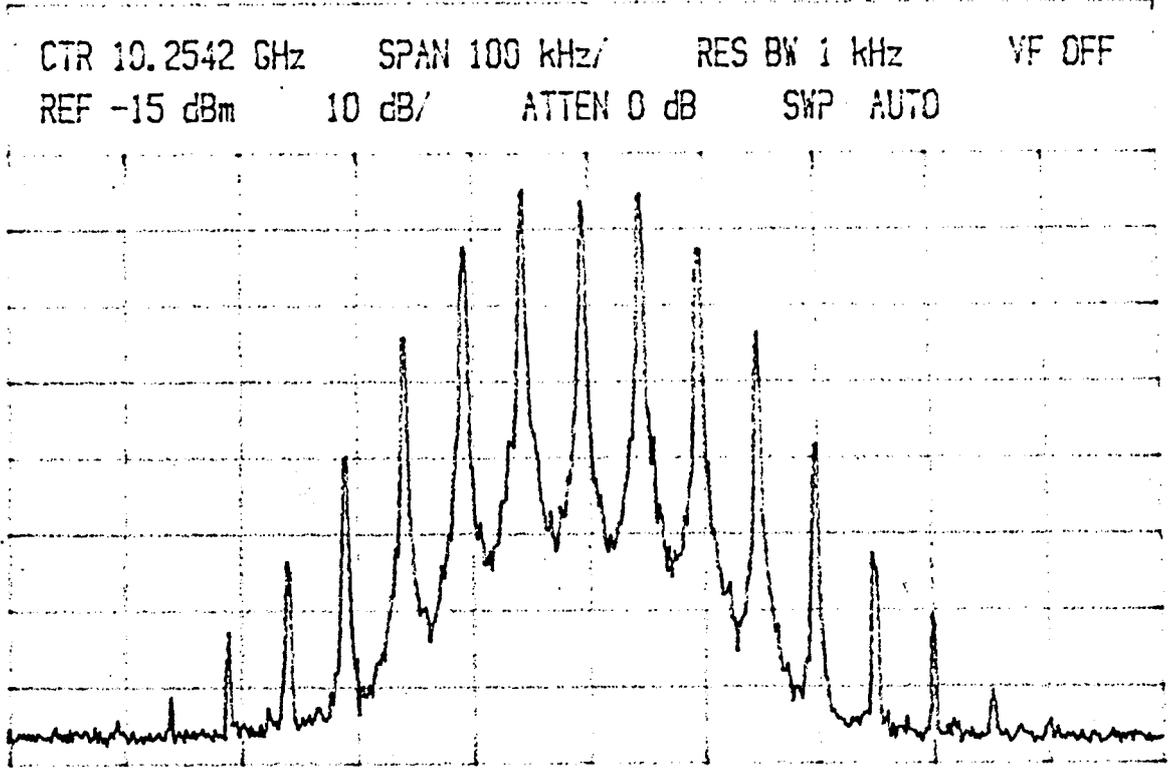


Fig.(8-42) DRAIN. $V_o = -0.1$, $V_{pp} = 20$ mV, $F_m = 50$ KHz

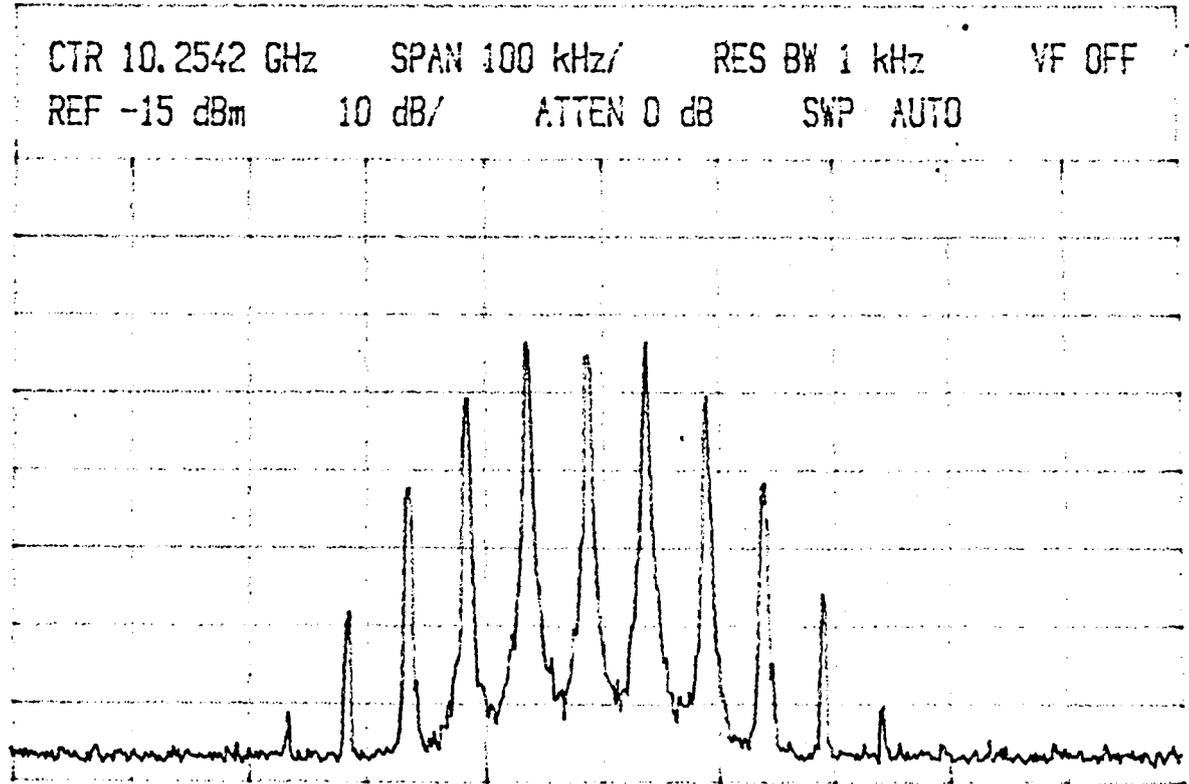


Fig.(8-43) GATE. $V_o = -0.1$, $V_{pp} = 20$ mV, $F_m = 50$ KHz

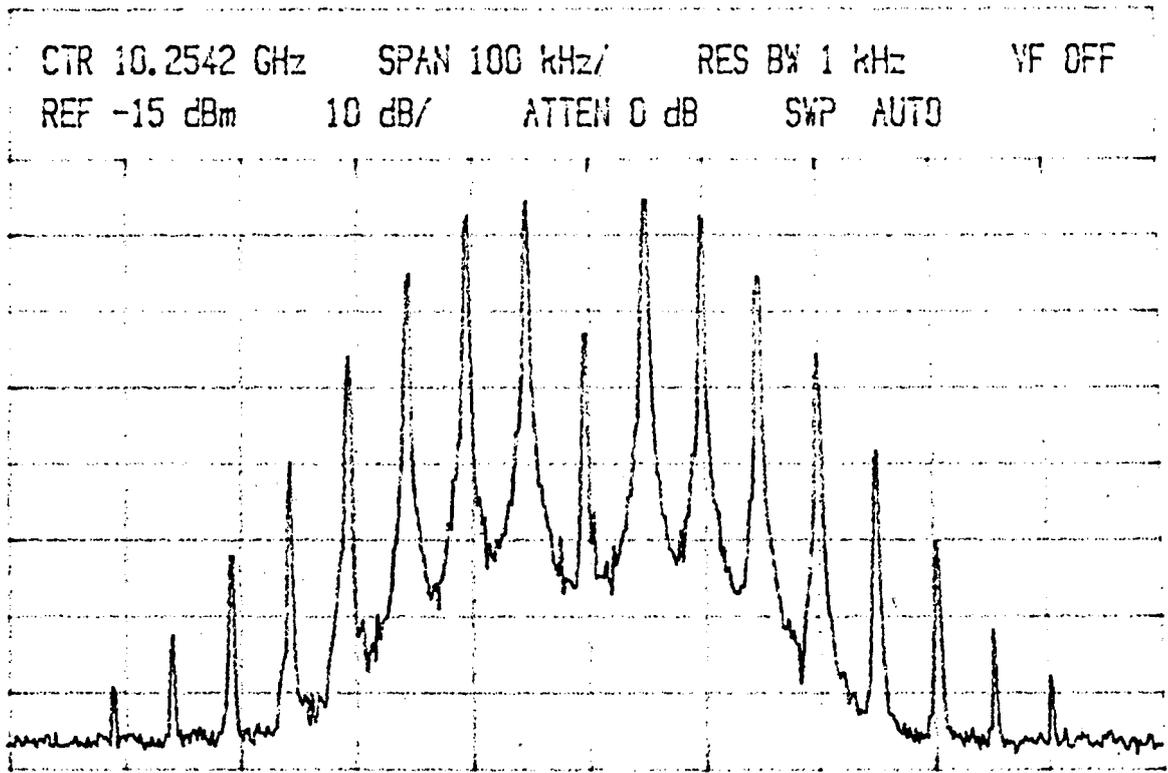


Fig.(8-44)

DRAIN. $V_o = -0.1$, $V_{pp} = 30$ mV, $F_m = 50$ KHz

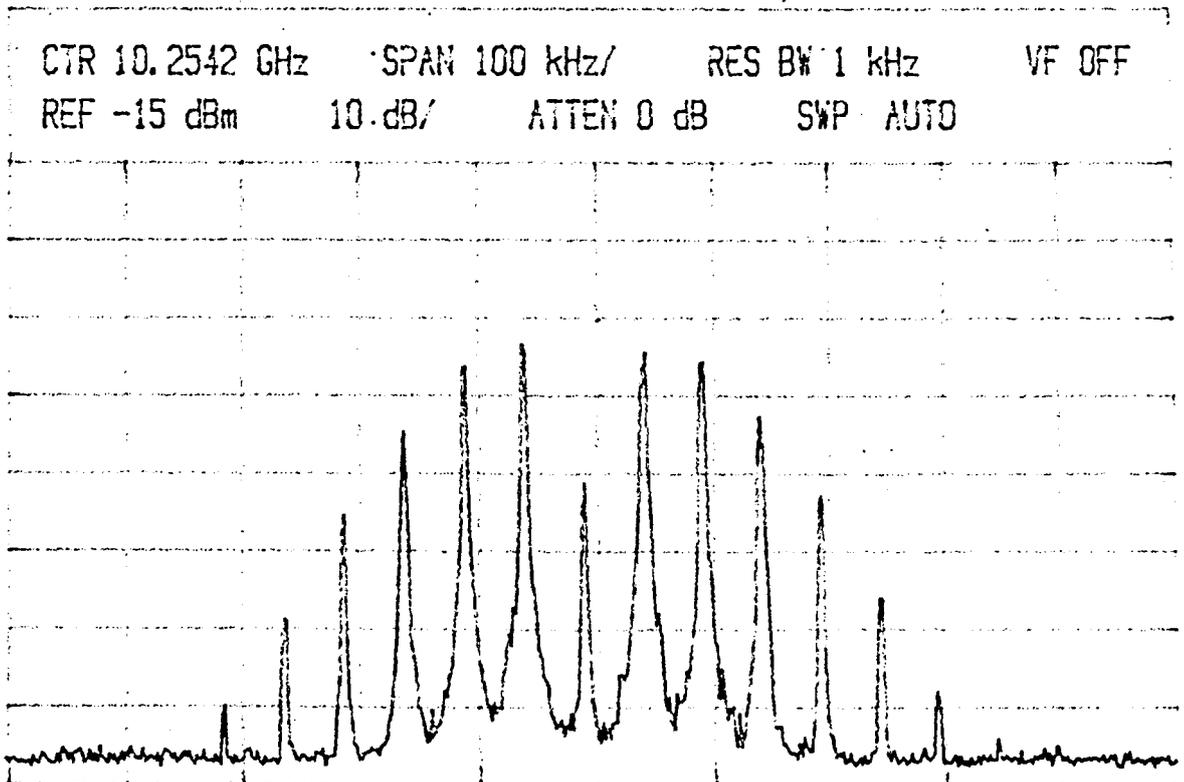


Fig.(8-45)

