

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIA E INGENIERÍA DEL TERRENO Y DE
LOS MATERIALES**



TESIS DOCTORAL

***INTEGRIDAD ESTRUCTURAL DE VASIJAS NUCLEARES EN BASE A LA
CURVA PATRÓN OBTENIDA MEDIANTE PROBETAS RECONSTRUIDAS***

Autor:

DIEGO FERREÑO BLANCO

Directores:

IÑAKI GORROCHATEGUI SÁNCHEZ

FEDERICO GUTIÉRREZ-SOLANA SALCEDO

Tesis Doctoral presentada en la Universidad de cantabria para la obtención del Título
de Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Santander, octubre de 2007

Capítulo 5 Aplicación estructural

5.1 Introducción: alcance y objetivos

El Capítulo 2 de esta tesis contiene una descripción detallada de la metodología de la Curva Patrón como herramienta mejorada para la caracterización de la tenacidad a fractura de una amplia variedad de aceros trabajando en la ZTDF, particularmente los aceros de vasija. Frente a ella, los métodos clásicos de caracterización, representados por las curvas ASME (2.1) a (2.4), [2], que dependen del parámetro RT_{NDT} , conllevan la introducción, en la mayoría de las ocasiones, de un elevado nivel de conservadurismo. En la búsqueda de una capacidad de evaluación segura pero más eficiente (menos conservadora), como objetivo de esta tesis, en el Capítulo 4 de este documento se recogen los resultados de la caracterización del acero de la vasija de una Central Nuclear española, en diferentes condiciones, por medio de la obtención de su Temperatura de Referencia T_0 .

De forma totalmente análoga, no solamente las técnicas de caracterización, también las herramientas analíticas convencionales pueden ser mejoradas. Así, igualmente en el Capítulo 2, se ha hecho una descripción de las características del procedimiento FITNET de Integridad Estructural [68], y, particularmente de sus ventajas y mejoras respecto de los códigos tradicionalmente empleados en el sector nuclear, como el ASME [48] incluyendo sus *Code Case* [69-72].

En la actualidad no se dispone de un marco normativo que establezca nítidamente cómo combinar la caracterización del acero por medio de la Temperatura de Referencia T_0 con las técnicas de análisis que ofrecen los procedimientos de Integridad Estructural,

como el FITNET u otros. En este capítulo se presentan una serie de ejercicios estructurales en los que ambas herramientas se aplican sobre la vasija de la Central Nuclear analizada en esta tesis. Para este objetivo, se contemplan situaciones realistas de la planta, comparando las predicciones de los procedimientos clásicos con los métodos mejorados, tanto de caracterización como de análisis.

En concreto, la Integridad Estructural de la vasija será evaluada por medio de sus curvas $p-T$, descritas en el Capítulo 2, las cuales han sido obtenidas bajo diferentes situaciones de sollicitación, empleando tanto las herramientas clásicas como las mejoradas. De esta forma, la comparación entre metodologías resulta inmediata, así como el establecimiento de conclusiones.

Se analiza, en primer lugar, un proceso de calentamiento o enfriamiento convencional de la vasija, imponiendo los valores para la velocidad de cambio de temperatura que vienen recogidos en el Código ASME [48]. Complementariamente, se han obtenido las curvas $p-T$ para el transitorio térmico pésimo que puede darse en la planta, evaluando, por lo tanto, las posibles consecuencias de esta sollicitación presumiblemente dinámica sobre la Integridad Estructural de la vasija.

Teniendo en cuenta todo ello, en resumen se pueden establecer los siguientes contenidos en el análisis que aquí se contempla:

- Desarrollar una metodología coherente que permita implementar T_0 en los análisis de Integridad Estructural.
- Comparar los niveles de conservadurismo entre un ejercicio clásico, tanto en caracterización como en análisis, y las alternativas actuales.
- Cuantificar el impacto que la introducción de T_0 supone sobre las curvas $p-T$ para una planta nuclear española actualmente en funcionamiento, así como en el análisis de su posible extensión de vida.
- Evaluar el efecto de la sollicitación dinámica pésima sobre la Integridad Estructural de la vasija.

En los apartados que siguen se describen cuidadosamente los detalles del análisis así como las hipótesis asumidas. En primer lugar, Apartado 5.2, se obtienen las curvas $p-T$ para las operaciones convencionales de calentamiento y enfriamiento de la vasija. Seguidamente, en el Apartado 5.3, se evalúa el transitorio térmico pésimo para la vasija.

5.2 Operaciones de enfriamiento y calentamiento de la vasija

El ejercicio de Integridad Estructural que se desarrolla en este capítulo hace uso de una combinación de herramientas analíticas (además de aquéllas de caracterización, ya mencionadas) para poder aplicar las condiciones de fractura recogidas tanto en las normativas convencionales (Código ASME [48]) como en los procedimientos mejorados (FITNET [68]). Por ello, se presenta, en primer lugar, una sección de carácter introductorio, Apartado 5.2.1, dedicada a la descripción de los métodos analíticos empleados, y de las hipótesis simplificadoras por ellos asumidas, para la obtención de los estados tensionales en una vasija ante una sollicitación que incluya gradientes de temperatura los cuales aparecen, necesariamente, en las operaciones de calentamiento y/o enfriamiento.

En dicho Apartado 5.2.1 se presenta un conjunto de estrategias de cálculo simplificadas, fácilmente implementables, que ofrecen predicciones realistas; en definitiva, se ha generado una herramienta ingenieril. El Apartado 5.2.2 se dedica a su validación. Así, en primer lugar, a fin de garantizar la representatividad de los resultados que se desprenden de la metodología propuesta, se ha resuelto un ejercicio cuya solución resulta conocida. Seguidamente, dentro del mismo Apartado 5.2.2 se ha comparado la solución obtenida con la que se deriva de un análisis numérico por Elementos Finitos.

Finalmente, tras obtener las condiciones pésimas de análisis, Apartado 5.2.3, se ha efectuado en el Apartado 5.2.4 el análisis de Integridad Estructural de la vasija estudiada en esta tesis, combinando metodologías clásicas y alternativas y valorando el impacto de cada una de ellas.

5.2.1 Descripción de las herramientas analíticas

En la Figura 2.65 se recoge un diagrama de flujo para la confección de las curvas $p-T$ de una vasija de acuerdo con lo establecido en el Código ASME [48] así como las posibles alternativas de cálculo contempladas en los *Code Case* N-588 [69], N-629 [70] y N-631 [71]. Como se ha comentado, la formulación que el Código ASME [48] proporciona tanto para el cálculo del término K_{Im} , Factor de Intensidad de Tensiones de Membrana, como para K_{It} , Factor de Intensidad de Tensiones Térmico, presenta notables limitaciones.

En el primer caso, cálculo de K_{Im} , el Código ASME [48] ofrece una expresión simplista, (2.113), aplicable sólo para fisuras axiales, la cual, además, no distingue entre un defecto interno o externo. En el *Code Case* N-588 [69] se contempla la posibilidad de considerar fisuras tanto axiales como circunferenciales (útil en el caso de soldaduras contenidas en un plano perpendicular al eje de la vasija) y de analizar defectos internos o externos, véase la Tabla 2.3. Como contrapunto, debe mencionarse que los modernos procedimientos de Integridad Estructural, como el FITNET [68], incluyen completos compendios de soluciones para el Factor de Intensidad de Tensiones, válidos para diversas geometrías del componente y del defecto que incluyen todas las situaciones arriba mencionadas.

En el caso del cálculo del término K_{It} nuevamente sucede algo parecido: las posibilidades del Código ASME [48] y del método simplificado recogido en el *Code Case* N-588 [69] resultan muy limitantes: en efecto, se exige en ambos que la tasa de cambio de temperatura se mantenga por debajo del límite $\dot{T} < 100^\circ F/h \approx 56^\circ C/h$ y que, además, el perfil de temperaturas en el espesor resulte asimilable al que se recoge en la Figura 2.62 [48]. Afortunadamente, en [69] se incluye, asimismo, un procedimiento más sofisticado que permite calcular K_{It} a partir del perfil de tensiones, $\sigma(x)$, asociado con los gradientes térmicos radiales, fórmulas (2.121) a (2.123), generados por la ley $T(t)$ de temperaturas en el fluido, sin las limitaciones anteriores. De esta manera, un usuario interesado en recurrir a este procedimiento sofisticado [69],

debe ser capaz de calcular, en primer lugar, el campo de tensiones térmicas en el espesor ante una ley de temperaturas en el fluido refrigerante, $T(t)$, arbitraria.

En esta tesis se ha desarrollado una metodología ingenieril, de gran generalidad, para efectuar este cálculo, cuyos detalles se exponen en tres apéndices que pueden consultarse al finalizar el capítulo; sus contenidos se resumen a continuación:

- En el Apéndice I se describe con detalle el conjunto de herramientas matemáticas utilizadas en el modelo empleado.
- Los contenidos del Apéndice II se dedican a la resolución del problema térmico. Como hipótesis simplificadora se ha considerado que el flujo de calor en el espesor de la vasija es perfectamente radial y, consecuentemente unidimensional. Esta simplificación es asumible en aquellas zonas de la vasija que, como la región *bellline*, se encuentran alejadas de sus extremos. Por tratarse de un proceso transitorio, deberá obtenerse $T(x,t)$, siendo x la posición en el espesor de la vasija y t el instante de tiempo considerado ante una variación arbitraria de temperaturas en el fluido $T(t)$ (no necesariamente un estacionario).
- Finalmente, en el Apéndice III, una vez resuelto el problema térmico, se aborda la resolución del problema mecánico: se trata de obtener el campo de tensiones en la vasija inducido por la distribución de temperaturas anterior; para este objetivo se recurre a soluciones disponibles en la bibliografía, preparadas para geometrías simplificadas, cuya formulación se justifica en el texto.

5.2.2 Validación de las herramientas analíticas

La metodología de trabajo arriba mencionada y expuesta en los apéndices incluye consideraciones de tipo matemático, térmico y estructural, respectivamente. Se trata en todos los casos de conceptos firmemente asentados, de bajo nivel especulativo. A pesar de ello, se ha decidido validar las predicciones de este modelo por dos caminos diferentes, como se recoge en este apartado. En primer lugar, se ha resuelto con el procedimiento aquí planteado un problema obtenido de la literatura, comparando la solución que allí se presenta con la obtenida en esta tesis. En segundo lugar, ese mismo problema ha sido resuelto por el método de los Elementos Finitos, y nuevamente se han

contrastado las soluciones. En este sentido, se ha tomado como referente la información generada por el grupo de trabajo²⁷ que dentro de la sociedad ASME es responsable del establecimiento y desarrollo de la metodología de análisis y de los criterios de aceptación relacionados con los límites de seguridad y, en particular, con los límites de presión y temperatura en las vasijas de los reactores nucleares.

La referencia [111] recoge una serie de ejercicios patrón relacionados con la resolución de problemas estructurales sobre vasijas en presencia de fisuras. Entre ellos, se propone el de la obtención de las curvas que representan K_{II} , parte térmica del factor de intensidad de tensiones, en función del tiempo, ante dos rampas de temperatura del líquido refrigerante, ambas de enfriamiento, con velocidades respectivas de $50^\circ F/h$ ($\approx 27.8^\circ C/h$) y $100^\circ F/h$, ($\approx 55.6^\circ C/h$) partiendo de un estado estacionario a $550^\circ F$ ($\approx 287.8^\circ C$) y finalizando a $50^\circ F$ ($=10^\circ C$) en los dos casos. Se exige, además, que el problema sea resuelto empleando la formulación del Code Case N-588 [69]. La Tabla 5.1 presenta los datos que definen el problema tanto en unidades sajonas (en las cuales se proporcionaba la información original) como en las del Sistema Internacional (que son las que se han utilizado en el análisis).

En la resolución de este ejercicio se han seguido las pautas expuestas en los apartados anteriores. En primer lugar se ha resuelto el problema térmico y se han obtenido los perfiles de temperatura en función del tiempo para las dos velocidades de enfriamiento. Los resultados pueden apreciarse en forma de curvas de temperatura en el espesor, a intervalos de 60 minutos: en la Figura 5.1, para una velocidad de enfriamiento de $50^\circ F/h$, y en la Figura 5.2, para $100^\circ F/h$.

Seguidamente, se ha solucionado el problema mecánico. En este caso interesa obtener los perfiles de tensiones circunferenciales σ_θ puesto que, como se indica en la Tabla 5.1, la fisura se encuentra contenida en un plano axial. La Figura 5.3 y la Figura 5.4 ofrecen los resultados finales, también discretizados en intervalos horarios para

²⁷ Section XI Working Group on Operating Plant Criteria.

velocidades de enfriamiento de $50^\circ F/h$ y $100^\circ F/h$, respectivamente. Como es evidente, por tratarse de un proceso de enfriamiento, las tensiones de tracción se localizan en la región interior de la vasija y las de compresión en la parte externa.

Tabla 5.1 Datos para la definición del problema propuesto en [111]

GEOMETRÍA DE LA VASIJA Y DE LA FISURA		
	Unidades sajonas	Unidades del S.I.
Esesor de la vasija, t	8.7 in	220.98 mm
Radio interior, R_i	82.65 in	2099.31 mm
Radio exterior, R_e	91.35 in	2320.29 mm
Tipo de fisura (*)	Interior, superficial, semielíptica	
Orientación de la fisura (*)	Contenida en un plano axial	
Profundidad de fisura, a (*)	2.175 in	55.245 mm
Longitud de fisura, L (*)	13.05 in	331.47 mm
PROPIEDADES FÍSICAS, TÉRMICAS Y MECÁNICAS		
	Unidades sajonas	Unidades del S.I.
Densidad, ρ	489 lb/ft ³	7833 kg/m ³
Conductividad térmica, k	24 Btu/h·ft·°F	41.54 J/m·s·K
Coefficiente de película, h	1000 Btu/h·ft ² ·°F	5678 J/m ² ·s·K
Calor específico, c	0.12 Btu/lb·°F	502.4 J/kg·K
Modulo de elasticidad, E	$2.8 \cdot 10^7$ psi	$1.931 \cdot 10^5$ MPa
Módulo de Poisson, ν	0.3	0.3
Coefficiente de dilatación, α	$7.5 \cdot 10^{-6}$ °F ⁻¹	$1.35 \cdot 10^{-5}$ K ⁻¹

(*) Se trata de la fisura ASME estándar con $a/t = 0.25$.

Para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones de origen térmico, K_{tt} , se han utilizado las fórmulas del Code Case N-588 [69]. Como se expuso en el Apartado 2.7.1.2, en primer lugar es necesario realizar un ajuste polinómico de tercer grado,

$$\sigma(x) = \sum_{j=0}^3 C_j \cdot (x/a)^j, \text{ véase (2.121), del perfil de tensiones analizado } (\sigma_\theta \text{ en este caso)}$$

en la zona del espesor ocupado por la fisura ($x \leq a$). Seguidamente, los coeficientes C_j ($j=0..3$) deberán ser introducidos en la expresión (2.122), obteniéndose de este modo el valor de K_{tt} .

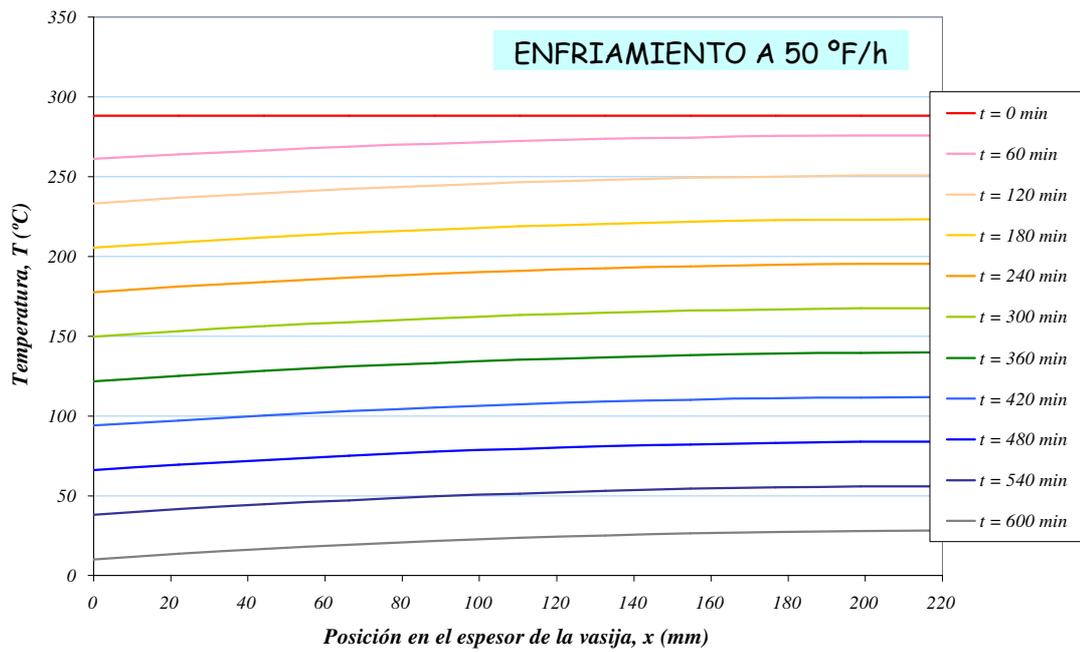


Figura 5.1 Perfiles de temperaturas en el tiempo para un enfriamiento a 50 °F/h

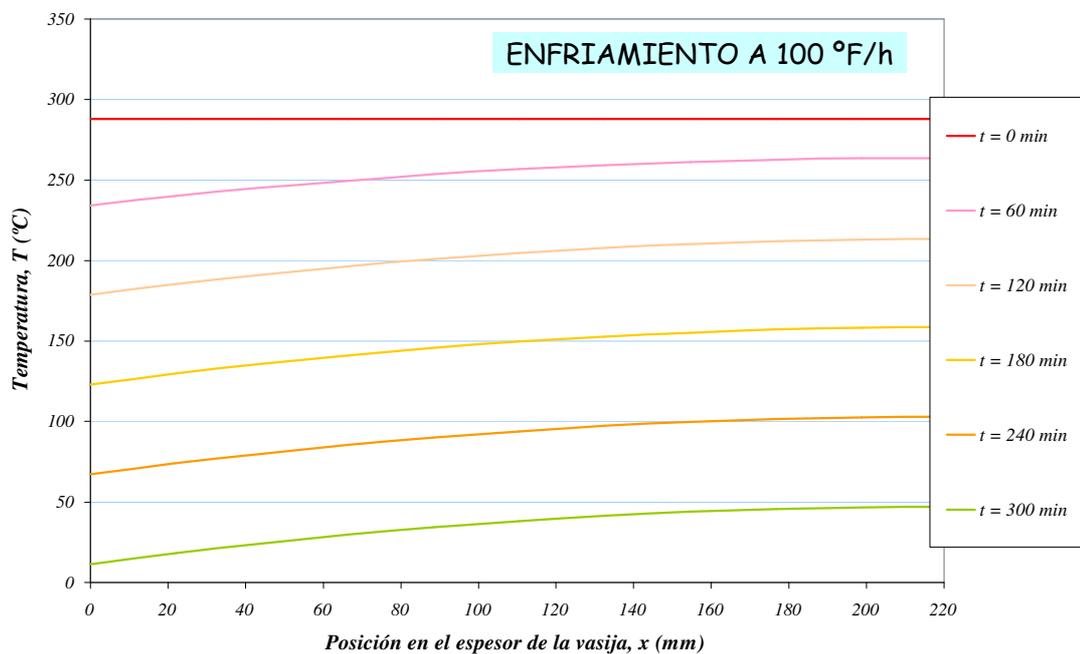


Figura 5.2 Perfiles de temperaturas en el tiempo para un enfriamiento a 100 °F/h

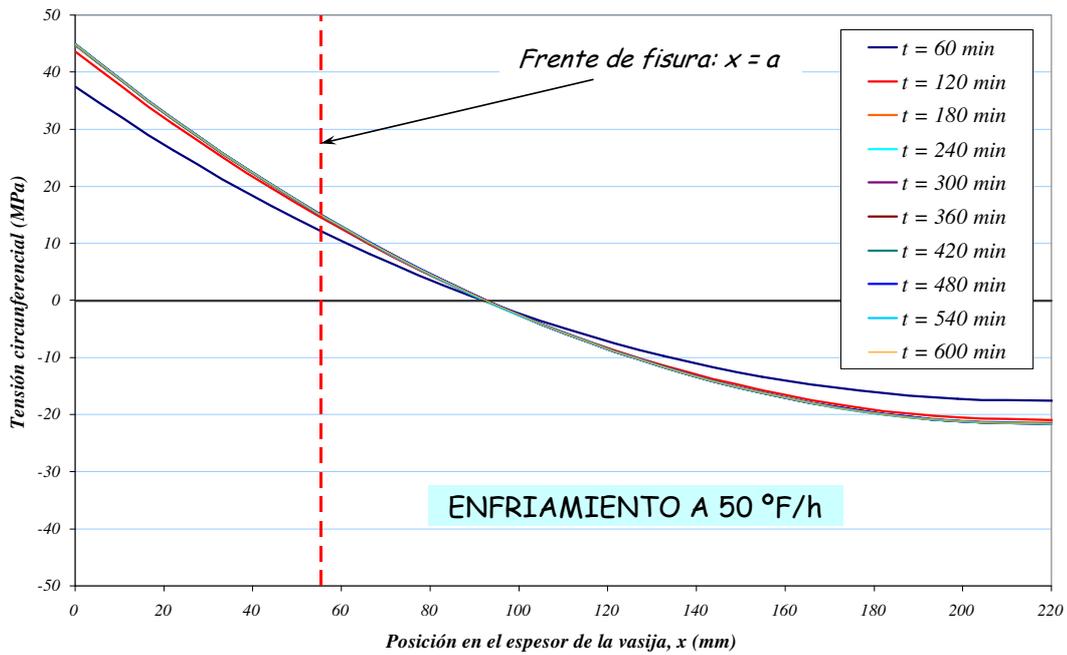


Figura 5.3 Perfiles de tensión circunferencial σ_{θ} en el tiempo(enfriamiento a 50 °F/h)

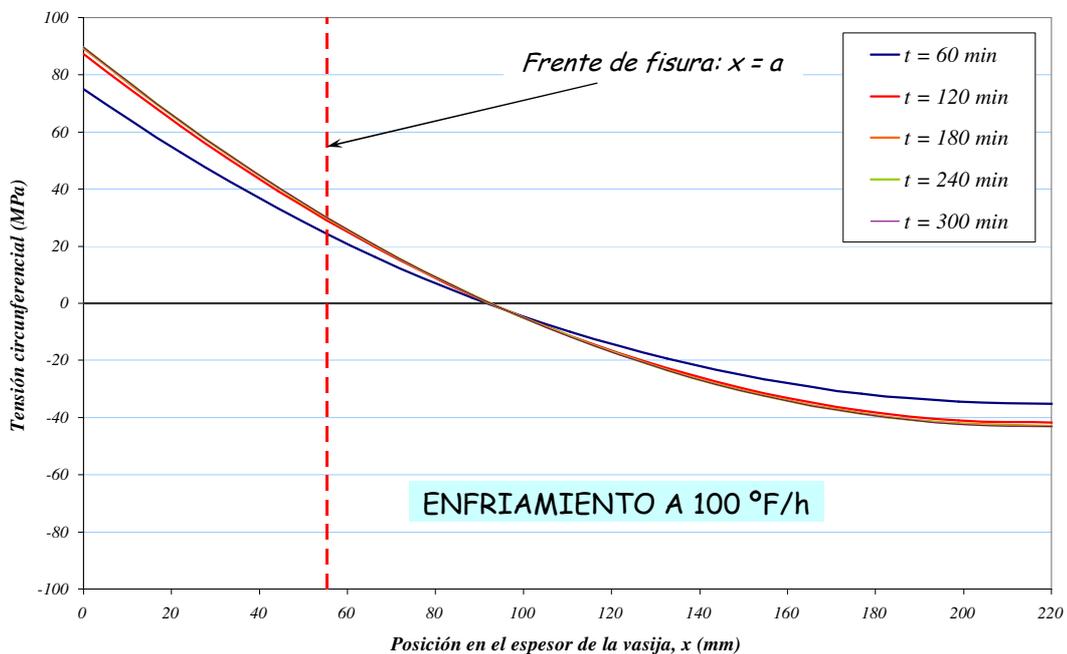


Figura 5.4 Perfiles de tensión circunferencial σ_{θ} en el tiempo (enfriamiento a 100 °F/h)

Este procedimiento ha sido aplicado sobre todos los perfiles de la Figura 5.3 y de la Figura 5.4, obteniendo, en consecuencia, la evolución de K_{I_t} con el tiempo. Los

resultados se recogen en la Figura 5.5 y Figura 5.6, para las velocidades de enfriamiento de $50^\circ F/h$ y $100^\circ F/h$, respectivamente. En ellas se incluyen las curvas desarrolladas a través de la metodología expuesta en este capítulo (curva “UC”, -Universidad de Cantabria-) frente a los resultados expuestos en [111] (participantes “TG”, “CH” y “PH”). Como puede apreciarse, se alcanza un buen nivel de acuerdo, las cuatro curvas representadas manifiestan la misma tendencia y, en cualquier caso, la curva UC ofrece predicciones ligeramente conservadoras (la máxima diferencia entre ellas supera tímidamente el 8%).

Esta comparación permite concluir afirmando que el procedimiento expuesto para la obtención de la parte térmica del factor de intensidad de tensiones, K_{It} , es perfectamente representativo y que las hipótesis simplificativas acumuladas durante el desarrollo del mismo resultan completamente asumibles, resultando siempre ligeramente conservadoras.

