



GRADO EN ECONOMÍA

2017-2018

TRABAJO FIN DE GRADO

**ANÁLISIS EMPÍRICO DE CARTERAS
INTERNACIONALES, PERFORMANCE
Y VALOR AL RIESGO**

**EMPIRICAL ANALYSIS OF INTERNATIONAL
PORTFOLIOS, PERFORMANCE AND
VALUE AT RISK**

AUTOR: GERMÁN GONZÁLEZ BAAMONDE

DIRECTOR: CARLOS LÓPEZ GUTIÉRREZ

18 DE DICIEMBRE DE 2017

ÍNDICE

RESUMEN.....	4
ABSTRACT	4
1. INTRODUCCIÓN.....	5
2. LITERATURA PREVIA	7
2.1. TEORÍA DE SELECCIÓN DE CARTERA DE MARKOWITZ	7
2.2. CAPITAL ASSET PRICING MODEL	10
2.2.1. Security market line	11
2.3. GESTIÓN INTERNACIONAL DE CARTERAS	12
2.3.1. Teoría de selección de cartera internacional de Markowitz	12
2.3.2. International Asset Pricing Model	15
3. ANÁLISIS EMPÍRICO DE CARTERAS	16
3.1. METODOLOGÍA PARA LA FORMACIÓN DE CARTERAS NACIONALES	16
3.1.1. Cartera equidistribuida nacional.....	16
3.1.2. Cartera de mínima varianza nacional.....	17
3.2. CARTERAS EFICIENTES NACIONALES EMPÍRICAS.....	19
3.3. FORMACIÓN Y COMPARATIVA DE CARTERAS INTERNACIONALES EMPÍRICAS	20
4. MEDIDAS DE PERFORMANCE	24
5. VALOR AL RIESGO	31
5.1. BONDAD DE AJUSTE DE LOS RENDIMIENTOS DE LA CARTERA A LA DISTRIBUCIÓN NORMAL	32
5.2. METODOLOGÍA NO PARAMÉTRICA.....	35
5.2.1. Cálculo del VaR mediante simulación histórica.....	35
5.2.2. Cálculo del VaR mediante simulación por MonteCarlo.....	36
6. CONCLUSIONES	39
BIBLIOGRAFÍA.....	40
ANEXO.....	42

ÍNDICE DE GRÁFICOS

2. LITERATURA PREVIA

Gráfico 2.1. Frontera eficiente de Markowitz	8
Gráfico 2.2. Comparativa de carteras eficientes y no eficientes	9
Gráfico 2.3. Security Market Line	11
Gráfico 2.4. Frontera eficiente nacional e internacional.....	12
Gráfico 2.5. Comparativa de carteras eficientes nacionales e internacionales	13
Gráfico 2.6. Efectos de la diversificación internacional.....	14

3. ANÁLISIS EMPÍRICO DE CARTERAS

Gráfico 3.1. Frontera eficiente nacional empírica	18
Gráfico 3.2. Comparativa de carteras nacionales empíricas	19
Gráfico 3.3. Cotización de los índices en base 100.....	21
Gráfico 3.4. Frontera eficiente nacional e internacional.....	21
Gráfico 3.5. Composición geográfica cartera de mínima varianza internacional.....	22
Gráfico 3.6. Comparativa de carteras nacionales e internacionales	23
Gráfico 3.7. Composición geográfica de cartera eficiente internacional A y B	24

4. MEDIDAS DE PERFORMANCE

Gráfico 4.1. Regresión de rentabilidad diaria de títulos analizados del IBEX35 sobre rendimiento diario de cartera de mercado internacional.....	28
Gráfico 4.2. Regresión de rentabilidad diaria de títulos analizados del DAX30 y CAC40 sobre rendimiento diario de cartera de mercado internacional	29
Gráfico 4.3. Índices de performance de las carteras analizadas	30
Gráfico 4.4. M^2 de Modigliani para las carteras analizadas	31

5. VALOR AL RIESGO

Gráfico 5.1. Función de densidad empírica y teórica de los rendimientos diarios de la Cartera Eficiente Internacional A	32
Gráfico 5.2. Función de distribución empírica y teórica de los rendimientos diarios de la Cartera Eficiente Internacional A	33
Gráfico 5.3. Probabilidades empíricas y teóricas de los rendimientos diarios de la Cartera Eficiente Internacional A (PP Plot)	33
Gráfico 5.4. Cuantiles empíricos y teóricos de los rendimientos diarios de la Cartera Eficiente Internacional A (QQ Plot)	34
Gráfico 5.5. Intervalos de confianza del valor al riesgo de simulación por MonteCarlo de la Cartera Eficiente Internacional A.....	38

ÍNDICE DE TABLAS

3. ANÁLISIS EMPÍRICO DE CARTERAS

Tabla 3.1. Composición de cartera equidistribuida nacional.....	16
Tabla 3.2. Parámetros de cartera equidistribuida nacional.....	17
Tabla 3.3. Composición de cartera de mínima varianza nacional	18
Tabla 3.4. Parámetros de cartera de mínima varianza nacional.....	19
Tabla 3.5. Parámetros de carteras nacionales analizadas	20
Tabla 3.6. Correlación entre los índices	20
Tabla 3.7. Carteras de mínima varianza nacional e internacional	22
Tabla 3.8. Parámetros de carteras nacionales e internacionales analizadas	23
Tabla 3.9. Composición geográfica de las carteras empíricas	23

4. MEDIDAS DE PERFORMANCE

Tabla 4.1. Rendimiento del activo libre de riesgo internacional.....	26
Tabla 4.2. Parámetros de cartera de mercado internacional	26
Tabla 4.3. Betas individuales de los títulos empleados en la formación de las carteras analizadas	27
Tabla 4.4. Betas internacionales e índices de performance de las carteras	30

5. VALOR AL RIESGO

Tabla 5.1. Metodología no paramétrica de simulación histórica	35
Tabla 5.2. Valor al riesgo de la Cartera Eficiente Internacional A mediante metodología no paramétrica de simulación histórica	35
Tabla 5.3. Frecuencia y porcentaje acumulado de los rendimientos históricos de la Cartera Eficiente Internacional A	36
Tabla 5.4. Metodología no paramétrica de simulación por MonteCarlo	37
Tabla 5.5. Valor al riesgo de la Cartera Eficiente Internacional A mediante metodología no paramétrica de simulación por MonteCarlo	37
Tabla 5.6. Intervalos de confianza del valor al riesgo de simulación por MonteCarlo de la Cartera Eficiente Internacional A.....	37

ANEXO

Tabla Anexo 1. Composición de carteras nacionales empíricas	42
Tabla Anexo 2. Composición de carteras internacionales empíricas.....	43
Tabla Anexo 3. Iteraciones de VaR no paramétrico mediante MonteCarlo	43

RESUMEN

En el presente trabajo se realiza un análisis empírico, en un contexto nacional e internacional, de diferentes carteras elaboradas a través de diferentes procedimientos con el objetivo de exponer mediante datos empíricos las ventajas que reporta la diversificación internacional frente a un escenario exclusivamente nacional.

Para ello, se expone en un primer momento de forma teórica los diferentes modelos y teorías de gestión de carteras para posteriormente, y tomando como referencia la cartera nacional equidistribuida, contrastar dicha teoría empíricamente elaborando diferentes carteras eficientes nacionales e internacionales, las cuales evidencian las notables ventajas de la diversificación internacional frente al escenario nacional en términos de los parámetros de interés: rentabilidad y riesgo.

Por su parte, también se estudia la calidad en la gestión de las carteras mediante tres medidas de performance diferentes: Sharpe, Treynor y Modigliani, concluyendo que, de las carteras examinadas, las internacionales son las que obtienen mejores resultados.