GATE. $V_o = -0.1$, $V_{pp} = 30$ mV, $F_m = 50$ KHz

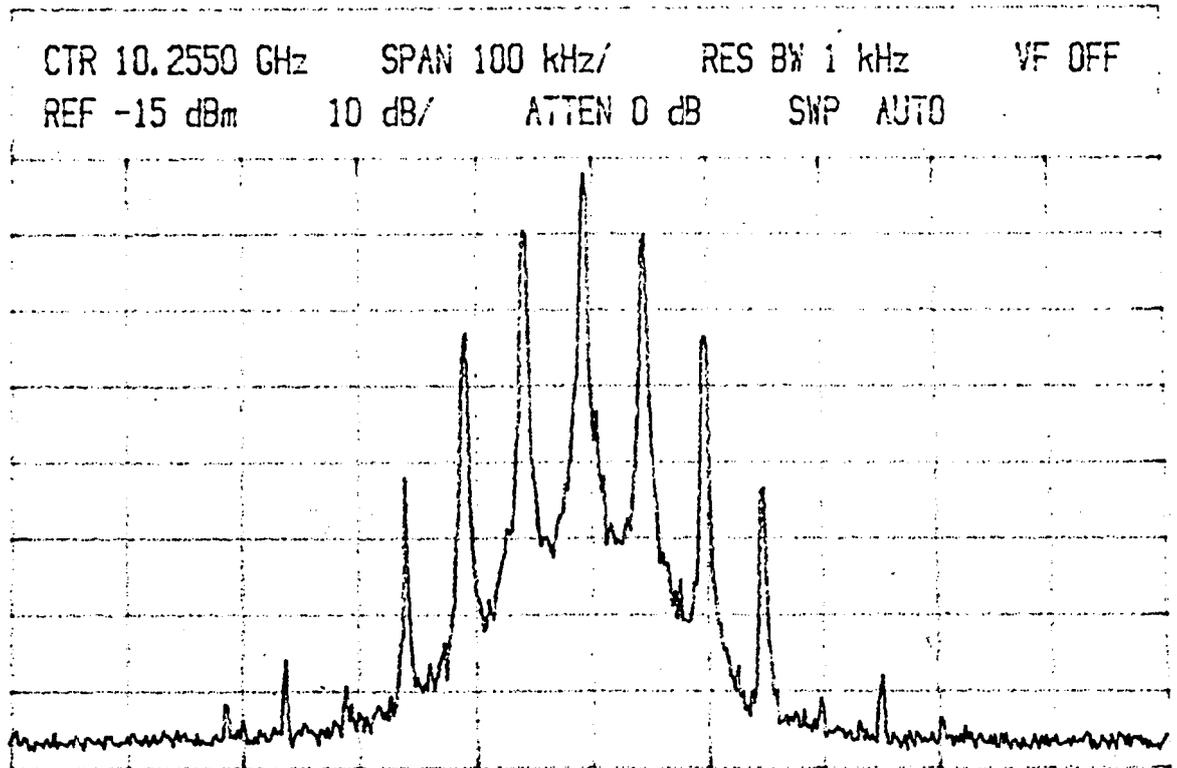


Fig.(8-46) DRAIN. $V_o = -0.3$, $V_{pp} = 20$ mV, $F_m = 50$ KHz

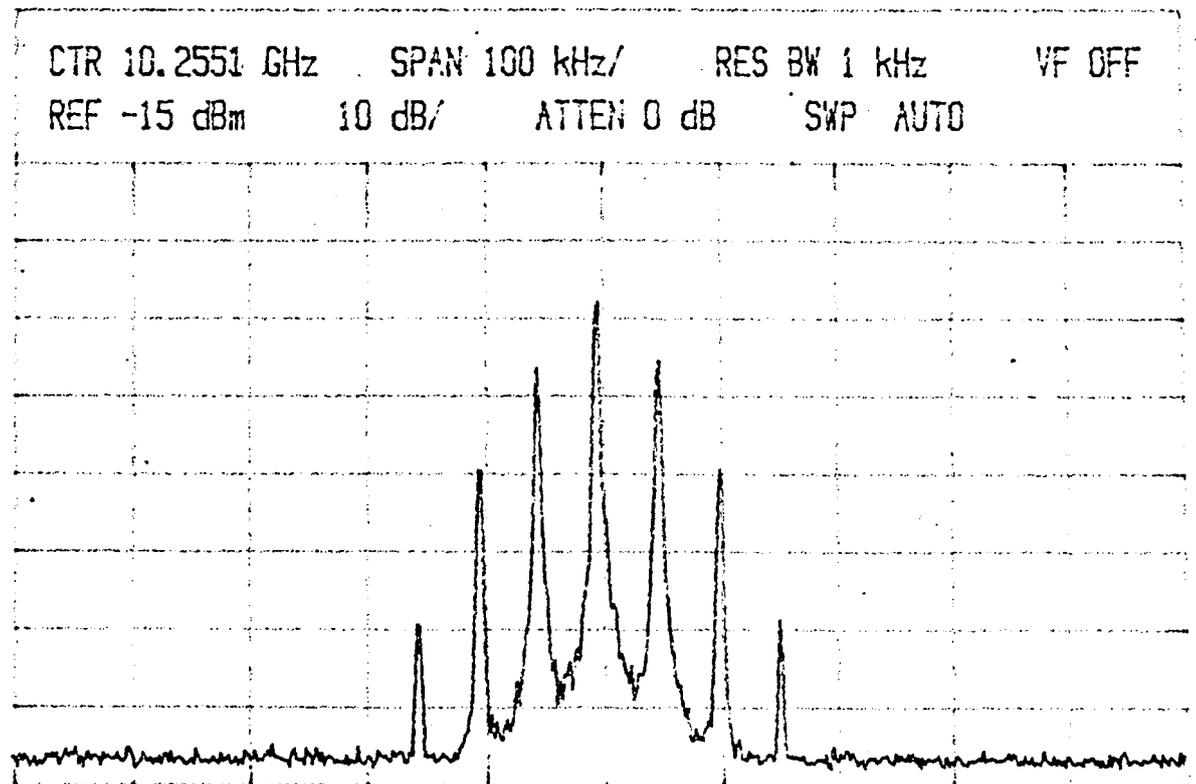


Fig.(8-47) GATE. $V_o = -0.3$, $V_{pp} = 20$ mV, $F_m = 50$ KHz

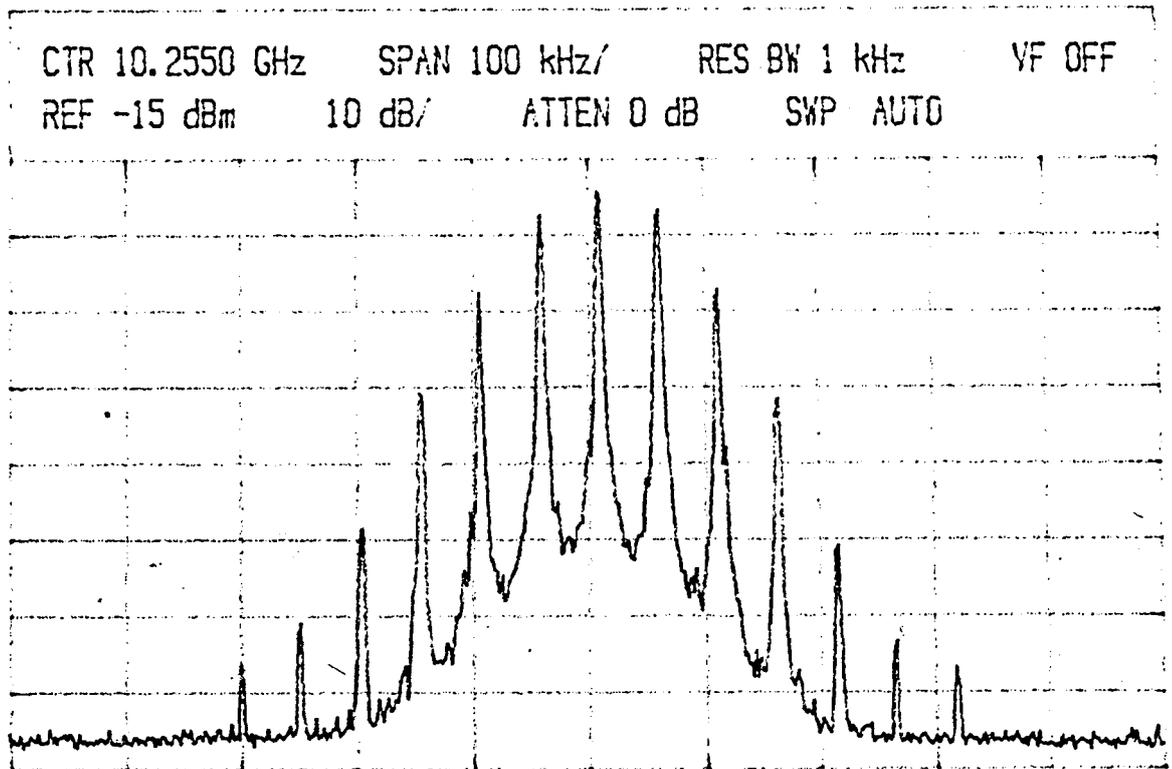


Fig.(8-48) DRAIN. $V_o = -0.3$, $V_{pp} = 30$ mV, $F_m = 50$ KHz

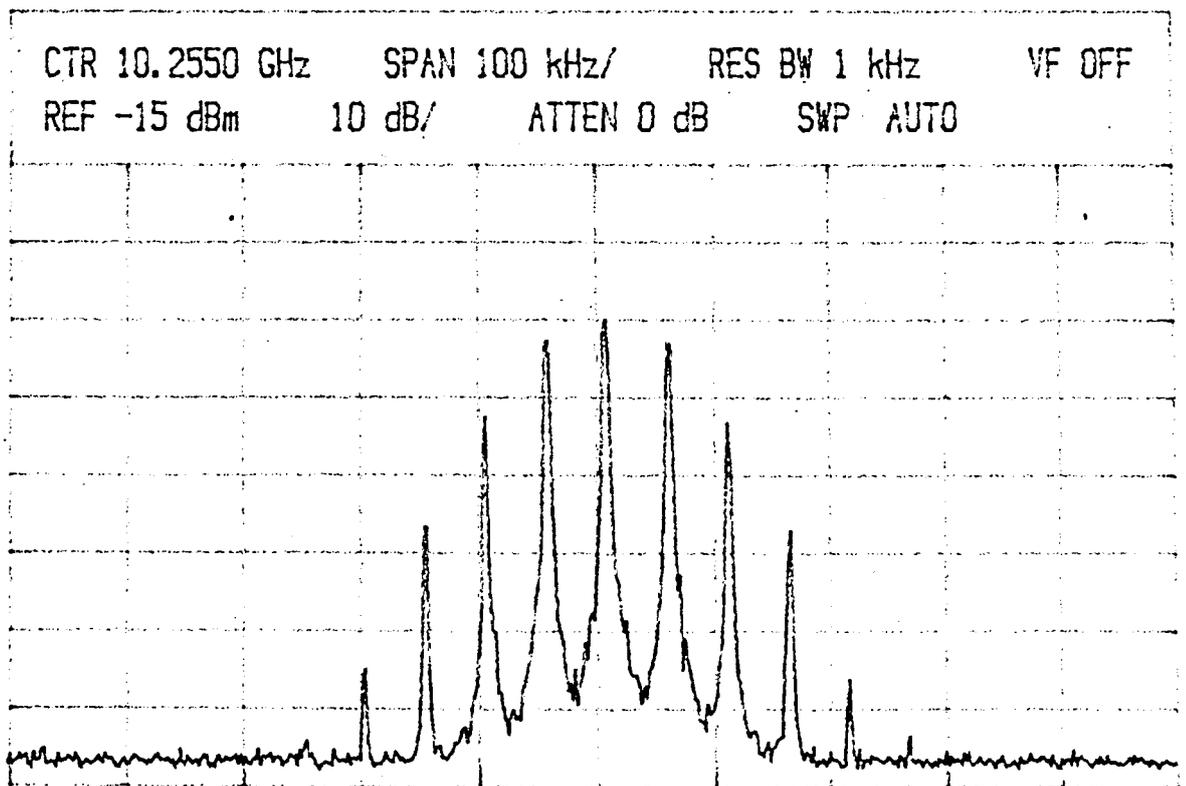


Fig.(8-49) GATE. $V_o = -0.3$, $V_{pp} = 30$ mV, $F_m = 50$ KHz

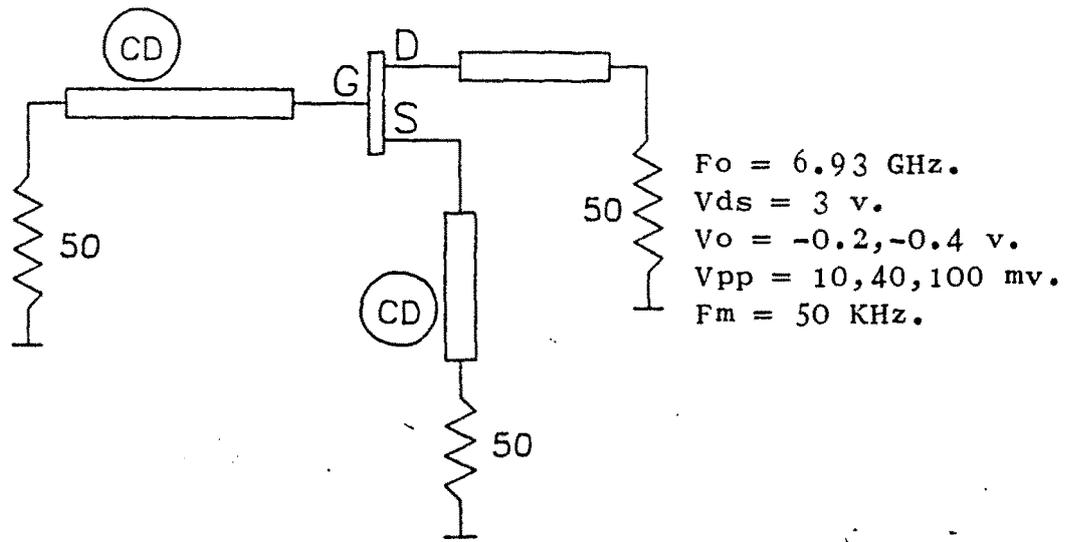


Fig.(8-50)

oscilador funcionando en onda continua. En cuanto al espectro modulado las Fig. (8-52)- Fig. (8-59) dan cuenta del mismo, donde se ha variado V_o entre -0,2 y 0,4 y V_{pp} entre

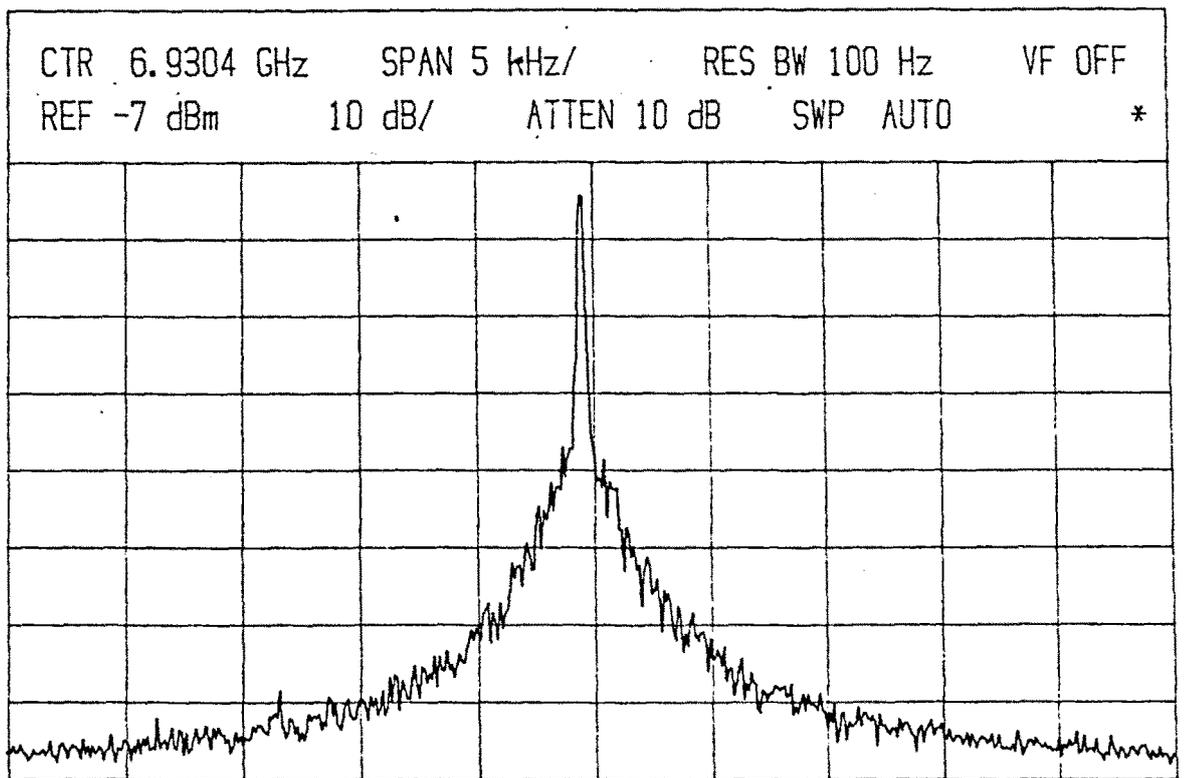


Fig.(8-51)