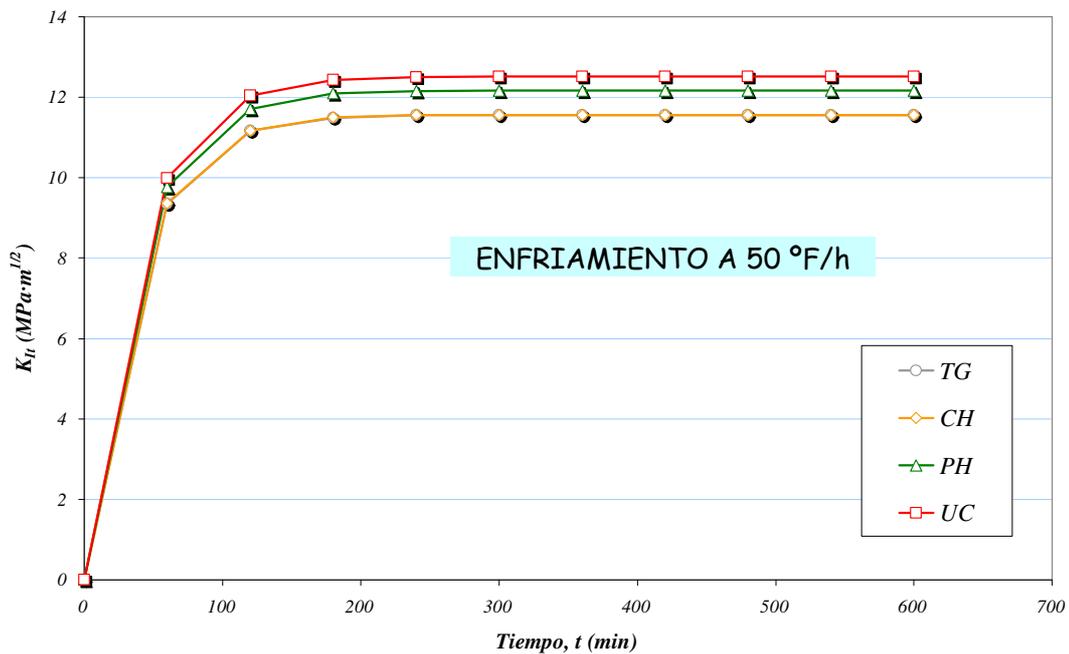


Figura 5.5 Curvas K_{It} frente al tiempo para un enfriamiento de $50^\circ F/h$

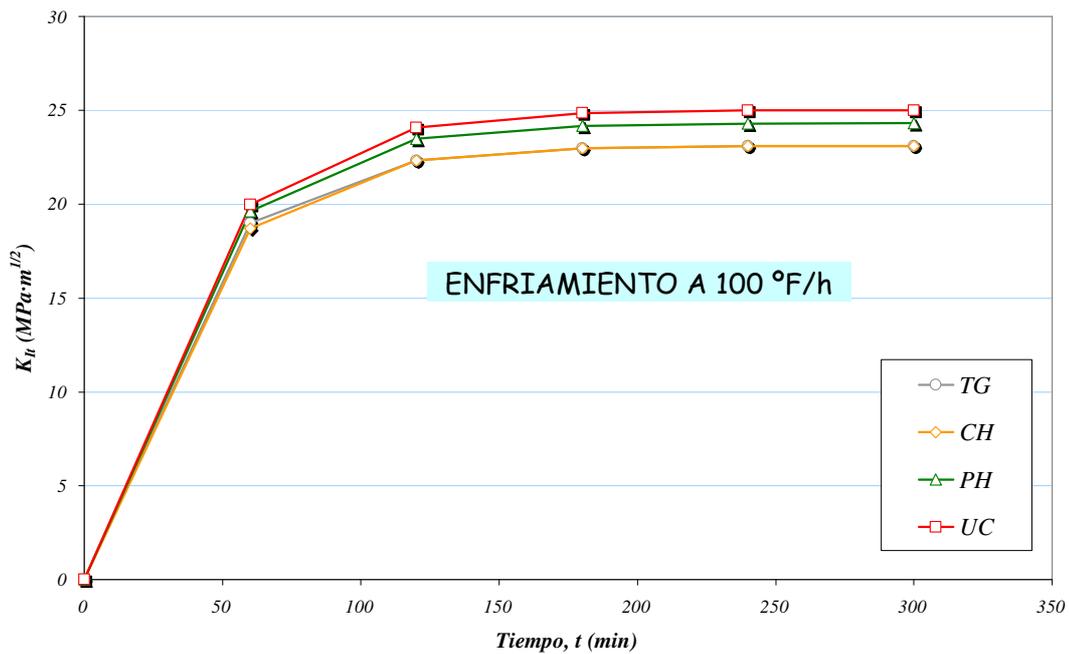


Figura 5.6 Curvas K_{I_t} frente al tiempo para un enfriamiento de $100\text{ }^{\circ}\text{F/h}$

Paralelamente, en una segunda estrategia de validación, se han reproducido los dos procesos de enfriamiento, con velocidades de 50 y $100\text{ }^{\circ}\text{F/h}$, por medio de simulaciones por Elementos Finitos. Con esta herramienta es posible cotejar la representatividad de algunas hipótesis asumidas en el desarrollo de la metodología analítica. Concretamente, como se ha mencionado con anterioridad para la obtención de los mapas de temperatura a través de los procedimientos expuestos en el Apartado 5.2.1, la geometría cilíndrica de la vasija fue sustituida por la de placa infinita, puesto que en este caso la bibliografía proporciona soluciones analíticas. Esta conjetura es razonable en la medida en que la relación entre el espesor y el radio de la vasija es reducida. No obstante, hasta este momento, no se ha presentado una prueba sólida en su favor, que garantice su aplicación para el caso que aquí se plantea.

Por estas razones, se ha generado un modelo de Elementos Finitos tridimensional, que reproduzca la geometría cilíndrica de una vasija con las dimensiones y propiedades del material recogidas en la Tabla 5.1. Se trata de un análisis termo-mecánico: en primer lugar se obtiene el campo de temperaturas en el sólido (para cada una de las rampas analizadas) y, en una segunda etapa del cálculo, este campo térmico se introduce como sollicitación en un problema tensional sobre la misma geometría. Consecuentemente, el

cálculo es de tipo secuencial y desacoplado, es decir, se asume que la solución del problema térmico influye sobre el estado tensional pero no al revés.

La Figura 5.7 representa la malla del modelo desarrollado. Únicamente se ha construido un cuadrante, debido a la simetría axial del problema²⁸. En la parte térmica se ha simulado un proceso de convección en la pared interior de la vasija (de acuerdo a los datos de la Tabla 5.1) y se han anulado los flujos en el resto de contornos. De esta forma el flujo de calor es exclusivamente radial. En la parte mecánica se han impedido los movimientos axiales en las caras superior e inferior y se han impuesto condiciones de simetría en las secciones de corte verticales.



Figura 5.7 Modelo desarrollado para el cálculo termo-mecánico

²⁸ En realidad, por la simetría axial, podría haberse considerado un desarrollo circunferencial arbitrario, no necesariamente de 90°; sin embargo, al tomar 90° se facilita el proceso de extracción de resultados a partir del modelo de Elementos Finitos.

La Figura 5.8 permite apreciar la distribución de temperaturas en el sólido en una de las situaciones de cálculo. Evidentemente, este mapa respeta la simetría axial del problema.

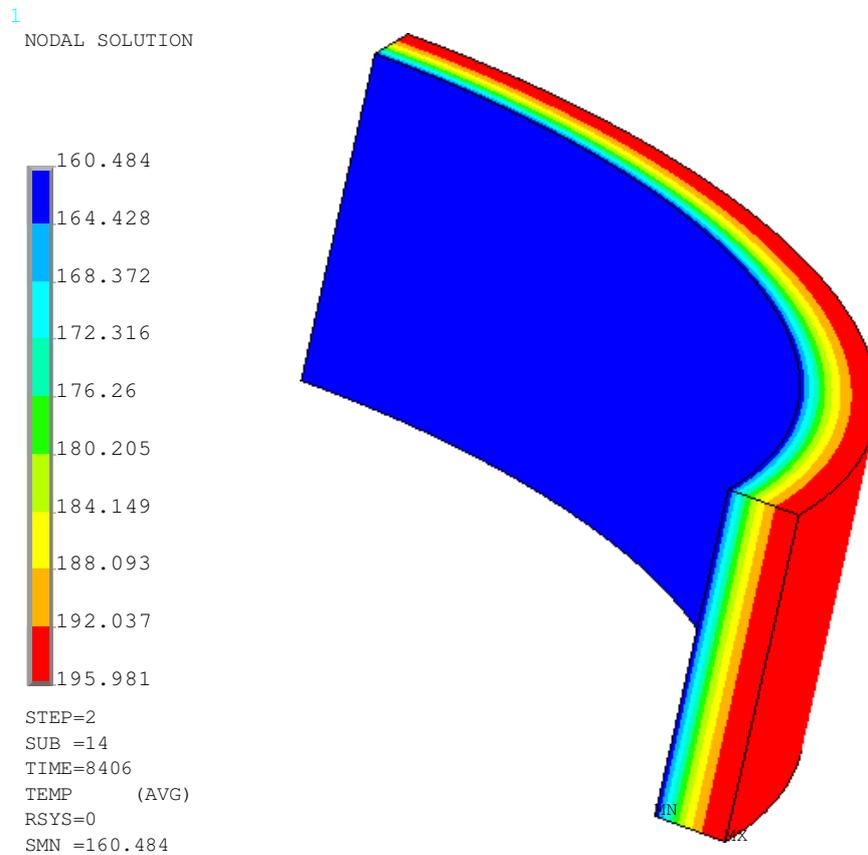


Figura 5.8 Campo de temperaturas en un instante del cálculo

Para comparar los resultados de este modelo con los que fueron presentados en la Figura 5.1 y en la Figura 5.2, obtenidas a partir de la solución recogida en el Apartado 5.2.1, se han superpuesto sobre ellas en forma de puntos, como puede apreciarse en la Figura 5.9, para el enfriamiento de $50^\circ F/h$, y en la Figura 5.10, para el de $100^\circ F/h$, estos nuevos valores. El nivel de acuerdo existente puede calificarse de excelente, puesto que resulta virtualmente imposible distinguir una y otra familia de resultados. De esta forma puede afirmarse que, para el problema que aquí se trata, el hecho de sustituir la geometría cilíndrica por la de placa infinita no supone ninguna alteración apreciable de los mapas de temperaturas.

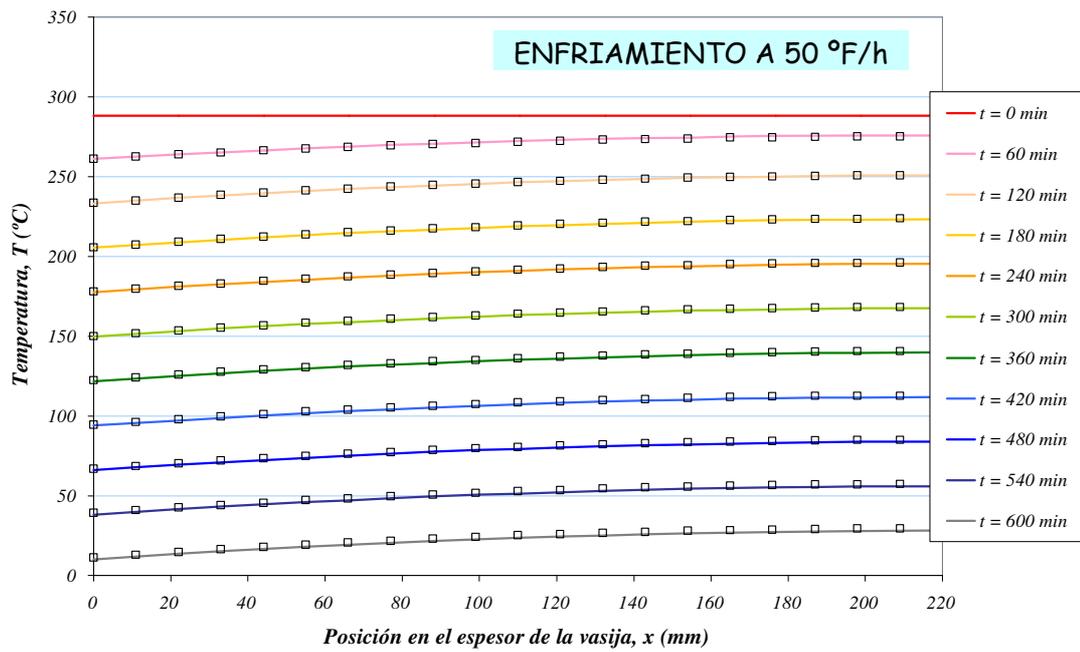


Figura 5.9 Comparativa del perfil de temperaturas con los resultados del modelo de Elementos Finitos para una rampa de 50° F/h

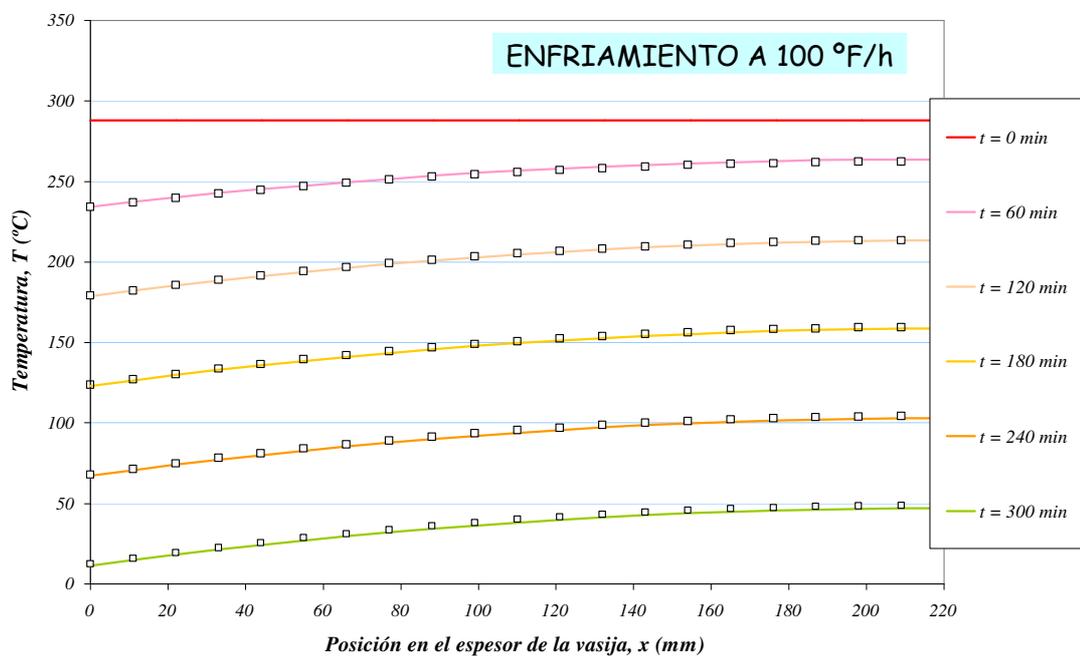


Figura 5.10 Comparativa del perfil de temperaturas con los resultados del modelo de Elementos Finitos para una rampa de 100° F/h

Seguidamente, los campos de temperaturas fueron introducidos como solicitaciones para un problema de tipo mecánico. Así, resulta posible obtener la evolución de las tensiones en el sólido en función del tiempo.

De igual modo que en el caso de las temperaturas, se ha superpuesto sobre la Figura 5.3 y sobre la Figura 5.4 los resultados de estos cálculos. Nuevamente, como puede apreciarse en la Figura 5.11, $50^\circ F/h$, y en la Figura 5.12, $100^\circ F/h$, el nivel de acuerdo alcanzado resulta impecable. Los puntos obtenidos a partir del análisis por Elementos Finitos se superponen perfectamente sobre las curvas derivadas de la metodología analítica desarrollada en esta tesis.

De esta forma, puede afirmarse que las herramientas analíticas han quedado doblemente validadas. En primer lugar, por comparación directa con la información procedente de la bibliografía y, por otra parte, mediante contraste con los resultados desprendidos de una simulación numérica por Elementos Finitos.

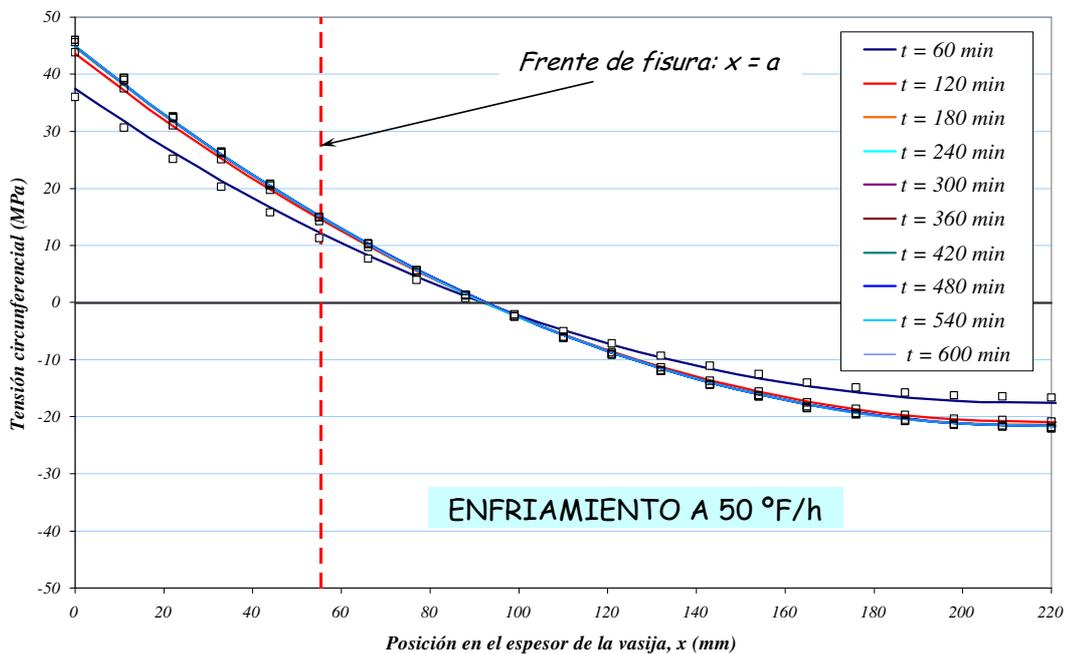


Figura 5.11 Comparativa del perfil de temperaturas con los resultados del modelo de Elementos Finitos para una rampa de $50^\circ F/h$

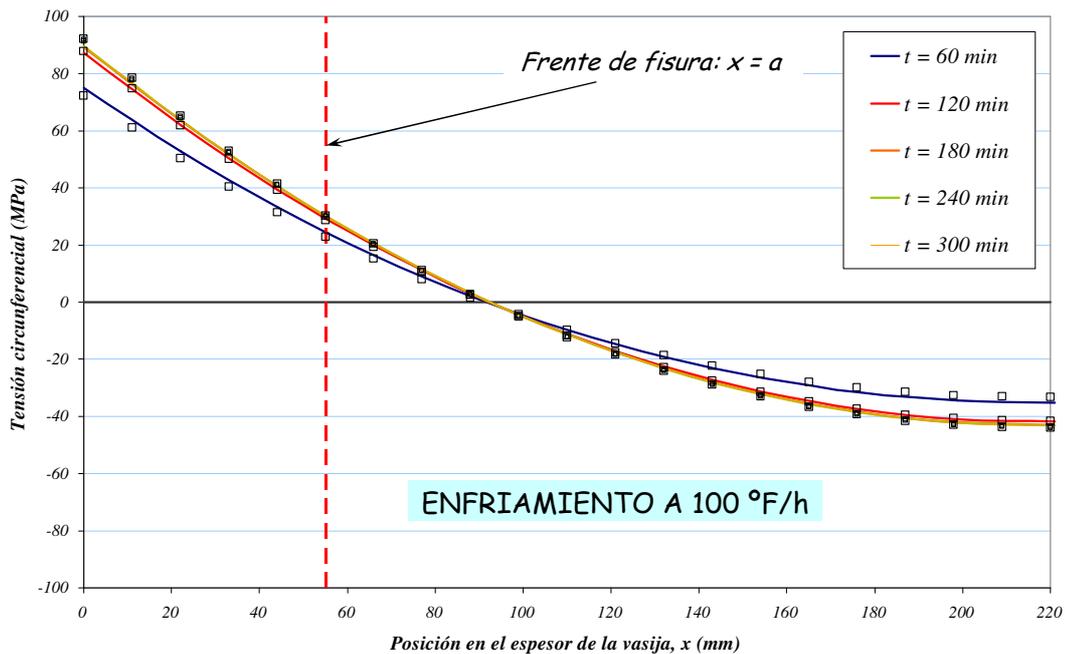


Figura 5.12 Comparativa del perfil de temperaturas con los resultados del modelo de Elementos Finitos para una rampa de 100 °F/h

5.2.3 Obtención de la sollicitación pésima por medio del Código ASME

Una vez expuestas y validadas las herramientas analíticas expuestas en el Apartado 5.2.1, puede desarrollarse el ejercicio de Integridad Estructural sobre la vasija de la C.N. española cuyo material fue caracterizado en el Capítulo 4. El objetivo fundamental del análisis de Integridad Estructural que se recoge en este capítulo es el de implementar la Temperatura de Referencia, T_0 , como parámetro de caracterización de la tenacidad a fractura en la ZTDF y comparar las curvas $p-T$ así obtenidas, ante transitorios térmicos, con las que se derivan de las metodologías clásicas, es decir, del Código ASME y de los diversos Code Case, basadas en la temperatura RT_{NDT} .

Sin embargo, como se expuso en el Capítulo 2, en un estudio general deben contemplarse diferentes situaciones de cálculo. Las consideraciones no son las mismas si el material constitutivo de la vasija se encuentra en su condición inicial o si, por el contrario, ha experimentado daño por irradiación neutrónica. Suponiendo que se analice una rampa de calentamiento de la vasija y que el material no está irradiado, la fisura debe situarse en la parte exterior de la vasija, puesto que allí se localizan las tensiones

térmicas de tracción y el material se encuentra a menor temperatura (con lo cual su tenacidad es menor). Recíprocamente, ante un transitorio de enfriamiento en material no irradiado, la fisura debe situarse en la parte interior de la vasija.

Si el material de la vasija se ha visto afectado por la irradiación, los casos a estudiar se incrementan y las posibles combinaciones de análisis son las que se recogen en la Tabla 2.2. En un proceso de enfriamiento, el defecto debe situarse necesariamente en la parte interior de la vasija puesto que todos los condicionantes resultan desfavorables en esa zona: allí se localizan las tensiones térmicas de tracción, la menor temperatura y el material más dañado. Sin embargo, ante un calentamiento, la situación pésima puede darse tanto con un defecto externo como interno puesto que mientras que las tensiones térmicas de tracción y la menor temperatura se dan en la parte exterior de la vasija, el material más afectado por la irradiación se encuentra en la parte interior. Este segundo escenario será tanto más plausible cuanto mayor sea la fluencia neutrónica recibida.

Antes de proceder con un estudio de contraste entre las metodologías convencionales y los procedimientos alternativos, objetivo fundamental de este capítulo, resulta necesario localizar el escenario de análisis más desfavorable, es decir, aquel que conduce a la curva $p-T$ más restrictiva. Seguidamente, se realizará el mencionado análisis comparativo a través de las curvas $p-T$ para esa situación pésima por métodos convencionales y alternativos. En el caso de una rampa de enfriamiento no hay dudas al respecto y la condición más exigente se da para un defecto interno. Sin embargo, ante un transitorio de calentamiento la evolución en las propiedades del material puede suponer que un defecto externo implique un mayor nivel de exigencia sobre la vasija.

Siguiendo esta línea de argumentación, este Apartado 5.2.3 se divide, a su vez, en cuatro secciones: en la primera de ellas, Apartado 5.2.3.1, se obtienen las curvas $p-T$ para la vasija analizada en esta tesis, en estado no irradiado, ante transitorios térmicos de calentamiento y enfriamiento considerando en cada caso dos velocidades, 50 y $100^\circ F/h$ (como se contempla en el Código ASME). En los enfriamientos se ha dispuesto el defecto en la parte interior y en los calentamientos se han analizado las dos posibilidades, defecto externo e interno, aun a sabiendas de que este último caso nunca podrá resultar ser el más restrictivo con material virgen. Por otra parte, en los Apartados 5.2.3.2 y 5.2.3.3 se han repetido los cálculos anteriores considerando los niveles de

irradiación previstos a los 40 y 60 años de operación de la planta (que representan, respectivamente, el periodo de diseño de la planta y su tiempo de vida extendido). Finalmente, en el Apartado 5.2.3.4 se comparan los casos pésimos en función de la irradiación recibida.

En todos los casos los cálculos térmicos y estructurales (obtención de los perfiles de temperaturas y, a partir de ellos, de las tensiones) han sido realizados utilizando la metodología de análisis expuesta en el Apartado 5.2.1 así como las herramientas que proporciona la normativa vigente, esto es, el Código ASME [48] y los Code Case [69-71]. Concretamente, la condición de rotura se corresponde con la ecuación (2.114), $2 \cdot K_{Im} + K_{It} < K_{IR}(T)$. Debe mencionarse que, para el sumando K_{It} , se ha tomado, en todo momento, el valor más elevado durante todo el proceso de calentamiento o enfriamiento (según corresponda). Por ejemplo, en el caso de ejemplo comparativo presentado en el Apartado 5.2.2, y de acuerdo con la Figura 5.6, se habría adoptado $K_{It} \approx 25 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Análogamente, la evolución de la tenacidad a fractura del material se ha determinado a partir de las expresiones contenidas en las referencias [49, 57], que son los documentos reconocidos legalmente en la actualidad. El esquema recogido en la Figura 2.44 resume los pasos a seguir para obtener RT_{NDT} en función del nivel de fluencia y de la posición en el espesor, fórmulas (2.91) a (2.96).