Además, se propone como medida alternativa de apoyo a la gestión de carteras la aplicación del modelo VaR (*value at risk*), exponiendo y realizando de forma empírica los análisis y procedimientos estadísticos previos necesarios para la correcta elección de la metodología a emplear: paramétrica o no paramétrica (simulación histórica y simulación por Montecarlo). Finalmente, se muestran los resultados obtenidos derivados de la aplicación del modelo por ambas metodologías y se concluye el trabajo proponiendo y elaborando como medida adicional intervalos de confianza para la metodología de simulación por Montecarlo para reforzar el análisis debido a su componente de aleatoriedad en el procedimiento.

ABSTRACT

In this Project, it has been done an empirical analysis of different investing portfolios, from a national and international point of view, using different procedures with the objective of demonstrating the benefits that international diversification gives in comparison with a national scenario.

At first, it has been explained in a theoretical way the different models and theories of portfolio management. After that, a national evenly distributed portfolio has been chosen as reference to compare the theory with different empirical procedures by creating different national and international portfolios. This analysis shows the benefits of diversification in terms of two parameters: profitability and risk.

Moreover, in order to check the quality of the portfolio management, it has been done three different performance measurements: Sharpe, Treynor and Modigliani. Reaching the conclusion that the international portfolios are the ones with the best results.

Furthermore, the use of the VaR (*value at risk*) model has been proposed as an alternative to the portfolio management. Finally, an empirical analysis has been done to choose the optimum procedure: parametric or non-parametric (historical simulation and Monte Carlos simulation). Finally, the results of both procedures are shown, and in order to complete them, it has been proposed the use of confidence intervals during the Montecarlo simulation due to the presence of some randomness in the procedure.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, a pesar del comportamiento cíclico que se observa en los mercados de capitales, no existe un consenso en los estudios sobre gestión de carteras de que los gestores de fondos consigan batir al mercado de forma consistente. Es por ello que, la gestión pasiva de carteras parece una solución lógica y respaldada por los resultados históricos para conseguir revalorizaciones del poder adquisitivo de los partícipes de dichas carteras o fondos.

Sin embargo, sí que existen grandes gestores de reputado prestigio que con su desempeño en la gestión de carteras y resultados han avalado la posibilidad de realizar una gestión de cartera activa que logre obtener mejores resultados que el mercado. Uno de estos grandes gestores es Peter Lynch (2015), el cual dirigió el *Fidelity Magellan Fund* entre 1977 y 1990, logrando una admirable rentabilidad media anual del veintinueve por ciento durante estos años a través de la gestión activa. A nivel nacional, encontramos a otro reconocido gestor de carteras, García Paramés (2016), quien consiguió también mediante la gestión activa de carteras una magnífica rentabilidad media anual del dieciséis por ciento entre 1993 y 2014, superando ampliamente al mercado y el cual enuncia en su libro que la mejor manera de preparar una cartera para cualquier eventualidad es la diversificación.

Es por ello que, en el presente trabajo, se pretende analizar desde una perspectiva de gestión activa, las ventajas de invertir y diversificar en títulos internacionales, en vez de restringir nuestra gestión a títulos únicamente nacionales. Para ello, a lo largo del estudio, se va a demostrar mediante resultados empíricos las notables mejoras en términos de rentabilidad y riesgo de las carteras si tomamos como referencia el mercado internacional. De la misma forma, también se obtienen resultados empíricos de la calidad de gestión de las carteras analizadas, así como la cuantificación del riesgo en términos de máxima pérdida posible en un horizonte temporal predefinido.

Para llegar a estos resultados, nuestro análisis centra su metodología en la teoría de selección de cartera de Markowitz y el modelo CAPM, ambos en contextos nacionales e internacionales, para el análisis descriptivo de las Carteras. Por su parte, mediremos la performance de las carteras a través de Índice de Sharpe, el Índice de Treynor y el estadístico M^2 de Modigliani. Finalmente, cuantificamos el riesgo mediante el modelo estadístico VaR (valor al riesgo o *value at risk*), aunque previamente se realiza un análisis de la bondad de ajuste de los rendimientos mediante diferentes procedimientos estadísticos gráficos como son la comparativa entre función de densidad empírica y teórica, comparativa entre la función de distribución empírica y teórica, el análisis *QQ Plot* y el análisis *PP Plot*.

En un primer momento, se revisa la literatura previa en torno a la gestión de carteras, centrándose en la teoría de selección de cartera de Markowitz y el modelo CAPM, en contextos tanto nacionales como internacionales, y en explicar las ventajas teóricas de la gestión internacional de carteras revisando trabajos y aportaciones de vital importancia e influencia en este campo.

En segundo lugar, se realiza un procedimiento de formación de carteras a partir de las carteras de referencia que utilizan otros autores para el desarrollo de sus trabajos y estudios con el fin de, posteriormente, realizar una comparativa descriptiva de las carteras obtenidas en ambos contextos de inversión y de esta manera poder analizar las ventajas y beneficios que supone la inversión en un contexto internacional frente al nacional, tanto en término de rentabilidad como de riesgo.

En tercer lugar, se aplican diferentes medidas de performance a las carteras analizadas para estudiar la calidad de gestión que estas poseen y, de esta forma, poder estudiar cuál de ellas ha sido mejor gestionada.

En cuarto lugar, se propone y realiza un estudio más específico de la gestión del riesgo en términos de máxima pérdida potencial a través del modelo de valor al riesgo (*value at risk*) para la cartera analizada con mejores resultados de performance. Para ello, se analiza en un primer momento la distribución estadística de los rendimientos de la cartera analizada para, posteriormente, aplicar la metodología más idónea para el cálculo del valor al riesgo.

Finalmente, se expone en forma de conclusión los principales resultados obtenidos y las principales implicaciones que se derivan del trabajo realizado.

2. LITERATURA PREVIA

El presente trabajo contiene diversos aspectos relacionados con la gestión de carteras y la diversificación internacional. Por ello, parece lógico y necesario comenzar observando los diferentes aspectos teóricos que se han desarrollado a lo largo del tiempo.

Definimos el concepto de cartera como una combinación de inversiones (Grinblatt y Titman, 2003) o, más específicamente, “una determinada combinación de valores mobiliarios adquiridos por una persona física o jurídica, y que pasan, por tanto, a formar parte de su patrimonio” (Suárez, 2014, pp. 505).

Además, podemos diferenciar los modelos que componen la economía financiera en dos: modelos normativos y modelos positivos. Los primeros abarcan el ámbito de cómo un individuo selecciona la cartera óptima mientras que los segundos intentan determinar los precios de los activos (Gómez-Bezares, 1995).

2.1. TEORÍA DE SELECCIÓN DE CARTERA DE MARKOWITZ

El primer autor en centrar su estudio en la gestión de carteras eficientes fue Harry Markowitz en su trabajo *Portfolio Selection* (Markowitz, 1952), en el cual enuncia que el proceso de selección de cartera tiene dos etapas diferenciadas: i) observación, experiencia y creencias sobre el comportamiento futuro de los títulos disponibles en el mercado y ii) creencias relevantes sobre las actuaciones futuras y la elección de cartera. Por tanto, es un modelo normativo.

Además, el modelo basa su desarrollo en la racionalidad del inversor, es decir, un inversor racional desea la rentabilidad y rechaza el riesgo (Mendizábal et al., 2002).