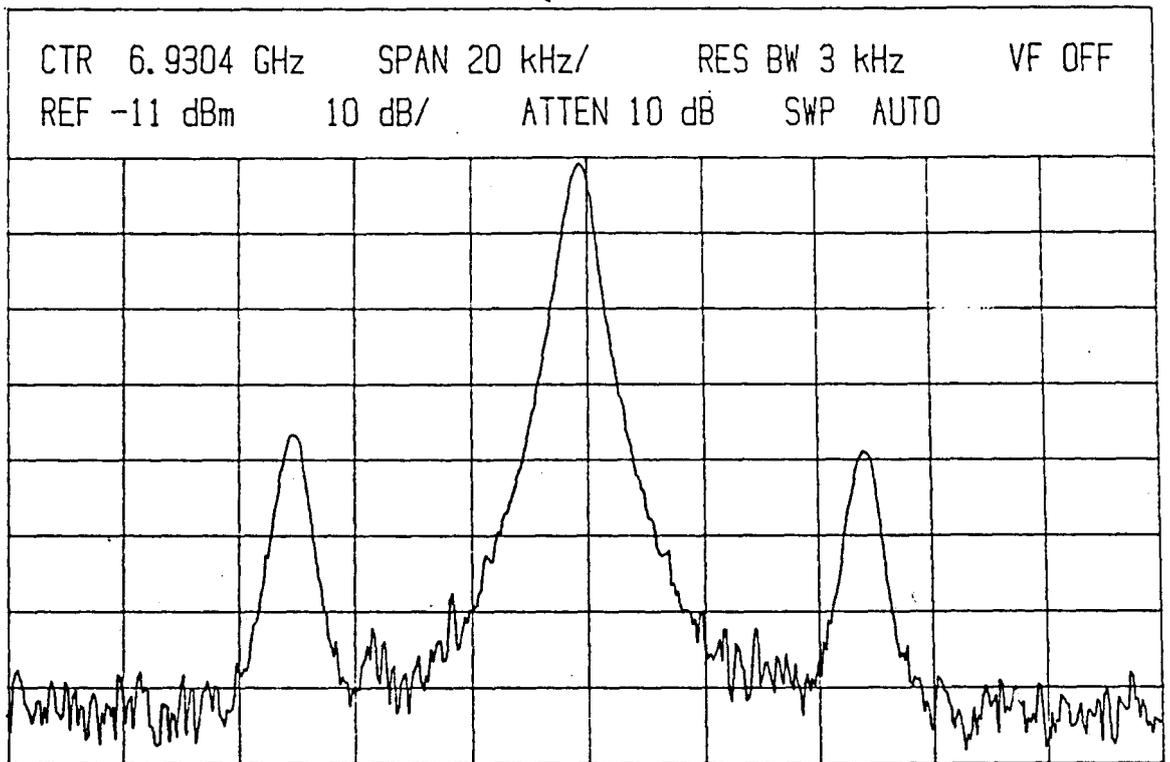


Fig.(8-52) DRAIN. $V_o = -0.2$, $V_{pp} = 10\text{mV}$, $F_m = 50\text{KHz}$

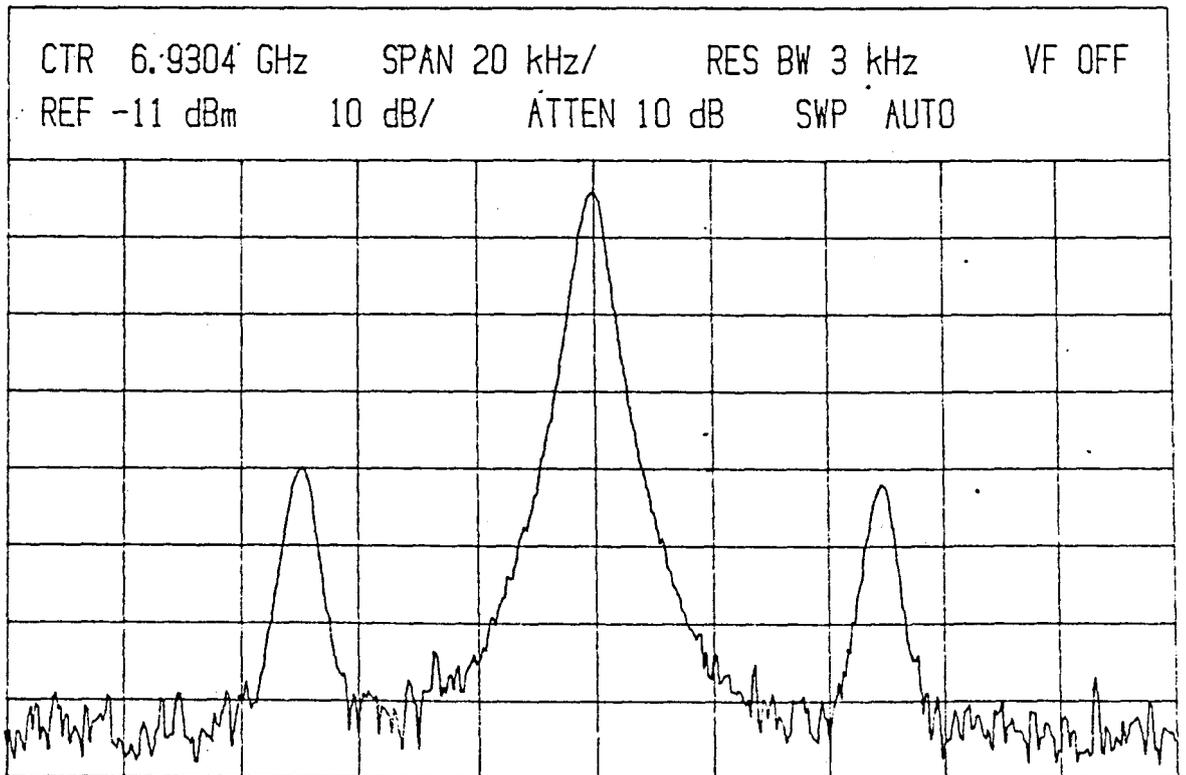


Fig.(8-53) GATE. $V_o = -0.2$, $V_{pp} = 10\text{ mV}$, $F_m = 50\text{ KHz}$

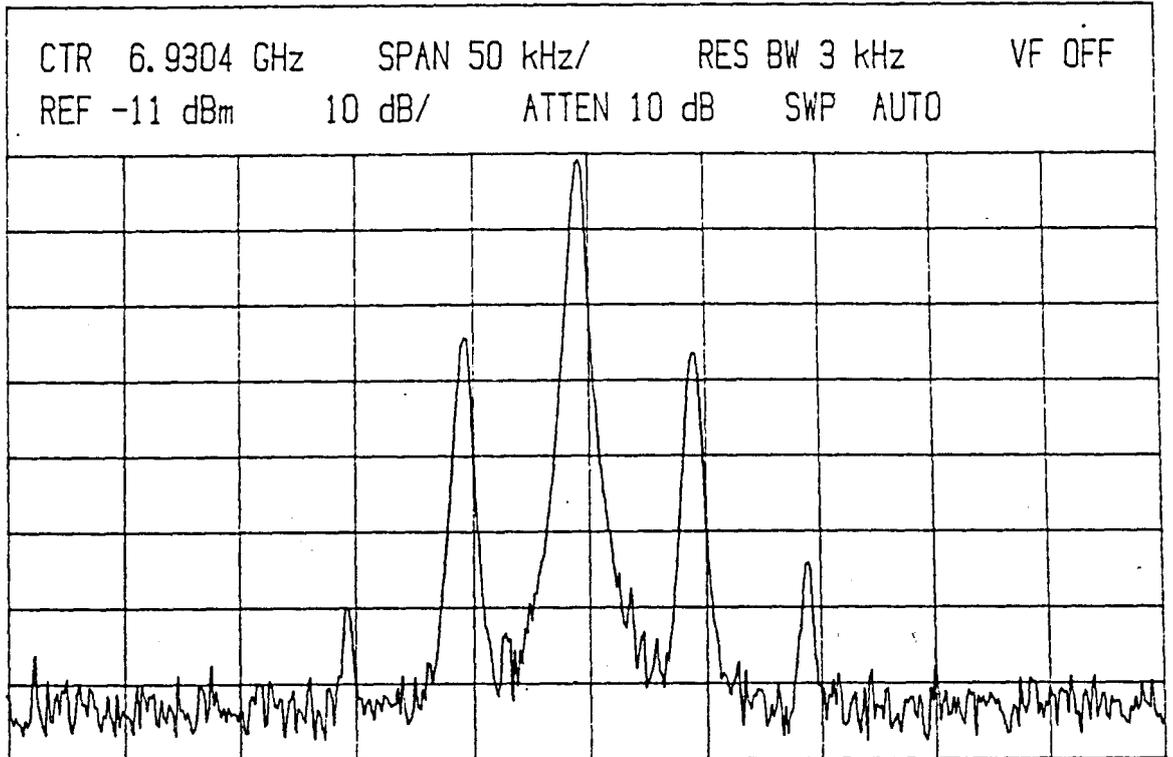


Fig.(8-54)

DRAIN, $V_o = -0.2$, $V_{pp} = 40$ mV, $F_m = 50$ KHz

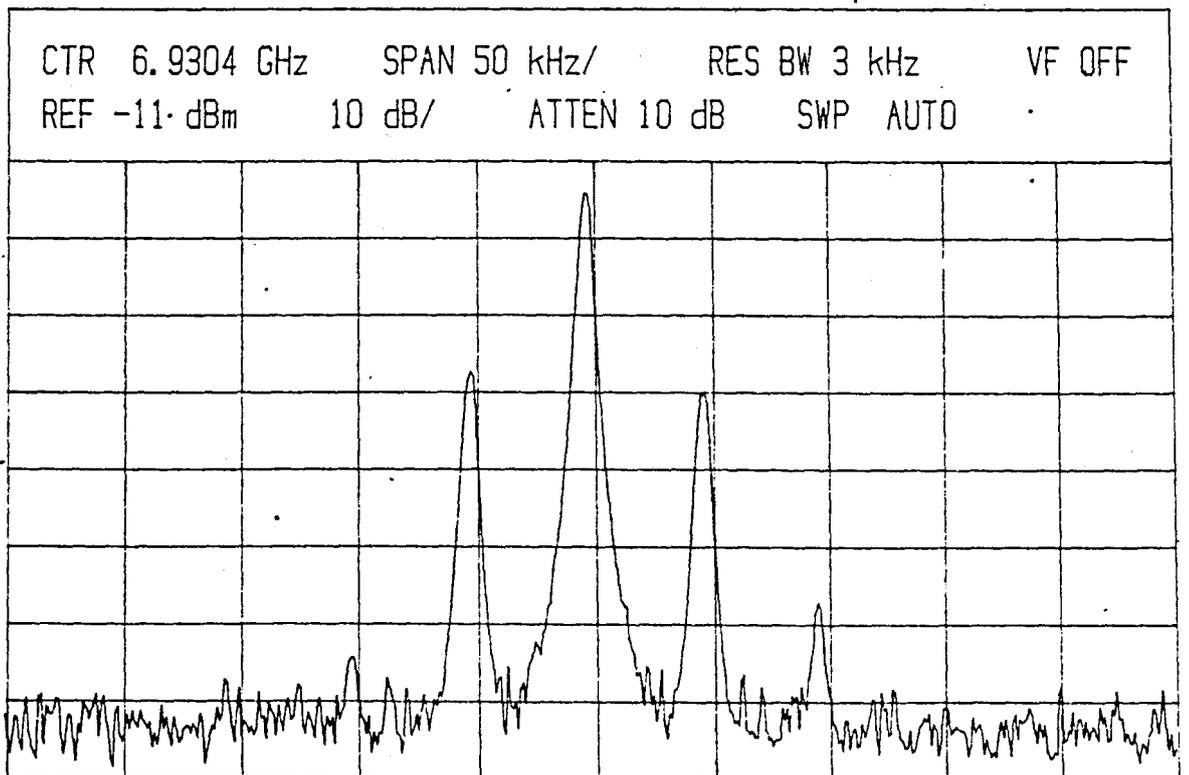


Fig.(8-55)

GATE. $V_o = -0.2$, $V_{pp} = 40$ mV, $F_m = 50$ KHz

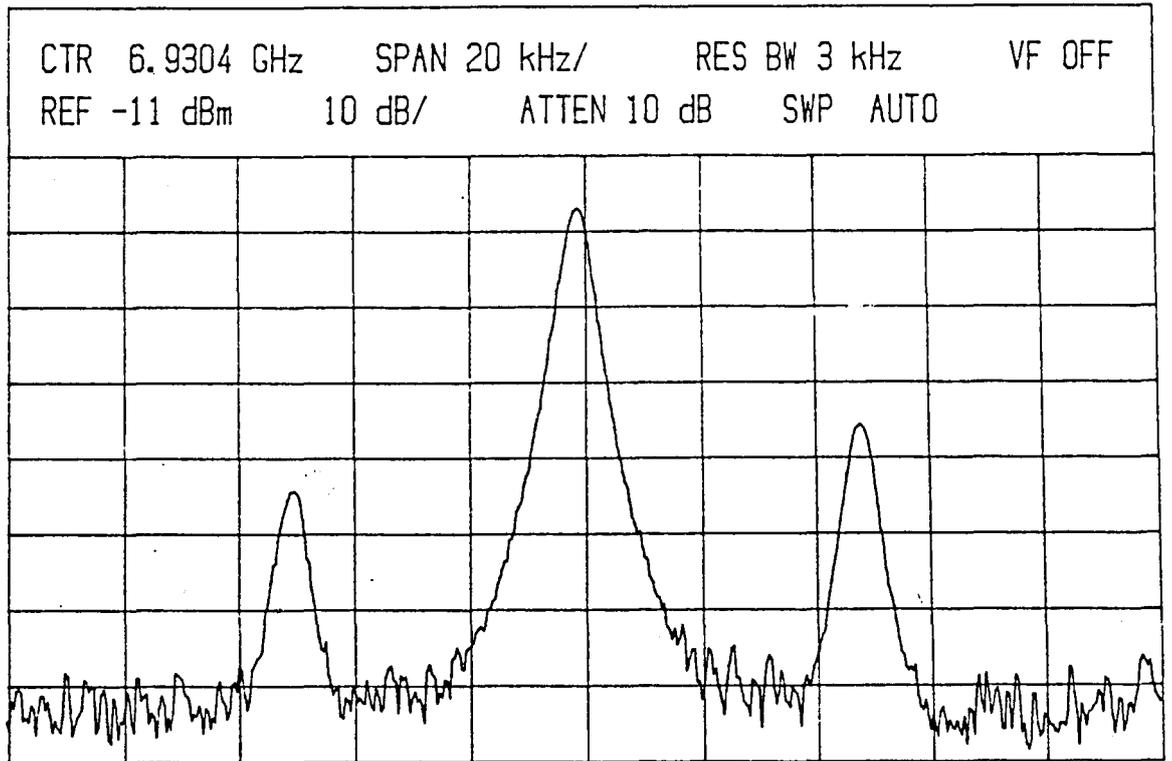


Fig.(8-56) DRAIN. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 10$ mV, $F_m = 50$ KHz

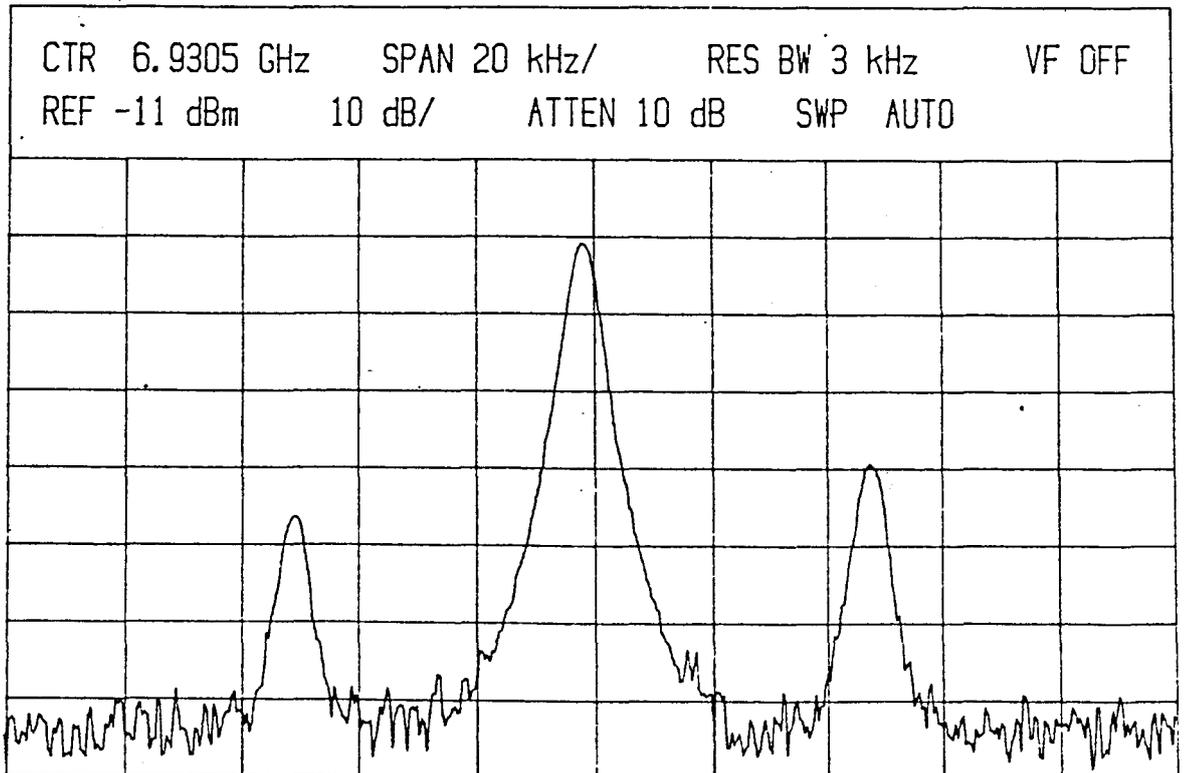


Fig.(8-57) GATE. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 10$ mV, $F_m = 50$ KHz

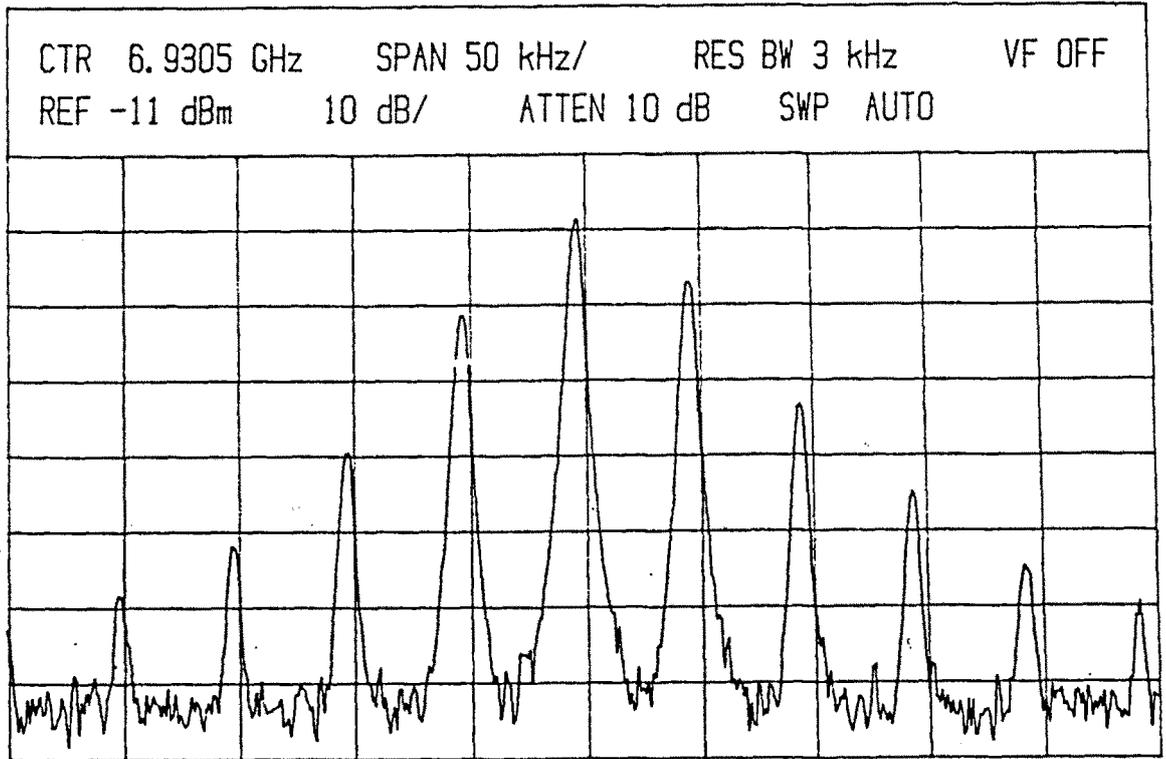


Fig.(8-58) DRAIN. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 100$ mV, $F_m = 50$ KHz

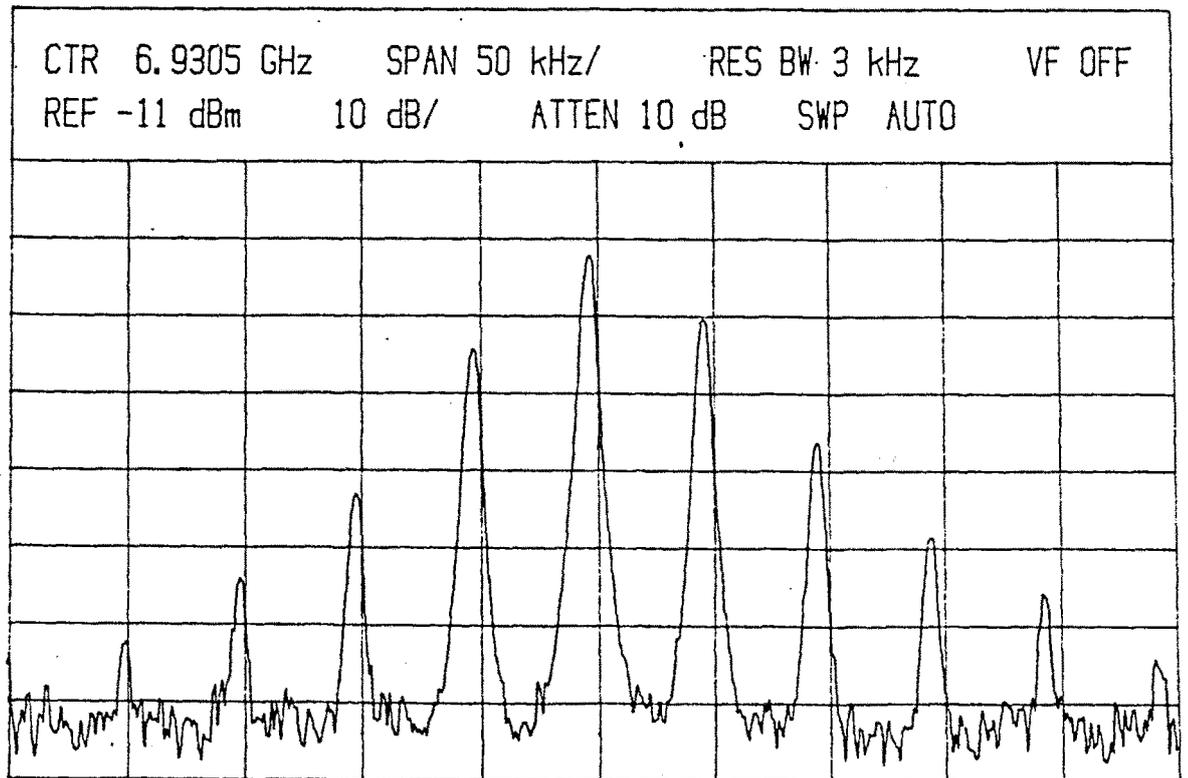


Fig.(8-59) GATE. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 100$ mV, $F_m = 50$ KHz

10 mV y 100 mV para conseguir una variedad de índices de modulación.