En consecuencia, estas curvas $p-T$ así obtenidas, respetan las exigencias de la normativa aplicable en estos momentos, tanto desde una perspectiva estructural como desde el punto de vista de la evolución de las propiedades del material.

Como se mencionó en el Capítulo 2, la temperatura de referencia RT_{NDT} se calcula de acuerdo con la fórmula (2.91), $RT_{NDT} = RT_{NDT(U)} + \Delta RT_{NDT} + M$. Para el material base de la vasija estudiada, la temperatura de referencia inicial vale $RT_{NDT(U)} = 60.8^\circ \text{F} = 16^\circ \text{C}$. El término que representa la fragilización del material, ΔRT_{NDT} , puede calcularse de manera puramente teórica, a partir del valor de la fluencia y de la composición química del material, fórmula (2.92) o, teniendo en consideración la información despreñida de las cápsulas ensayadas en el contexto del Programa de Vigilancia, expresiones (2.94) y (2.95). Como se expuso con anterioridad, los resultados

experimentales correspondientes a las cápsulas 1 y 2 no reflejan modificación alguna de las propiedades del material con la irradiación; así, en la Figura 3.31 se aprecia que los resultados obtenidos para ΔT_{41J} resultan negativos. Por esta razón se ha decidido, conservadoramente, utilizar el procedimiento teórico puesto que, de lo contrario, se llegaría a la conclusión de que, independientemente de la fluencia neutrónica, $\Delta RT_{NDT} = 0$.

De acuerdo con la expresión (2.92), $\Delta RT_{NDT} = (CF) \cdot f^{(0.28-0.10 \cdot \log f)}$, siendo f la fluencia, ($E > 1 \text{ MeV}$), recibida por el material (en unidades de 10^{19} n/cm^2). El factor químico, CF , depende de los contenidos de cobre y níquel que, para el material aquí analizado se recogen en la Tabla 3.4, en concreto, $Cu = 0.100 \%$ y $Ni = 0.720 \%$. La Figura 5.13 reproduce los valores para el factor CF según la Guía Reguladora 1.99 Rev.2. Como puede apreciarse, en este caso, se ha adoptado para los cálculos $CF = 66$.

% Cu	% Ni Material base						
	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20
0.00	20	20	20	20	20	20	20
0.01	20	20	20	20	20	20	20
0.02	20	20	20	20	20	20	20
0.03	20	20	20	20	20	20	20
0.04	22	26	26	26	26	26	26
0.05	25	31	31	31	31	31	31
0.06	28	37	37	37	37	37	37
0.07	31	43	44	44	44	44	44
0.08	34	48	51	51	51	51	51
0.09	37	53	58	58	58	58	58
0.10	41	58	65	65	67	67	67

 0.10 % Cu

 0.72 % Ni

Figura 5.13 Valores del factor químico, CF , según la Guía Reguladora 1.99 Rev.2

El término M , fórmula (2.96), representa la incertidumbre estimada, la cual incluye la participación de dos términos, la correspondiente al valor inicial de RT_{NDT} (que, en este caso, vale $\sigma_U = 0$, puesto que se dispone de valores experimentales) y la que se asocia con ΔRT_{NDT} (para material base vale $\sigma_\Delta = 17^\circ F$). En consecuencia, aplicando (2.96) se llega al resultado $M = 17^\circ F$.

Las predicciones de fluencia en el punto más desfavorable de la pared interior de la vasija, a los 40 y 60 años de operación, han sido proporcionados por la propia planta. Para obtener estos resultados se ha supuesto que el factor de carga²⁹ a los 40 años vale 0.8 y a los 60 años, 0.9, que son valores habituales, teniendo en consideración el aumento de rendimiento de las plantas con el paso del tiempo.

En este contexto se utiliza habitualmente el concepto de EFPY (*Effective Full Power Years*) traducible como “años efectivos a plena potencia”. De acuerdo con lo dicho, para la planta aquí analizada, 40 años de vida se corresponden con 32 EFPY y 60 años con 54 EFPY. Atendiendo a estas consideraciones, se llega a los siguientes resultados de fluencia máxima prevista en la pared interior, (5.1) y (5.2):

$$\Phi_{E>1MeV}(32\ EFPY) = 2.61 \cdot 10^{18}\ n/cm^2 \quad (5.1)$$

$$\Phi_{E>1MeV}(54\ EFPY) = 3.72 \cdot 10^{18}\ n/cm^2 \quad (5.2)$$

La información que se recoge en la Figura 5.14 representa la evolución de la fluencia neutrónica en la pared interior, y en posiciones a $1/4$ y a $3/4$ del espesor, respectivamente, en función de la edad de la planta (expresada en EFPY). Estos valores se obtienen aplicando la expresión (2.93), $f(x) = f_{SURF} \cdot e^{-0.24 \cdot x}$. Se hace particular hincapié en estas dos posiciones concretas, $1/4$ y $3/4$ del espesor, puesto que en ellas se localiza el fondo de la fisura normalizada ASME, $a/t = 0.25$, según que se considere un defecto interno o externo, respectivamente. En la figura se han señalado los valores de fluencia

²⁹ El factor de carga expresa la fracción del tiempo de operación de la planta en el cual ésta se encuentra realmente en funcionamiento a plena potencia.

correspondientes a las edades de 32 y 54 EFPY, arriba mencionados. La Tabla 5.2 presenta, por su parte, la información relevante acerca de la evolución de la temperatura de referencia RT_{NDT} en función del tiempo. Los valores se ofrecen en $^{\circ}F$ que es la unidad en la que trabajan las expresiones empleadas. Finalmente, en la Tabla 5.3 se presenta toda la información relevante acerca de las características geométricas de la vasija y del defecto considerado, así como de las propiedades térmicas y mecánicas de su acero constitutivo, toda ella proporcionada por la propia planta.

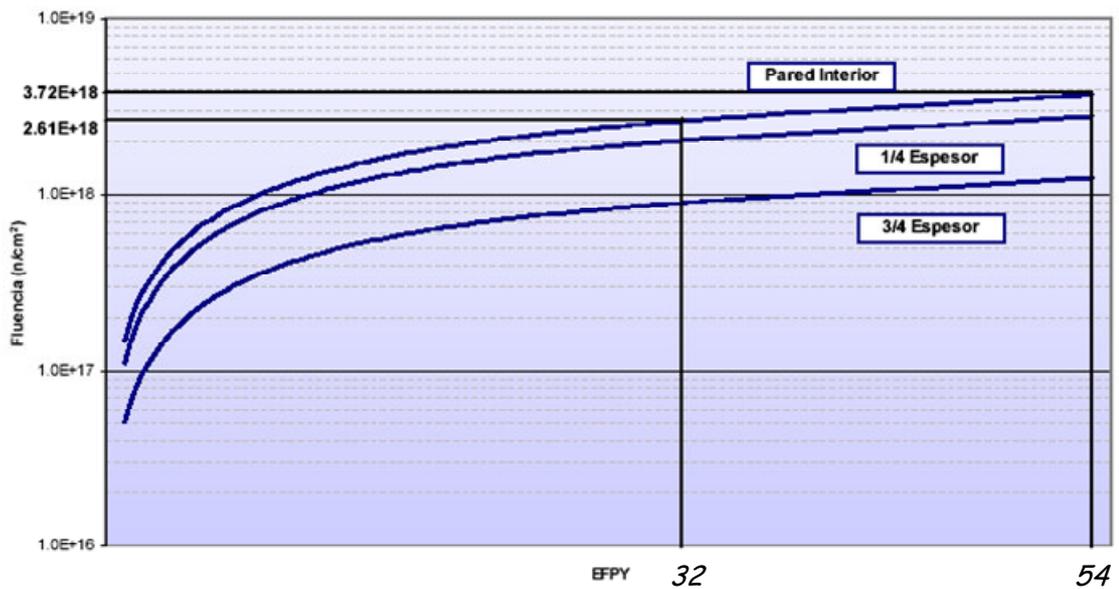


Figura 5.14 Evolución de la fluencia en el espesor en función del tiempo

Tabla 5.2 Evolución de RT_{NDT} en función del tiempo

$RT_{NDT(U)} (^{\circ}F)$		60.8			
$CF_{TEÓRICO} (^{\circ}F)$		66			
	Edad	$\Phi (n \cdot cm^{-2}, E > 1 Mev)$	OT	1/4T	3/4T
$\Delta RT_{NDT} (^{\circ}F)$	32 EFPY	$2.61 \cdot 10^{18}$	41.9	37.2	28.6
	54 EFPY	$3.72 \cdot 10^{18}$	48.0	42.9	33.6
$M (^{\circ}F)$		17			
$RT_{NDT} (^{\circ}F)$	32 EFPY	$2.61 \cdot 10^{18}$	119.7	115.0	106.4
	54 EFPY	$3.72 \cdot 10^{18}$	125.8	120.7	111.4

Tabla 5.3 Datos para la definición del cálculo estructural

GEOMETRÍA DE LA VASIJA Y DE LA FISURA		
	Unidades sajonas	Unidades del S.I.
Espesor de la vasija, t	4.88 in	123.95 mm
Radio interior, R_i	93.84 in	2383.54 mm
Radio exterior, R_e	98.72 in	2507.49 mm
Tipo de fisura (*)	Interior, superficial, semielíptica	
Orientación de la fisura (*)	Contenida en un plano axial	
Profundidad de fisura, a (*)	1.22 in	30.99 mm
Longitud de fisura, L (*)	7.32 in	185.93 mm
PROPIEDADES FÍSICAS, TÉRMICAS Y MECÁNICAS		
	Unidades sajonas	Unidades del S.I.
Densidad, ρ	490.8 lb/ft ³	7858 kg/m ³
Conductividad térmica, k	25.2 Btu/h·ft·°F	43.6 J/m·s·K
Coefficiente de película, h_{eq}	194.8 Btu/h·ft ² ·°F	1106.1 J/m ² ·s·K
Calor específico, c	0.128 Btu/lb·°F	535.9 J/kg·K
Modulo de elasticidad, E	2.7·10 ⁷ psi	1.862·10 ⁵ MPa
Módulo de Poisson, ν	0.3	0.3
Coefficiente de dilatación, α	7.3·10 ⁻⁶ °F ⁻¹	1.31·10 ⁻⁵ K ⁻¹

(*) Se trata de la fisura ASME estándar con $a/t = 0.25$

El coeficiente de película, h_{eq} , recogido en la Tabla 5.3 ha sido calculado teniendo en consideración que la vasija está recubierta interiormente de una capa de 4 mm de acero inoxidable, dando lugar a lo que se conoce como el *cladding*. A partir del valor de la conductividad térmica del *cladding*, k_{CL} , y del coeficiente de película agua-*cladding*, h_{CL} , tomados ambos conservadoramente a 300 °C, puede obtenerse un coeficiente de película equivalente, h_{eq} , que es el que se recoge en la Tabla 5.3, como se demuestra a continuación.

Supóngase que q representa, en un proceso estacionario, el flujo de calor que pasa del fluido refrigerante, a temperatura T_1 , al *cladding* el cual, en su contacto con el fluido se encuentra a temperatura T_2 y con el material de la vasija a T_3 , siendo e el espesor del

cladding. Por simplicidad se considerará $T_1 > T_2 > T_3$. De acuerdo con la Ley de Fourier (II.1) puede ponerse como (5.3):

$$q = k_{CL} \cdot \frac{T_2 - T_3}{e} \quad (5.3)$$

Por otra parte, según la Ley de Newton (II.9) se establece (5.4):

$$q = h_{CL} \cdot (T_1 - T_2) \quad (5.4)$$

Por lo tanto puede plantearse la siguiente relación (5.5):

$$T_1 - T_3 = (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) = \frac{q}{h_{CL}} + \frac{q \cdot e}{k_{CL}} \quad (5.5)$$

El coeficiente de película equivalente, h_{eq} , se define de acuerdo con (5.6):

$$q = h_{eq} \cdot (T_1 - T_3) \quad (5.6)$$

De esta forma, sustituyendo el resultado (5.5) en (5.6) se llega a una expresión que permite calcular h_{eq} en función de las propiedades térmicas del *cladding* y de su espesor, fórmula (5.7):

$$T_1 - T_3 = \frac{q}{h_{eq}} = \frac{q}{h_{CL}} + \frac{q \cdot e}{k_{CL}} \Rightarrow h_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{h_{CL}} + \frac{e}{k_{CL}}} \quad (5.7)$$

Sustituyendo en (5.7) los valores $h_{CL} = 1447.75 \text{ J/m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}$, $k_{CL} = 18.75 \text{ J/m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}$ y $e = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, se llega al resultado recogido en la Tabla 5.3.

Debe mencionarse que la posible participación estructural del *cladding* no ha sido considerada en ninguno de los cálculos estructurales que se recogen en la tesis. Esta simplificación viene avalada por el Código ASME [48] y es aplicable siempre que el espesor del *cladding* sea inferior al 10% del espesor del componente analizado, como es el caso.

5.2.3.1 Curvas $p-T$ en estado no irradiado

En la Figura 5.15 se representan las curvas $p-T$ de la vasija de esta tesis en estado no irradiado. La figura contiene seis curvas, agrupadas en dos familias de tres (para velocidades térmicas de $50^\circ F/h$ y $100^\circ F/h$, respectivamente); en cada una de las familias se incluye un caso de enfriamiento (CD, *Cooling Down*) con fisura interior, y dos calentamientos (HU; *Heating Up*), uno con fisura interior y otro exterior.

Como puede apreciarse, el caso pésimo se corresponde, como era de esperar, con un proceso de enfriamiento con una fisura interior y una velocidad de $100^\circ F/h$. Entre los procesos de calentamiento resulta más desfavorable, como también es obvio, el que presenta un defecto exterior y una velocidad de $100^\circ F/h$.

Debe recalcar un hecho singular y es que, en el proceso de calentamiento con defecto interno, la sollicitación a $50^\circ F/h$ resulta más dañina que la de $100^\circ F/h$. Este hecho es perfectamente esperable y puede justificarse teniendo en cuenta que las tensiones térmicas son compresivas en la parte interior y, por lo tanto, atenúan el estado tensional de membrana asociado con la presión del fluido refrigerante. Por lo tanto, tomando en consideración que una mayor velocidad en la rampa de calentamiento implica mayores tensiones térmicas (compárense, por ejemplo, los valores recogidos en la Figura 5.11 y en la Figura 5.12), se deduce que, a su vez, una mayor velocidad debe conllevar una menor sollicitación de tracción en la zona del defecto.

Complementariamente, se ha representado en la Figura 5.16 la evolución de las tensiones circunferenciales de origen térmico en función del tiempo para el caso de un enfriamiento a $100^\circ F/h$.

5.2.3.2 Curvas $p-T$ tras 40 años de operación (32 EFPY)

En la Figura 5.17 se representan las curvas $p-T$ de la vasija de esta tesis para un estado de irradiación correspondiente con 32 EFPY (40 años). La figura contiene seis curvas, con igual descripción que las de la Figura 5.15 del apartado anterior. Nuevamente puede apreciarse que el caso más desfavorable se da ante un enfriamiento a $100^\circ F/h$ con una fisura interior.

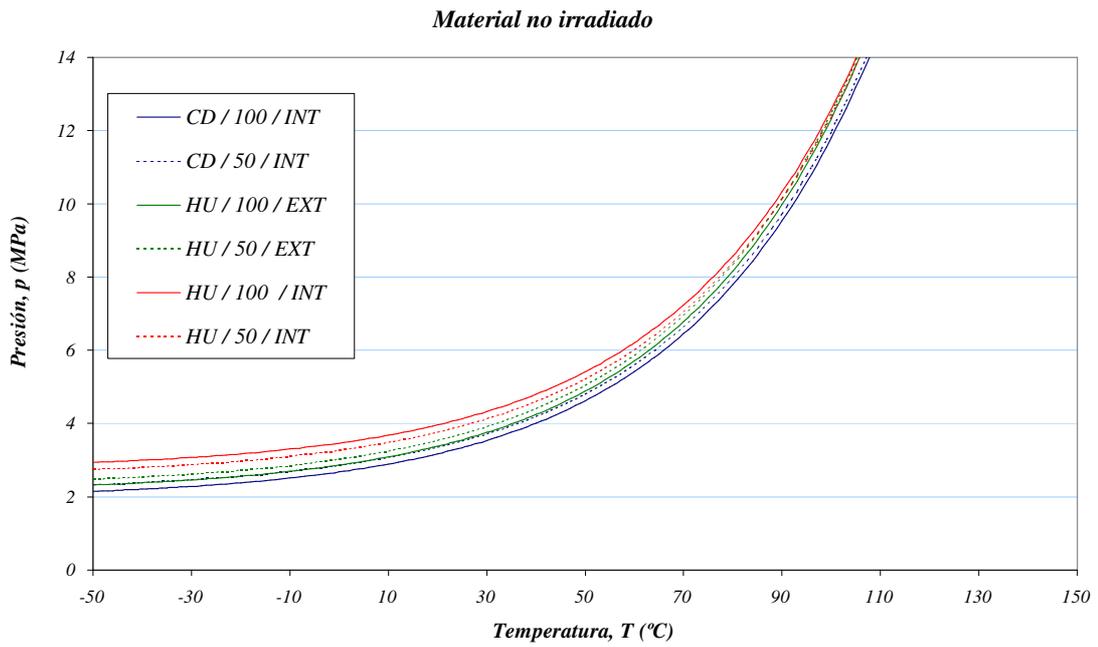


Figura 5.15 Curvas $p-T$ en estado no irradiado

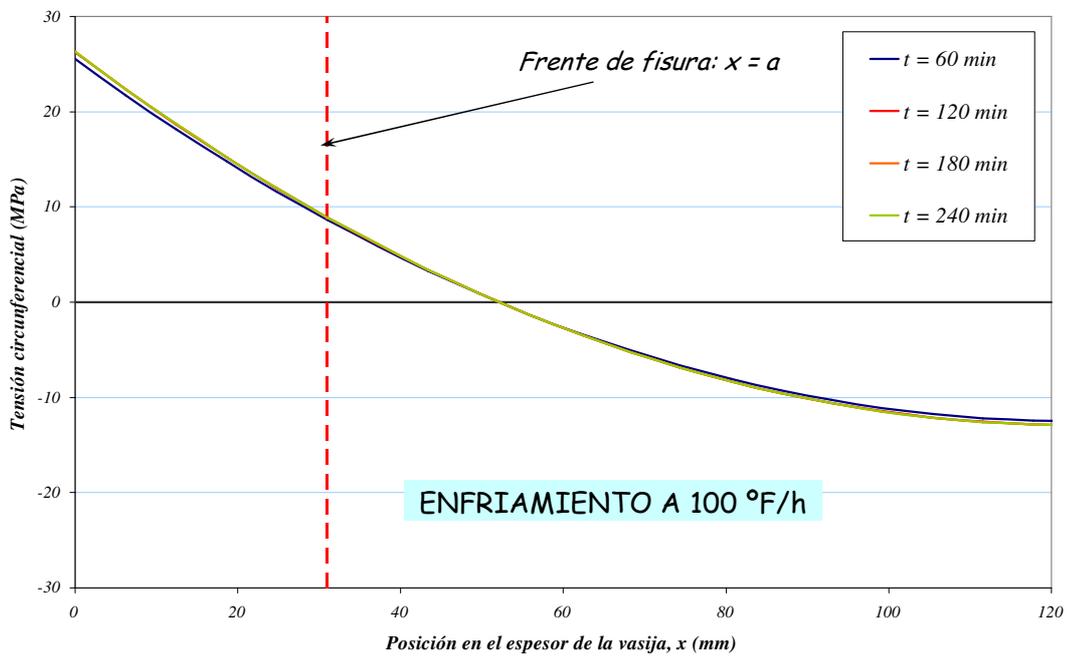


Figura 5.16 Tensiones circunferenciales térmicas en función del tiempo para el caso de un enfriamiento a $100\text{ }^{\circ}\text{F/h}$.

Por otra parte, se aprecia otro detalle reseñable: para temperaturas reducidas, la rampa pésima de calentamiento se produce con un defecto externo y una velocidad de $100^{\circ}F/h$; sin embargo, con temperaturas elevadas, la situación pésima de calentamiento se da con un defecto interior y $50^{\circ}F/h$. Su explicación se relaciona con el hecho de que en esta región el material se encuentra más fragilizado, así como con el diferente valor de las tensiones térmicas.

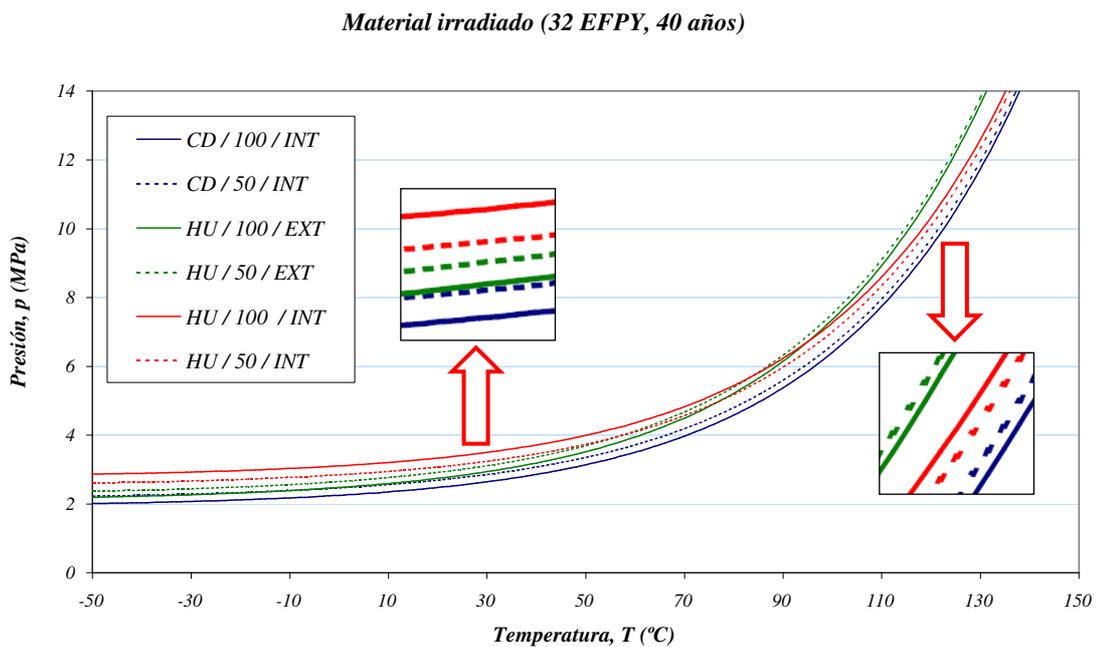


Figura 5.17 Curvas $p-T$ para 32 EFPY (40 años)

5.2.3.3 Curvas $p-T$ tras 60 años de operación (54 EFPY)

En la Figura 5.18 se representan las curvas $p-T$ de la vasija de esta tesis para un estado de irradiación correspondiente con 54 EFPY (60 años). Nuevamente, se presentan en la figura seis curvas, equivalentes a las de las figuras anteriores. Nuevamente puede apreciarse que el caso más desfavorable se da ante un enfriamiento a $100^{\circ}F/h$ con una fisura interior.

De igual manera que en el caso de la Figura 5.17 se aprecia el cambio de condiciones pésimas para la rampa de ascenso térmico en función de la temperatura: para temperaturas reducidas, la rampa pésima de calentamiento se produce con un defecto

externo y una velocidad de $100^{\circ}F/h$; sin embargo, con temperaturas elevadas, la situación pésima de calentamiento se da con un defecto interior y $50^{\circ}F/h$. Este hecho fue justificado en el apartado anterior.

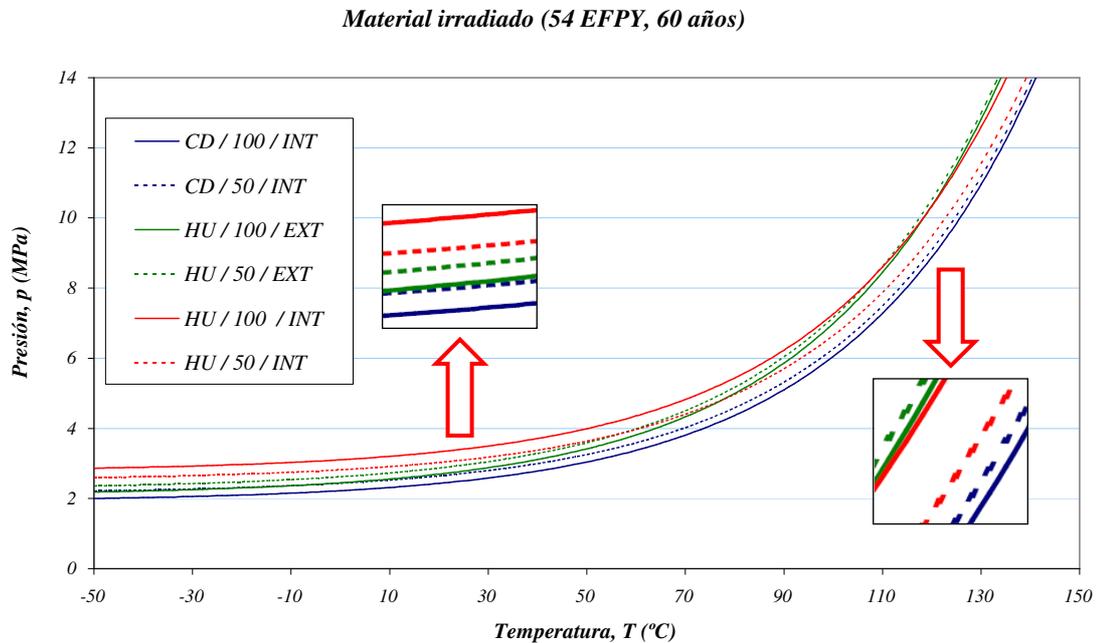


Figura 5.18 Curvas $p-T$ para 54 EFPY (60 años)

5.2.3.4 Comparación de las curvas $p-T$ pésimas

La Figura 5.19 permite apreciar la influencia que la irradiación supone para las curvas $p-T$ de la vasija de esta tesis. En la figura solamente se han representado las curvas correspondientes con el enfriamiento de la vasija a $100^{\circ}F/h$ y un defecto interior, es decir, el caso pésimo. Sobre la propia figura se ha indicado el desplazamiento experimentado por las curvas para una presión de $7 MPa$, que se corresponde con la presión de operación de la vasija: para 40 y 60 años de vida de la planta, dicho desplazamiento asciende a $30^{\circ}C$ y $33^{\circ}C$, respectivamente.