Markowitz (1952), expone un modelo para componer una cartera, en dónde previamente hay que calcular los rendimientos y el riesgo de los títulos disponibles en el mercado. Es conocida como la “Teoría de selección de cartera” y puede expresarse analíticamente como:

$$\begin{aligned} \text{Max } E(R_p) &= \sum_{i=1}^n X_i E(R_i) = X_1 E(R_1) + X_2 E(R_2) + \dots + X_n E(R_n) \\ \text{s. a. } \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} = \text{Constante} \end{aligned}$$

Donde $E(R_p)$ es el rendimiento esperado de la cartera, X_i es la ponderación o peso del activo i en la cartera, $E(R_i)$ es el rendimiento esperado del activo i , σ_p^2 representa la varianza de los rendimientos de la cartera y σ_i^2 la del activo i , σ_i corresponde a la desviación típica de los rendimientos del activo i y ρ_{ij} muestra la correlación entre los rendimientos de los activos i y j .

Pero también podría expresarse como:

$$\begin{aligned} \text{Min } \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \\ \text{s. a. } E(R_p) &= \sum_{i=1}^n X_i E(R_i) = \text{Constante} \end{aligned}$$

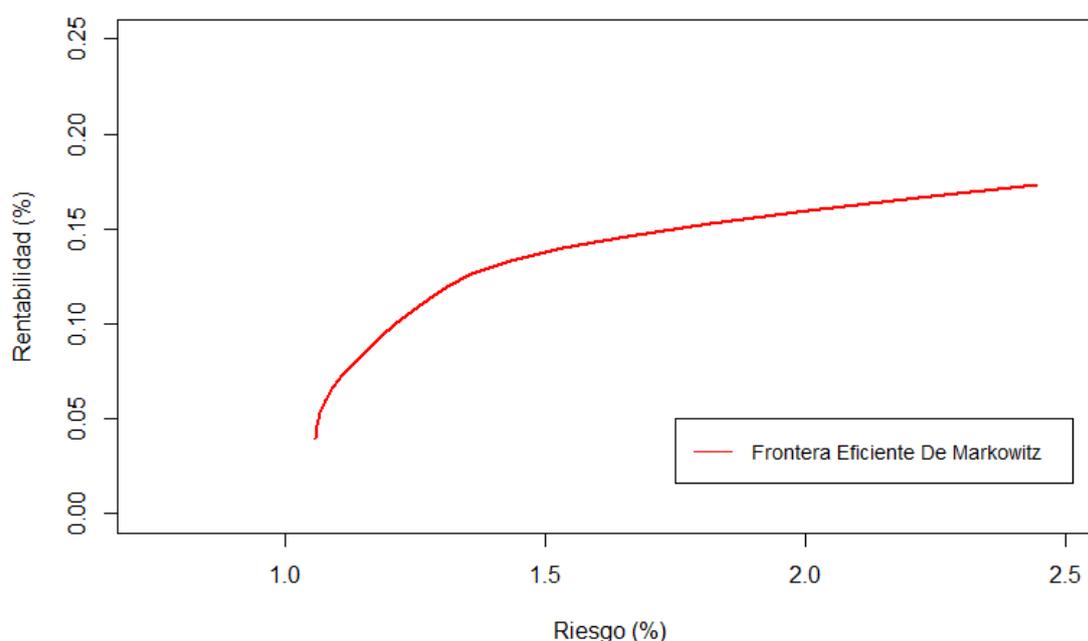
Es decir, el modelo puede adoptar dos ópticas diferentes: maximizar el rendimiento de la cartera manteniendo constante el nivel de riesgo adoptado, primera expresión, o minimizar el riesgo de la cartera manteniendo constante el rendimiento, segunda expresión (López y García, 2009).

El objetivo de este modelo es, por tanto, localizar la cartera de mínimo riesgo para una rentabilidad dada o la cartera de máxima rentabilidad para un nivel de riesgo predefinido.

Según esta teoría, el riesgo del conjunto de la cartera depende tanto del riesgo individual de cada título como de la relación o interacción entre dichos títulos y, por tanto, se puede conseguir una reducción del riesgo de cartera seleccionando valores que no estén perfecta y positivamente correlacionados (Lamothé, 1999).

Las combinaciones resultantes del procedimiento son las carteras eficientes, cuyo conjunto forma la frontera eficiente de Markowitz (Gráfico 2.1). Las carteras no eficientes se situarán por debajo de esta frontera ya que, por definición, para el mismo nivel de riesgo la cartera eficiente obtiene la máxima rentabilidad esperada posible.

Gráfico 2.1. Frontera eficiente de Markowitz



Fuente: elaboración propia

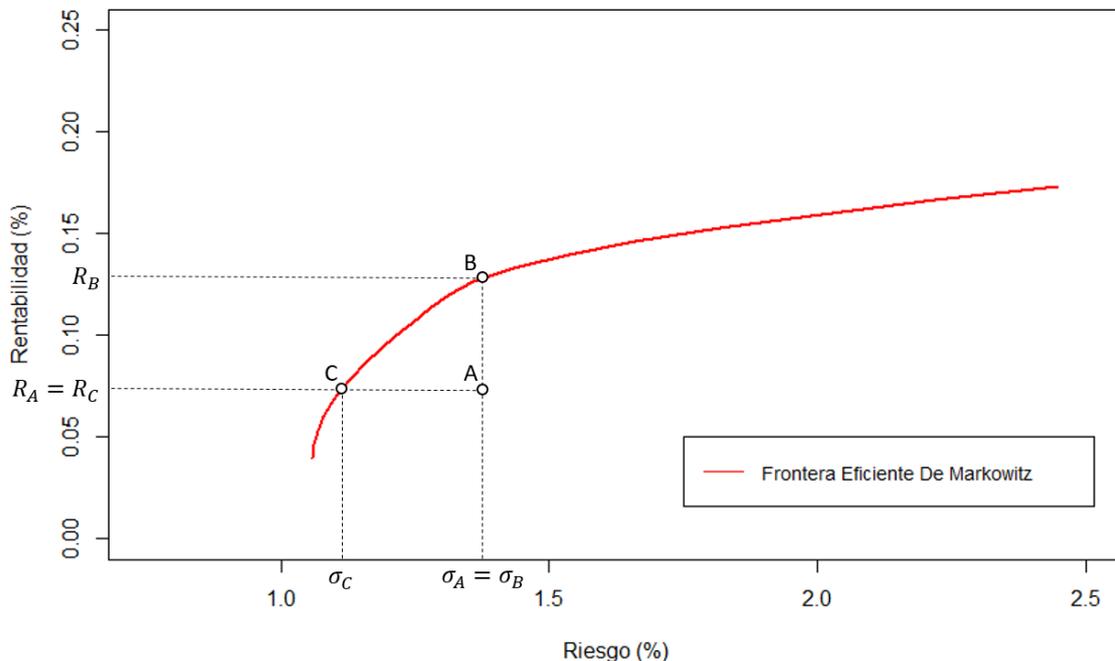
La forma adoptada por la frontera eficiente no es aleatoria: su disposición de curva cóncava respecto al eje de abscisas nos muestra dos posibilidades en términos de coste de oportunidad. Se pueden diferenciar dos tramos divididos por el punto donde la pendiente de la frontera eficiente es igual a uno.

En el tramo izquierdo de la frontera eficiente tenemos la posibilidad de asumir mayores niveles de riesgo, pero a cambio logramos aún mayores niveles de rentabilidad, es decir, cada unidad adicional de riesgo nos reporta más de una unidad adicional de rentabilidad. Esto se debe a que la pendiente de la frontera en este tramo es mayor que uno.

Por su parte, en el tramo derecho la situación es la opuesta; cada unidad adicional de riesgo nos reportará menos de una unidad adicional de rentabilidad porque la pendiente en este tramo es menor que uno.