C) Oscilador sintonizado por líneas acopladas a Gate y corto móvil en Source Fig. (8-60) funcionando a 7.23 GHz

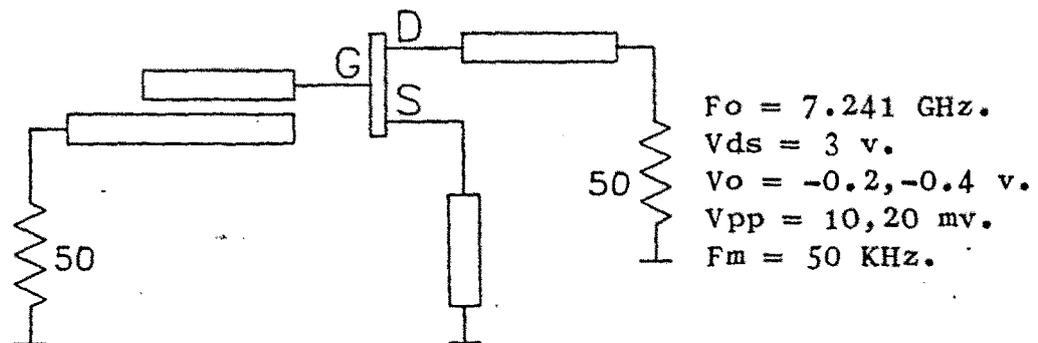


Fig.(8-60)

El espectro frecuencial de las Fig. (8-61)- Fig. (8-68), variando las condiciones de modulación, nos muestra diferencias apreciables en las características de Drain y Gate.

D) Oscilador sintonizado por líneas acopladas en Gate y corto móvil en Source Fig. (8-69) funcionando a 4.8 GHz.

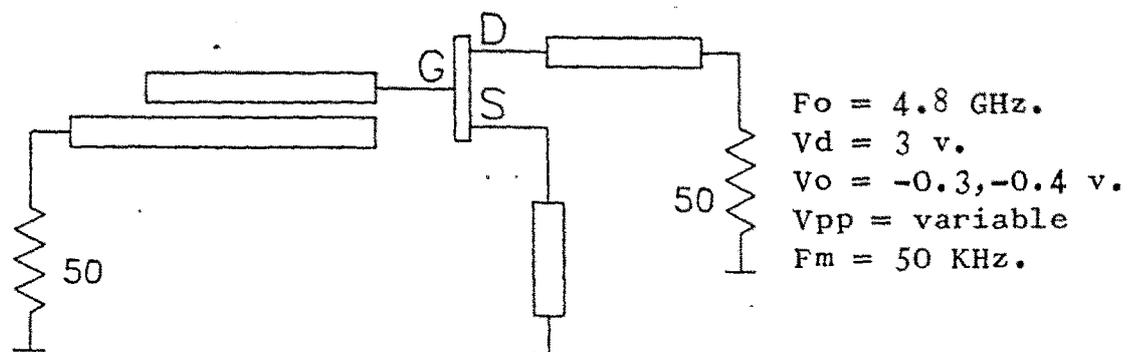


Fig.(8-69)

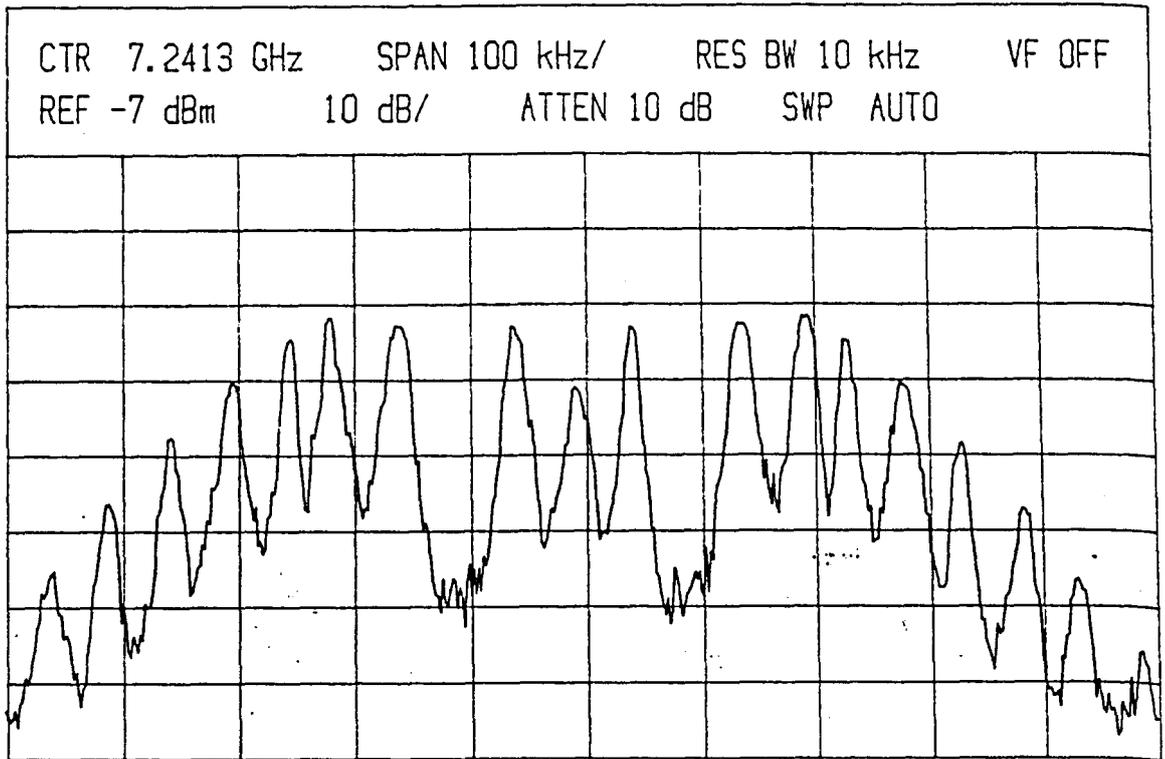


Fig.(8-61) GATE. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 20$ mV, $F_m = 50$ KHz

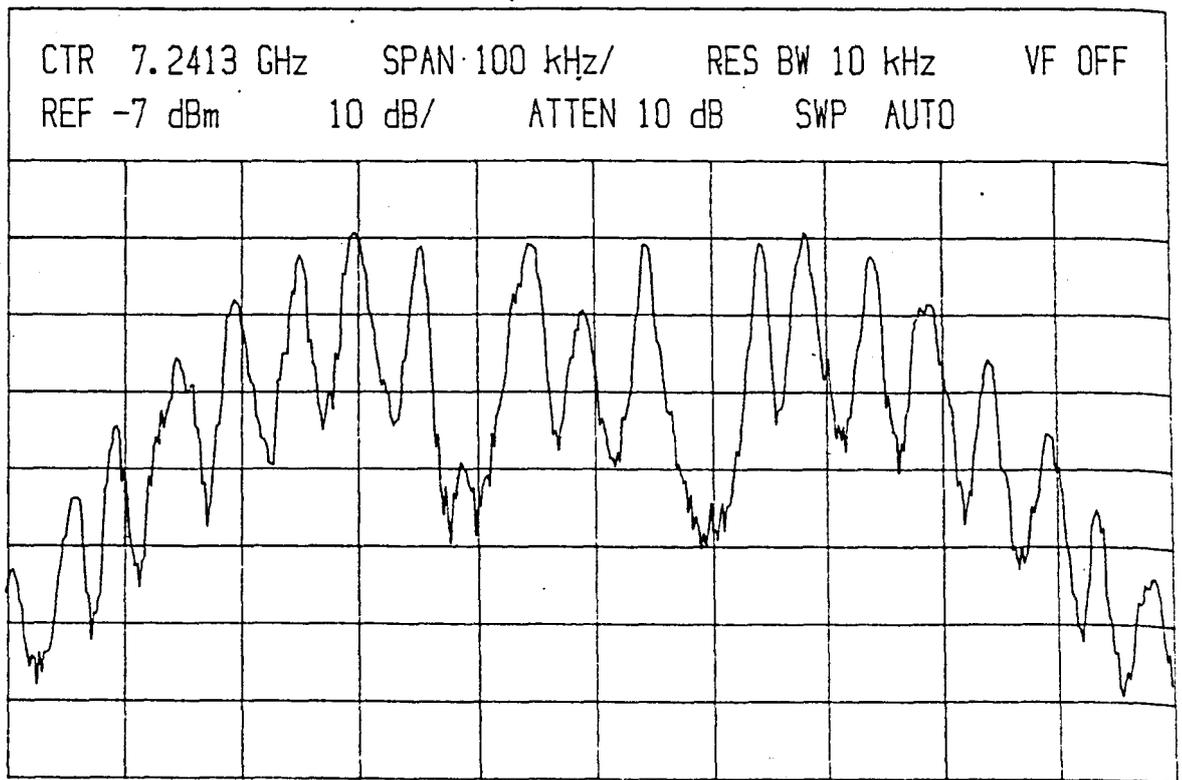


Fig.(8-62) DRAIN. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 20$ mV, $F_m = 50$ KHz

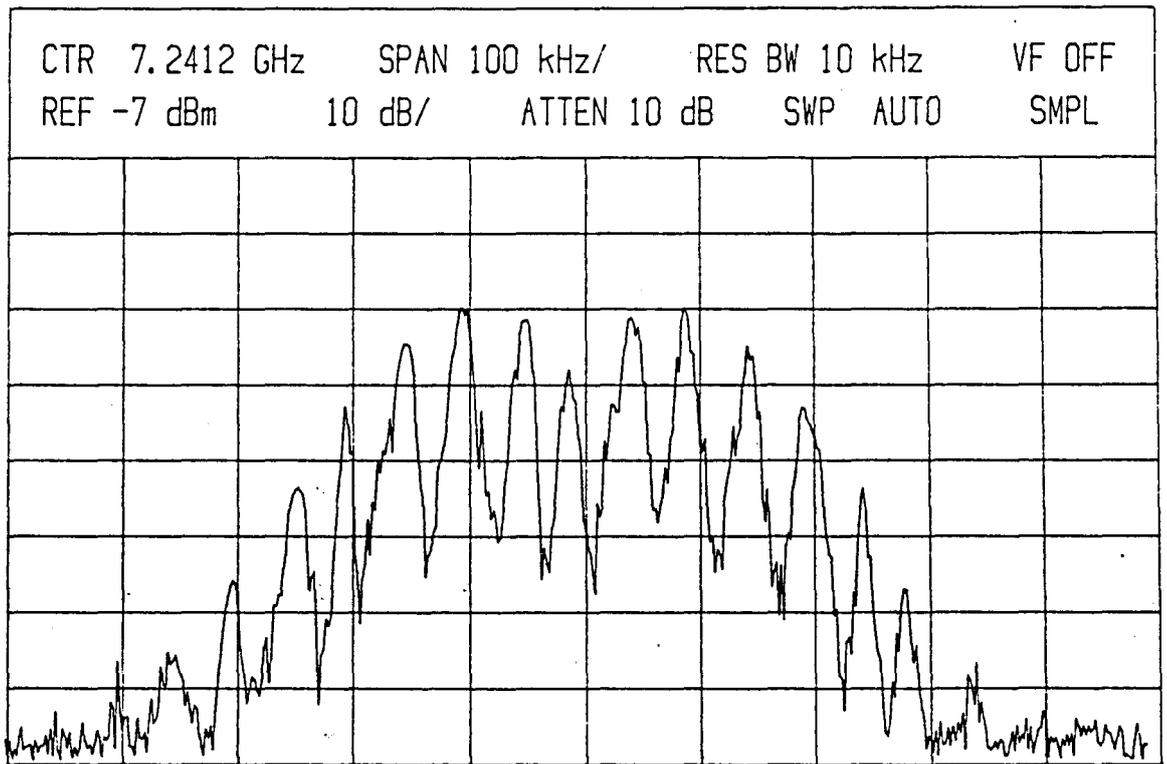


Fig.(8-63) GATE. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 10$ mV, $F_m = 50$ KHz

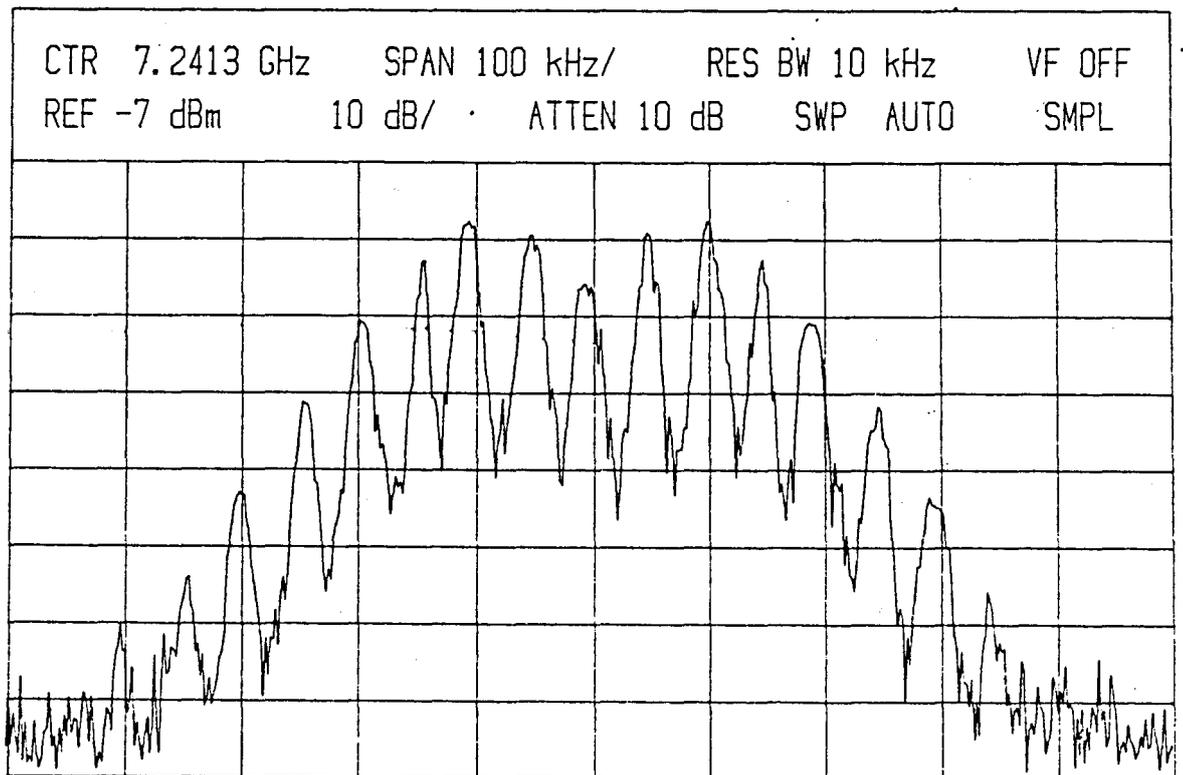


Fig.(8-64) DRAIN. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 10$ mV, $F_m = 50$ KHz