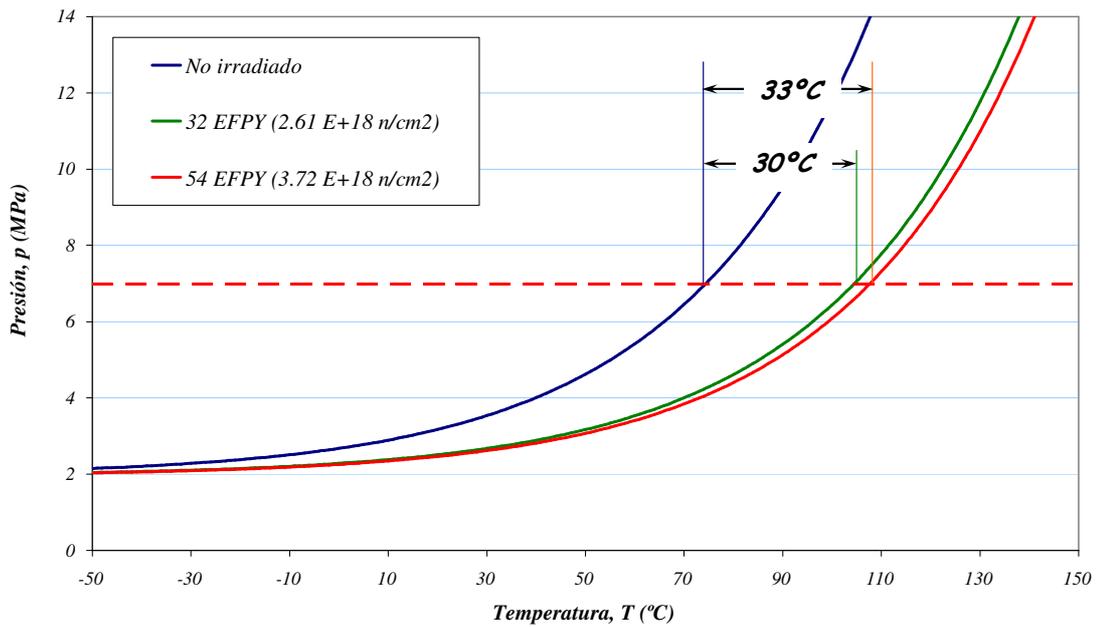


Figura 5.19 Comparación de la evolución de las curvas $p-T$ pésimas en función de la irradiación

5.2.4 Estudio comparativo

En este apartado se recoge una comparativa de las curvas $p-T$ de la vasija estudiada en esta tesis, obtenidas según diferentes metodologías. Como caso de referencia para la comparación se ha considerado la sollicitación pésima obtenida por los procedimientos clásicos, es decir, un enfriamiento con velocidad $100^{\circ}F/h$ y con el defecto ASME situado en la pared interior de la vasija. Análogamente, la condición de diseño en todos los casos es la que propugna el Código ASME [48], es decir, $K_I = 2 \cdot K_{Im} + K_H$. Los campos de temperaturas y estados tensionales de origen térmico, en función del tiempo, han sido obtenidos a través de las técnicas propias presentadas y validadas en los Apartados 5.2.1 y 5.2.2, respectivamente.

El objetivo de este ejercicio es el de visualizar el nivel de conservadurismo implícito en las metodologías convencionales con respecto al enfoque mejorado de la Curva Patrón o, dicho con otras palabras, el impacto que supone la introducción de la Temperatura de Referencia T_0 sobre la Integridad Estructural de la vasija. Puesto que se trata de un ejercicio puramente comparativo, se ha trabajado con el material en estado no irradiado.

La sistemática de trabajo y las conclusiones que se alcancen deben resultar plenamente representativas para un caso general, con material irradiado.

Se han contemplado cuatro alternativas de cálculo, agrupadas en dos familias, según que se considere o no la Temperatura de Referencia T_0 en la caracterización de la tenacidad del material en la ZTDF, que se describen sumariamente a continuación, en los Apartados 5.2.4.1 a 5.2.4.4. Los resultados del análisis se recogen en el Apartado 5.2.4.5.

5.2.4.1 Aplicación del Código ASME

Como caso de referencia se ha aplicado, en primer lugar, el procedimiento convencional basado en la temperatura de referencia RT_{NDT} que, en el caso del material aquí tratado, adopta el valor $RT_{NDT} = 16^\circ C$ (véase el Apartado 3.3.5.2). La tenacidad a fractura del material en la ZTDF viene descrita por la Curva ASME para K_{IR} (2.4), envolvente inferior de ensayos de tenacidad estáticos, dinámicos y de parada de fisura. Por comodidad, se ha empleado la formulación mejorada para los cálculos de los factores de intensidad de tensiones que proporciona el *Code Case* N-588 [69], expresiones (2.117), (2.121) y (2.122), en lugar de la que figura en el Código ASME [48] (basada en gráficas y, por ello, imposible de incorporar en un algoritmo analítico). En definitiva, este primer ejercicio representa la solución al problema de la Integridad Estructural de la vasija desde una perspectiva clásica y coherente con el marco legislativo vigente.

5.2.4.2 Aplicación de los Code Case N-629 y N-631

En segundo lugar, como primer intento, aunque parcial, de implementar la Temperatura de Referencia T_0 , se han obtenido las curvas $p-T$ haciendo uso de los *Code Case* N-629 [70] y N-631 [71]. Ambos, caracterizan la respuesta en fractura del material en la ZTDF por medio de las curvas ASME para K_{IR} , sustituyendo la temperatura de referencia RT_{NDT} por $RT_{T_0} = T_0 + 35^\circ F$ cuyo significado se justificó en el Capítulo 2. Igual que en el caso anterior, se han usado las herramientas de cálculo incluidas en *Code Case* N-588 [69]. Esta solución, también admitida por la legislación actual, debe

resultar, en principio, menos conservadora que la que se obtenga de los cálculos descritos en el apartado anterior.

Puesto que se han caracterizado dos orientaciones del material, LT y TL, véase la Tabla 3.7, cabe preguntarse acerca de los valores de Temperatura de Referencia T_0 escogidos para los cálculos, de entre los que se resumen en la Tabla 4.17. En este sentido se plantean dos posibilidades: por un lado, trabajar con el valor de T_0 en orientación LT obtenido a partir de 35 ensayos (analizando conjuntamente los ensayos de todas las familias), 29 de ellos no censurados y, por el otro, emplear los resultados en orientación TL, procedentes de 15 ensayos, 10 de ellos sin censurar. Puede comprobarse que en ambos casos se obtienen resultados similares y que, en consecuencia, seleccionar una u otra de las alternativas no tiene mayor relevancia práctica. A efectos de comparación se ha seguido la recomendación que se recoge en [25] de multiplicar la desviación estándar, σ , definida en (2.88), por el factor 1.44 (estimando así la incertidumbre en T_0 según una distribución normal al nivel de confianza del 85%) llegando a los siguientes resultados, muy similares:

$$[T_0 + 1.44 \cdot \sigma]_{LT} = -98 + 1.44 \cdot \frac{18}{\sqrt{29}} = -93^\circ C \quad (5.8)$$

$$[T_0 + 1.44 \cdot \sigma]_{TL} = -104 + 1.44 \cdot \frac{18}{\sqrt{10}} = -95^\circ C \quad (5.9)$$

Por otra parte, tanto la norma ASTM E 185 [56], que regula el diseño de Programas de Vigilancia, como el Código ASME [48] establecen la orientación que deben presentar las probetas empleadas en la caracterización de las propiedades en fractura del material constitutivo de la vasija. Concretamente, en la primera de las referencias puede leerse:

“The tension and Charpy specimens from base metal shall be oriented so that the major axis of the specimen is parallel to the surface and normal to the principal rolling direction for plates, or normal to the major working direction for forgings as described in Section III of the ASME Code. The axis of the notch of the Charpy specimen for base metal and weld metal shall be oriented perpendicular to the surface of the material.”

De acuerdo con estas consideraciones debería escogerse para los cálculos la orientación TL del material. No obstante, la razón última para establecer este criterio se basa en el hecho de que, habitualmente, la orientación TL resulta más frágil que la orientación LT. Sin embargo, en este caso, la orientación TL ha resultado ligeramente más tenaz. Un análisis detallado justificando este hecho puede consultarse en el Apartado 4.4.2. En consecuencia, tomando como representativa la orientación más débil del material en la ZTDF, se llega al siguiente resultado para RT_{T_0} :

$$T_{0,LT} = -98^{\circ}C \Rightarrow RT_{T_0} = -98 + 19.4 \approx -78^{\circ}C \quad (5.10)$$

5.2.4.3 Aplicación de la Curva Patrón

Seguidamente, se ha desarrollado el método que aquí se denominará “de la Curva Patrón”, consistente en sustituir la curva ASME por la Curva Patrón para una probabilidad de fallo $p_f = 0.01$. Sustituyendo en la expresión (2.48) se llega a la fórmula que se presenta seguidamente, (5.11):

$$K_{Jc,0.01} = 23.48 + 24.38 \cdot e^{0.019 \cdot (T - T_0)} \quad (5.11)$$

Consecuentemente, esta solución incorpora plenamente la Temperatura de Referencia T_0 . Como se ha mencionado en la sección anterior, se ha utilizado el valor final $T_{0,LT} + 1.44 \cdot \sigma = -93^{\circ}C$, que incluye el margen de ajuste propuesto en [25]. El criterio para seleccionar la banda de confianza del 1% se fundamenta en consideraciones de juicio ingenieril sin afectar al conservadurismo de la solución. Los cálculos de los factores de intensidad de tensiones se han realizado de acuerdo con la formulación presente en el Code Case N-588 [69].

5.2.4.4 Aplicación del procedimiento FITNET

Finalmente, se ha implementado la metodología que se propone en el Procedimiento FITNET de Integridad Estructural [68], la cual fue expuesta con detalle en el Capítulo 2 de esta tesis. Previsiblemente, no deben manifestarse diferencias apreciables entre este procedimiento y el que ha sido expuesto en la sección anterior. En efecto, en ambos casos el material viene caracterizado en la ZTDF por medio de la Curva Patrón, con

valores de Temperatura de Referencia muy similares. Además, los Diagramas de Fallo, ofrecen predicciones diferentes respecto del análisis convencional de la MFEL sólo cuando la rotura viene precedida de fenómenos de plastificación apreciables en el frente de fisura. Presumiblemente, este no es el caso en el componente que se analiza en este capítulo. Sin embargo, el procedimiento que aquí se presenta es completamente general y aplicable en situaciones con condiciones de plasticidad alejadas del ámbito de la MFEL.

En esencia pueden distinguirse cuatro etapas para la confección de las curvas $p-T$ por este método:

- I) Caracterizar el comportamiento en fractura del material
- II) Seleccionar un diagrama de fallo (FAD)
- III) Definir las variables que se representan en el FAD
- IV) Diseñar una estrategia de utilización del FAD

A continuación se desarrollan con brevedad cada uno de estos pasos:

- I) Como se mencionó en el Apartado 2.7.2.2, en el caso de un análisis de iniciación de la fractura, la tenacidad viene caracterizada por un único valor. Para describir los procesos de fractura frágil en la ZTDF, FITNET propone un método en tres etapas, basado en la Temperatura de Referencia T_0 y en la estimación de parámetros por MML. En este caso, puesto que se dispone de más de 9 ensayos (hay 35 ensayos en la orientación LT, 29 no censurados) no se requiere de la tercera etapa, que supone la inclusión de un margen adicional sobre T_0 . Siguiendo las instrucciones que ya fueron presentadas en 2.7.2.2 se llega al valor $T_R = T_{0(2)} = -92^\circ C$. Por coherencia, se ha utilizado una probabilidad de fallo $p_f = 0.01$, que conduce a la fórmula (5.99) (con el matiz de que, en este contexto se utiliza la denominación ' K_{mat} ' en lugar de ' K_{Jc} ').
- II) En principio, dado que el material está exhaustivamente caracterizado podría haberse utilizado cualquiera de las opciones que se recogen en la Tabla 2.4. La

opción 2 no tiene sentido, puesto que se dedica a situaciones con mismatch superior al 10%. Las opciones avanzadas están orientadas a problemas específicos, así, la opción 4 se basa en la Integral J y requiere métodos numéricos y la opción 5 se dedica a la evaluación del impacto de la pérdida de confinamiento. Por lo tanto, sólo quedan las opciones 0, 1 y 3. Como se indica en la Tabla 2.4, las diferencias entre las opciones 1 y 3 son apreciables sólo cuando $L_r > 0.80$. En el contexto de este trabajo la rotura se presupone frágil y no es esperable que $L_r > 0.80$. En consecuencia, el análisis ha sido realizado empleando la opción 1 y, puesto que se trata de un material que, a temperatura ambiente manifiesta escalón de cedencia pero que lo pierde a partir de los 200 °C (véanse la Figura 4.10) se asume conservadoramente las ecuaciones del FAD de la Tabla 2.7. La Figura 2.78 permite comparar ambas posibilidades y apreciar que la opción escogida resulta conservadora respecto de la otra.

- III) La definición de las variables adimensionales que emplea el FITNET (cuya justificación fue presentada en el Capítulo 2) contempla un término del factor de intensidad de tensiones debido a los esfuerzos primarios (en este caso la presión interior de la vasija), K_I^P , y uno asociado con los esfuerzos secundarios (aquí, las tensiones térmicas), K_I^S . Adicionalmente se incorpora sobre K_r un factor, ρ , que cuantifica la participación indirecta de las tensiones secundarias en la fractura. Todo ello conduce a las siguientes definiciones para K_r y L_r :

$$K_r = \frac{K_I^P + K_I^S}{K_{mat}} + \rho \quad (5.12)$$

$$L_r = \frac{P}{P_L} \quad (5.13)$$

Sin embargo, en este trabajo, por coherencia se ha empleado la siguiente definición alternativa para K_r de forma que los factores de seguridad impuestos coincidan con los utilizados en los análisis anteriormente descritos:

$$K_r = \frac{2 \cdot K_I^P + K_I^S}{K_{mat}} + \rho \quad (5.14)$$

IV) La Figura 5.20 describe el proceso a partir del cual se han obtenido las curvas $p-T$ por medio de un FAD. Para cada valor de la presión, p , se determina P así como la carga de colapso plástico, P_L y, a través de la expresión (5.13), el parámetro L_r , con el cual se entra en el FAD. Seguidamente se localiza el valor crítico de K_r para el L_r calculado. Una vez obtenidos los valores K_I^P , K_I^S y ρ , se determina K_{mat} despejando en la ecuación (5.14); este valor representa la mínima tenacidad del material que evita la iniciación de la rotura frágil. La relación entre la tenacidad y la temperatura para una probabilidad de fallo $p_f = 0.01$ es (5.11), a partir de la cual puede obtenerse la cota inferior de temperatura para que no se produzca el fallo, T . De esta forma, se dispone de un punto de la curva $p-T$. Repitiendo el proceso para diferentes presiones se consigue confeccionar la curva buscada.

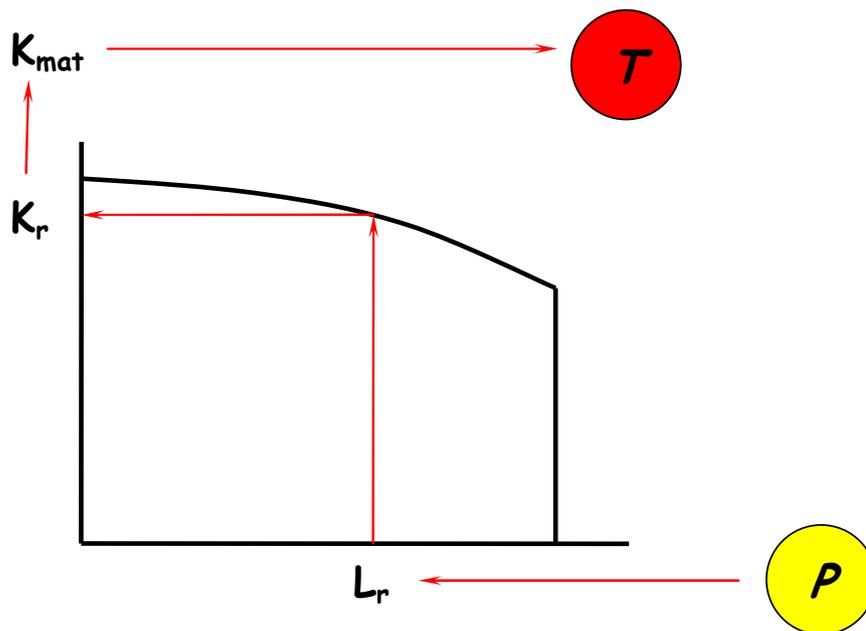


Figura 5.20 Proceso de elaboración de las curvas $p-T$ a partir de un FAD

En realidad el proceso es ligeramente más complicado puesto que L_r depende de la carga de colapso, P_L , que, a su vez, depende del límite elástico del material, el cual es función de la temperatura, $\sigma_Y(T)$ (esta dependencia, para el material de interés, fue presentada en el Capítulo 3). Por lo tanto, el primer paso de la secuencia ofrecida en la Figura 5.20, requiere del resultado final de la operación, es decir, de la temperatura T .

Por esta razón, en la obtención de cada punto (T_i, p_i) de la curva ha sido necesario desarrollar un proceso interno de iteración, que es el que se ilustra en la Figura 5.21. En concreto, para la presión p_i se asume inicialmente una carga de colapso P_L^0 que conlleva, tras entrar en el FAD, una temperatura mínima T^0 . Ésta determina el valor del límite elástico $\sigma_Y^0(T^0)$, que permite determinar una nueva carga de colapso, P_L^1 y, a su vez una nueva temperatura, T^1 y continuar iterando hasta la convergencia en la temperatura. La condición de salida del bucle se ha fijado arbitrariamente imponiendo $|T^j - T^{j-1}| \leq 0.01^\circ F$.

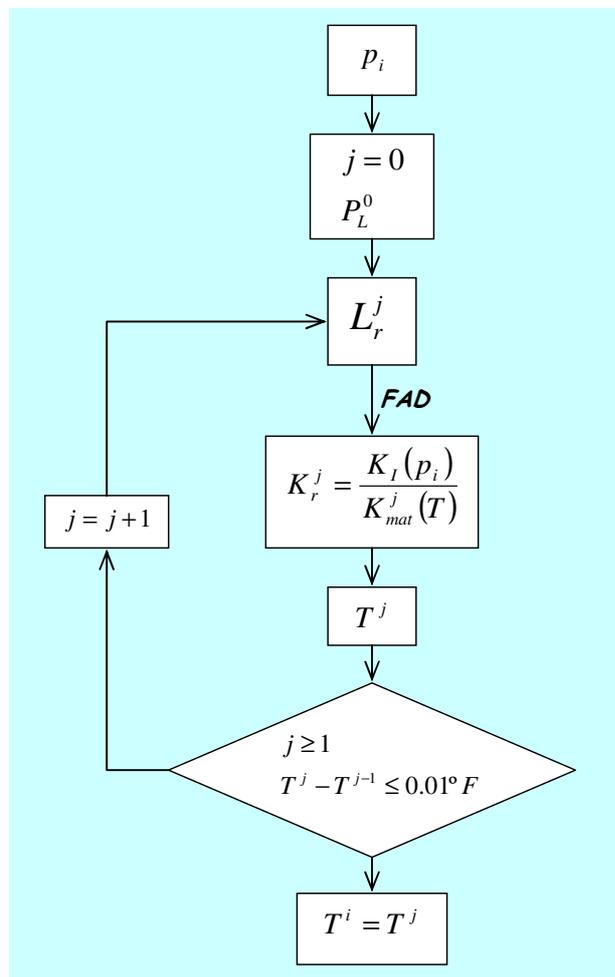


Figura 5.21 Proceso iterativo de cálculo para la obtención de cada punto de la curva $p-T$

Conviene recordar, para facilitar el análisis que sigue, que los dos últimos métodos descritos, el de la Curva Patrón y el del documento FITNET representan soluciones

necesariamente conservadoras, por varias razones. Primero, por las importantes dimensiones del defecto postulado que se ha considerado en los cálculos. Segundo, porque en la condición de diseño se ha empleado un factor de seguridad en las solicitaciones primarias (que son, decididamente, las de mayor entidad) de valor 2. Finalmente, en tercer lugar, porque el material se ha caracterizado con probetas que presentan fisuras profundas, es decir, en condiciones de altísimo confinamiento, mientras que los defectos en estructuras reales se encuentran bajo situaciones de reducida triaxialidad (véase la referencia [39] para una discusión detallada al respecto).

5.2.4.5 Conclusiones del estudio comparativo

La Figura 5.22 recoge el resultado del estudio comparativo efectuado. Las cuatro curvas $p-T$ que en ella se presentan permiten visualizar el impacto de las diferentes herramientas sobre el análisis de Integridad Estructural. En primer lugar se aprecia que, la curva obtenida por medio del procedimiento ASME [48] y, en menor medida, la que procede del Code Case N-629 [70] ofrecen una respuesta mucho más conservadora que aquellas basadas en análisis que incorporan el concepto de Temperatura de Referencia, T_0 . Por otra parte se observa que, como era previsible, las curvas del método “de la Curva Patrón” y del procedimiento FITNET son básicamente similares, puesto que los valores de T_0 que ambas emplean son muy parecidos y, por otra parte, por tratarse de un análisis de rotura frágil, el Diagrama de Fallo apenas introduce restricciones respecto de un cálculo en MFEL.

Teniendo en cuenta que la presión de diseño de la vasija es $p = 7 \text{ MPa}$ puede obtenerse la diferencia en abscisas de las tres últimas curvas mencionadas respecto de la curva ASME. El resultado que se obtiene es ciertamente significativo, como puede apreciarse en la propia Figura 5.22: entre la curva Code Case y la ASME hay una diferencia de aproximadamente 95°C mientras que entre la primera de ellas y las denominadas “Curva patrón” y FITNET, la diferencia asciende a 113°C y 114°C , respectivamente. Los valores recogidos en la Tabla 5.2 permiten estimar la magnitud de estas diferencias. En ella se observa que, para 60 años de vida de la planta (54 EFPY), la predicción de fragilización del material en la pared interior de la vasija ofrece el resultado siguiente:

$$RT_{NDT} - RT_{NDT(U)} = 125.8 - 60.8 = 65^\circ\text{F} \approx 36^\circ\text{C} \quad (5.15)$$

Es decir, el efecto asociado con la metodología de caracterización de las propiedades del material, tomando como referente el método de la Curva Patrón o el procedimiento FITNET, que asciende a 113/114 °C, triplica el efecto total asociado con la irradiación en 60 años de vida de planta. Se llega a conclusiones similares tomando en consideración las curvas $p-T$ que se representan en la Figura 5.19, donde se pone de manifiesto el efecto de la irradiación. Allí puede apreciarse que para $p = 7 \text{ MPa}$, el desplazamiento de las mismas asciende a 30 °C y 33 °C para 32 y 54 EFPY, respectivamente.

Teniendo en cuenta que, como se ha justificado a lo largo del texto, las soluciones basadas en T_0 deben resultar necesariamente conservadoras, este resultado ofrece una perspectiva del nivel de conservadurismo que el procedimiento ASME, basado en la temperatura RT_{NDT} , incluye, de manera poco justificada, en los análisis de Integridad Estructural de las vasijas de reactores.