Si partimos de una supuesta cartera no eficiente denominada “Cartera A” con rentabilidad R_A y riesgo σ_A y que, por tanto, se encontrará por debajo de la frontera eficiente, observamos multitud de carteras disponibles para el inversor que serán mejor opción que la no eficiente.

Gráfico 2.2. Comparativa de carteras eficientes y no eficientes



Fuente: elaboración propia

Por ejemplo, podemos comparar la “Cartera A” con aquella cartera eficiente con el mismo nivel de riesgo y con la cartera eficiente de idéntica rentabilidad esperada, las cuales denominaremos como “Cartera B” (R_B, σ_B) y “Cartera C” (R_C, σ_C), respectivamente:

- La “Cartera B” aporta una mayor rentabilidad con el mismo nivel de riesgo puesto que $\sigma_B = \sigma_A$ pero $R_B > R_A$.
- La “Cartera C” consigue la misma rentabilidad con menor nivel de riesgo ya que $R_C = R_A$ y $\sigma_C < \sigma_B$.

Pero, además de estas dos carteras eficientes que nos han servido de ejemplo, todas aquellas carteras que se encuentren dentro del área \overline{ABC} serán carteras no eficientes preferibles a la “Cartera A”, inclusive aquellas carteras que se encuentren sobre la línea entre las carteras A y B y entre las carteras A y C.

Por su parte, también podemos afirmar que todas aquellas carteras que se encuentran sobre la frontera eficiente entre las carteras B y C serán carteras eficientes preferibles a la “Cartera A”.

De esta manera podemos apreciar la utilidad y función de la frontera eficiente, mediante la cual conseguimos conocer el conjunto de carteras eficientes que nos proporcionarán una mayor eficiencia (mayor rentabilidad manteniendo constante el nivel de riesgo) en el momento de la inversión.

2.2. CAPITAL ASSET PRICING MODEL

El *Capital asset pricing model* (CAPM) es un modelo de valoración de activos, con carácter positivo, que fue desarrollado a mediados de los años sesenta de manera independiente por Treynor (1961), Sharpe (1964), Lintner (1965a y 1965b) y Mossin (1966) a partir de la Teoría de selección de cartera de Markowitz y difieren principalmente en que el CAPM identifica dos tipos de riesgo diferentes: el riesgo sistemático y el riesgo específico (o diversificable).

El riesgo sistemático son aquellos elementos externos que afectan a la cotización bursátil de las compañías y no pueden ser controlados por las propias compañías, es decir, afecta al conjunto de los títulos. Por el contrario, el riesgo no sistemático o específico son aquellos elementos propios de las compañías y, por tanto, se puede reducir mediante una correcta y adecuada diversificación (Martín y Téllez, 2006).

El CAPM, en su forma inicial, enuncia que el rendimiento de una acción debe reflejar dos aspectos: de qué manera se comporta su rendimiento en comparación a las oscilaciones del mercado y la cantidad de riesgo específico que soporta (Stanyer, 2006)

Según este modelo se debe estimar la prima con la cual el mercado recompensa cada unidad de riesgo sistemático para, posteriormente, estimar qué cantidad de este riesgo asumimos en nuestra inversión y poder adoptar una decisión óptima. Para poder estimar dicha cantidad, se propone como medida la beta (Santibáñez, 1995). Además, el modelo sostiene que asumir riesgo específico no debe ser retribuido ya que el inversor, mediante una eficiente diversificación, puede eliminar dicho riesgo.

Nos encontramos, por tanto, ante un modelo de expectativas homogéneas, es decir, las expectativas de rentabilidad y riesgo son iguales para todos los inversores (Fernández, 2016), que basa su funcionamiento en la existencia de una relación lineal entre la rentabilidad esperada de los títulos que forman la cartera y su contribución marginal al riesgo de la cartera (Martín y Téllez, 2006). Por todo lo expuesto, este modelo es utilizado para determinar qué rendimientos deberían reportar al inversor los activos en función del riesgo asumido (López y García, 2006).

La expresión analítica del modelo CAPM sería la siguiente:

$$E(R_j) = R_f + \beta_j [E(R_M) - R_f]$$

Donde $E(R_j)$ es la rentabilidad esperada del activo j , R_f representa la rentabilidad del activo libre de riesgo, $E(R_M)$ corresponde a la rentabilidad esperada de la cartera de mercado y β_j es la beta del activo j , es decir, el riesgo sistemático del activo j respecto al mercado.

La beta, a su vez, es el cociente de la covarianza del rendimiento del activo j y el rendimiento de la cartera de mercado entre la varianza del rendimiento de la cartera de mercado, es decir:

$$\beta_j = \frac{Cov(R_j, R_M)}{Var(R_M)}$$

Esta deducción se obtiene del “Modelo de mercado”, el cual “*propone un ajuste de regresión entre la rentabilidad del título y la correspondiente al mercado, en el que la pendiente coincidiría con la mencionada beta*” (Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez, 1996, pp.115) y cuyas expresiones matemáticas de la rentabilidad, R_p , y riesgo de cartera, σ_p^2 , vienen dadas por:

$$R_p = \alpha_p + \beta_p + R_M + e_p$$

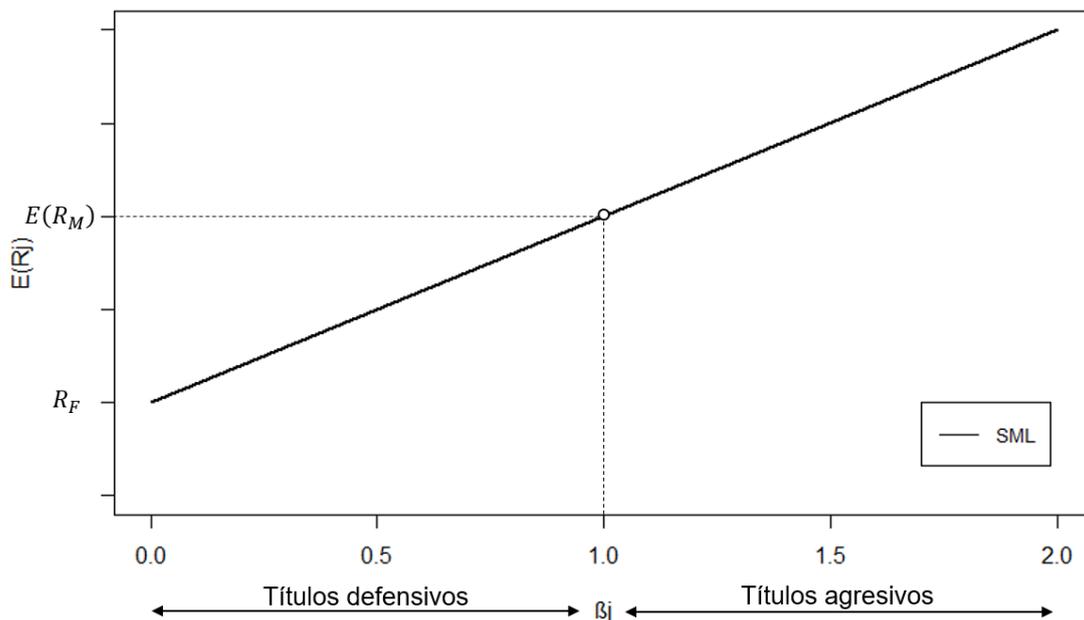
$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \sigma_{e_p}^2$$

Donde $\beta_p^2 \sigma_M^2$ representa el riesgo sistemático y $\sigma_{e_p}^2$ el riesgo específico.