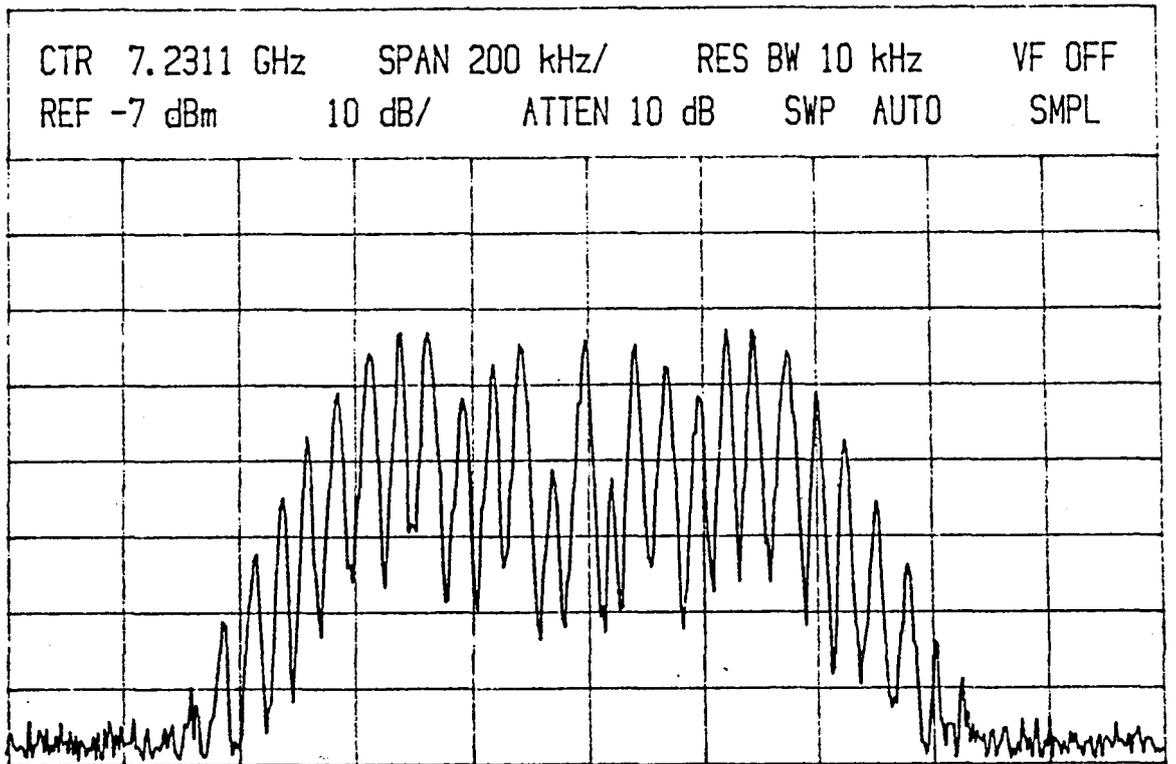


Fig.(8-65) GATE. $V_o = -0.2$, $V_{pp} = 20$ mV, $F_m = 50$ KHz

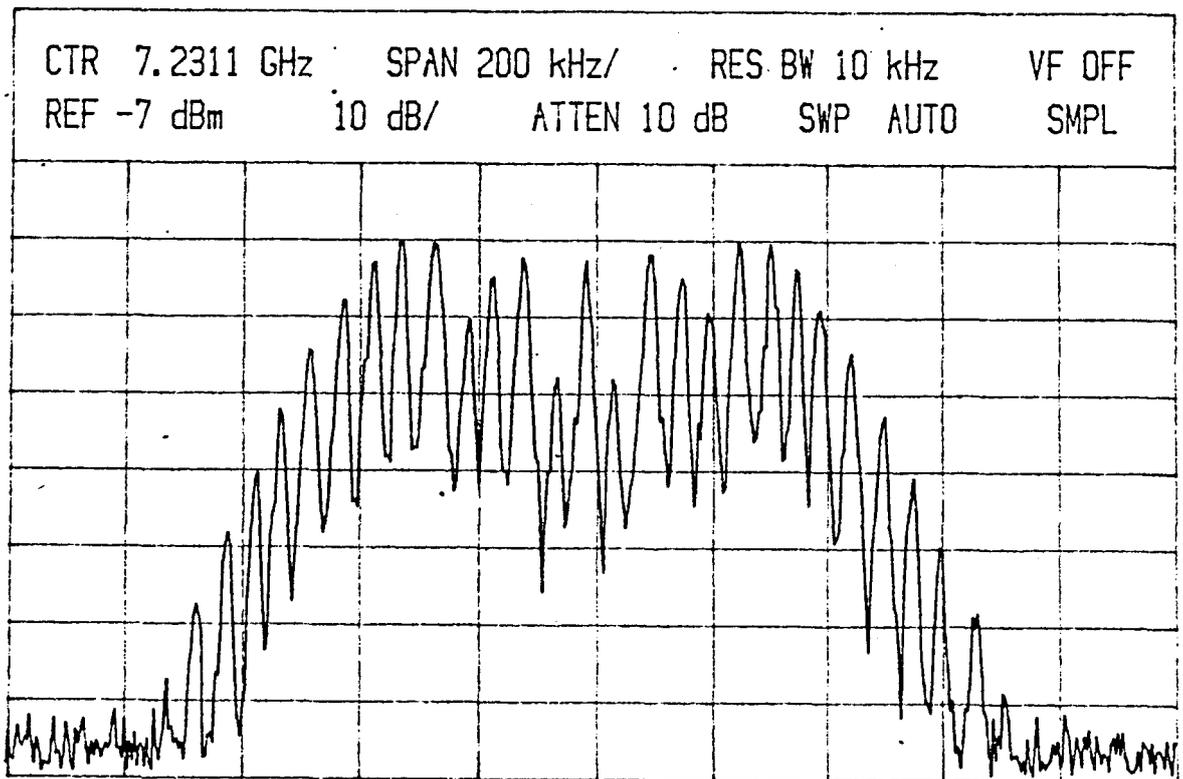


Fig.(8-66) DRAIN. $V_o = -0.2$, $V_{pp} = 20$ mV. $F_m = 50$ KHz

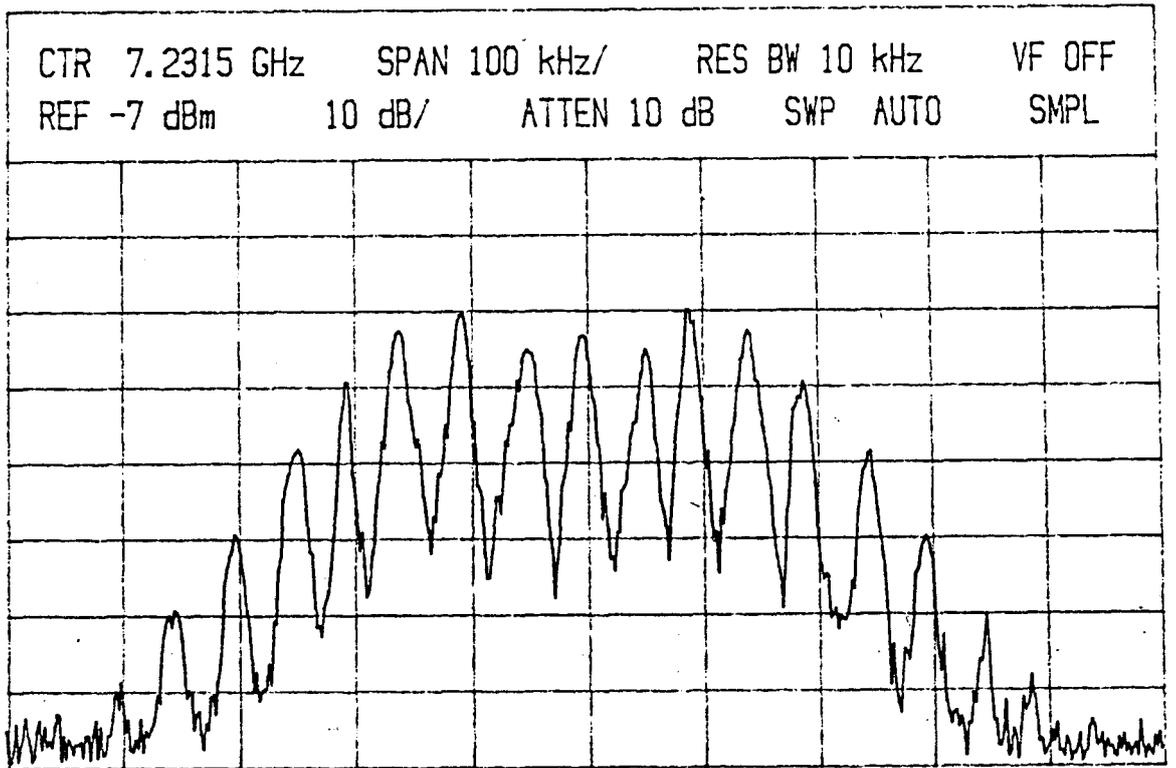


Fig.(8-67) GATE. $V_o = -0.2$, $V_{pp} = 10$ mV, $F_m = 50$ KHz

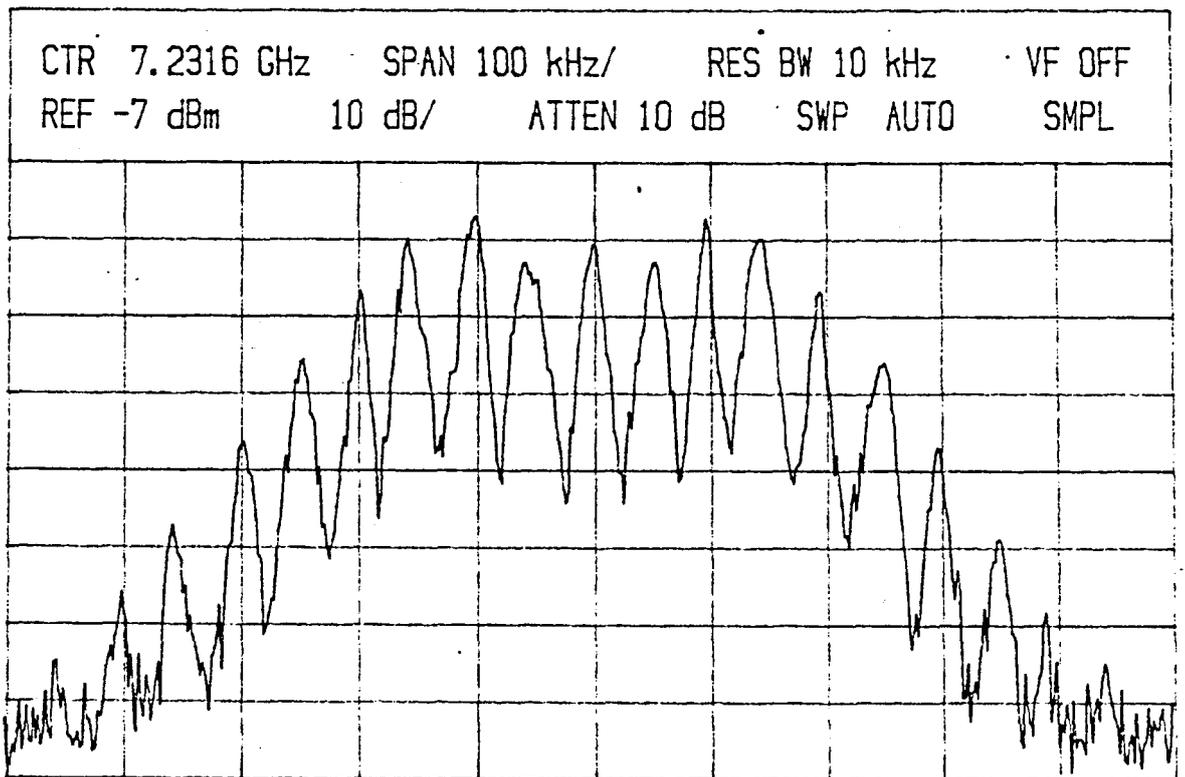


Fig.(8-68) DRAIN. $V_o = -0.2$, $V_{pp} = 10$ mV, $F_m = 50$ KHz

De nuevo no se observa diferencia apreciable en las características de puertas.

Es de destacar que en los osciladores a cavidad la excursión frecuencial es bastante menor que en el caso de osciladores a líneas acopladas, lo que demuestra la mejor estabilidad.