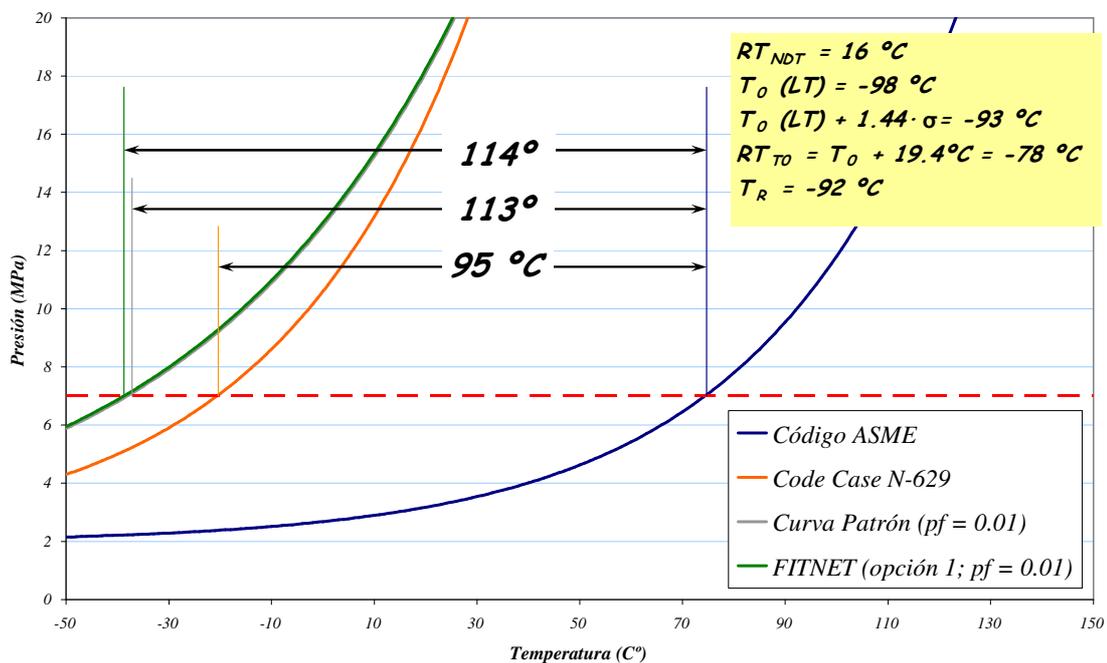


Figura 5.22 Curvas $p-T$ obtenidas por diferentes procedimientos

Con respecto al Code-Case N-629, teniendo en cuenta que, para la presión nominal $p = 7 \text{ MPa}$, la diferencia en temperaturas respecto de la Curva FITNET es de,

aproximadamente, $19^{\circ}C$, la crítica se orienta preferentemente sobre la consistencia interna del procedimiento. En efecto, si bien en este caso particular el conservadurismo no es excesivo (tanto comparando con el resultado anterior como desde el punto de vista de las incertidumbres en las temperaturas de referencia) cabe cuestionarse el sentido de un procedimiento artificial, basado en un concepto arbitrariamente definido como es RT_{T_0} . En este sentido, a la luz de los resultados y de las consideraciones expuestas a lo largo de esta tesis, se propone la metodología basada en la Curva patrón o en el Procedimiento FITNET como herramientas para el análisis de Integridad Estructural de la rotura frágil de vasijas puesto que ambos ofrecen resultados conservadores y equivalentes en este ámbito. El procedimiento FITNET presenta la ventaja frente al método de la Curva Patrón de ser aplicable también ante evaluaciones de Integridad Estructural en condiciones dúctiles (puesto los Diagramas de fallo incluyen todo el espectro de posibles modos de iniciación del fallo, desde la rotura frágil al colapso plástico) mientras que, por otro lado, el procedimiento de la Curva Patrón resulta de más sencilla aplicación en casos de rotura frágil, como el estudiado en esta tesis.

5.3 *Integridad Estructural de la vasija ante situaciones dinámicas*

Es un hecho conocido que las propiedades resistentes y en fractura de los materiales, y en particular de los aceros, se ven afectadas por la velocidad de sollicitación. En el Apartado 4.4.5 de esta tesis fue presentado un modelo semi-empírico, fórmula (4.4), debido a Wallin [108], que permite obtener la modificación que experimenta la Temperatura de Referencia T_0 al incrementar la velocidad de sollicitación, expresada en términos de la tasa de variación del factor de intensidad de tensiones, \dot{K}_I .

En el ámbito de esta tesis cabe preguntarse acerca de la posible existencia de sollicitaciones de naturaleza dinámica sobre la vasija del reactor y, en tal caso cuantificar su efecto sobre su Integridad Estructural. La respuesta a esta pregunta se desarrolla a continuación.

5.3.1 *Sollicitaciones dinámicas en la vasija del reactor*

Con anterioridad se han analizado varias sollicitaciones de naturaleza transitoria en la vasija, en concreto, los procesos de calentamiento y enfriamiento descritos en el

Apartado 5.2. Presumiblemente, los valores de \dot{K}_I en estos casos deben resultar muy reducidos puesto que los procesos de calentamiento y enfriamiento de la vasija se hacen de manera paulatina, en intervalos de tiempo que se miden en horas. En consecuencia, tanto las variaciones en la presión (que originan el término K_{lm}) como en la temperatura (responsables de K_{II}) se desarrollan con lentitud. A pesar de ello, se ha decidido comprobar este extremo. Para ello, se ha obtenido la curva que relaciona el factor térmico de intensidad de tensiones, K_{II} , frente al tiempo, en el proceso de enfriamiento a $100^\circ F/h$ con una fisura interior, como se muestra en la Figura 5.23. La pendiente de cada tramo representa la velocidad de sollicitación en términos del factor de intensidad de tensiones, \dot{K}_{II} . En el primero de los tramos, que se corresponde con la primera media hora de enfriamiento, se obtiene el siguiente valor:

$$\left. \begin{array}{l} t = 30 \text{ min} = 1800 \text{ s} \\ \Delta K_{II} = 4.241 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2} \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{K}_{II} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2} \cdot \text{s}^{-1} \quad (5.16)$$

Este resultado confirma las sospechas preliminares y permite descartar cualquier influencia dinámica en las operaciones normales de calentamiento y enfriamiento.

A pesar de los resultados arriba expuestos, puede plantearse la existencia de condiciones accidentales de operación que conduzcan a efectos dinámicos de entidad suficiente como para afectar a la Temperatura de Referencia, T_0 , del material constitutivo de la vasija. En este sentido, se han considerado dos posibles escenarios de naturaleza dinámica sobre la vasija del reactor: en primer lugar el accidente denominado LOCA (*Loss of Coolant Accident*) que se describe en el Apartado 5.3.1.1 y, en segundo lugar, una situación hipotética consistente en un choque térmico súbito, que se analiza en el Apartado 5.3.1.2.

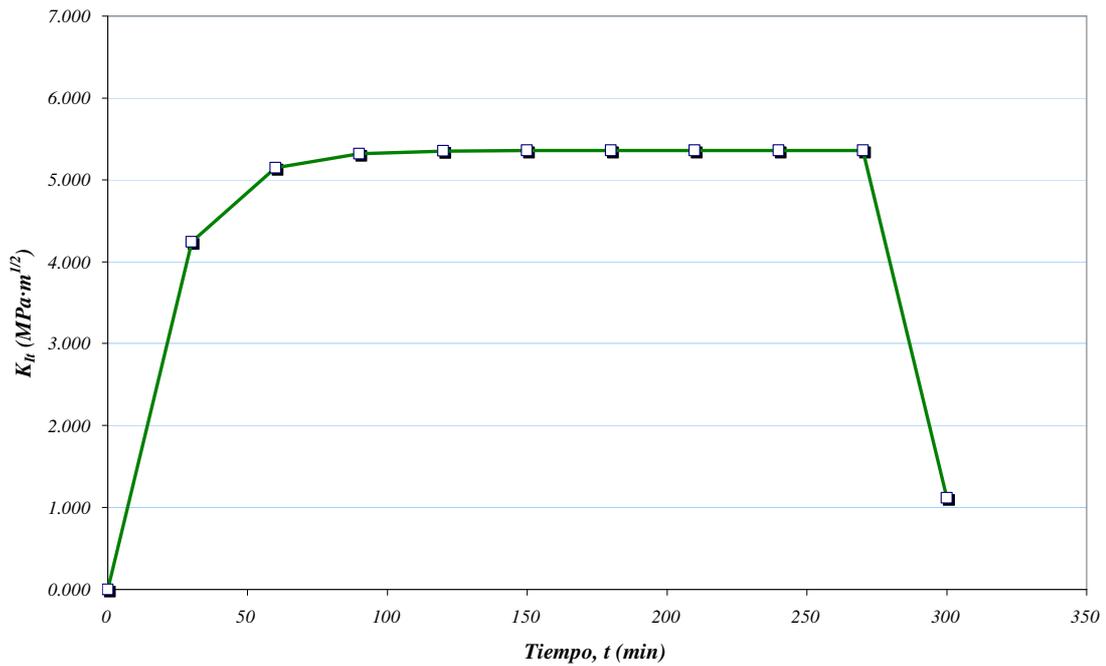


Figura 5.23 Factor de intensidad de tensiones frente al tiempo para un enfriamiento a $100^{\circ} F/h$ con fisura interior

5.3.1.1 Efectos dinámicos ante un accidente tipo LOCA

Como se describe en la referencia [112], de entre los eventos denominados LOCA, el accidente pésimo para la región *beltline* consiste en la rotura brusca de la línea principal de vapor en un reactor BWR cuando éste se encuentra trabajando a plena potencia; de inmediato se activan las medidas de emergencia y la vasija se inunda con agua de refrigeración generando tensiones de naturaleza térmica en la pared de la vasija. Las condiciones térmicas durante un evento LOCA pueden clasificarse en dos categorías:

- Inmediatamente tras el accidente, el reactor experimenta una rápida despresurización en condiciones isotermas puesto que todavía no se han activado los sistemas de emergencia de refrigeración del núcleo (*ECCS, Emergency Core Cooling Systems*). Consecuentemente, parte del líquido en la región que envuelve al núcleo pasa a fase vapor lo cual, a su vez, conlleva la siguiente secuencia de eventos:
 - Aproximadamente un segundo después de la despresurización se activan los sistemas ECCS. Ello es debido a que, al aumentar la fracción gaseosa,

disminuye el efecto moderador y, por lo tanto, el rendimiento del reactor. Los sistemas de emergencia están diseñados para actuar automáticamente en tal situación introduciendo las barras de control en el núcleo y líquido de refrigeración en la vasija.

- En el momento de la caída de presión el líquido en contacto con la vasija pasa automáticamente a fase vapor. De esta forma, las condiciones de transferencia de calor se modifican, puesto que el intercambio de energía se produce ahora entre el acero de la vasija y el vapor de agua. Desde el punto de vista de los parámetros del cálculo térmico, este fenómeno supone una severa modificación del valor del coeficiente de película, llegando a valores de hasta $h_{CL} = 10000 \text{ Btu}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{ft}^{-2}\cdot^{\circ}\text{F}$.
- Algún tiempo después de activarse los ECCS la temperatura del fluido se reduce lo suficiente como para volver a fase líquida, recuperándose las condiciones habituales de transferencia energética.

En el trabajo [112] se ofrecen valores numéricos que permiten desarrollar un análisis detallado del proceso, concretamente las curvas que recogen los valores de presión, temperatura y coeficiente de película en función del tiempo, las cuales se reproducen seguidamente, Figura 5.24 a Figura 5.26. En la primera de ellas puede apreciarse la rápida despresurización que hace que en un tiempo de aproximadamente 70 segundos la presión pase de 7 MPa a menos de 1 MPa y que se alcance la presión atmosférica en unos cinco minutos. Durante esos primeros cinco minutos, Figura 5.25, la despresurización viene acompañada de un descenso de la temperatura desde la de operación, 288 °C, hasta aproximadamente los 100 °C. En este tiempo la presión es suficientemente reducida como para permitir la presencia de fase vapor en el contacto con la vasija. Por esta razón, como puede apreciarse en la Figura 5.26, el coeficiente de película presenta dos regiones claramente diferenciadas con valores elevados (propios de un contacto acero-vapor de agua) hasta 300 segundos y valores reducidos (contacto acero-agua) a partir de este momento.

El coeficiente de película que aquí se representa se corresponde con el que se manifiesta en el contacto entre el fluido refrigerante (ya sea agua o vapor) y el *cladding* de la

vasija. Como ya se mencionó en el Apartado 5.2.3, la fórmula (5.95) permite la obtención de un coeficiente de película equivalente, h_{eq} . Sustituyendo en dicha expresión el valor de $h_{CL} = 10000 \text{ Btu}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{ft}^{-2}\cdot^{\circ}\text{F} \approx 56781 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ se llega al resultado de $h_{eq} = 4330 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, que es el valor que se ha utilizado en los cálculos.

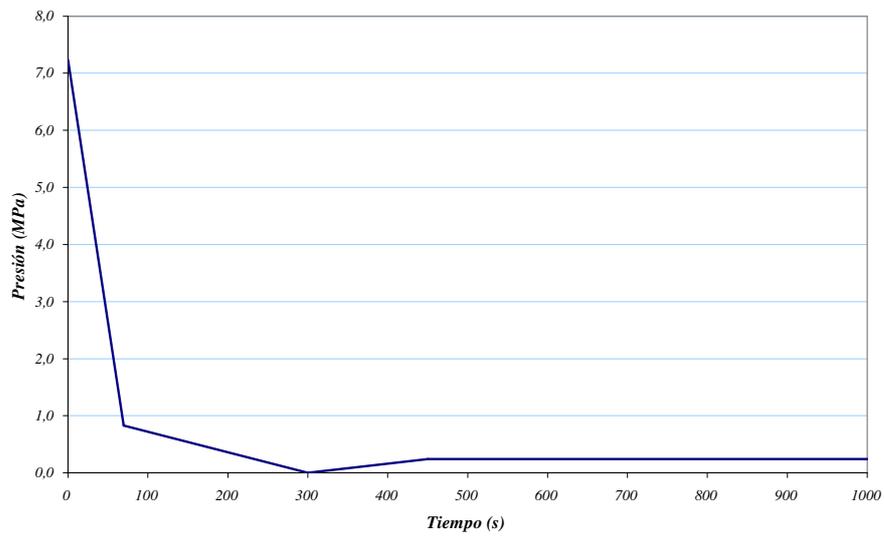


Figura 5.24 Evolución de la presión en el tiempo ante un evento tipo LOCA

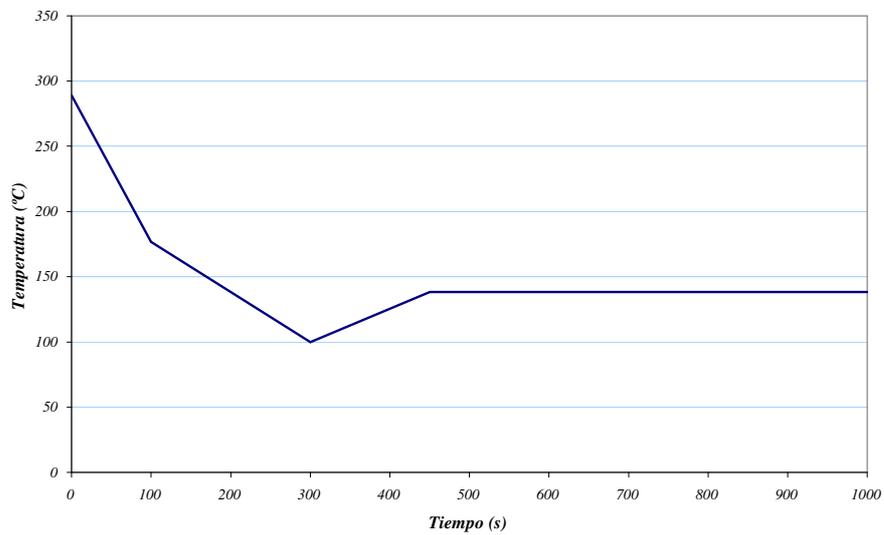


Figura 5.25 Evolución de la temperatura en el tiempo ante un evento tipo LOCA

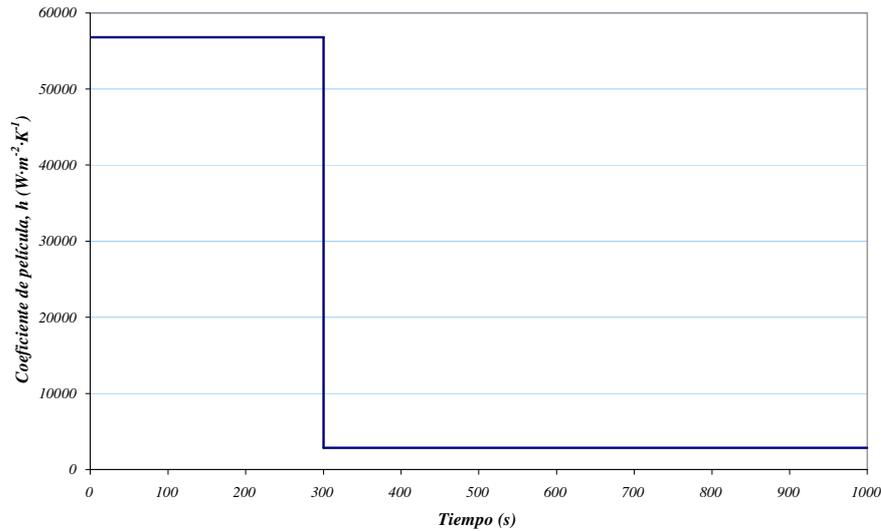


Figura 5.26 Evolución del coeficiente de película en el tiempo ante un evento tipo LOCA

Con esta información se ha desarrollado un cálculo termo-mecánico por Elementos Finitos similar a los elaborados con anterioridad, para averiguar la evolución del factor térmico de intensidad de tensiones, K_{tt} , en función del tiempo. Como en los otros casos, se han obtenido los perfiles de temperaturas en el espesor de la vasija mediante un análisis térmico, introduciendo como datos de entrada los que se recogen en la Figura 5.25 y en la Figura 5.26. Los mapas de temperaturas así calculados se han introducido como sollicitación en un análisis de tipo mecánico que ha permitido extraer la evolución de los perfiles de tensiones térmicas circunferenciales en el espesor de la vasija en función del tiempo, como se recoge en la Figura 5.27. En ella puede apreciarse que, hasta un tiempo de 300 segundos, aumenta la cuantía de las tensiones circunferenciales y que, desde ese instante, comienzan a atenuarse.

Finalmente, a partir de los perfiles de tensiones puede obtenerse la representación de K_{tt} en función del tiempo, empleando para ello las fórmulas del Code Case N-588 [69]. Los resultados se recogen en la Figura 5.28, permitiendo apreciar como, nuevamente, de desde los 300 segundos comienza la atenuación del proceso. A partir de la Figura 5.28 resulta inmediato el cómputo de las velocidades de sollicitación, \dot{K}_{tt} , por derivación numérica, obteniéndose los resultados que aparecen en la Figura 5.29. En ella se evidencia que, ante un accidente tipo LOCA, pueden llegarse a alcanzar velocidades de

solicitud de, aproximadamente, $\dot{K}_{II} = 0.40 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}\cdot\text{s}^{-1}$. Se trata de valores reducidos, cuyo efecto sobre las propiedades en fractura del material resultan despreciables.

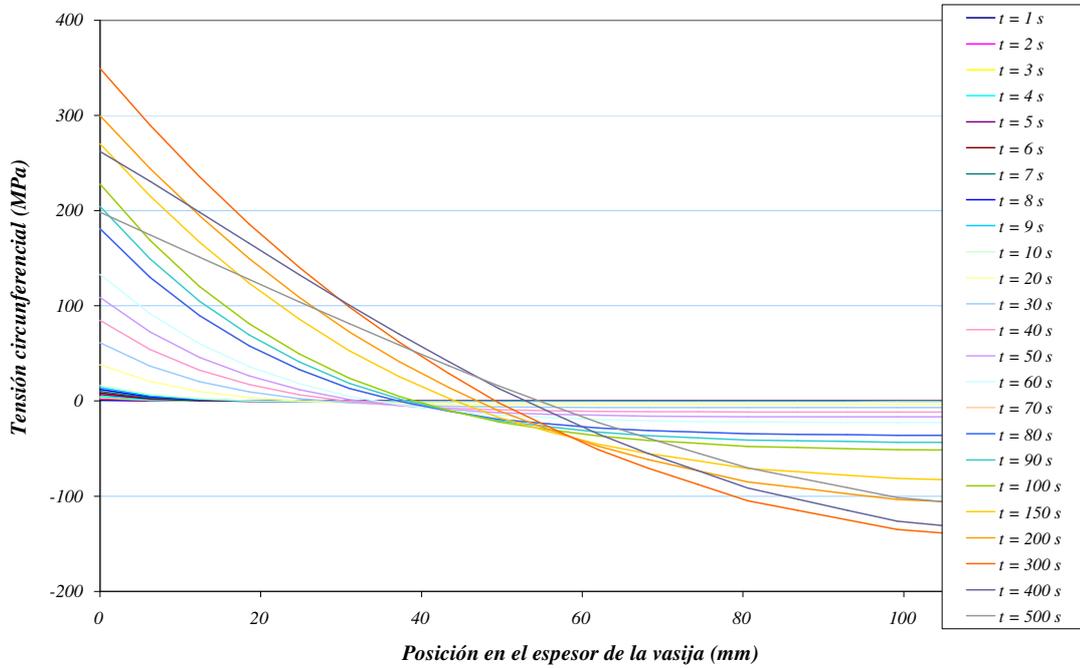


Figura 5.27 Evolución de las tensiones térmicas circunferenciales ante un evento LOCA

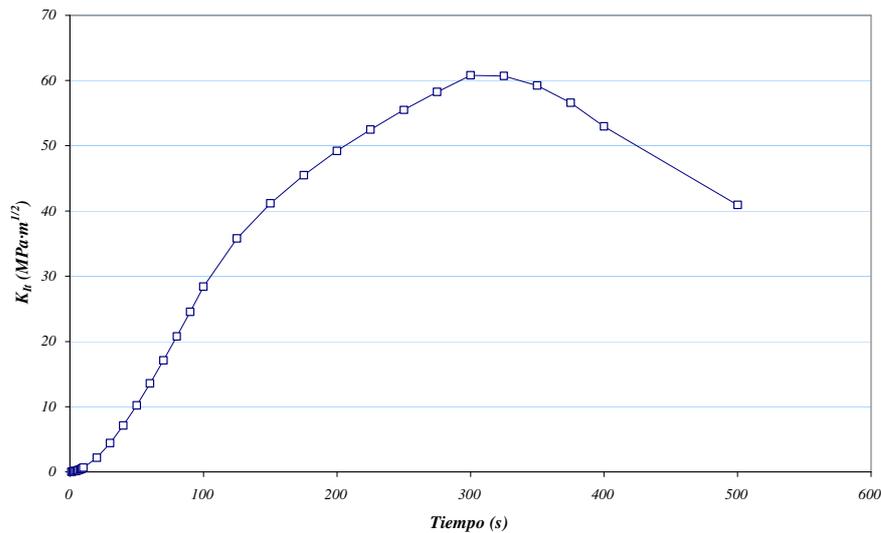


Figura 5.28 Representación del factor térmico de intensidad de tensiones, K_{II} , en función del tiempo, ante un evento tipo LOCA

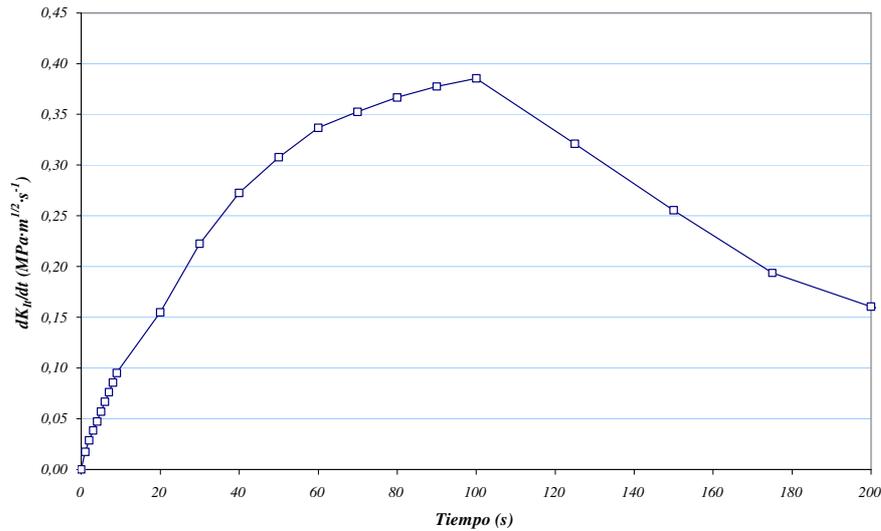


Figura 5.29 Representación de la velocidad de sollicitación, \dot{K}_{It} , en función del tiempo, ante un evento tipo LOCA

5.3.1.2 Efectos dinámicos ante un choque térmico postulado

A pesar de los resultados arriba expuestos, puede plantearse la existencia de condiciones accidentales de operación que conduzcan a efectos dinámicos de entidad suficiente como para afectar a la Temperatura de Referencia, T_0 , del material constitutivo de la vasija. En este sentido, se ha considerado el efecto de un posible choque térmico, entendiéndolo como tal un proceso de enfriamiento súbito, en el cual el líquido refrigerante, que se encuentra a temperatura ambiente (aquí se considerarán $37^\circ C$), se introduce en la vasija, a temperatura de operación (nominalmente $288^\circ C$) de manera descontrolada, produciendo un descenso térmico de gran velocidad.

Esta situación aquí considerada es meramente hipotética, y no se dispone de información realista acerca de las posibles velocidades de enfriamiento que experimentaría la vasija. Por este motivo, se ha supuesto, de manera conservadora, que el proceso descrito es asimilable con una variación térmica prácticamente instantánea en el fluido refrigerante. En concreto se ha asumido que, como se recoge en la Figura 5.30, el fluido en el interior de la vasija pasa de los $288^\circ C$ a los $37^\circ C$ en tan sólo un segundo. La metodología de cálculo es similar a la expuesta en el Apartado 5.3.1.1, con la salvedad de que aquí se ha tomado de nuevo $h_{eq} = 1106.1 J/m^2 \cdot s \cdot K$ para el

coeficiente de película equivalente, como en el Apartado 5.2.3, puesto que se asume en todo momento que el fluido permanece en fase líquida (puesto que no se produce ninguna caída de presiones).