2.2.1. Security market line

La expresión matemática del CAPM representa la *Security Market Line* (SML), la cual relaciona de forma lineal el riesgo, medido mediante la beta, y la rentabilidad esperada y nos proporciona información acerca de las desviaciones en la rentabilidad esperada respecto a las rentabilidades esperadas en función del riesgo asumido (Ross y Dybvig, 1985). Su representación gráfica será:

Gráfico 2.3. Security Market Line



Fuente: elaboración propia

Además, podemos reordenar la expresión analítica del modelo CAPM para un título o cartera de tal manera:

$$E(R_j) - R_f = \beta_j [E(R_M) - R_f]$$

$$E(R_p) - R_f = \beta_p [E(R_M) - R_f]$$

Donde $E(R_j) - R_f$ representa la prima por riesgo del título j , $E(R_p) - R_f$ representa la prima por riesgo de la cartera y $[E(R_M) - R_f]$ es la prima por riesgo de mercado porque representa la diferencia entre la rentabilidad esperada de la cartera de mercado y la rentabilidad del activo libre de riesgo (Fernández, 2005), es decir, es la expectativa de la rentabilidad diferencial (Fernández, 2016).

Si la beta de una cartera fuese cero, $\beta_p = 0$, significa que está compuesta en su totalidad por el activo libre de riesgo y, por tanto, la rentabilidad esperada, $E(R_p)$, será R_f siendo la prima por riesgo de la cartera nula, $E(R_p) - R_f = 0$.

Si la beta de una cartera fuese uno, $\beta_p = 1$, significa que representa la cartera de mercado y, por tanto, la rentabilidad esperada de la cartera, $E(R_p)$, será la rentabilidad de la cartera de mercado, $E(R_M)$.

Si nos encontramos con betas mayores que uno, $\beta_p > 1$, la prima por riesgo de la cartera o título se moverá en el mismo sentido pero en mayor proporción que la prima de mercado, es decir, son carteras o títulos agresivos. También cabe la posibilidad de que la beta se encuentre entre los valores cero y uno, $0 < \beta_p < 1$, donde la prima por riesgo de la cartera o título tendrá un comportamiento en el mismo sentido, pero en menor proporción que la prima de mercado, es decir, son carteras o títulos defensivos.

Finalmente, si la beta es menor que cero, $\beta_p < 0$, estaríamos ante títulos o carteras superdefensivas; la prima por riesgo se movería en sentido contrario al mercado.

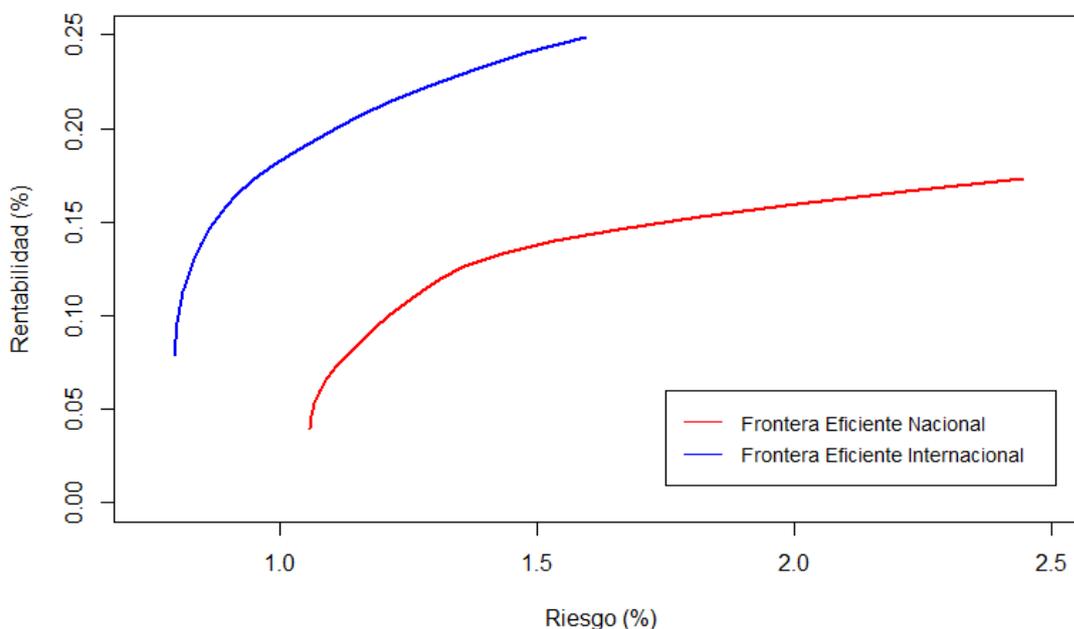
2.3. GESTIÓN INTERNACIONAL DE CARTERAS

Hasta el momento hemos atendido conceptos sobre la gestión de carteras y valoración de activos sin hacer una diferenciación de la posibilidad de invertir tanto en títulos nacionales como internacionales y, por ello, en este apartado se tratan los modelos anteriormente analizados, pero desde una perspectiva internacional.

2.3.1. Teoría de selección de cartera internacional de Markowitz

La diversificación internacional permite al inversor obtener mayores posibilidades de inversión en términos de sectores, compañías, etc. (Lamothe, 1999). Esto origina que la frontera eficiente internacional se desplace hacia arriba y hacia la izquierda:

Gráfico 2.4. Frontera eficiente nacional e internacional



Fuente: elaboración propia

Este desplazamiento de la frontera, a su vez, hace evidente que gracias a la diversificación internacional podemos obtener mayores rendimientos para cada nivel de riesgo o, por el contrario, mantener un nivel de rendimiento dado disminuyendo el nivel de riesgo.

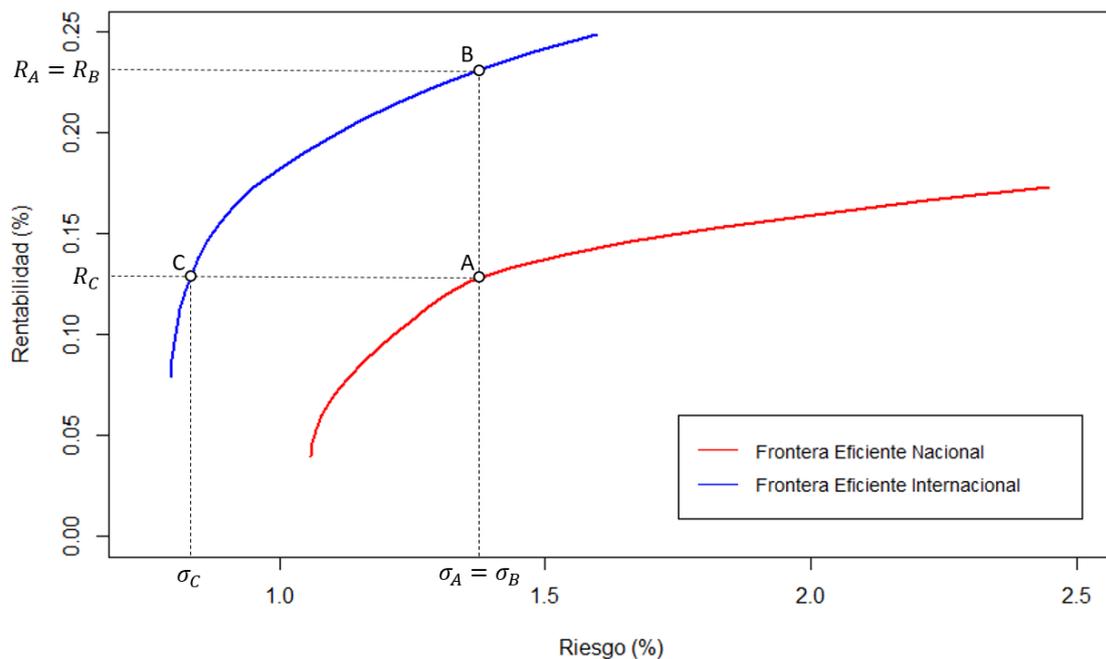
Se puede apreciar la situación anteriormente explicada gráficamente (Gráfico 2.5). Suponemos una situación inicial caracterizada por la “Cartera A”, la cual es una cartera eficiente nacional, cuyo rendimiento y riesgo son R_A y σ_A , respectivamente:

- Para un mismo nivel de riesgo (σ_A), la “Cartera B” internacional logra mayores rendimientos esperados (R_B), por lo que será preferible a la “Cartera A” nacional.
- Por otro lado, la “Cartera C” internacional consigue reducir el nivel de riesgo (σ_C), manteniendo constante un rendimiento esperado dado (R_A), por tanto, siempre será preferible.