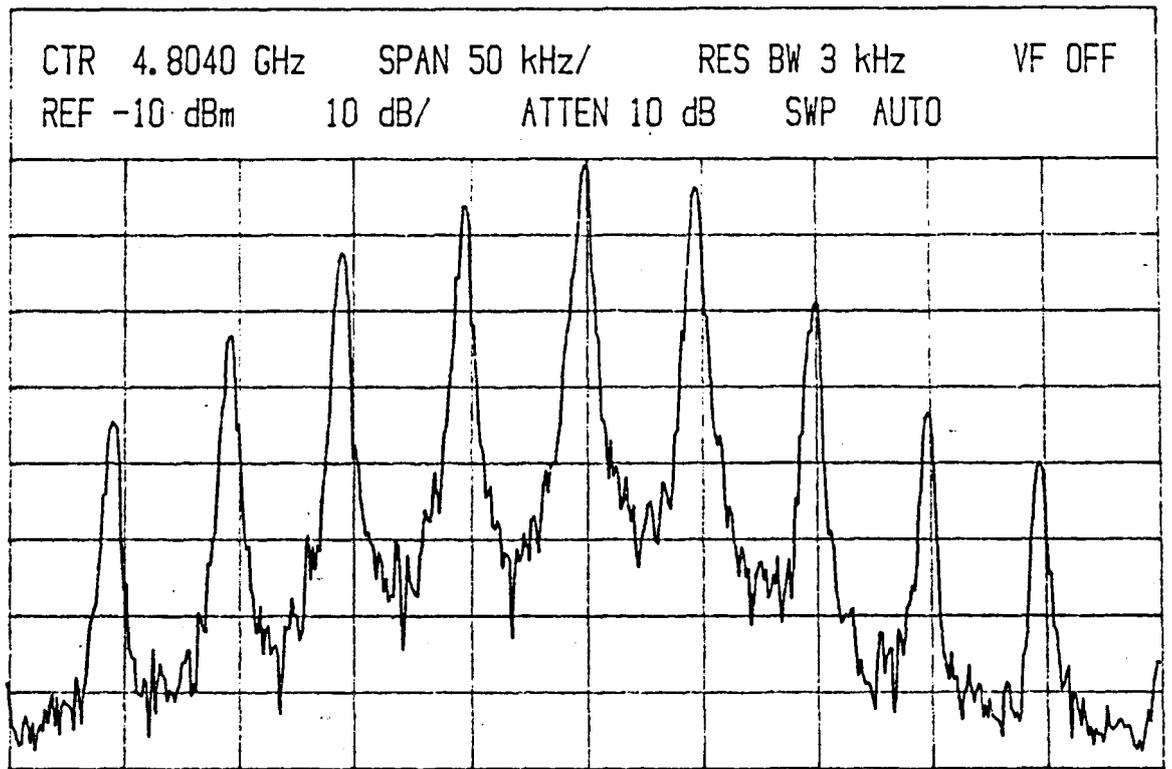


Fig.(8-70) DRAIN. $V_o = -0.3$, $V_{pp} = 20$ mV, $F_m = 50$ KHz

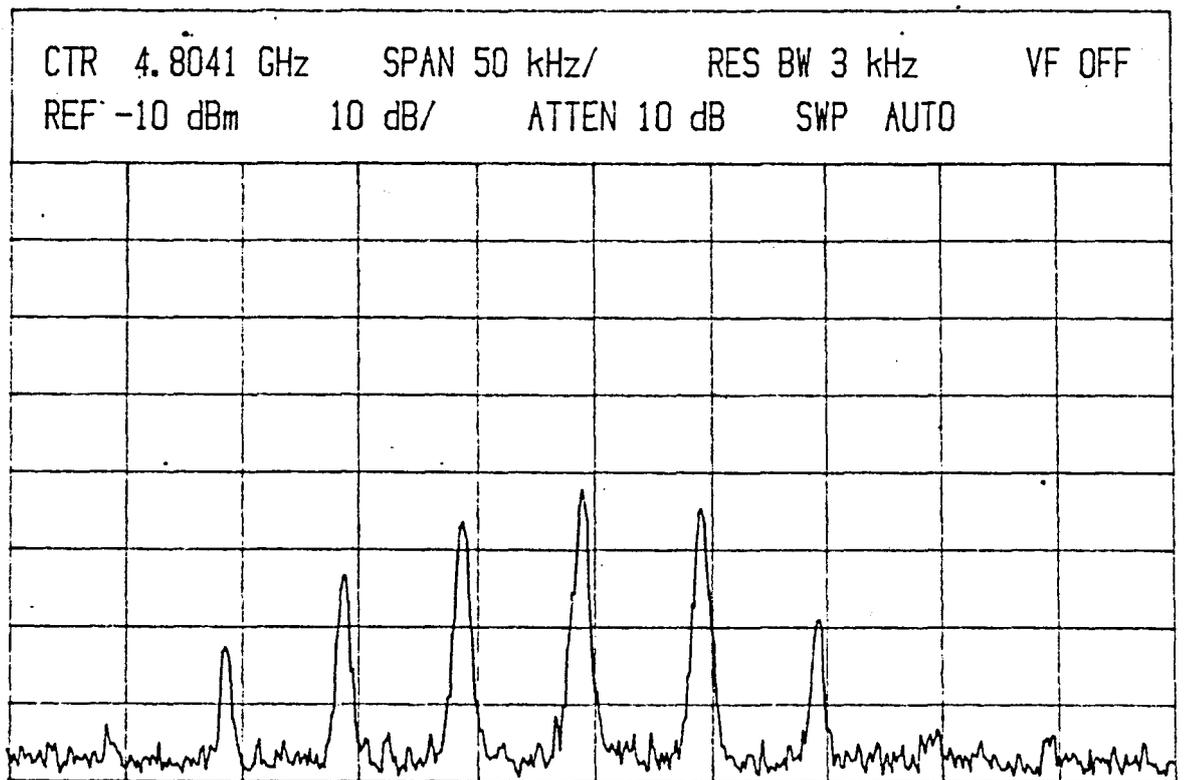


Fig.(8-71) GATE. $V_o = -0.3$, $V_{pp} = 20$ mV, $F_m = 50$ KHz

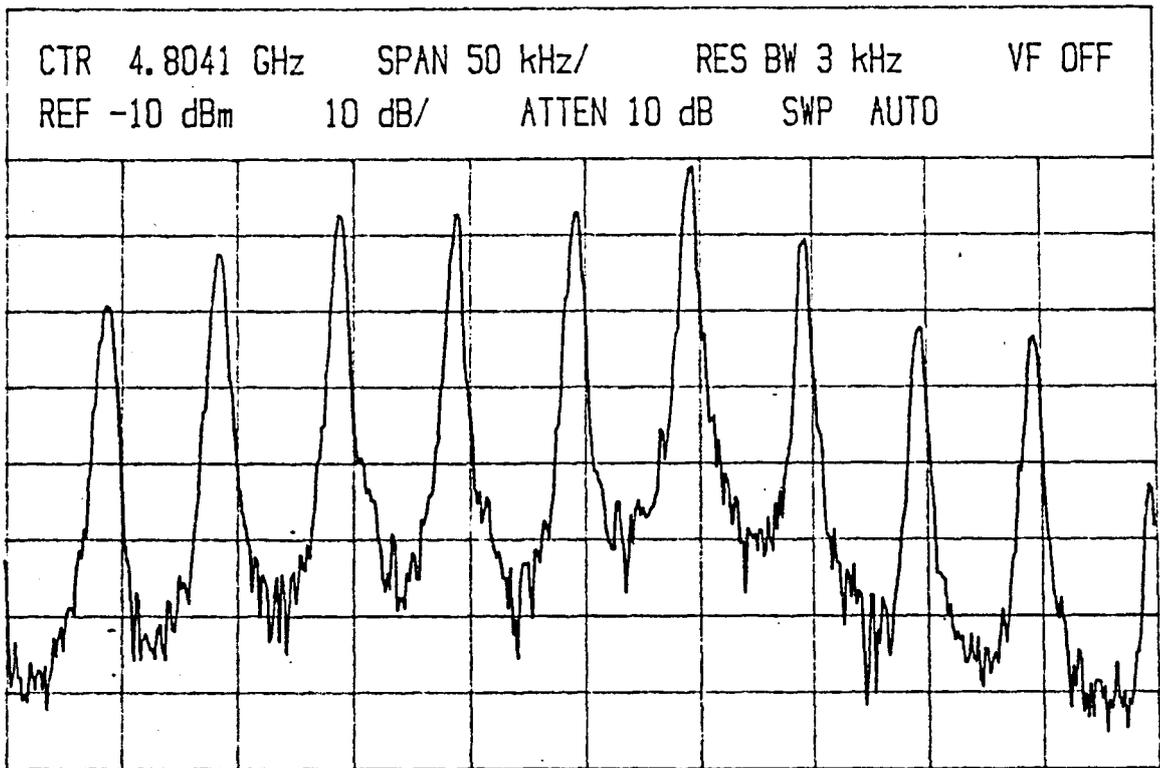


Fig.(8-72) DRAIN. $V_o = -0.3$, $V_{pp} = 30$ mV, $F_m = 50$ KHz

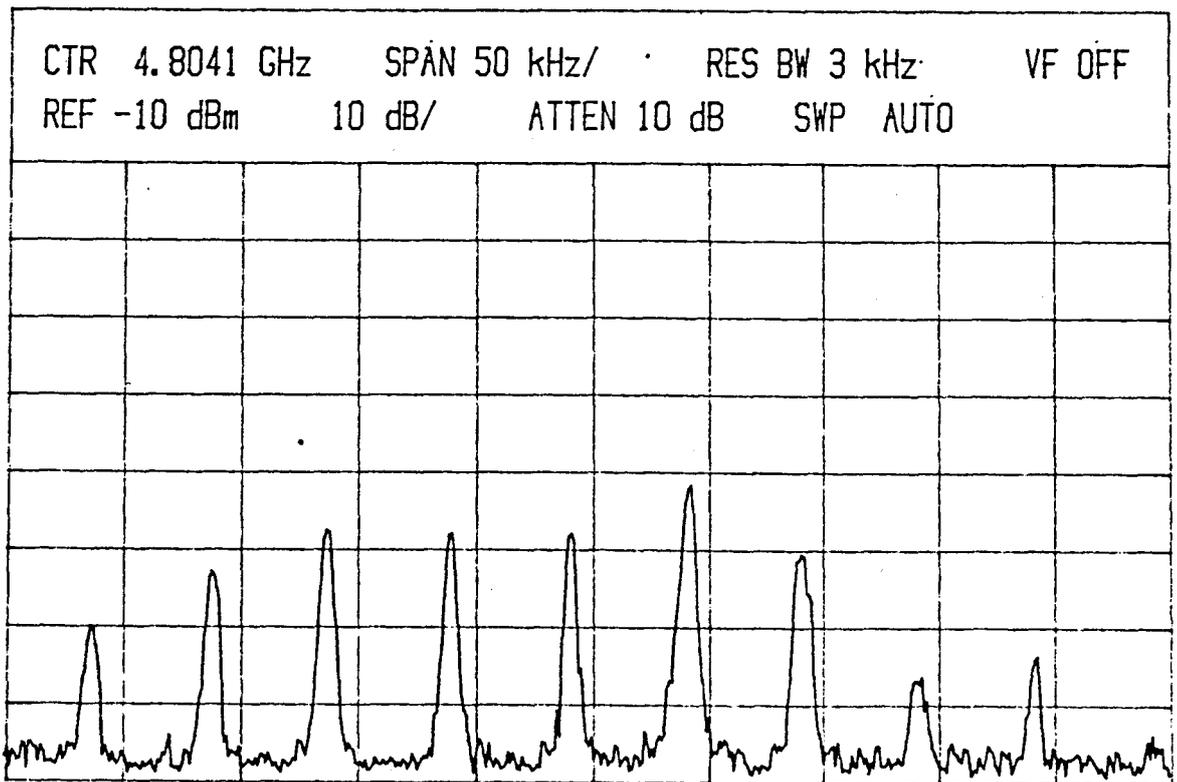


Fig.(8-73) GATE. $V_o = -0.3$, $V_{pp} = 30$ mV, $F_m = 50$ KHz

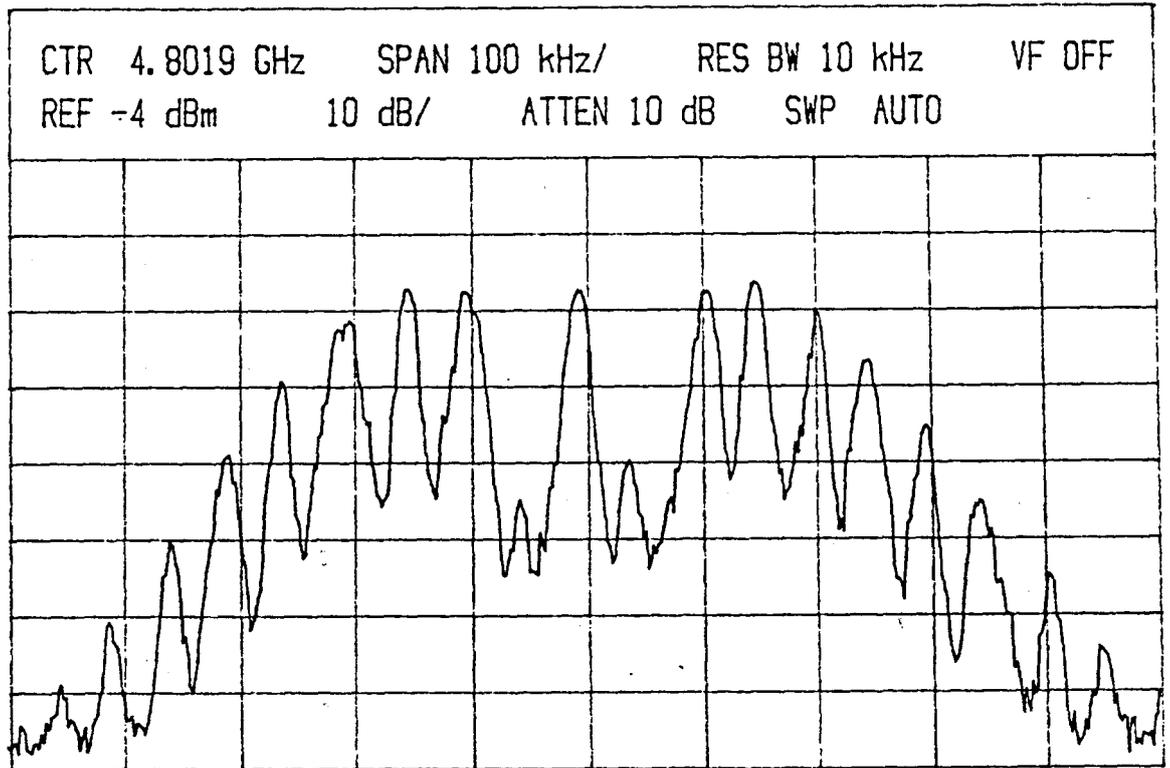


Fig.(8-74) DRAIN. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 16$ mV, $F_m = 50$ KHz.

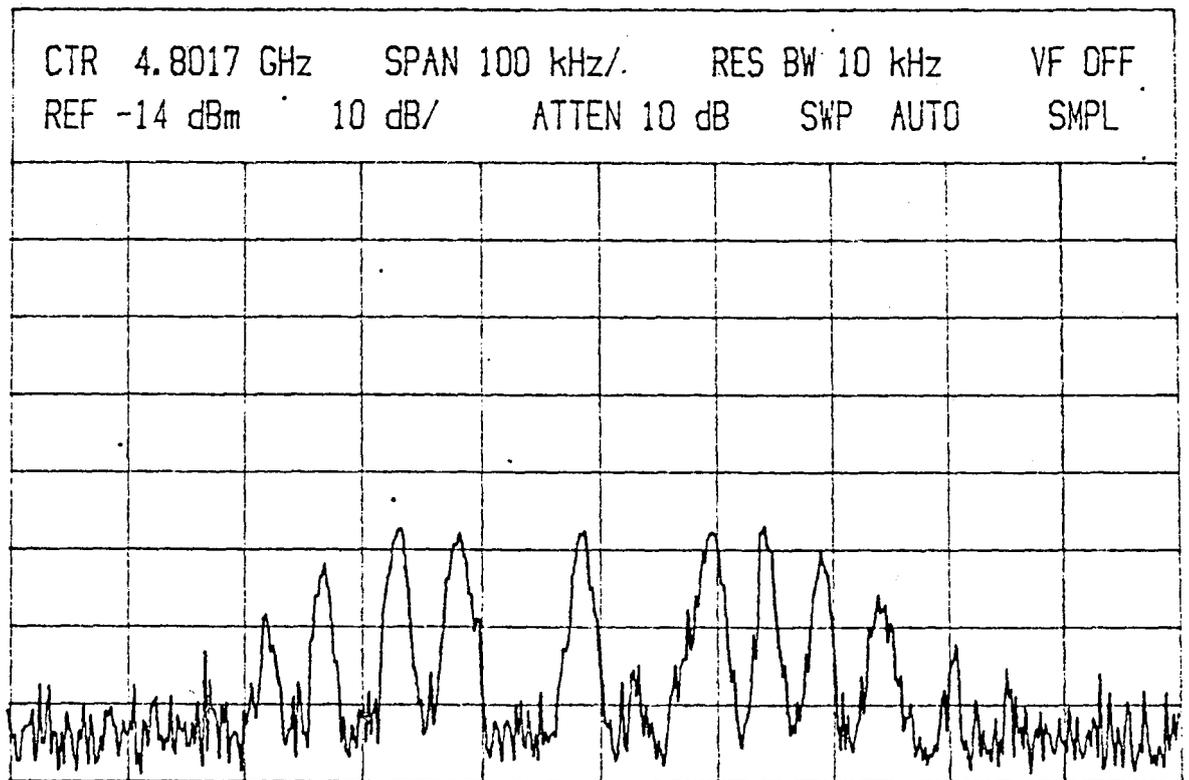


Fig.(8-75) GATE. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 16$ mV, $F_m = 50$ KHz

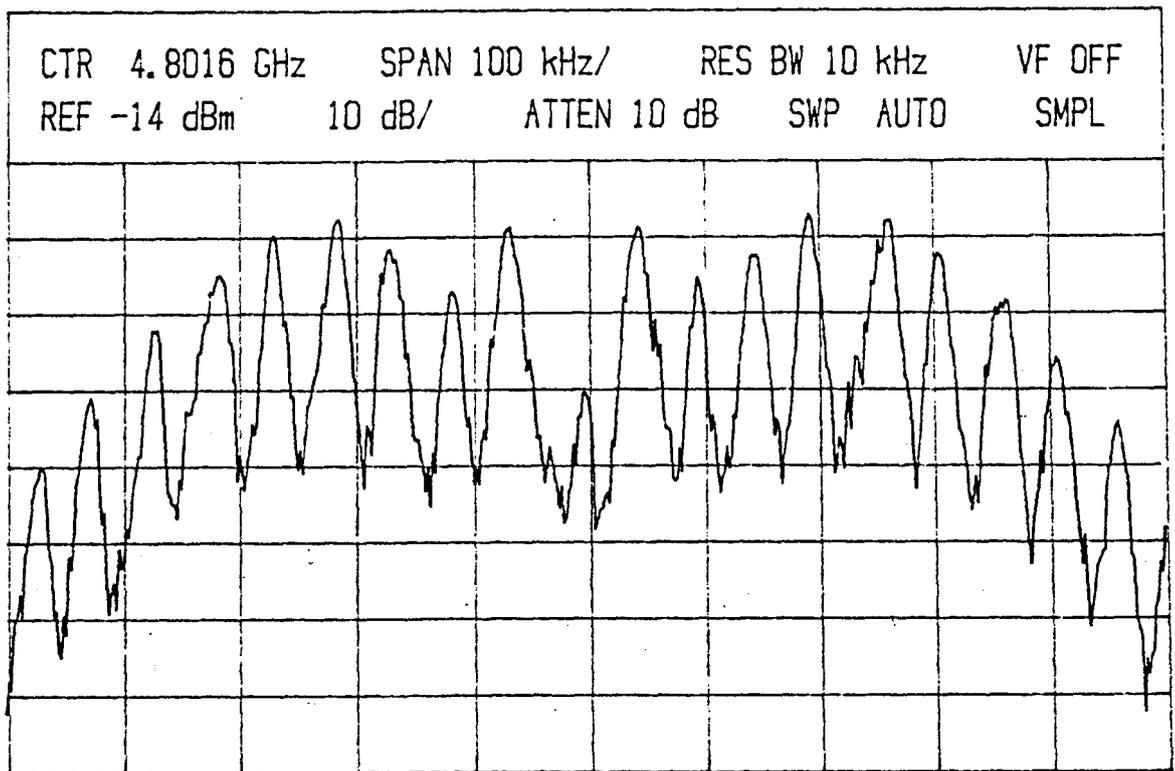


Fig.(8-76) DRAIN. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 22$ mV, $F_m = 50$ KHz