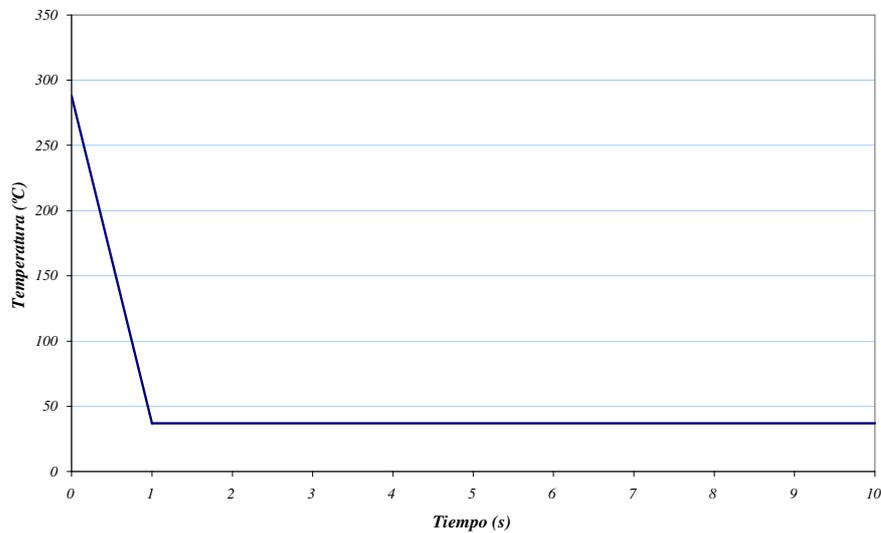


Figura 5.30 Temperatura en función del tiempo en el choque térmico analizado

En la Figura 5.31 se aprecia el valor que adopta el factor de intensidad de tensiones térmico, K_{It} , en función del tiempo: inicialmente experimenta un aumento importante y posteriormente se atenúa a medida que los mecanismos de conducción térmica reducen los gradientes térmicos radiales. La Figura 5.32 representa la velocidad de sollicitación, \dot{K}_{It} , es decir, la derivada de la gráfica de la Figura 5.31. En esta última resulta posible apreciar el valor máximo, que vale, $\dot{K}_{It} = 1.4 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}\cdot\text{s}^{-1}$.

Operando este valor con la expresión (4.4) se llega al resultado $\Delta T_0 = 1.5^\circ\text{C}$. Esta posible modificación en la Temperatura de Referencia resulta completamente despreciable, máxime si se tiene en consideración que es menor que la propia desviación estadística en T_0 . Además, permite concluir, que no existe sollicitación dinámica alguna de origen térmico en la planta con entidad suficiente como para ser considerada de naturaleza dinámica desde el punto de vista de las propiedades en fractura del material.

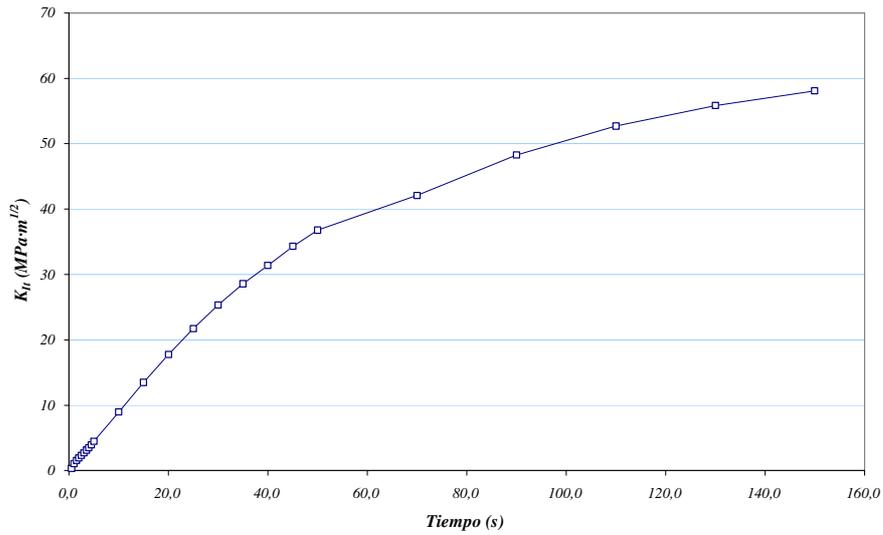


Figura 5.31 Variación del factor de intensidad de tensiones térmico en función del tiempo ante un choque térmico instantáneo

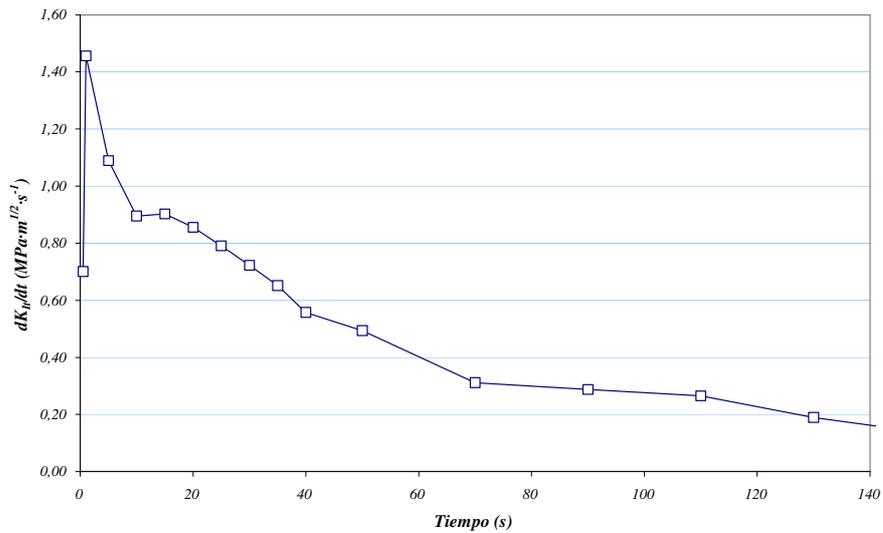


Figura 5.32 Velocidad de sollicitación, \dot{K}_t , ante un choque térmico instantáneo

5.4 Sumario

En este capítulo se ha hecho uso de la información experimental consignada en el Capítulo 4 y de las herramientas de análisis presentadas en el Capítulo 2, para la resolución de un ejercicio de Integridad Estructural sobre la vasija del reactor estudiada en esta tesis.

Puesto que el ejercicio a resolver consiste en estudiar las curvas $p-T$ de la vasija ante transitorios térmicos, en primer lugar se ha descrito con detalle el método utilizado en la obtención de los estados tensionales ante tales situaciones. Este procedimiento ha sido validado por dos vías: por comparación directa con información extraída de la bibliografía y por medio de un modelo de elementos finitos.

Seguidamente se ha identificado la situación pésima de análisis, dentro de las posibilidades y con las herramientas contempladas por la normativa vigente. Complementariamente, se ha estudiado el efecto de la irradiación neutrónica de la vasija sobre esta curva $p-T$.

A continuación, se han obtenido las curvas $p-T$ por cuatro procedimientos distintos, incorporando plenamente en dos de ellos el concepto de Temperatura de Referencia, T_0 , asociado con la Curva Patrón. La comparación de estos resultados ha permitido cuantificar el conservadurismo inherente en la metodología clásica de análisis.

Finalmente, a modo de complemento, se ha practicado un análisis de las posibles situaciones de índole dinámica que pueden manifestarse en las operaciones transitorias de la vasija.

Apéndice I Fundamentos matemáticos

Antes de proceder a la definición de “Función de Transferencia” [113], concepto fundamental para evaluar la respuesta de cualquier sistema dinámico ante una sollicitación transitoria, conviene recordar algunos conceptos relacionados con la Transformada de Fourier y sus propiedades.

Dada una función arbitraria, $f(x)$, se define su Transformada de Fourier³⁰, $g(k)$ [114] (que se desarrolla en el denominado “espacio recíproco” complejo “ k ”), de acuerdo con la expresión (I.1):

$$g(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot e^{-ikx} \cdot dx \quad (\text{I.1})$$

La definición (I.1) implica la propiedad según la cual la Transformada de Fourier de $g(k)$, que se define según (I.2), permite recuperar la función original, $f(x)$, es decir:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(k) \cdot e^{ikx} \cdot dk \quad (\text{I.2})$$

³⁰ Existen diversas definiciones, todas ellas equivalentes. Aquí se ha optado por la versión simétrica de la Transformada de Fourier.

Por otra parte, dadas dos funciones, $f_1(x)$ y $f_2(x)$, se denomina Integral de Convolución de las mismas [114], que se denota como $f_1(x) \otimes f_2(x)$, a la función $F(x)$ que verifica la definición (I.3):

$$F(x) = f_1(x) \otimes f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \cdot f_2(x - \tau) \cdot d\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x - \tau) \cdot f_2(\tau) \cdot d\tau \quad (I.3)$$

La Figura 5.33 [115] permite apreciar el sentido geométrico del proceso de Convolución: esta operación equivale a recorrer el eje de abscisas con copias sucesivas de una de las funciones, por ejemplo $f_2(x)$, cada una de las cuales viene ponderada con el valor que la otra función, $f_1(x)$ en este caso, toma en dicho punto.

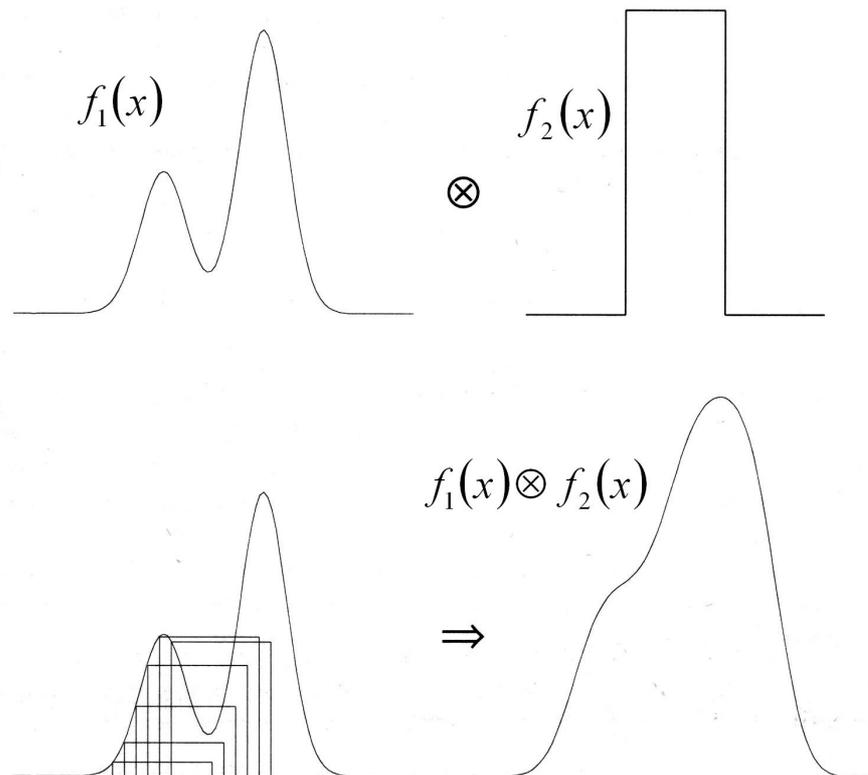


Figura 5.33 Efecto del proceso de Convolución de dos funciones [115]

La Integral de Convolución satisface el denominado “Teorema de Convolución”: dadas dos funciones $f_1(x)$ y $f_2(x)$, y siendo $g_1(k)$ y $g_2(k)$ sus respectivas transformadas de Fourier (5.1) y $G(k)$ el producto de estas, (I.4):

$$G(k) = g_1(k) \cdot g_2(k) \quad (I.4)$$

se verifica que la Integral de Convolución de $f_1(x)$ y $f_2(x)$, $F(x)$, (5.3), es la Transformada de Fourier de $G(k)$, es decir:

$$F(x) = f_1(x) \otimes f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} G(k) e^{ikx} \cdot dk = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [g_1(k) g_2(k)] e^{ikx} \cdot dk \quad (I.5)$$

Hecha esta introducción, puede presentarse el concepto de Función de Transferencia. Considérese un sistema dinámico con un único grado de libertad (GDL). Sea $f(t)$ la función que excita dicho GDL en el tiempo y $x(t)$ la respuesta ante tal excitación. Por ejemplo, para un sistema mecánico con un GDL, $f(t)$ puede representar la fuerza actuante sobre dicho GDL en función del tiempo y $x(t)$ el movimiento que experimenta. O, para el caso que aquí se pretende resolver, la función excitadora se identifica con la temperatura del fluido refrigerante de la vasija y la respuesta del sistema con la temperatura en cada punto del espesor de la vasija. Denominando $F(k)$ y $X(k)$ a las Transformadas de Fourier de $f(t)$ y $x(t)$, se verifican las expresiones (I.6) y (I.7):

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) \cdot e^{ikt} \cdot dk \quad \Leftrightarrow \quad F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-ikt} \cdot dt \quad (I.6)$$

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} X(k) \cdot e^{ikt} \cdot dk \quad \Leftrightarrow \quad X(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-ikt} \cdot dt \quad (I.7)$$

La Función de Transferencia del sistema, $H(k)$, que se formula en el espacio recíproco, se define [113] según (I.8):

$$H(k) = \frac{X(k)}{F(k)} \quad (I.8)$$

Equivalentemente se deduce la relación (I.9), que permite identificar a $H(k)$ como la función de proporcionalidad entre la excitación y la respuesta en el espacio k .

$$X(k) = H(k) \cdot F(k) \quad (I.9)$$

De acuerdo con las consideraciones anteriores, $h(t)$, la Transformada de Fourier de la función de transferencia $H(k)$, puede ponerse como (I.10):

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} H(k) \cdot e^{ikt} \cdot dk \quad (I.10)$$

Sustituyendo (I.9) en la expresión (I.7) para $x(t)$ se llega a (I.11).

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} X(k) \cdot e^{ikt} \cdot dk = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} H(k) \cdot F(k) \cdot e^{ikx} \cdot dk \quad (I.11)$$

Aplicando ahora el Teorema de Convulación (I.5) sobre la expresión anterior, es posible alcanzar la fórmula (I.12) que expresa la respuesta del sistema dinámico, $x(t)$, como Convulación entre la sollicitación $f(t)$ y la Transformada de Fourier de la Función de Transferencia, $h(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot f(t - \tau) \cdot d\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) \cdot f(\tau) \cdot d\tau \quad (I.12)$$

De esta forma, conocida la función de transferencia H de un sistema dinámico (y, consecuentemente, su transformada h), es posible obtener su respuesta, x , ante una sollicitación arbitraria, f , sin más que proceder a la integración que se recoge en la expresión (5.12). Esta propiedad justifica la importancia atribuida a la Función de Transferencia en los primeros párrafos de este apartado.

Desafortunadamente, en un caso general no resulta trivial obtener la expresión de la función de transferencia H . No obstante, como se demuestra a continuación, el estudio de algunos casos idealizados permite desarrollar expresiones generales aplicables en la práctica. En este sentido, en los epígrafes que siguen, se desarrollan dos casos de referencia (respuesta de un sistema antes los estímulos unitario y escalón, respectivamente), de relevancia para las demostraciones que se recogen en el Apéndice II de esta tesis.

- Respuesta de un sistema dinámico ante un estímulo unitario

Un impulso unidad puede tratarse matemáticamente por medio de la distribución delta de Dirac, cuya “apariencia”³¹ se observa en la Figura 5.34 [115], que se define, [116], según, (I.13).

$$\begin{aligned} \forall t \neq t_0 \rightarrow \delta(t - t_0) &= 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) \cdot f(t) dt &= f(t_0) \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

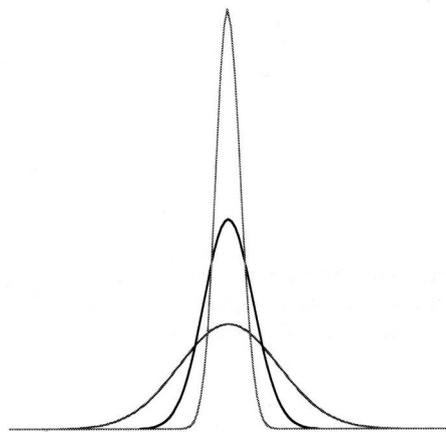


Figura 5.34 Apariencia de la distribución delta de Dirac [115]

Supóngase que el sistema dinámico que se analiza es excitado por medio de una sollicitación asimilable a un impulso unidad en el instante $t_0 = 0$, es decir, $f(t) = \delta(t)$.

La Transformada de Fourier, $F(k)$, de la excitación se expresa como (I.14):

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \cdot e^{-ikt} \cdot dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-ik0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \quad (\text{I.14})$$

³¹ La distribución de Dirac no es una función y, por lo tanto, no tiene “apariencia”. No obstante, en la práctica puede ser sustituida por funciones (denominadas “representaciones”) que dependen de algún parámetro y que en el límite del mismo reproducen las propiedades de la distribución.

Por lo tanto, la respuesta en el espacio recíproco para el impulso unitario será $X(k)$, (I.15), que resulta proporcional a $H(k)$:

$$X(k) = H(k) \cdot F(k) = \frac{H(k)}{\sqrt{2\pi}} \quad (I.15)$$

Finalmente, la obtención de la respuesta $x(t)$ requiere únicamente del cálculo de la transformada inversa de $X(k)$, (I.16):

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} X(k) \cdot e^{ikt} \cdot dk = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H(k)}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{ikt} \cdot dk = \frac{h(t)}{\sqrt{2\pi}} \quad (I.16)$$

Como puede apreciarse, la evolución del sistema ante un estímulo unitario es equivalente, salvo constantes de proporcionalidad, a la transformada inversa de Fourier, $h(t)$, de la función de transferencia compleja, $H(k)$. Esta propiedad dota de significado a la función $h(t)$, la cual constituye una propiedad del sistema dinámico estudiado.

Por otra parte, si se conociera la expresión de $x(t)$ ante el estímulo unitario, resultaría inmediata la obtención de la Función de Transferencia, y con ello, el problema estaría resuelto. Ello no es factible habitualmente y, como se verá más adelante, no lo es en el caso que aquí se pretende resolver. Sin embargo, sí que resultará de utilidad otro caso ideal que es el que se describe en la sección que sigue.

- Respuesta de un sistema ante un estímulo arbitrario: Integral de Duhamel

El Teorema de Convolución constituye la herramienta necesaria para obtener la respuesta del sistema ante una excitación cualquiera. Sea $x_{\delta}(t)$ la evolución del sistema ante un impulso unidad, (5.16). Puede establecerse la siguiente relación, (I.17):

$$h(t) = \sqrt{2\pi} \cdot x_{\delta}(t) \Rightarrow h(t - \tau) = \sqrt{2\pi} \cdot x_{\delta}(t - \tau) \quad (I.17)$$

Introduciendo (I.17) en la segunda de las fórmulas contenidas en (I.12) se llega a la expresión (I.18) la cual proporciona la evolución del sistema ante una sollicitación arbitraria $f(t)$ en función de $x_{\delta}(t)$:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_{\delta}(t - \tau) \cdot f(\tau) d\tau \quad (\text{I.18})$$

Supóngase, de forma razonable, que la función de excitación $f(t)$ actúa durante un intervalo de tiempo finito, comenzando, sin pérdida de generalidad, en el instante $t = 0$ y finalizando en $t = \tau$. En este caso la expresión (I.18) adopta la forma (I.19):

$$x(t) = \int_0^{\tau} x_{\delta}(t - \tau') \cdot f(\tau') d\tau' \quad (\text{I.19})$$

Ambas fórmulas (I.18) y (I.19) son expresiones de la denominada Integral de Duhamel. Su significado ingenieril puede entenderse fácilmente tomando una de las contribuciones diferenciales de la misma, $dx(t)$, (I.20):

$$dx(t) = x_{\delta}(t - \tau') \cdot f(\tau') d\tau' \quad (\text{I.20})$$

En (I.20) el factor $f(\tau') d\tau'$ representa el valor de la sollicitación arbitraria sobre el sistema en el instante $t = \tau'$. Este término se multiplica por $x_{\delta}(t - \tau')$ que se corresponde con la respuesta ante un estímulo unidad aplicado en el mismo momento $t = \tau'$. De esta forma, la integral (I.19) representa la suma de todas estas contribuciones diferenciales.

Evidentemente, esta formulación es aplicable sólo si se conoce la función $x_{\delta}(t)$, que en general no es el caso. En el epígrafe siguiente se desarrolla una aproximación matemáticamente equivalente del problema, basada no en el estímulo unitario aquí considerado, sino en la denominada “sollicitación escalón”, que permitirá desarrollar en los apartados posteriores expresiones plenamente aplicables.

- Respuesta de un sistema dinámico ante un estímulo escalón

Las consideraciones expresadas en el punto anterior implican que, una vez que se conoce la respuesta ante un estímulo unitario, $x_{\delta}(t)$, resulta trivial calcular el comportamiento temporal, $x(t)$, ante una excitación cualquiera, $f(t)$, sin más que evaluar, en general, numéricamente, la Integral de Duhamel, (I.19). Sin embargo, en la

mayoría de las ocasiones la función $x_\delta(t)$ resulta desconocida y de difícil obtención. Un caso de interés se da cuando lo que se conoce es la respuesta $x_\theta(t)$ ante una función excitadora del tipo escalón (función Heaviside³²), $\theta(t)$, que se define [114] de acuerdo con (I.21).

$$\theta(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases} \quad (\text{I.21})$$

En la Figura 5.3 [114] se recoge una representación de esta función con $t_0 = 0$.

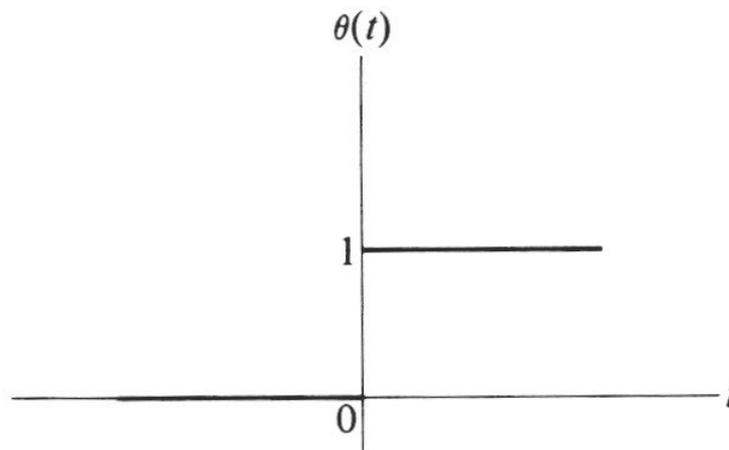


Figura 5.35 Función escalón [2]

Puede demostrarse de manera rigurosa [114] que la distribución $\delta(t)$ representa la derivada de la función $\theta(t)$, (I.22):

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \delta(t) \quad (\text{I.22})$$

³² Así denominada en homenaje al matemático británico Oliver Heaviside (1850–1925), responsable de notables aportaciones en el ámbito del electromagnetismo (por ejemplo, el teorema de Poynting, propuesto simultánea e independientemente del propio Poynting) así como en matemáticas, donde inaugura la disciplina conocida como cálculo operacional (de la cual, la expresión (I.24) supone un ejemplo) [117].

Puesto que para aplicar la Integral de Duhamel (I.19) es preciso conocer $x_\delta(t)$ y aquí se asume que lo que se conoce es $x_\theta(t)$, la cuestión a solventar es cuál es la relación entre ambas. La demostración siguiente proporciona la respuesta buscada. Puesto que la función excitadora es, en este caso, $f(t) = \theta(t)$, puede ponerse:

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \theta(t) \cdot e^{-ikt} dt \quad (I.23)$$

Por otra parte, operando simbólicamente³² en (I.22) puede despejarse $\theta(t)$:

$$\theta(t) = \left(\frac{d}{dt} \right)^{-1} \cdot \delta(t) \quad (I.24)$$

Introduciendo (I.24) en (I.23) y operando se obtiene una expresión simbólica de $F(k)$:

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{d}{dt} \right)^{-1} \cdot \delta(t) \cdot e^{-ikt} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left(\frac{d}{dt} \right)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \cdot e^{-ikt} \cdot dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left(\frac{d}{dt} \right)^{-1} \quad (I.25)$$

Recordando que $X(k) = H(k) \cdot F(k)$, (5.9), y que la respuesta $x_\theta(t)$ se corresponde con la Transformada de Fourier de $X(k)$, se llega a la fórmula (I.26):

$$x_\theta(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} X(k) \cdot e^{ikt} \cdot dk = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} H(k) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left(\frac{d}{dt} \right)^{-1} e^{ikt} \cdot dk \quad (I.26)$$

Por último, pasando el operador simbólico al primer miembro, se alcanza la relación buscada entre las respuestas $x_\delta(t)$ y $x_\theta(t)$, (5.27):

$$\frac{dx_\theta(t)}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H(k)}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{ikt} \cdot dk = \frac{h(t)}{\sqrt{2\pi}} = x_\delta(t) \quad \Rightarrow \quad x_\delta(t) = \frac{dx_\theta(t)}{dt} \quad (I.27)$$

Es decir, de acuerdo con esta última demostración (I.27), la respuesta temporal ante una excitación unitaria, $x_\delta(t)$, es equivalente a la derivada respecto del tiempo de la respuesta frente a una sollicitación tipo escalón, $x_\theta(t)$. Así, incorporando esta conclusión

en la Integral de Duhamel (I.19) se llega a la fórmula (5.28), que será particularmente útil en los apartados contenidos en el Apéndice II.

$$x(t) = \int_0^t \left[\frac{dx_\theta(t)}{dt} \right]_{(t-\tau')} \cdot f(\tau') \cdot d\tau' \quad (\text{I.28})$$

Apéndice II Resolución del problema térmico

Como ya se anticipó en el Apartado 5.2.1, aquí se va a desarrollar el tratamiento teórico para resolver el problema de conducción en régimen transitorio en una sola dimensión espacial. Se trata de obtener la ley de temperaturas en el espesor de la pared y en el tiempo, $T(x,t)$, para una vasija que, partiendo de un estado térmico uniforme, experimenta una alteración de sus condiciones de contorno, debido a la variación en la temperatura del fluido que aloja. Se supondrá, como ya se ha mencionado, que el flujo calorífico se desarrolla en una sola dimensión, lo cual exige unas ciertas condiciones de simetría al problema, que son asumibles en regiones alejadas de los extremos de la vasija. En efecto, en estas condiciones el flujo es idealmente radial y el problema se convierte en unidimensional.