Cabe destacar que, además de las carteras eficientes internacionales “B” y “C”, cualquier cartera no eficiente internacional situada gráficamente en el área \overline{ABC} y cualquier cartera eficiente internacional entre “B” y “C” son mejores estrategias de inversión que la cartera nacional “A” porque consiguen una rentabilidad esperada mayor con un menor nivel de riesgo.

Aunque bien es cierto que, teniendo la posibilidad de invertir en carteras eficientes internacionales, no nos interesan las carteras del área \overline{ABC} porque siempre habrá dos carteras internacionales eficientes que serán mejor: una con igual rentabilidad pero menor riesgo y otra con igual riesgo pero mayor rentabilidad.

Gráfico 2.5. Comparativa de carteras eficientes nacionales e internacionales



Fuente: elaboración propia

Por tanto, la diversificación internacional permite al inversor obtener mayores rendimientos esperados manteniendo constante el riesgo o, por el contrario, obtener la misma rentabilidad esperada disminuyendo el riesgo adoptado.

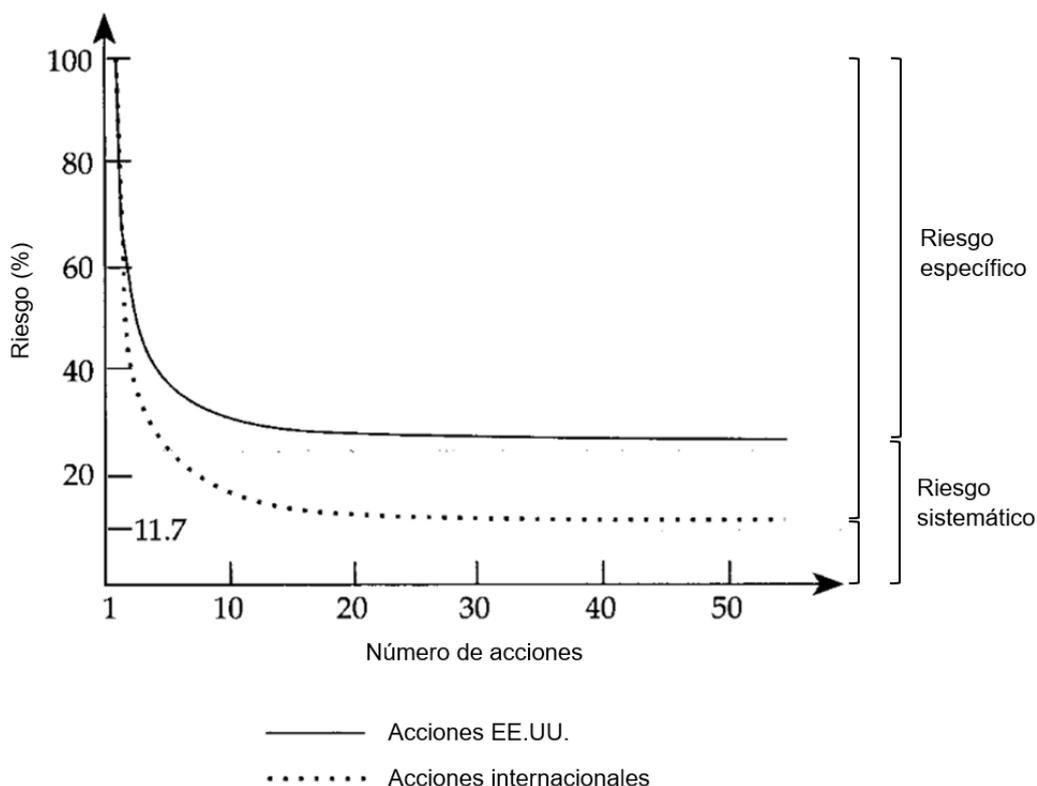
Los efectos positivos de la diversificación internacional derivan de los coeficientes de correlación entre los mercados, del riesgo de cada mercado y de los rendimientos de cada mercado (Elton y Gruber, 1995). Las correlaciones se suponen menores entre compañías de diferentes países (internacional) que en compañías del mismo país (nacional).

Solnik (1974), a través de un análisis empírico con datos a nivel internacional, expuso que mediante la diversificación internacional puede reducirse el riesgo asumido. Esto se debe a que las oscilaciones entre los precios de los títulos de diferentes países no tienen apenas relación, es decir, tienen una correlación baja, la cual es condición necesaria para una efectiva diversificación. Por ello, únicamente por invertir en títulos de diferentes países el riesgo se ve reducido.

Además, en dicho estudio, se demuestran empíricamente los beneficios en términos de reducción del riesgo mediante la diversificación internacional. En concreto, el autor analiza una cartera formada únicamente por títulos nacionales (Estados Unidos) y una cartera internacional (Gráfico 2.6). En la primera, observó que mediante la diversificación nacional se lograba reducir el riesgo asumido al 25%. En la segunda, la reducción era notablemente mayor, alcanzando un nivel de riesgo del 11,7%, el cual era el límite de reducción del riesgo para el momento del estudio.

Asimismo, observando el gráfico se puede apreciar otra de las aportaciones del estudio: el número de títulos necesarios para lograr una diversificación efectiva se sitúa entre 20 y 30 títulos. A partir de estas cantidades, la reducción del riesgo es insignificante.

Gráfico 2.6. Efectos de la diversificación internacional



Fuente: adaptación de Solnik, 1974

Por tanto, la diversificación internacional consigue reducir en mayor medida el riesgo específico que en un contexto nacional y, además, permite reducir también el riesgo sistemático, efecto que no era posible en términos nacionales.

Otros autores como Martín y Téllez (2006) también hacen referencia a los efectos de la diversificación internacional, los cuales afirman que la incorporación de nuevos valores con correlaciones bajas o nulas entre sí permiten reducir la varianza total de la cartera y que cuantas menores sean dichas correlaciones mayores serán los efectos y beneficios de la diversificación internacional.

2.3.2. International Asset Pricing Model

Por otra parte, a nivel internacional encontramos el *International Asset Pricing Model* (IAPM), el cual es una modificación del *Capital Asset Pricing Model* (CAPM).

En primer lugar, en este modelo el inversor se encuentra con la disyuntiva de qué *Security market line* (SML) considerar a nivel internacional: el mercado nacional, el mercado donde adquiere los títulos o el mercado internacional, entendiendo este último de forma global.

Se rechaza la opción de considerar el mercado donde el inversor adquiere las acciones porque tomar esta opción no es significativa y, por ello, solo es lógico considerar las otras dos alternativas (Martín y Téllez, 2014).