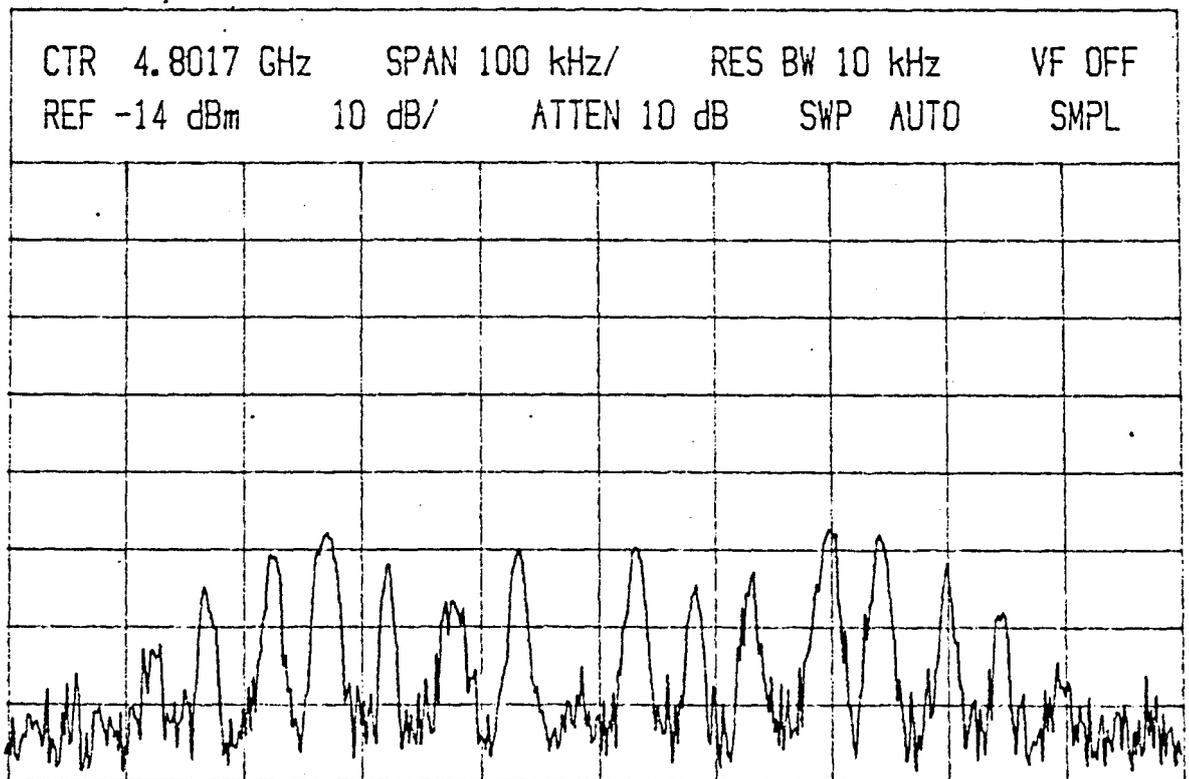


Fig.(8-77) GATE. $V_o = -0.4$, $V_{pp} = 22$ mV, $F_m = 50$ KHz

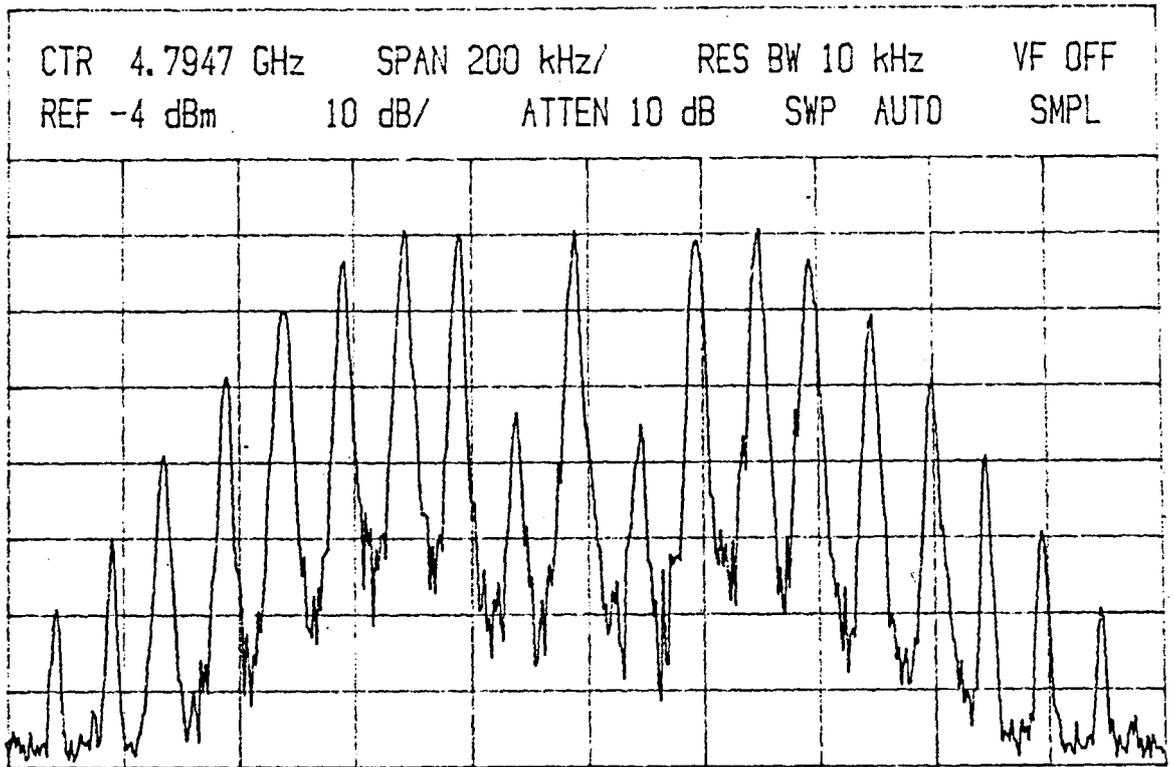


Fig.(8-78) DRAIN. $V_o = -0.1$. $V_{pp} = 18$ mV, $F_m = 100$ KHz

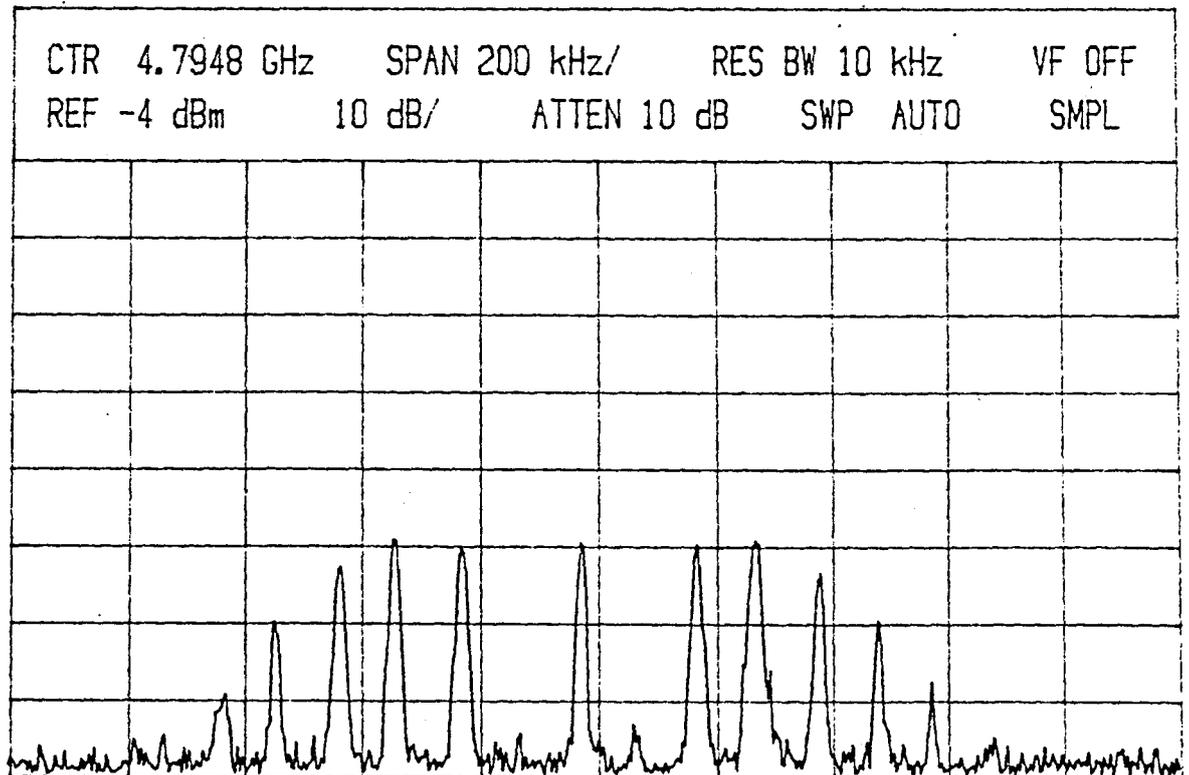


Fig.(8-79) GATE. $V_o = -0.1$, $V_{pp} = 18$ mV, $F_m = 100$ KHz

REFERENCIAS

- /1/ POINCARÉ H. # Les Methodes Nouvelles de la Mecanique Celeste # Vol. 1, Paris: Gauthier-Villars, 1892.
- /2/ POINCARÉ H. # Oeuvres # Vol. 1, Paris: Gauthier-Villars, 1892.
- /3/ BENDIXON I. # Sur les Courbes Définies par des Equations Differentielles # Acta. Math. 24, pp. 1-88, 1901.
- /4/ LIENARD A. # Etude des Oscillations Entretenues # Ravue Gén. Elect. 23, pp. 901-946, 1960.
- /5/ CUNNINGHAM W.J. # Introduction to Nonlinear Analysis # New York: McGraw Hill, 1958.
- /6/ MINORSKY N. # Nonlinear Oscillations # Princeton N.J.: Van Nostrand, 1962.
- /7/ WEST J.C. # Analytical Techniques for Nonlinear Control Systems # London: English University Press, 1960
- /8/ ATHERTON D.P. # Nonlinear Control Engineering Describing Function Analysis and Design # London: Van Nostrand. Reihnold, 1975.
- /9/ KRYLOV N. and BOGOLYUBOV N. # Introduction to Nonlinear Mechanics # Princeton Univ. Press, 1943.
- /10/ VAN DER POL B. # On Relaxation Oscillations # Phil. Mag. 2 pp. 978-992, 1926.
- /11/ LIAPUNOV A.M. # Stability of Motion # New York: Academic Press, 1966.
- /12/ LA SALLE J.P. and LEFSCHETZ S. # Stability by Liapunov's Direct Method with Applications # New York:Academic Press 1961.
- /13/ LURE A.I. # Some Nonlinear Problems in the Theory of Automatic Control # London: H.M.S.O., 1967.
- /14/ GIBSON J.F. # Nonlinear Automatic Control # New York: McGraw Hill, 1963.
- /15/ POPOV V.M. # Absolute Stability of Nonlinear Control Systems of Automatic Control # Autom. Remote Control 22 , pp. 857-858, 1962.
- /16/ AIZERMAN M.A. and GANTMACHER F.R. # Absolute Stability of Regulator Systems # San Francisco: Holde-Day, 1964
- /17/ NARENDRA K.S. and TAYLOR J.H. # Frequency Domain Criteria for Absolute Stability # New York: Academic Press, 1973.
- /18/ BROCKETT R.W. # The Status of Stability Theory for Deterministic Systems # IEEE Trans. Autom. Control 11, pp. 596-607, 1967.

- /19/ SANDBERG I.W. # Some Results on the Theory of Physical Systems Governed by Nonlinear Functional Equations # Bell Syst. Tech. J. 44, pp. 871-898, 1965.
- /21/ HOLTZMAN J.M. # A Local Bounded-Input Bounded-Output Condition for Nonlinear Feedback Systems # IEEE Trans. on Autom. Control 13, pp. 585-587, 1968.
- /22/ FREEMAN E.A. # Some Control Systems Stability and Optimality Results Obtained Via Functional Analysis # Recent Mathematical Developements in Control, Edited by D.J. Bell, London: Academic Press, pp. 45-68, 1973.
- /23/ BROCKETT R.W. and LEE H.B. # Frequency Domain Instability Criteria for Time-Varying Nonlinear Systems # Proc. Inst. Elect. Electron. Engrs. 55, pp. 604-619, 1967.
- /24/ PLISS V.A. # Nonlocal Problems of The Theory of Oscillations # New York: Academic Press, 1966.
- /25/ RAUCH L.L. # Oscillation of a Third Order Nonlinear Autonomous System # Vol. 1, Princeton Univ. Press, 1960.
- /26/ GRABER E.D. # Frequency Criteria for The Absence of Periodic Modes # Automn. Remote Control 28, pp. 1776-1780 1967.
- /27/ HUGHES W.L. # Non Linear Networks # McGraw Hill.
- /28/ VOLTERRA V. # Theory of Function and of Integral and of Integrodifferential Equations # Dove, New York, 1959.
- /29/ WIENNER N. # Response of a Nonlinear Device to Noise # M.I.T. Radiation Laboratory, Cambridge, Mass. Report 129, 1942.
- /30/ WIENNER N. # Non Linear Problems in Random Theory # M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1959.
- /31/ BUSSGANG J., EHRMAN L., GRAHAM J.W. # Analysis of Nonlinear Systems with Multiple Inputs # Proc. IEE, No 62, pp. 1688-1119, 1974.
- /32/ BEDROSIN E., RICE S. # The Output Properties of Volterra Systems Driven by Harmonic and Gaussian Input # Proc. IEEE No 59, pp. 1688-1707, 1971.
- /33/ CHUA L.O. # Frequency Domain Analysis of Nonlinear Systems : General Theory # Electronic Circuits and Systems, vol.3 No 4, pp.165-185, July-1979
- /34/ THEODORCHICK K.F. # Auto Oscillatory Systems # Moscow, 1948
- /35/ KOCHENBURGER R.L. # A Frequency Response Method for Analizing and Synthetizing Contactor Servomechanisms # Tran. AIEE, 69, pp. 270-283, 1950.

- /36/ BLAQUIERE A. # Extension de la Theorie de Niquist au cas de Caracteristiques Non Lineaires # C.R. Acad.Sc. Paris, 233, pp. 345, 1951.
- /37/ LOEB J. # Un Criterium General de Stabilite des Servomecanismes Sieges de Phenomenes Hereditaires # C.R. Acad.Sc. Paris, 233, pp. 344, 1951.
- /38/ BOGDOLYUBOV N. and KRYLOV N. # Introduction to Nonlinear Mechanics # Princeton University Press, 1943.
- /39/ BOOTON A.C. # The Measurement and Representation of Non Linear Systems # IRE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-1, pp. 32-34, 1954.
- /40/ BOOTON R.C. # Nonlinear Control Systems with Random Inputs # IRE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-1, pp. 9-17, 1954.
- /41/ SOMERVILLE M.J. and ATHERTON D.P. # Multi-Gain Representation for a Single Valued Nonlinearity with Several Inputs and the Evaluation of their Equivalent Gains by a Cursor method # Proc. IEE, vol. C-105, No. 8, pp. 537-549, 1958.
- /42/ BENETT W.R. # New Results in the Calculation of Modulation Products # Bell System Tech. J., vol. 12, pp. 228-243, 1933.
- /43/ KALB R.M. and BENETT W.R. # Ferromagnetic Distorsion of a Two Frequency Wave # Bell System Tech. J., vol. 14, pp. 322-359, 1935.
- /44/ BONENN Z. # Relative Stability of Oscillations in Non - Linear Control Systems # Proc. IFAC, Basel, Switzeland, pp. 214/1-4, 1963.
- /45/ WEST J.C., DOUCE J.L. and LIVESLEY R.K. # The Dual Input Describing Function and its Use in the Analysis of Non - Linear Feedback Systems # J. IEE London, vol. 8/103, pp. 463-467, July-1956.
- /46/ GIBSON I.E. and SRIDHAR R. # A New Dual-Input Describing Function ans an Application to the Stability of Forced Oscillation # Trans. AIEE pt.II; Appl. Ind., pp. 65-70, May-1963.
- /47/ ELGERD O.I. # High Frequency Signal Injection: A Means of Changing The Transfer Characteristics of Nonlinear Elements # WESCON, 1962.
- /48/ ADLER R. # A Study of Locking Phenomena in Oscillators # Proc. IRE, vol. 34, pp. 351-357, June-1946.
- /49/ HUNTOON R. and WEISS A. # Synchronization of Oscillators # Proc. IRE, vol. 35, pp. 1415-1423, December-1947.
- /50/ BUCHANAN T.J. # Frequency Spectrum of a Pulled Oscillator Proc. IRE, vol. 40, pp. 598-611, August-1952.

- /51/ MACKEY R.C. # Injection Locking of Klistron Oscillators # IRE Trans. on MTT, vol. MTT-10, pp. 228-235, July-1962.
- /52/ PACIOREK L.J. # Injection Locking of Oscillators # Proc. of the IEEE, vol. 53, No-11, November-1965.
- /53/ STOVER H.L. # Theoretical Explanation for The Output Spectra of Unlocked Driven Oscillators # Proc. IEEE, vol. 54, pp. 310-311, February-1966.
- /54/ QUINE J.P. # Injection Phase-Locking Characteristics of LSA-Mode Transferred Electron Oscillators # Proc. IEEE vol. 57, pp. 715-717, April-1969.
- /55/ ARMAND M. # On The Output Spectrum of Unlocked Driven Oscillators # Proc. IEEE
- /56/ OSBORNE T.L. # Amplitude Behavior of Injection-Locked Oscillators # IEEE Trans. MTT, vol. MTT-18, No-11, November-1970.
- /57/ ASHLEY J.R. # A Modulation Method for the Measurement of Microwave Oscillator Q # IEEE Tran. MTT, November-1970.
- /58/ MICHAELINDES M. # Injection Locking of Microwave Solid - State Oscillators # Proc. IEEE, February-1971.
- /59/ DEKLEVA J. # Improved Calculation for the Output Spectra of Unlocked Driven Oscillators # Proc. IEEE, January-1972
- /60/ TAKAYAMA Y. # Power Amplification with IMPATT Diodes in Stable and Injection-Locked Modes # IEEE Trans. MTT, vol. MTT-20, No-4, April 1972.
- /61/ HANSSON G.H. and LUNDSTROM K.I. # Stability Criteria for Phase-Locked Oscillators # IEEE Trans. MTT, vol. MTT-20, No-10, October 1972.
- /62/ KUROKAWA K. # Stability of Injection-Locked Oscillators # Proc. IEEE, July-1972.
- /63/ TAKAYAMA Y. # Dynamic Behavior of Nonlinear Power Amplifiers in Stable and Injection-Locked Modes # IEEE Trans. MTT, vol. MTT-20, No-9, September-1972.
- /64/ OKAMURA S. and OKABE Y. # Measurement of Admittances of Microwave Oscillators With Injection Locking # IEEE Tran. IM, vol. IM-21, November-1972.
- /65/ KUROKAWA K. # Injection Locking of Microwave Solid-State Oscillators # Proc. IEEE, vol. 61, No-10, October-1973.
- /66/ PAVLIDIS D., HARTNAGEL H., TOMIZAWA K. # Phase Transients of Injection Locked GUNN Oscillators for Microwave Pulse Communication # 4th Europ. Microw. Conf., September-1974.