Atendiendo a las demostraciones presentadas en el Apéndice I, en particular a la expresión (I.28) para la Integral de Duhamel, la obtención de la respuesta $T(x,t)$ en un caso general en el cual la temperatura del fluido de la vasija varía arbitrariamente en el tiempo, $T(t)$, exige del conocimiento de la respuesta ante una sollicitación escalón, que se denominará, coherentemente, $T_\theta(x,t)$. La literatura especializada proporciona este tipo de soluciones para geometrías sencillas. Los razonamientos que conducen a estas expresiones se presentan seguidamente.

- Ecuación general de transmisión del calor

La Ley de Fourier [118] establece que, en un problema unidimensional, el flujo energético q (es decir, la energía térmica que atraviesa una unidad de superficie por unidad de tiempo, con unidades $J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ en el S.I.) responde a la fórmula (II.1):

$$q_x = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.1})$$

donde k representa la conductividad térmica del medio.

Esta expresión puede fácilmente generalizarse para un problema en tres dimensiones, que, suponiendo un medio isótropo³³, da lugar a la ley (II.2):

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} = -k \cdot \vec{\nabla} T = -k \cdot \begin{pmatrix} \partial T / \partial x \\ \partial T / \partial y \\ \partial T / \partial z \end{pmatrix} \quad (\text{II.2})$$

A continuación, se considera el balance de energías que experimenta un elemento diferencial de volumen dV inmerso en un medio continuo isótropo, de conductividad térmica k . Siendo Q la potencia calorífica (energía por unidad de tiempo), la expresión (II.3) representa la ecuación de continuidad: el balance neto de energías (entrante en el volumen, saliente del mismo y generada³⁴ en su interior) en un intervalo diferencial de tiempo, dt , se traduce en una variación de la temperatura dT del volumen, que viene controlada por el calor específico, c y por la masa dm . Por lo tanto:

$$(dQ_{entr} - dQ_{sal} + dQ_{gen})dt = c \cdot dm \cdot dT \quad (\text{II.3})$$

En la dirección x (y análogamente en cualquiera de las otras dos), la diferencia entre la energía que entra y la que sale del volumen por unidad de tiempo puede expresarse en función de los flujos q de acuerdo con (II.4):

$$[q_x(x) - q_x(x + dx)]dy \cdot dz = \left\{ q_x(x) - \left[q_x(x) + \frac{\partial q_x(x)}{\partial x} \cdot dx \right] \right\} dy \cdot dz = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (\text{II.4})$$

³³ En caso de un medio anisótropo, la conductividad térmica viene representada por un tensor de conductividades de rango 2.

³⁴ Por ejemplo, debido a reacciones químicas o nucleares.

Utilizando la notación vectorial de (II.2), considerando la suma de las contribuciones en las tres direcciones y denominando $q^* = dQ_{gen}/dV$ puede ponerse (II.5):

$$\left(-\vec{\nabla}q + q^*\right)dV \cdot dt = c \cdot (\rho \cdot dV) dT \Rightarrow -\vec{\nabla}q + q^* = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (II.5)$$

Introduciendo la Ley de Fourier (II.2) en la expresión anterior se alcanza la ecuación diferencial (II.6) para obtener el campo de temperaturas en el tiempo $T(\vec{r}, t)$ en cada punto de un medio continuo isótropo sometido a unas determinadas condiciones de contorno (incluyendo la posibilidad de que exista generación interna de calor por unidad de volumen, q^*).

$$k \cdot \nabla^2 T(\vec{r}, t) + q^* = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (II.6)$$

En el caso de que el flujo sea en una sola dirección, x , puede ponerse $T(\vec{r}, t) \equiv T(x, t) \Rightarrow \nabla^2 T \equiv \partial^2 T / \partial x^2$. Además, suponiendo que no existe generación interna de calor, $q^* = 0$, se llega a (II.7):

$$\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\rho \cdot c}{k} \cdot \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (II.7)$$

donde el factor α se denomina “Difusividad Térmica” del medio.

La fórmula (II.7) [118] representa la ecuación diferencial de campo para la temperatura en un proceso unidimensional de transmisión de calor. Por lo tanto, su resolución se convierte en la de la ecuación diferencial en derivadas parciales.

- Aplicación: Fluido envolvente que cambia de temperatura [119]:

Se considera en este caso un medio continuo que experimenta un proceso de transmisión de calor unidimensional, y que se encuentra en contacto con fluidos conductores en sus contornos. Un caso tal se corresponde con el de una placa infinita o cilíndrica donde, por simetría, los flujos transversales son inexistentes. Supóngase que, en $t = 0$, el medio analizado presenta una distribución uniforme de temperatura en todo el espesor L , de valor $T = T_i$, es decir:

$$t = 0, \forall x: T = T_i \quad (\text{II.8})$$

Se impone, por otra parte que, a partir de ese momento, la temperatura del fluido interior pasa a valer T_f . La Ley de Flujo Convectivo, también llamada Ley de Newton [118], permite expresar el flujo de calor (energía por unidad de superficie y tiempo) entre el fluido y el sólido en función de T_f , de T_s (temperatura en el contorno del sólido que se encuentra en contacto con el fluido), y de h , coeficiente de convección o de película³⁵ entre el sólido y el fluido (unidades $J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1} \cdot K^{-1}$ en el S.I.), mediante la ecuación (II.9):

$$q = h \cdot (T_s - T_f) \quad (\text{II.9})$$

Debe entenderse que la temperatura del fluido, T_f , debe considerarse en una región suficientemente alejada del contorno sólido, de modo que los procesos convectivos puedan suponerse recogidos en esta región (denominada “capa límite”).

La Ley Convectiva (II.9), introducida en la ecuación de la Ley de Fourier unidimensional, permite expresar esta nueva condición de contorno asociada con la modificación de la temperatura en el fluido, (II.10).

$$t > 0: -k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_s = h \cdot (T - T_f) \quad (\text{II.10})$$

La solución del sistema formado por (II.8) a (II.10) puede generalizarse si, previamente, éste se expresa en términos adimensionales. En este sentido, se definen las siguientes variables:

³⁵ Este término cuantifica los procesos de conducción entre el sólido y el fluido, teniendo en consideración que este último puede experimentar movimientos convectivos naturales (asociados a las modificaciones en su densidad) o forzados (impuestos desde el contorno). En cada caso, h toma valores diferentes.

Distancia adimensional: $\xi = \frac{x}{L}$ (II.11)

Temperatura adimensional: $T^* = \frac{T - T_f}{T_i - T_f}$ (II.12)

Número de Fourier: $Fo = \frac{\alpha \cdot t}{L^2}$ (II.13)

Número de Biot: $Bi = \frac{hL}{k}$ (II.14)

La ecuación de campo (II.7) y las condiciones de contorno (II.8) y (II.10) se expresan, de acuerdo con este cambio de variables, como sigue:

Ecuación de campo (II.7): $\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = \frac{\partial T^*}{\partial Fo}$ (II.15)

Condición de contorno (II.8): $Fo = 0, \forall \xi: T^* = 1$ (II.16)

Condición de contorno (II.10): $Fo > 0: \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_s = -Bi \cdot T_s$ (II.17)

La solución general de este problema será de la forma (II.18):

$$T^* = f(\xi, Fo, Bi) \quad (II.18)$$

En consecuencia, todos los cuerpos geoméricamente similares con el mismo valor del Número de Biot, Bi , presentarán, para cada valor de número de Fourier, Fo , las mismas temperaturas adimensionales T^* en puntos correspondientes (mismo valor de ξ). Por lo tanto, conocida la solución de este problema general, (II.18), resulta inmediata su aplicación a las condiciones concretas que se desee analizar.

Las expresiones (II.15) a (II.18) pueden particularizarse para el caso en el cual la temperatura de la superficie del sólido cambia bruscamente, ignorando, por lo tanto, la presencia del fluido convectivo. Este caso puede simularse imponiendo un valor infinito al coeficiente de convección, h , o, equivalentemente, al Número de Biot, Bi . Este

recurso puede interpretarse como una imposición de que la temperatura del sólido y del fluido tomen el mismo valor en todo momento puesto que, manipulando la Ley de Convección (II.9) se llega a:

$$T_s - T_f = \frac{q}{h} \rightarrow 0 \Rightarrow T_s = T_f \quad (\text{II.19})$$

o Solución para el caso de una placa infinita

Este caso constituye una idealización cuya simetría obliga a que el flujo calorífico se desarrolle en una sola dimensión, en dirección perpendicular a las superficies de la placa. La solución de este problema puede asimilarse con el proceso de flujo de calor en la región beltline de la vasija de un reactor, puesto que en ambos casos se trata de un flujo unidimensional. Evidentemente, esta aproximación es más exacta en la medida en que la curvatura del cilindro se reduce. Puede asumirse razonablemente que para un objeto de las dimensiones de una vasija, la curvatura presenta un valor suficientemente bajo. Por otra parte, esta solución tiene la ventaja de que es posible desarrollar una solución totalmente analítica, como se demuestra en este apartado.

En general, la resolución de este tipo de problemas se simplifica si en lugar de trabajar con valores absolutos de temperatura, $T(x,t)$, se define, específicamente en cada caso, una nueva variable, $\theta(x,t)$, entendida como la diferencia entre la temperatura T y alguna referencia térmica significativa, T_1 propia del problema considerado, es decir, $\theta(x,t) = T(x,t) - T_1$. Tras realizar este cambio de variable, la ecuación (II.7) queda en la forma (II.20):

$$\frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} \quad (\text{II.20})$$

La ecuación anterior puede resolverse por la técnica de separación de variables, es decir, descomponiendo $\theta(x,t)$ como producto de dos funciones, tal y como se recoge en la expresión (II.21):

$$\theta(x,t) = X(x)Y(t) \quad (\text{II.21})$$

Introduciendo (II.21) en (II.20) y agrupando las variables en ecuaciones diferentes se obtienen dos ecuaciones diferenciales ordinarias independientes, ambas homogéneas de coeficientes constantes, (II.22), separadas por la constante $(-\lambda^2)$, que se introduce por conveniencia.

$$Y(t) \cdot \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot X(x) \cdot \frac{dY(t)}{dt} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{X(x)} \cdot \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = -\lambda^2 \\ \frac{1}{\alpha \cdot Y(t)} \cdot \frac{dY(t)}{dt} = -\lambda^2 \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

El significado de la constante de separación se obtiene tras aplicar las condiciones de contorno del problema. En principio, en el caso más general, la solución puede expresarse como un desarrollo de soluciones parciales, cada una de ellas en la forma de la expresión (II.23):

$$\theta(x, t) = \sum_n X_n(x) \cdot Y_n(t) \quad (\text{II.23})$$

En esta expresión, las funciones $X_n(x)$ y $Y_n(t)$ están sujetas a condiciones similares a las que figuran en las ecuaciones (II.22), es decir:

$$\begin{cases} \frac{1}{X_n(x)} \cdot \frac{d^2 X_n(x)}{dx^2} = -\lambda_n^2 \\ \frac{1}{\alpha \cdot Y_n(t)} \cdot \frac{dY_n(t)}{dt} = -\lambda_n^2 \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Las ecuaciones (II.24) son resolubles trivialmente (se trata de ecuaciones diferenciales ordinarias, homogéneas y de coeficientes constantes), permitiendo establecer la forma general de la solución, (II.25):

$$\theta(x, t) = \sum_n e^{-\lambda_n^2 \cdot \alpha \cdot t} \cdot (B_n \cdot \text{sen} \lambda_n \cdot x + C_n \cdot \text{cos} \lambda_n \cdot x) \quad (\text{II.25})$$

Los coeficientes B_n y C_n que aparecen en (II.25) se determinan imponiendo las condiciones de contorno específicas del problema a resolver.

Aquí se va a considerar, Figura 5.36 [119], el caso de una placa infinita, de espesor $2L$, que en el instante $t = 0$ presenta una distribución de temperaturas simétrica y conocida en su espesor, es decir, (II.26):

$$T(x,0) = \phi(x) \quad (II.26)$$

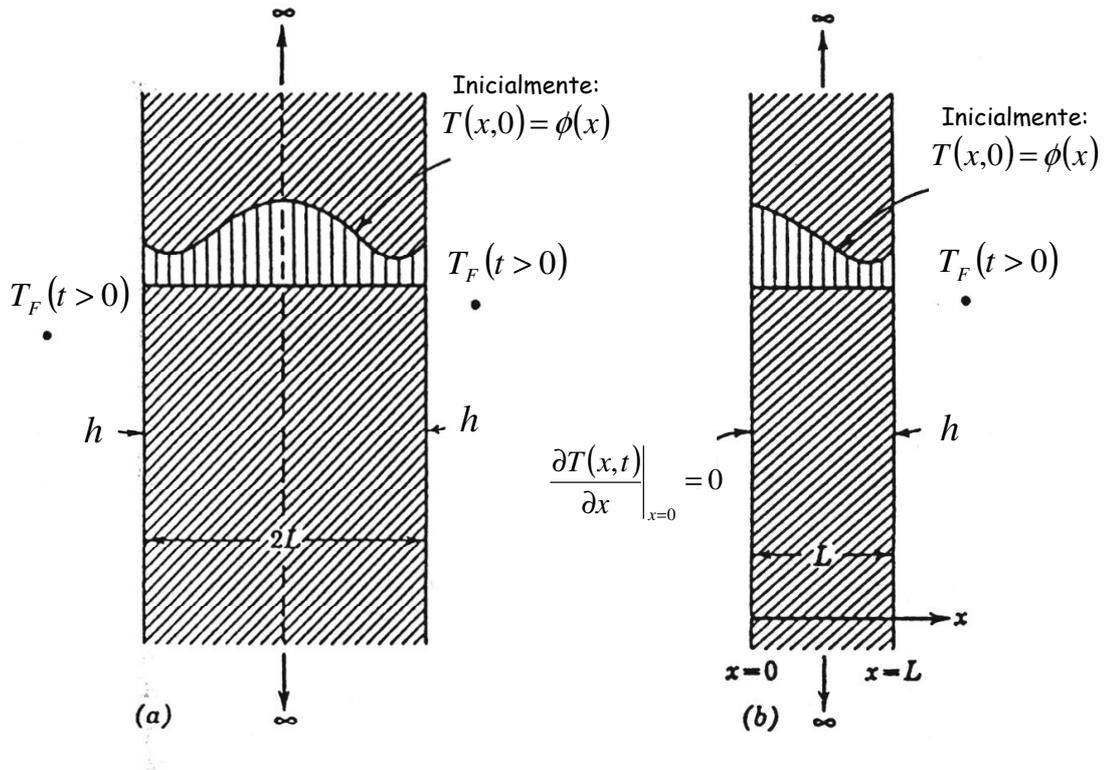


Figura 5.36 Descripción del problema de la placa infinita en un líquido convector [119]

En ese momento, el fluido convector que envuelve la placa por ambos extremos experimenta un cambio de temperatura instantáneo y adopta el valor T_F . La variable $\theta(x,t)$ se define en este contexto en referencia con la temperatura del fluido, es decir, $\theta(x,t) = T(x,t) - T_F$. El proceso de convección viene gobernado por h , coeficiente de película entre el sólido y el fluido, que se supone constante. Matemáticamente, este proceso se corresponde con la ecuación (II.27).

$$t > 0: \quad -k \cdot \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = h \cdot [T(L,t) - T_F] \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = -\frac{h}{k} \cdot \theta(L,t) \quad (II.27)$$

El proceso de transferencia de calor que aquí se plantea es representativo de lo que le sucede a una placa de grandes dimensiones ante un proceso de temple: la placa experimenta que el fluido que la rodea sufre un descenso térmico repentino. En el contexto de la vasija de un reactor no existe un proceso completamente equivalente puesto que los calentamientos y enfriamientos son graduales (salvo que, conservadoramente, se estén analizando situaciones extremas). No obstante, resulta sencillo identificar este problema que aquí se plantea con el desarrollo teórico de la función Heaviside recogido en el Apéndice I.

Efectivamente, el perfil de temperaturas en el fluido en función del tiempo se corresponde exactamente con el de una función escalón y es esta temperatura del fluido la que solicita el único grado de libertad del sistema, en este caso la temperatura en cada posición del espesor. Por lo tanto, el perfil de temperaturas $T(x,t)$ que se obtenga en este desarrollo deberá ser denominado $T_\theta(x,t)$, en coherencia con la denominación general dada en apartados anteriores, $x_\theta(t)$.

Como puede apreciarse, Figura 5.36 [119], dada la simetría existente, el flujo de calor a través del eje de la placa es nulo, por ello, el dominio del problema puede dividirse por dicho eje e, imponiendo la ausencia de flujos en este nuevo contorno, llegar a un problema matemáticamente equivalente, tal y como refleja la propia Figura 5.36. Esta nueva condición se expresa de acuerdo con (II.28).

$$t > 0: \quad -k \cdot \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (\text{II.28})$$

De acuerdo con este razonamiento, la variable x , que representa la posición en el espesor de la placa, tiene ahora su origen en el contorno de la semiplaca que no se encuentra en contacto con el líquido convector que experimenta cambios de temperatura. Al imponer esta segunda condición (II.28) sobre la solución general se deduce que los coeficientes B_n son idénticamente nulos, $B_n = 0$, de forma que ahora, la solución general se expresa como un desarrollo en funciones coseno:

$$\theta(x,t) = \sum_n e^{-\lambda_n^2 \cdot \alpha \cdot t} \cdot C_n \cdot \cos \lambda_n \cdot x \quad (\text{II.29})$$

Por otra parte, introduciendo esta expresión en (II.29) se consigue una ecuación, (II.30), que permite definir los valores para la constante de separación.

$$\operatorname{tg} \lambda_n L = \frac{h}{k \cdot \lambda_n} \Rightarrow \operatorname{tg} \lambda_n L = \frac{hL}{k} \cdot \frac{1}{\lambda_n L} = \frac{Bi}{\lambda_n L} \Rightarrow \cot g \lambda_n L = \frac{\lambda_n L}{Bi} \quad (\text{II.30})$$

La Figura 5.37 [119] permite apreciar la apariencia gráfica de la condición (II.30).

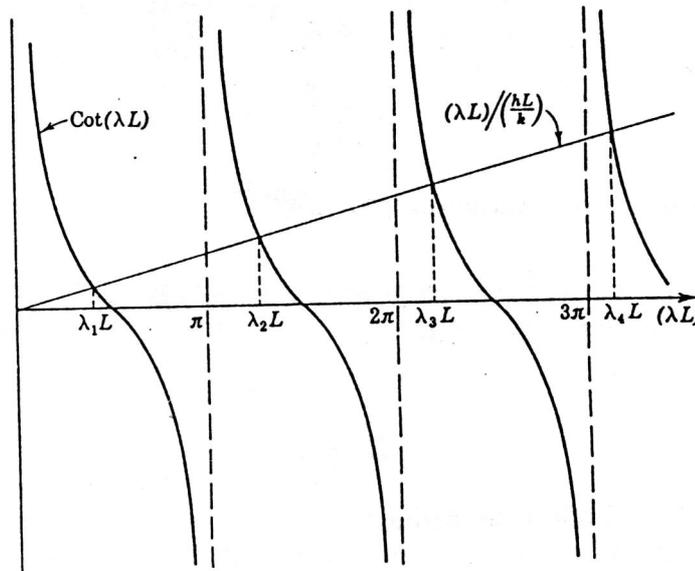


Figura 5.37 Representación gráfica de la condición (II.30) para determinar λ_n [119]

Resta únicamente imponer la condición según la cual el perfil de temperaturas en el instante inicial es conocido, (II.26). Ésta puede expresarse como (II.31):

$$T(x,0) = \phi(x) \Rightarrow \theta(x,0) = \phi(x) - T_F = \sum_n C_n \cdot \cos \lambda_n x \quad (\text{II.31})$$

Los coeficientes C_n pueden ahora ser calculados puesto que, desarrollando la función del primer miembro, $\phi(x) - T_F$, en serie de cosenos e, identificando con los valores del segundo miembro, se llega a (II.32):

$$C_n = \frac{\int_0^L [\phi(x) - T_F] \cos \lambda_n x \cdot dx}{\frac{L}{2} + \frac{\text{sen} \lambda_n L \cdot \cos \lambda_n L}{2 \lambda_n}} \quad (\text{II.32})$$

Sustituyendo (II.32) en (II.29) se alcanzan las expresiones finales, (II.33) y (II.34), para la temperatura de la placa en función de la posición y del tiempo:

$$\theta(x,t) = 2 \cdot \sum_n \lambda_n \cdot e^{-\lambda_n^2 \cdot \alpha \cdot t} \cdot \frac{\cos \lambda_n x}{\lambda_n L + \text{sen} \lambda_n L \cdot \cos \lambda_n L} \int_0^L [\phi(x) - T_F] \cos \lambda_n x \cdot dx \quad (\text{II.33})$$

$$T(x,t) = T_F + 2 \cdot \sum_n \lambda_n \cdot e^{-\lambda_n^2 \cdot \alpha \cdot t} \cdot \frac{\cos \lambda_n x}{\lambda_n L + \text{sen} \lambda_n L \cdot \cos \lambda_n L} \int_0^L [\phi(x) - T_F] \cos \lambda_n x \cdot dx \quad (\text{II.34})$$

Un caso muy interesante para los objetivos que aquí se persiguen, se da cuando el perfil de temperaturas es constante en el espesor de la placa, es decir, cuando $\phi(x) = T_i$. En efecto, esta situación es representativa de lo que sucede en una vasija durante el proceso de encendido del reactor: inicialmente, el agua refrigerante, la vasija y el aire exterior se encuentran a la misma temperatura y, a los efectos de la demostración que aquí se plantea, el líquido experimenta un incremento súbito de temperatura.

Análogamente, en un enfriamiento también se parte del equilibrio térmico, en este caso a elevada temperatura, con la diferencia de que ahora el refrigerante enfría interiormente la vasija.

Imponiendo esta condición en la fórmula (II.35) se llega a la ley de temperaturas en el espesor de la placa (vasija) en función del tiempo, para una sollicitación escalón del líquido refrigerante, $T_\theta(x,t)$, (II.35).

$$T_\theta(x,t) = T_F + 2 \cdot (T_i - T_F) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 \alpha} \cdot \frac{\text{sen} \lambda_n L}{\lambda_n L + \text{sen} \lambda_n L \cdot \cos \lambda_n L} \cdot \cos \lambda_n x \quad (\text{II.35})$$

En ella, como ya se ha mencionado, T_i representa la temperatura inicial, homogénea, en la vasija, T_F , la temperatura que adopta instantáneamente el fluido. Los parámetros λ_n que en ella aparecen son las soluciones de la ecuación trascendente (II.30):

- Solicitación térmica arbitraria

El caso resuelto en el apartado anterior describe, pues, la respuesta temporal del sistema ante un estímulo del tipo función escalón, $T_\theta(x,t)$: efectivamente, el problema descrito es equivalente a suponer que, para $t < 0$, la temperatura del fluido y del sólido coinciden en el valor T_i , de forma que $\theta = 0$, y que, a partir del instante $t = 0$, la temperatura del fluido se modifica súbitamente adoptando el valor constante $T = T_f$. Es evidente que esta ley se corresponde con la función escalón.

La fórmula (I.28), que proporciona la respuesta del sistema ante una sollicitación arbitraria en función de su respuesta ante un estímulo escalón, puede particularizarse para este caso. Basta con identificar $x_\theta(t) \rightarrow T_\theta(x,t)$ y la sollicitación $f(t)$ con la temperatura en el fluido en cada instante, $T_f(t)$, tal y como se representa en (II.36):

$$x(t) = \int_0^\tau \left[\frac{dx_\theta(t)}{dt} \right]_{(t-\tau')} \cdot f(\tau') \cdot d\tau' \Rightarrow T(x,t) = \int_0^\tau \left[\frac{\partial T_\theta(x,t)}{\partial t} \right]_{(t-\tau')} \cdot T_f(\tau') \cdot d\tau' \quad (II.36)$$

Operando convenientemente en (5.64) se alcanza la fórmula general (II.37):

$$T(x,t) = 2 \cdot (T_i - T_f) \cdot \int_0^{\tau_f} \sum_{n=0}^{\infty} (-\lambda_n^2 \alpha) e^{-\lambda_n^2 \alpha (t-\tau')} \cdot \frac{\text{sen} \lambda_n L}{\lambda_n L + \text{sen} \lambda_n L \cdot \cos \lambda_n L} \cdot \cos \lambda_n x \cdot T_f(\tau') \cdot d\tau' \quad (II.37)$$

Esta expresión (II.37) permite obtener los perfiles de temperatura en el espesor de la vasija en cada instante de tiempo. Resulta conveniente destacar las hipótesis simplificativas que se han asumido en su desarrollo:

- Se ha supuesto que el flujo calorífico es unidimensional; esta hipótesis es asumible sólo en las regiones de la vasija alejadas de sus bordes, como es la región *beltline*, de interés en el contexto de esta tesis.
- Se ha sustituido la geometría cilíndrica de la vasija (en la región *beltline*) por una configuración de placa infinita. Esta simplificación es aplicable en cilindros de grandes dimensiones, como es una vasija de una central nuclear.