La expresión matemática a utilizar si se tiene en cuenta el mercado nacional es:

$$E(R_j) = R_{fj} + \beta_j [E(R_{Mn}) - R_{fj}]$$

$$\beta_j = \frac{Cov(R_j, R_{Mn})}{Var(R_{Mn})}$$

Donde $E(R_j)$ es la rentabilidad esperada del activo j , R_{fj} representa la rentabilidad del activo libre de riesgo del mercado nacional, $E(R_{Mn})$ corresponde a la rentabilidad esperada de la cartera de mercado nacional y β_j es la beta del activo j , es decir, el riesgo sistemático del activo j respecto al mercado nacional.

Mientras que, la expresión analítica de la SML si se toma como referencia el mercado internacional será:

$$E(R_j) = R_{fj} + \beta_{jw} [E(R_{Mw}) - R_{fj}]$$

$$\beta_{jw} = \frac{Cov(R_j, R_{Mw})}{Var(R_{Mw})}$$

Donde $E(R_j)$ es la rentabilidad esperada del activo j , R_{fj} representa la rentabilidad del activo libre de riesgo del país de procedencia del activo j , $E(R_{Mw})$ corresponde a la rentabilidad esperada de la cartera de mercado internacional la cual puede evaluarse a través de la media ponderada de las rentabilidades esperadas de las carteras de mercado nacionales de cada país en función del producto interior bruto o de la capitalización bursátil, R_{fj} es la media ponderada de las rentabilidades de los activos libres de riesgo del mercado internacional y β_j es la beta del activo j , es decir, el riesgo sistemático del activo j respecto al mercado internacional.

En segundo lugar, el inversor debe conocer que el modelo IAPM adopta el supuesto de que el riesgo sólo es cuantificable mediante la beta internacional y, en consecuencia, la relación efectiva entre la beta nacional y la beta internacional ha de ser objeto de análisis. La expresión analíticamente tradicional de esta interacción es:

$$\beta_{jw} = \beta_j \beta_{Pw}$$

Donde β_{jw} es la beta internacional del activo j , β_j es la beta nacional del activo j y β_{Pw} es la sensibilidad del factor de mercado nacional al factor de mercado mundial.

Por tanto, sobre cada título influye un factor de mercado nacional y este, a su vez, es influenciado por un factor de mercado internacional y por factores de riesgo de cambio. En consecuencia, sobre cada título influye directamente el factor de mercado internacional a través de su factor de mercado nacional (Lamothe, 1999).

3. ANÁLISIS EMPÍRICO DE CARTERAS

3.1. METODOLOGÍA PARA LA FORMACIÓN DE CARTERAS NACIONALES

En el presente subapartado se estudiará y analizará de qué manera se van a formar las carteras objeto de estudio, es decir, que criterios y metodologías se van a emplear, para posteriormente componer las carteras que nos servirán para desarrollar nuestro trabajo.

Como situación de partida, se van a formar dos carteras diferentes, asociada cada una a una metodología de composición diferente empleadas por autores que han realizado estudios acerca de la gestión de carteras: la cartera equidistribuida y la cartera de mínima varianza.

Además, para simplificar el análisis, vamos a asumir el supuesto de que no se permiten las ventas en corto, es decir, asumimos no negatividad en el peso de los títulos:

$$\forall X_j \geq 0; \quad j = 1, \dots, N$$

Donde X_j es la ponderación o peso del activo j en la cartera.

3.1.1. Cartera equidistribuida nacional

Ernst, Thompson y Miao (2016) demuestran en su investigación, tomando como referencia el índice S&P500, que en el 66% de los casos una cartera igualmente ponderada retorna rentabilidades superiores a la propuesta por Sharpe (1964), la cual es una cartera cuya ponderación se aplica en función de la capitalización bursátil.

La expresión matemática que nos devuelve el peso de cada título, el cual va a ser constante, en la cartera igualmente ponderada es:

$$X_j = \frac{1}{N}; \quad j = 1, \dots, N$$

Donde X_j es la ponderación o peso del activo j en la cartera y N es el número total de títulos disponibles para invertir.

En consecuencia, a nivel nacional y tomando como mercado las compañías que conforman el IBEX35, el peso de cada título será:

$$X_j = \frac{1}{N_{NAC}} = \frac{1}{35} = 0,0286; \quad j = 1, \dots, 35$$

Por tanto, para formar una cartera equidistribuida a nivel nacional, cada compañía deberá suponer un 2,86% del peso total de la cartera, es decir:

Tabla 3.1. Composición de cartera equidistribuida nacional

Empresa	Peso
ABE	2,86 %
⋮	⋮
VIS	2,86 %

Fuente: elaboración propia

Para calcular los rendimientos diarios empleamos la expresión de rentabilidad logarítmica, de tal forma que el rendimiento diario de la compañía j en la sesión diaria i , será:

$$Rendimiento_{ij} = Ln\left(\frac{Cotización_{ij}}{Cotización_{i-1,j}}\right); \text{ donde } i = 1, \dots, 259 \text{ y } j = ABE, \dots, VIS$$

Una vez obtenidas las rentabilidades diarias, procedemos a calcular la rentabilidad media diaria y riesgo de la cartera equidistribuida nacional:

Tabla 3.2. Parámetros de cartera equidistribuida nacional

Rentabilidad	-0,0034 %
Riesgo	1,4578 %

Fuente: elaboración propia

3.1.2. Cartera de mínima varianza nacional

Las investigaciones acerca de la selección de carteras continúan avanzando actualmente y podemos encontrar aportaciones en este campo que, aunque basan sus pilares en los modelos clásicos, contribuyen con nuevas metodologías aplicables a la selección de carteras.

Es el caso de Kourtis, Dotsis y Markellos (2012), los cuales proponen en su trabajo un nuevo marco de estimación de la matriz de covarianza inversa, una nueva metodología, cuyo objetivo es la mejora de los rendimientos de las carteras fuera de la muestra. Para establecer unas conclusiones empíricas, los autores se limitan a la comparación de los resultados con la cartera global de mínima varianza (GMV).

La cartera global de mínima varianza es la cartera de mínima varianza, mínimo riesgo, del conjunto de las carteras de media-varianza disponibles para el inversor y para obtener dicha cartera es necesario conocer la frontera eficiente del mercado objeto de estudio, en nuestro caso, el IBEX35.

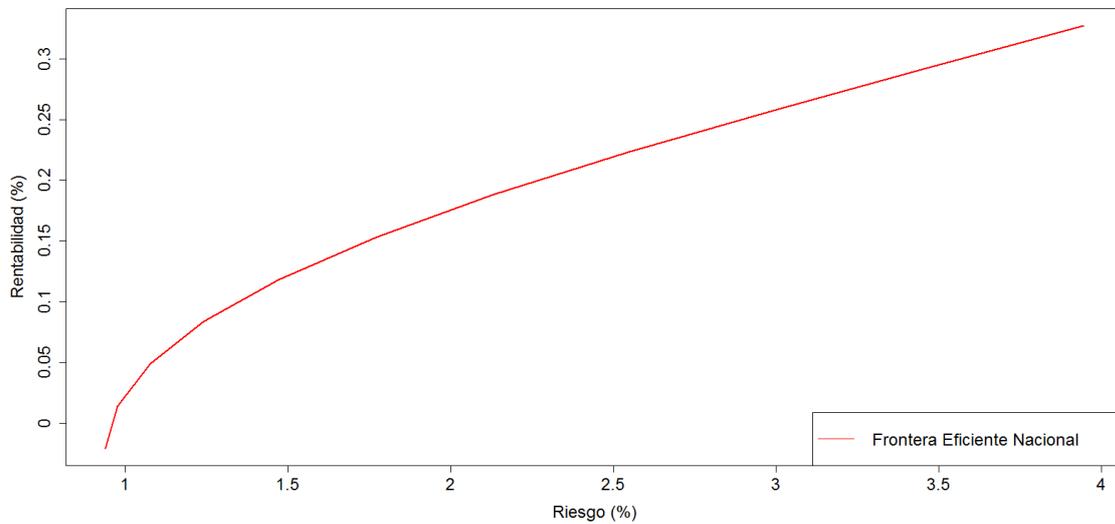
Para ello, a partir de las cotizaciones diarias de las 35 empresas que componen el índice del año 2016 obtenemos los rendimientos diarios del periodo analizado mediante la rentabilidad logarítmica como se expuso en el apartado anterior.