- /67/ YOUNG J.T.C. and STEPHENSON I.M. # Measurement of the Large Signal Characteristics of Microwave Solid State Devices Using an Injection Locking Technique # IEEE Trans MTT, December-1974.
- /68/ PAVLIDIS D., HARTNAGEL H., TOMIZAWA K. # Dynamic Considerations of Injection Locked Pulsed Oscillators with Very Fast Switching Characteristics # IEEE Trans. MTT, vol. MTT-26, No-3, March-1978.
- /70/ CALANDRA E.F. and SOMMARIVA A.M. # Stability Analysis of Injection-Locked Oscillators in Their Fundamental Mode of Operation # IEEE Trans. MTT, vol. MTT-29, No-11, November-1981.
- /71/ KHANNA A.P.S. and OBREGON J. # Direct Measurement of the Nonlinear M.I.C. Oscillator Characteristics Using Injection-Locking Polar Diagram # IEEE Trans. MTT
- /72/ OBREGON J. and KHANNA A.P.S. # Exact Derivation of the Nonlinear Negative Resistance Oscillator Pulling Figure # IEEE Trans. MTT, July-1982.

APENDICE I

OPERADOR QUASI-LINEAL

OPERADOR QUASI-LINEAL OPTIMO

En este apartado se desarrolla la teoría del operador quasi-lineal óptimo, suponiendo que las variables de entrada a la no-linealidad son procesos aleatorios estacionarios y que la característica no-lineal es un invariante temporal. En lo que sigue llamaremos $x(t)$ a la entrada al operador no lineal, que estará compuesta en general de la suma de una infinidad de entradas independientes $x_i(t)$, $y(t)$ a la salida real del sistema e $y_a(t)$ a la respuesta que queremos aproximar. Tal y como hemos definido la forma de la aproximación, escribiremos:

$$y_a(t) = \sum_{i=1}^n h_i(u) \cdot x_i(t - u) \cdot du \quad (1)$$

donde $h_i(t)$ es la función peso lineal que pasa la entrada $x_i(t)$. El error cometido en esta aproximación es:

$$E(t) = y_a(t) - y(t) \quad (2)$$

y lo que nos interesa es minimizar el valor cuadrático medio del error:

$$\overline{E(t)^2} = \overline{(y_a(t) - y(t))^2} = \overline{y_a(t)^2} - 2\overline{y_a(t)y(t)} + \overline{y(t)^2} \quad (3)$$

Deberemos de calcular, pues, las estadísticas necesarias para resolver la ecuación (3), recordando que la estadística de una suma es la suma de estadísticas:

$$\overline{y_a(t)} = \sum_i \overline{x_i(t)} \int_0^\infty h_i(u) \cdot du \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \overline{y_a(t)^2} &= \sum_i \sum_j \int_0^\infty du_1 \int_0^\infty du_2 \cdot h_i(u_1) \cdot h_j(u_2) \cdot \overline{x_i(t-u_1) \cdot x_j(t-u_2)} \\ &= \sum_i \sum_j \int_0^\infty du_1 \int_0^\infty du_2 \cdot h_i(u_1) \cdot h_j(u_2) \cdot G_{ij}(u_1 - u_2) \end{aligned} \quad (5)$$

siendo $G_{ij}(u) = \overline{x_i(t) \cdot x_j(t+u)}$. Por otra parte, el valor medio del producto es:

$$\overline{y_a(t) \cdot y(t)} = \sum_i \int_0^\infty h_i(u) \cdot \overline{y(t) \cdot x_i(t-u)} \cdot du \quad (6)$$

La condición para la serie óptima de funciones peso se traduce por el carácter estacionario que debe de presentar el error cuadrático medio respecto de las variaciones de los $h_i(t)$, lo que implica que debe de anularse la variación de primer orden. Permitiremos, pues, que:

$$h_i(t) = h_{oi}(t) + Dh_i(t) \quad (7)$$

donde $h_{oi}(t)$ representa la función peso óptima y $Dh_i(t)$ una variación arbitraria en la misma. Sustituyendo la expresión precedente en (5) y (6) tenemos:

$$\overline{y_a(t)^2} = \sum_i \sum_j \int_0^\infty du_1 \int_0^\infty du_2 \left[h_{oi}(u_1) + Dh_i(u_1) \right] \cdot \left[h_{oj}(u_2) + Dh_j(u_2) \right] G_{ij}(u_1 - u_2) \quad (8)$$

$$\overline{y_a(t) \cdot y(t)} = \sum_i \int_0^\infty du_1 \left[h_{oi}(u_1) + Dh_i(u_1) \right] \overline{y(t) \cdot x_i(t-u_1)} \quad (9)$$

y sustituyendo de nuevo en la ecuación (3):

$$\begin{aligned} \overline{E(t)^2} &= \\ &= \sum_i \sum_j \int_0^\infty du_1 \int_0^\infty du_2 \cdot h_{oi}(u_1) \cdot h_{oj}(u_2) \cdot G_{ij}(u_1 - u_2) - \\ &- 2 \sum_i \int_0^\infty du_1 \cdot h_{oi}(u_1) \cdot \overline{y(t) \cdot x_i(t-u_1)} + \overline{y(t)^2} + \\ &+ \sum_i \sum_j \int_0^\infty du_1 \int_0^\infty du_2 \cdot h_{oi}(u_1) \cdot Dh_j(u_2) \cdot G_{ij}(u_1 - u_2) + \\ &+ \sum_i \sum_j \int_0^\infty du_1 \int_0^\infty du_2 \cdot h_{oj}(u_2) \cdot Dh_i(u_1) \cdot G_{ij}(u_1 - u_2) - \\ &- 2 \sum_i \int_0^\infty du_1 \cdot Dh_i(u_1) \cdot \overline{y(t) \cdot x_i(t-u_1)} + \end{aligned}$$

$$+ \sum_i \sum_j \int_0^\omega du_1 \int_0^\omega du_2 \cdot Dh_i(u_1) \cdot Dh_j(u_2) \cdot G_{ij}(u_1 - u_2) \quad (10)$$

expresión que puede separarse en tres términos:

$$\overline{E(t)^2} = \overline{E_0(t)^2} + D^1 \overline{E(t)^2} + D^2 \overline{E(t)^2} \quad (11)$$

donde el primer término es el valor estacionario que hay que demostrar que es mínimo para que constituya un valor óptimo. Los otros dos términos son las variaciones de primero y segundo orden respectivamente. El valor de la variación de segundo orden se interpreta claramente como el valor cuadrático medio de la salida cuando las funciones peso del sistema son sustituidas por sus desviaciones. Como esta cantidad es positiva, las funciones peso estacionarias constituyen un mínimo. De esta forma, el error que minimiza será obtenido de la serie de funciones peso que anulan la variación de primer orden:

$$\begin{aligned} 0 &= D^1 \overline{E(t)^2} = \\ &= 2 \sum_i \int_0^\omega du_1 \cdot Dh_i(u_1) \left[\sum_j \int_0^\omega du_2 \cdot h_{oj}(u_2) \cdot G_{ij}(u_1 - u_2) - \right. \\ &\quad \left. - \overline{y(t) \cdot x_i(t - u_1)} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Dado que esta ecuación debe ser cierta para cualquier valor de Dh_i , el corchete se anulará individualmente:

$$\sum_j \int_0^\omega h_{oj}(u_2) \cdot G_{ij}(u_1 - u_2) \cdot du_2 = \overline{y(t) \cdot x_i(t - u_1)} \quad (13)$$

$u_1 > 0, i = 1, 2, \dots, n$

cuya fórmula desarrollada es:

$$\begin{aligned} \sum_j \int_0^\omega h_{oj}(u_2) \cdot G_{1j}(u_1 - u_2) \cdot du_2 &= \overline{y(t) \cdot x_1(t - u_1)} \\ \sum_j \int_0^\omega h_{oj}(u_2) \cdot G_{2j}(u_1 - u_2) \cdot du_2 &= \overline{y(t) \cdot x_2(t - u_1)} \\ &\dots\dots \end{aligned} \quad u_1 > 0$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_i \sum_j \int_0^\omega du_1 \int_0^\omega du_2 \cdot h_{oi}(u_1) \cdot h_{oj}(u_2) \cdot G_{ij}(u_1 - u - u_2) = \\
&= \overline{y_a(t) \cdot y_a(t - u)} \quad u \leq 0 \\
&= \overline{y_a(t) \cdot y_a(t + u)} \quad u \geq 0
\end{aligned} \tag{15}$$

Vemos que la correlación entre ambas es igual a la autocorrelación de la salida aproximada con restricciones temporales que son impuestas por (13).

Una vez que se ha minimizado el error cuadrático medio, será de interés calcular su valor preciso:

$$\begin{aligned}
\overline{E(t)} &= \overline{y_a(t) - y(t)} = \\
&= \sum_i \int_0^\omega h_{oi}(u_1) \cdot \overline{x_i(t - u_1)} \cdot du_1 - \overline{y(t)}
\end{aligned} \tag{16}$$

Si el valor medio de la entrada total $\overline{x(t)}$ no es nulo, asignaremos este valor a una de las componentes, por ejemplo x_i , de forma que el resto de las mismas tengan una media nula. La ecuación (16) se transforma en:

$$\overline{E(t)} = \overline{x(t)} \int_0^\omega h_{oi}(u) \cdot du - \overline{y(t)} \tag{17}$$

donde h_{oi} es la función peso del filtro que pasa la componente de continua de la entrada $x_i(t)$.

Calculemos, por último, el error cuadrático medio que es minimizado por la serie de filtros óptimos:

$$\begin{aligned}
\overline{E_o(t)^2} &= \overline{y_a(t)^2} - 2 \cdot \overline{y_a(t) \cdot y(t)} + \overline{y(t)^2} = \\
&= \overline{y_a(t)^2} - 2 \cdot \overline{y_a(t)^2} + \overline{y(t)^2} = \overline{y(t)^2} - \overline{y_a(t)^2}
\end{aligned} \tag{18}$$

expresión que nos muestra claramente que el valor aproximado para la salida es siempre menor que el real, hablando en términos de valores cuadráticos.

Hasta el momento, la única restricción que hemos impuesto a las entradas es que sean procesos estacionarios. Sin embargo, un caso muy interesante ocurre cuando las entradas son estadísticamente independientes. En este caso su correlación es el producto de valores medios, y como los suponemos nulos la correlación se anula:

$$G_{ij}(u) = \overline{x_i(t) \cdot x_j(t+u)} = \overline{x_i(t)} \cdot \overline{x_j(t+u)} = 0 \quad (19)$$

y el complicado sistema (13) nos resulta en:

$$\int_0^{\infty} h_{oi}(u_2) \cdot G_{ij}(u_1 - u_2) \cdot du_2 = \overline{y(t) \cdot x_i(t - u_1)} \quad (20)$$

cuyo sistema desarrollado es:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} h_{o1}(u_2) \cdot G_{11}(u_1 - u_2) \cdot du_2 &= \overline{y(t) \cdot x_1(t - u_1)} \\ \int_0^{\infty} h_{o2}(u_2) \cdot G_{22}(u_1 - u_2) \cdot du_2 &= \overline{y(t) \cdot x_2(t - u_1)} \\ \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (21)$$

$$\int_0^{\infty} h_{on}(u_2) \cdot G_{nn}(u_1 - u_2) \cdot du_2 = \overline{y(t) \cdot x_n(t - u_1)} \quad u_1 \geq 0$$

Para cada entrada estadísticamente independiente igualamos la correlación entre la entrada y salida de cada filtro con la correlación entre la componente de entrada y la salida de la no-linealidad. Por supuesto cada función peso depende no solo de la componente que transfiere sino también de las características de las demás entradas a través de $y(t)$. Por ello, la naturaleza básica de un operador no-lineal - el incumplimiento de superposición - queda evidenciada en esta aproximación quasi-lineal óptima.

Estadística de sistemas lineales

La relación entrada-salida en un sistema lineal puede escribirse en la forma reducida:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(u) \cdot h(t,u) \cdot du \quad (22)$$

donde $h(t,u)$ es la respuesta del sistema en un instante t a un impulso unidad aplicado a la entrada en el tiempo u .

Usando esta relación, podemos escribir la estadística de salida en función de la de entrada

$$\begin{aligned} \overline{y(t)} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_{-\infty}^t x(u) \cdot h(t,u) \cdot du \right] dt = \\ &= \int_{-\infty}^t du \cdot h(t,u) \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(u) \cdot dt \right] = \\ &= \int_{-\infty}^t \overline{x(u)} \cdot h(t,u) \cdot du \end{aligned} \quad (23)$$

Por otra parte,

$$\begin{aligned} \overline{y(t)^2} &= \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_{-\infty}^t x(u_1) \cdot h(t,u_1) \cdot du_1 \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^t x(u_2) \cdot h(t,u_2) \cdot du_2 \right] dt \\ &= \int_{-\infty}^{t_1} du_1 \cdot h(t,u_1) \int_{-\infty}^{t_2} du_2 \cdot h(t,u_2) \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(u_1) \cdot x(u_2) \cdot dt \right] = \\ &= \int_{-\infty}^{t_1} du_1 \cdot h(t,u_1) \int_{-\infty}^{t_2} du_2 \cdot h(t,u_2) \cdot G_{xx}(u_1, u_2) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{con } G_{xx}(u_1, u_2) = \overline{x(u_1) \cdot x(u_2)}$$

Analogamente se deduce:

$$G_{yy}(u_1, u_2) = \int_{-\infty}^{t_1} du_1 \cdot h(t_1, u_1) \int_{-\infty}^{t_2} du_2 \cdot h(t_2, u_2) \cdot G_{xx}(u_1, u_2) \quad (25)$$

$$G_{xy}(u_1, u_2) = \int_{-\infty}^{t_2} h(t_2, u) \cdot G_{xx}(t_1, u) \quad (26)$$

Si el proceso de entrada es Estacionario, el de salida también lo será y las ecuaciones se reducen:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(u) \cdot x(t - u) \cdot du \quad (27)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_0^{\infty} h(u) \cdot x(t - u) \cdot du \right] dt = \\ &= \int_0^{\infty} h(u) \cdot du \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t - u) \cdot dt \right] \end{aligned}$$

y puesto que el proceso lo suponemos estacionario, el valor entre corchetes es $\overline{x(t)}$:

$$\overline{y(t)} = \overline{x(t)} \int_0^{\infty} h(u) \cdot du \quad (28)$$

Por último, el valor cuadrático medio de la salida lineal es:

$$\begin{aligned} \overline{y(t)^2} &= \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_0^{\infty} h(u_1) \cdot x(t - u_1) \cdot du_1 \right] \cdot \left[\int_0^{\infty} h(u_2) \cdot x(t - u_2) \cdot du_2 \right] dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\infty} h(u_1) \cdot du_1 \int_0^{\infty} h(u_2) \cdot du_2 \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t-u_1) \cdot x(t-u_2) \cdot dt = \\
&= \int_0^{\infty} h(u_1) \cdot du_1 \int_0^{\infty} h(u_2) \cdot du_2 \cdot \overline{x(t) \cdot x(t+u_1-u_2)} = \\
&= \int_0^{\infty} h(u_1) \cdot du_1 \int_0^{\infty} h(u_2) \cdot du_2 \cdot G_{xx}(u_1-u_2) \tag{29}
\end{aligned}$$

y las funciones Correlación y Autocorrelación:

$$\begin{aligned}
G_{yy}(u) &= \overline{y(t) \cdot y(t+u)} = \\
&= \int_0^{\infty} du_1 \cdot h(u_1) \int_0^{\infty} du_2 \cdot h(u_2) \cdot G_{xx}(u+u_1-u_2) \tag{30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{xy}(u) &= \overline{x(t) \cdot y(t+u)} = \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[x(t) \int_0^{\infty} h(u_1) \cdot x(t+u-u_1) \cdot du_1 \right] dt = \\
&= \int_0^{\infty} h(u_1) \cdot du_1 \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t+u-u_1) \cdot dt \right] = \\
&= \int_0^{\infty} h(u_1) \cdot G_{xx}(u-u_1) \cdot du_1 \tag{31}
\end{aligned}$$