- La formulación final desarrollada sólo es aplicable cuando las propiedades térmicas son constantes durante todo el proceso. En concreto, no es posible tener en consideración las variaciones que con la temperatura experimentan la conductividad térmica del acero, K , su calor específico, c , o el coeficiente de película entre acero y agua, h . Este inconveniente es parcialmente soslayable tomando, cuando ello es posible, como valores de cálculo de dichas propiedades, sus valores medios en el rango de temperaturas que define el problema o, si se prefiere, conservadoramente, los valores más desfavorables.
- En (II.28) se ha impuesto una condición de simetría que supone que el flujo de calor en $x=0$ es nulo (y, por lo tanto, los perfiles de temperatura presentan pendiente nula en el origen). Esto sólo es aproximado en una situación real en la cual la cara exterior de la vasija está en contacto con el aire o con el aislamiento, intercambiando calor merced a la Ley de Newton (II.9). Ahora bien, presumiendo que los flujos de calor deben resultar mucho más reducidos (por efecto del aislamiento o por el bajo valor del coeficiente de película con el aire), este punto puede obviarse en la práctica.

Para visualizar gráficamente la solución (II.35) se han obtenido los perfiles de temperatura en el espesor de la placa, $T_{\theta}(x,t)$, para un problema arbitrario, Figura 5.38. Se ha considerado una placa de espesor $L=0.150\text{ m}$ que inicialmente se encuentra a una temperatura homogénea $T_i=37^{\circ}\text{C}$, en contacto con un fluido convectivo. Éste adopta instantáneamente la temperatura $T_F=100^{\circ}\text{C}$. Las propiedades físicas del material de la vasija se corresponden con valores típicos de un acero al carbono: conductividad térmica, $K=50\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, calor específico, $c=472\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ y densidad, $\rho=7850\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. El coeficiente de convección entre el material de la placa y el líquido se ha tomado $h=100\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}$.

Como puede observarse en la Figura 5.38, se han representado los perfiles de temperatura en los instantes $t=100\text{ s}$, $t=1000\text{ s}$ y $t=10000\text{ s}$. Se han tomado cinco términos en el desarrollo en serie de la expresión (II.35) ya que, los términos adicionales resultan despreciables frente a los anteriores. Se aprecia que las tres curvas

presentan pendiente horizontal en su extremo derecho lo cual resulta coherente con la condición de simetría (II.28) impuesta.

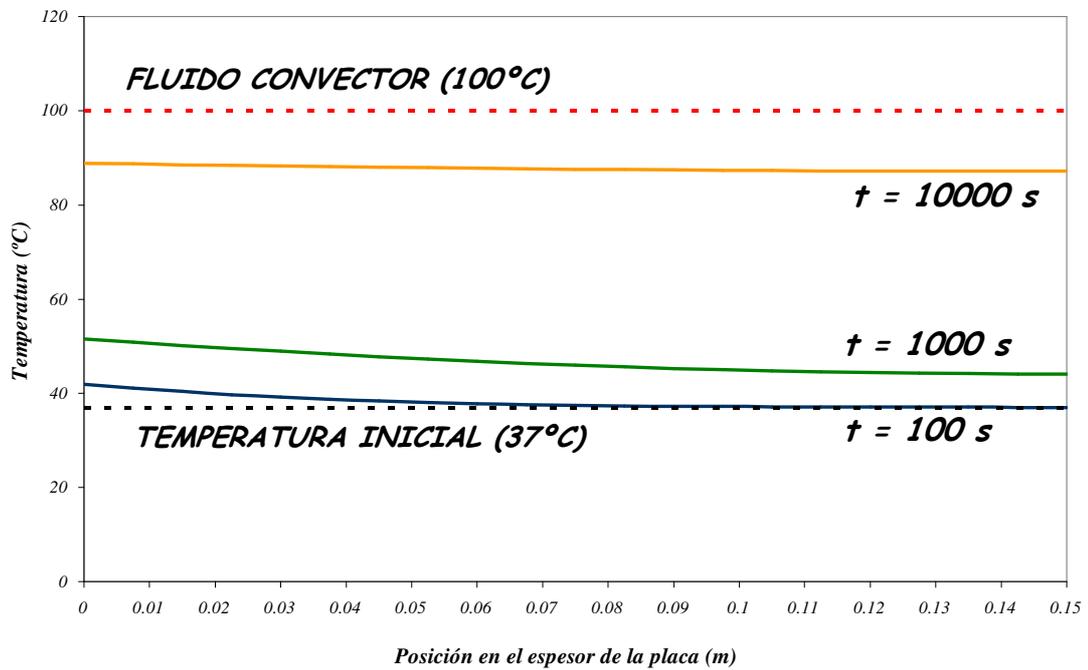


Figura 5.38 Perfiles de temperatura en el tiempo $T_{\theta}(x,t)$ ante una sollicitación hipotética tipo escalón

Apéndice III Resolución del problema mecánico

A partir del perfil de temperaturas en el espesor de la vasija en cada instante de tiempo, $T(x,t)$, es necesario obtener el correspondiente perfil de tensiones³⁶. Puede asumirse, razonablemente, que el campo de temperaturas induce un campo tenso-deformacional en el sólido, pero no al revés; en consecuencia, se trata de un fenómeno secuencial y el planteamiento que aquí se presenta resulta válido. Además, este proceso presenta simetría axial, con lo cual resulta posible trabajar en coordenadas cilíndricas.

Cualquier problema del sólido elástico bien planteado exige que se establezcan tres tipos de ecuaciones: constitutivas, de equilibrio y de compatibilidad. Éstas, adecuadamente combinadas conducen a un sistema de ecuaciones diferenciales (en general, en derivadas parciales) que, una vez resuelto y tras imponer las correspondientes condiciones de contorno, proporciona la solución al problema.

En este caso, la simetría del problema simplifica la forma de las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio. En la Figura 5.39 [120] se representa un elemento diferencial de volumen en coordenadas cilíndricas (r, θ, z) y las tensiones que sobre él pueden presentarse sin romper la simetría axial. En el caso que aquí se plantea, este esquema puede simplificarse aun más puesto que se asume que el cilindro es lo suficientemente largo para que las condiciones en el eje z no varíen (es decir, nuevamente se desprecian los efectos de borde), incluyendo los dos casos límite: movimientos completamente libres o totalmente restringidos en dicha dirección. De esta

³⁶ La primera solución de este problema fue obtenida por J.M.C. Duhamel en 1838.

manera se verifica que $\partial \tau_{rz} / \partial z = \partial \sigma_z / \partial z = 0$. Por lo tanto el equilibrio en las direcciones axial y circunferencial se satisface automáticamente y planteando el equilibrio en la dirección radial, a la vez que despreciando los infinitésimos de segundo orden, se llega a (III.1):

$$\sigma_r \cdot r \cdot d\theta + 2 \cdot \sigma_\theta \cdot dr \cdot \text{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right) = \left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} \cdot dr\right) \cdot (r + dr) \cdot d\theta \Rightarrow \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad \text{(III.1)}$$

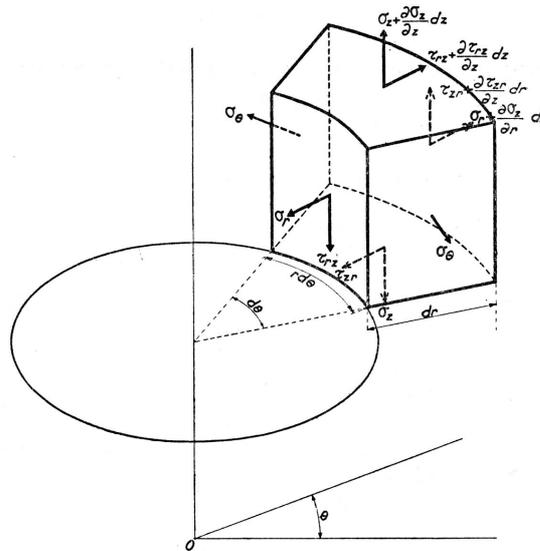


Figura 5.39 Esquema de tensiones en un sólido con simetría axial [120]

La Figura 5.40 [121] permite deducir las ecuaciones de compatibilidad. Atendiendo a las condiciones de simetría arriba expuestas, únicamente el corrimiento en la dirección radial, 'u', no se anula. En consecuencia, la única deformación compatible es la que se ofrece en la Figura 5.40. Las expresiones para las deformaciones radial, ϵ_r , y circunferencial, ϵ_θ , se recogen en (III.2) y (III.3):

$$\epsilon_r = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{\left(dr + \frac{du}{dr} \cdot dr\right) - dr}{dr} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{du}{dr} \quad \text{(III.2)}$$

$$\epsilon_\theta = \frac{A'D' - AD}{AD} = \frac{(r+u) \cdot d\theta - r \cdot d\theta}{r \cdot d\theta} \Rightarrow \epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad \text{(III.3)}$$

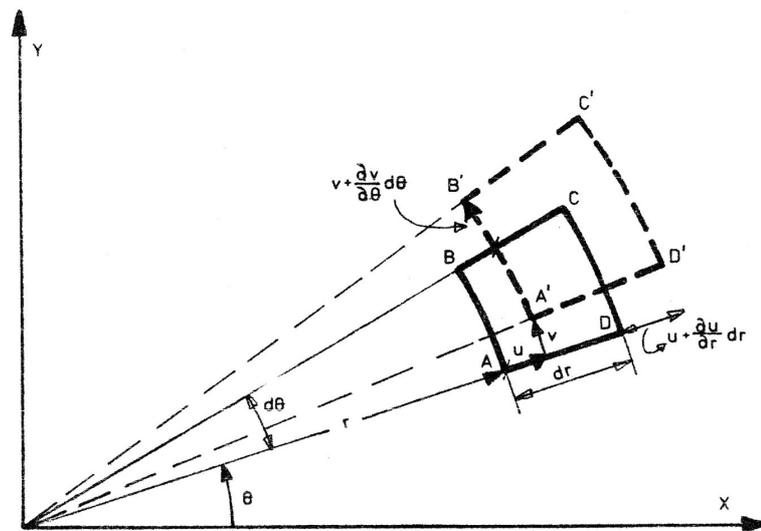


Figura 5.40 Obtención de las ecuaciones de compatibilidad [121]

Finalmente, las ecuaciones constitutivas en régimen elástico lineal vienen dadas por la expresión de la Ley de Hooke, incluyendo además, las posibles deformaciones de origen térmico, como se recoge en las fórmulas (III.4) a (III.6):

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \alpha \cdot T \quad (III.4)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] + \alpha \cdot T \quad (III.5)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] + \alpha \cdot T \quad (III.6)$$

En las tres expresiones anteriores, T representa la variación de temperatura desde una situación inicial en la cual se conoce el estado de tensiones y deformaciones. Por ejemplo, puede representar la temperatura inicial, homogénea en el medio, que no induce tensión alguna. Por conservadurismo, se supondrá que cada sección z constante del cilindro opera en condiciones de deformación plana, es decir, $\epsilon_z = 0$. De ello se deduce la relación (III.7):

$$\sigma_z = \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_\theta) - E \cdot \alpha \cdot T \quad (III.7)$$

Introduciendo (III.7) en (III.4) y (III.5), respectivamente, y despejando del sistema de dos ecuaciones las expresiones para σ_r y σ_θ , se llega al resultado contenido en las fórmulas (III.8) y (III.9):

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot [(1-\nu)\cdot\varepsilon_r + \nu\cdot\varepsilon_\theta] - \frac{E\cdot\alpha}{1-2\nu} \cdot T \quad (\text{III.8})$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot [\nu\cdot\varepsilon_r + (1-\nu)\cdot\varepsilon_\theta] - \frac{E\cdot\alpha}{1-2\nu} \cdot T \quad (\text{III.9})$$

Sustituyendo las fórmulas anteriores en la ecuación de equilibrio (III.1) se llega a (III.10), que es la ecuación diferencial que satisface el campo de deformaciones:

$$\frac{d}{dr} [(1-\nu)\cdot\varepsilon_r + \nu\cdot\varepsilon_\theta] + \frac{1-2\nu}{r} \cdot (\varepsilon_r - \varepsilon_\theta) = \alpha \cdot (1+\nu) \cdot \frac{dT}{dr} \quad (\text{III.10})$$

Finalmente, introduciendo en (III.10) las ecuaciones de compatibilidad (III.2) y (III.3) y reagrupando términos, se obtiene la ecuación diferencial a satisfacer por el campo de corrimientos u , fórmula (III.11):

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{dT}{dr} \quad (\text{III.11})$$

Ésta puede expresarse de forma equivalente como (III.12), dando lugar a una expresión fácilmente integrable:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d(ru)}{dr} \right] = \alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{dT}{dr} \quad (\text{III.12})$$

La solución del campo de desplazamientos se ofrece en (III.13):

$$u = \alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r} \int_a^r T \cdot r \cdot dr + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r} \quad (\text{III.13})$$

En esta solución se incluyen dos constantes a determinar mediante imposición de condiciones de contorno, C_1 y C_2 , junto con un término que contiene una integral: el límite de integración que en ella aparece, a , es completamente arbitrario y puede

seleccionarse con libertad (evidentemente, dependiendo del valor que se escoja, las constantes C_1 y C_2 ofrecerán resultados diferentes).

Para obtener los campos de tensiones, basta con recorrer el camino seguido en la demostración anterior en sentido inverso. Introduciendo (III.13) en las ecuaciones de compatibilidad (III.12) y (III.13) se llega a las fórmulas (III.14) y (III.15) para los campos de deformaciones (donde habría que añadir la ecuación $\varepsilon_z = 0$):

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} = -\alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \left(\frac{1}{r^2} \int_a^r T \cdot r \cdot dr - T \right) + C_1 - \frac{C_2}{r^2} \quad \text{(III.14)}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} = \alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \int_a^r T \cdot r \cdot dr + C_1 + \frac{C_2}{r^2} \quad \text{(III.15)}$$

Sustituyendo éstas en (III.7), (III.8) y (III.9) se obtienen las expresiones buscadas, a falta de determinar las constantes de integración C_1 y C_2 :

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \alpha}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \int_a^r T \cdot r \cdot dr + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right) \quad \text{(III.16)}$$

$$\sigma_\theta = \frac{E \cdot \alpha}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \int_a^r T \cdot r \cdot dr - \frac{E \cdot \alpha \cdot T}{1-\nu} + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} + \frac{C_2}{r^2} \right) \quad \text{(III.17)}$$

$$\sigma_z = -\frac{E \cdot \alpha \cdot T}{1-\nu} + \frac{2 \cdot E \cdot C_1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{(III.18)}$$

Para determinar las constantes C_1 y C_2 , se imponen las condiciones de contorno propias de la vasija aquí analizada: las tensiones radiales en las paredes interior y exterior de la misma son nulas. Por conveniencia, puede identificarse el radio interior con el parámetro ‘ a ’ que aparece en las expresiones anteriores y, denominando ‘ b ’ al radio exterior, dichas condiciones quedan:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_r(r=a)=0 \\ \sigma_r(r=b)=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_1 = \alpha \cdot \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \cdot \frac{1}{b^2-a^2} \int_a^b T \cdot r \cdot dr \\ C_2 = \alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{a^2}{b^2-a^2} \int_a^b T \cdot r \cdot dr \end{array} \right. \quad (\text{III.19})$$

El resultado que se buscaba es el que se ofrece seguidamente en las expresiones (III.20) a (III.22), que representan las tensiones principales σ_r , σ_θ y σ_z , en un cilindro hueco de eje z , que se asume de longitud indefinida (se desprecian, por lo tanto, los efectos de borde), de radio interior $r=a$ y radio exterior $r=b$, sometido a un perfil de temperaturas en su espesor, $T(r)$, conocido, que se supone constante siguiendo la longitud, z , del cilindro:

$$\sigma_r(r) = \frac{\alpha \cdot E}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left[\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2} \int_a^b T(r) \cdot r \cdot dr - \int_a^r T(r) \cdot r \cdot dr \right] \quad (\text{III.20})$$

$$\sigma_\theta(r) = \frac{\alpha \cdot E}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left[\frac{r^2+a^2}{b^2-a^2} \int_a^b T(r) \cdot r \cdot dr + \int_a^r T(r) \cdot r \cdot dr - T(r) \cdot r^2 \right] \quad (\text{III.21})$$

$$\sigma_z(r) = \frac{\alpha \cdot E}{1-\nu} \cdot \left[\frac{2}{b^2-a^2} \int_a^b T(r) \cdot r \cdot dr - T(r) \right] \quad (\text{III.22})$$

Puesto que σ_z definida en (III.22) representa la tensión a aplicar para satisfacer la condición $\varepsilon_z = 0$, resulta sencillo resolver el caso complementario [122], en el cual los movimientos en los extremos del cilindro, según la dirección z no sufren impedimento alguno. Basta con superponer al estado anterior de tensiones el correspondiente a una fuerza igual a la integral de las tensiones σ_z en toda la sección, cambiada de sentido y aplicada en una región suficientemente alejada de la de interés, de forma tal que la fuerza resultante sobre los extremos sea nula. La distribución de tensiones de resultante nula que actúa sobre cada extremo producirá únicamente tensiones locales, como se desprende del Principio de Saint Venant.

Estas expresiones pueden aplicarse, por ejemplo, sobre el problema hipotético planteado con anterioridad. Introduciendo los perfiles de temperaturas $T(r)$ que se recogen en la

Figura 5.38 en las fórmulas anteriores, (III.20) a (III.22), se obtienen las tensiones principales en la vasija aquí estudiada para un aumento súbito de temperatura del líquido refrigerante, de 37 a 100 °C, en los instantes $t=100 s$, $t=1000 s$ y $t=10000 s$: tensión radial, σ_r , en la Figura 5.41, tensión circunferencial, σ_θ , en la Figura 5.42 y tensión axial, σ_z , en la Figura 5.43. Para los cálculos se han considerado las dimensiones físicas reales de la vasija de esta tesis (véase la Figura 3.27) y, como propiedades del material, los valores genéricos para un acero al carbono $\alpha=1.2\cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $E=2\cdot 10^5 \text{ MPa}$ y $\nu=0.3$.

Puede observarse en la Figura 5.43 que, en las regiones próximas a la pared interior de la vasija las tensiones σ_z resultan de compresión, $\sigma_z < 0$, y de tracción en la zona próxima al contorno exterior. Este hecho resulta coherente puesto que en las zonas interiores el material experimenta un aumento de temperatura que le obliga a dilatarse en la dirección z mientras que las zonas más externas se encuentran a una temperatura menor. En consecuencia, el material caliente se ve comprimido por el material frío y viceversa.

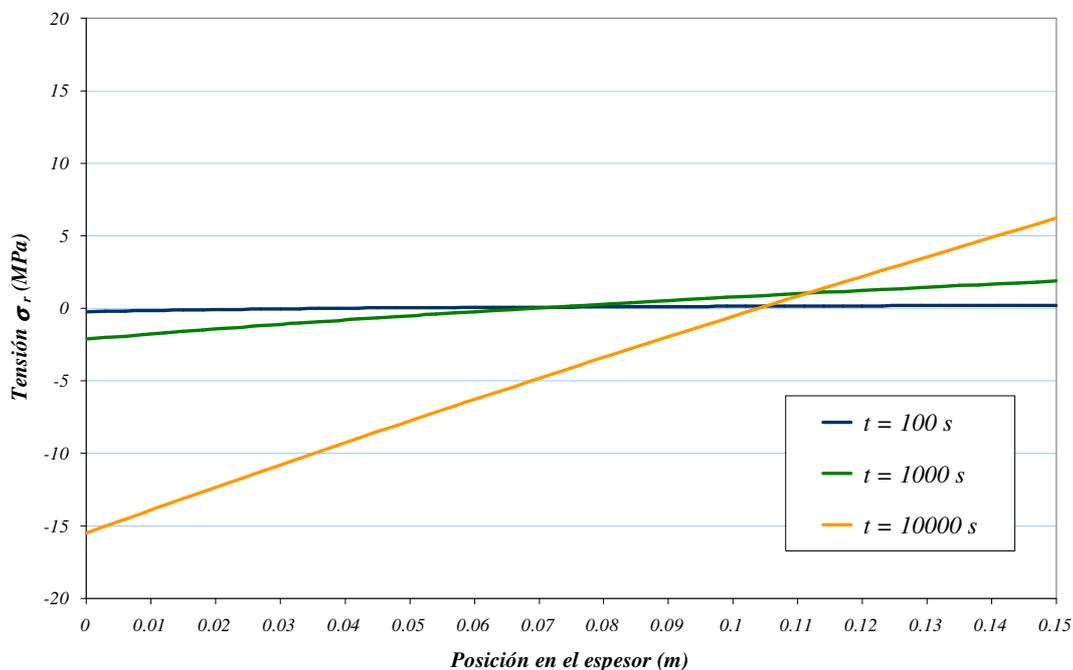


Figura 5.41 Perfiles de la tensión radial, σ_r , en el espesor en función del tiempo

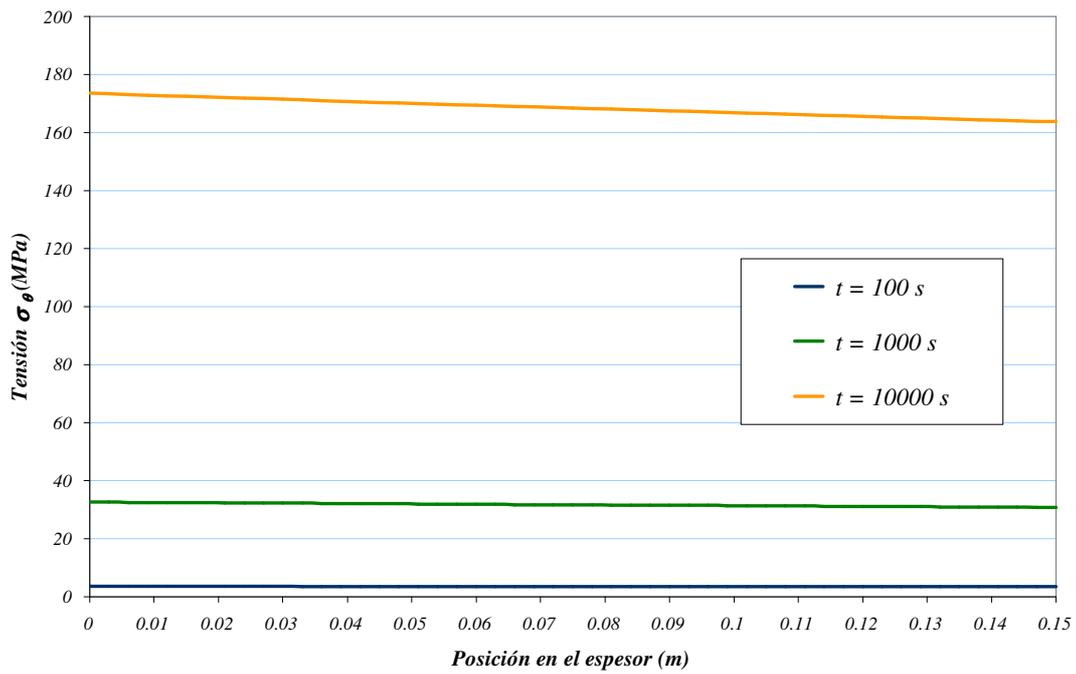


Figura 5.42 Perfiles de la tensión circunferencial, σ_θ , en el espesor en función del tiempo

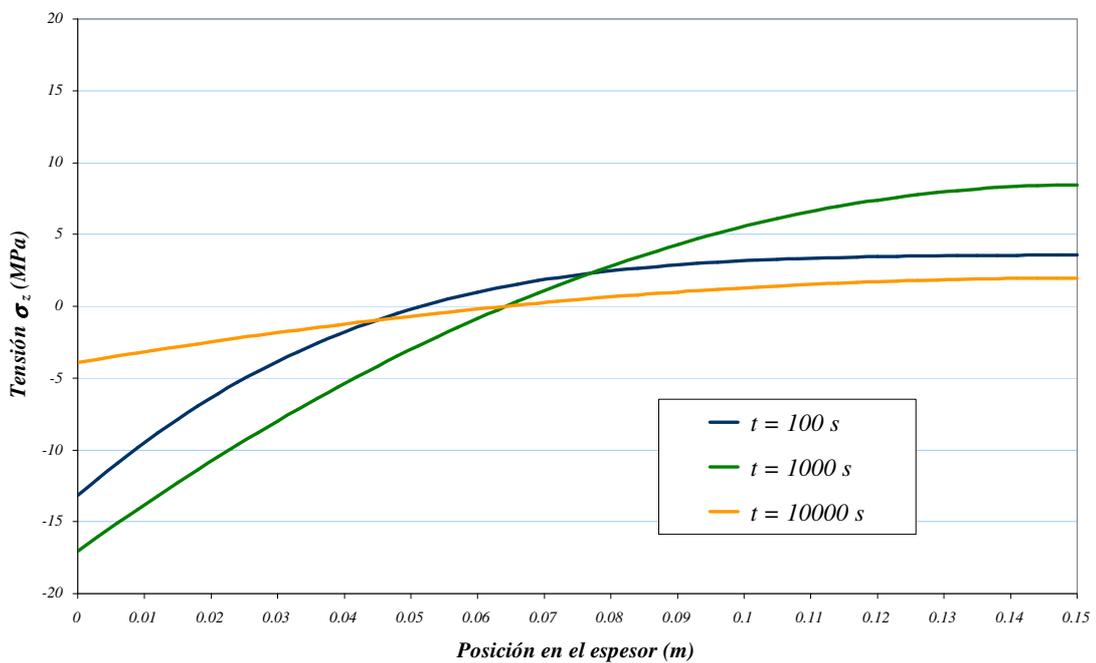


Figura 5.43 Perfiles de la tensión axial, σ_z , en el espesor en función del tiempo