Tras esto, calculamos el rendimiento medio, la desviación típica y la matriz de correlaciones entre los rendimientos diarios de las compañías. Finalmente, mediante estos parámetros, procedemos a dibujar la frontera eficiente nacional a partir de las carteras eficientes, las cuales resultan de minimizar el riesgo de la cartera¹ manteniendo un nivel de rendimiento constante.

¹ Ver fórmulas en "2.1. Teoría de selección de cartera de Markowitz" en páginas 7 a 9.

La curva, frontera eficiente nacional, resultante adopta la siguiente forma:

Gráfico 3.1. Frontera eficiente nacional empírica



Fuente: elaboración propia

La cartera de mínimo riesgo, en términos gráficos, será aquella que quede situada más a la izquierda de la frontera eficiente nacional. En términos matemáticos será aquella cartera eficiente con menor riesgo, la cual en nuestro análisis está formada por las siguientes compañías con sus respectivos pesos relativos en la cartera:

Tabla 3.3. Composición de cartera de mínima varianza nacional

Empresa	Peso
ACX	2,81 %
AMS	9,14 %
BKT	2,71 %
ENG	3,78 %
ELE	5,87 %
GRF	8,31 %
IDR	2,02 %
REE	38,49 %
TRE	1,41 %
VIS	25,46 %

Fuente: elaboración propia

La cartera de mínima varianza nacional presenta la siguiente rentabilidad media diaria y riesgo para el ejercicio 2016:

Tabla 3.4. Parámetros de cartera de mínima varianza nacional

Rentabilidad	-0,0209 %
Riesgo	0,9396 %

Fuente: elaboración propia

3.2. CARTERAS EFICIENTES NACIONALES EMPÍRICAS

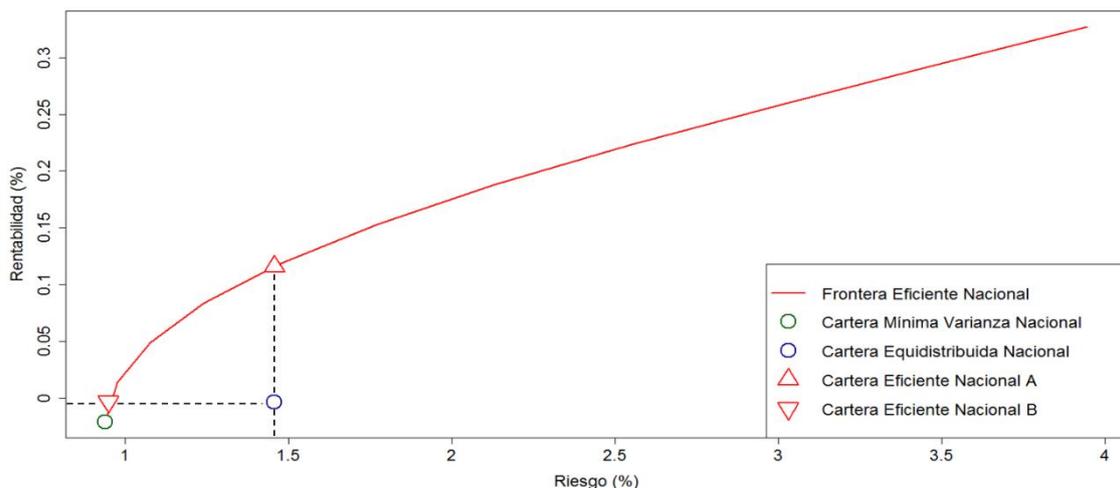
La necesidad de una eficiente gestión de carteras se hace evidente con los resultados obtenidos puesto que para ambas carteras de referencia la rentabilidad media diaria es negativa. Es por ello que, en el presente apartado, realizamos un análisis de aquellas composiciones de cartera disponibles en el mercado nacional que nos permitan mejorar los resultados.

La cartera de mínima varianza nacional es una cartera eficiente para el mercado y periodo analizado. Es por ello que, respecto a esta, no podemos determinar o definir una combinación de títulos nacionales que nos permita obtener una cartera mejor para cualquier inversor en términos absolutos, pues cada uno tendrá una aversión al riesgo diferente y personal.

Sin embargo, la cartera equidistribuida nacional es una cartera no eficiente, es decir, podemos encontrar combinaciones de títulos del IBEX35 que formen carteras eficientes nacionales que mejoran los resultados en términos conjuntos de rentabilidad y riesgo.

Para simplificar el estudio, nos centraremos únicamente en la comparativa de la cartera equidistribuida con dos carteras eficientes nacionales: la cartera eficiente nacional de riesgo equivalente (Cartera A) y la cartera eficiente nacional de rentabilidad equivalente (Cartera B). A pesar de la simplificación, hay que tener en cuenta que cualquier cartera situada gráficamente en el área formada por la cartera equidistribuida, la Cartera A y la Cartera B será mejor alternativa que la cartera equidistribuida.

Gráfico 3.2. Comparativa de carteras nacionales empíricas



Fuente: elaboración propia

Analíticamente, los parámetros de las carteras analizadas son los siguientes²:

Tabla 3.5. Parámetros de carteras nacionales analizadas

	Rentabilidad	Riesgo
Cartera Equidistribuida	-0,0034 %	1,4578 %
Cartera Eficiente Nacional A	0,1160 %	1,4578 %
Cartera Eficiente Nacional B	-0,0034 %	0,9501%

Fuente: elaboración propia

Respecto a la cartera equidistribuida, observamos que la Cartera eficiente nacional A logra una rentabilidad de 0,1194 puntos porcentuales superior con el mismo nivel de riesgo asumido y la Cartera eficiente nacional B consigue la misma rentabilidad, pero asumiendo 0,5077 puntos porcentuales menos de riesgo. Por tanto, los resultados hacen evidentes los beneficios de una correcta gestión de carteras.

3.3. FORMACIÓN Y COMPARATIVA DE CARTERAS INTERNACIONALES EMPÍRICAS

Tomando como referencia los resultados expuestos a nivel nacional, procedemos a analizar un contexto de inversión internacional. Para simplificar el análisis, suponemos que internacionalmente podemos invertir en títulos de Alemania y Francia, países que pertenecen a la zona euro y por tanto eliminamos el riesgo divisa.

Los títulos de Alemania estarán representados por los títulos que conforman el DAX30, mientras que los de Francia serán aquellos títulos que coticen en el CAC40. Por tanto, en el contexto internacional, podemos invertir libremente en cualquier título que cotice en el IBEX35, DAX30 o CAC40, es decir, tenemos a nuestra disposición 105 títulos, cuando a nivel nacional solo disponíamos de 35. Esto se traduce en mayores posibilidades de diversificación.

Estos mercados no están perfectamente correlacionados, como podemos apreciar en la Tabla 3.6, lo cual es condición necesaria para una correcta y eficaz diversificación.

Tabla 3.6. Correlación entre los índices

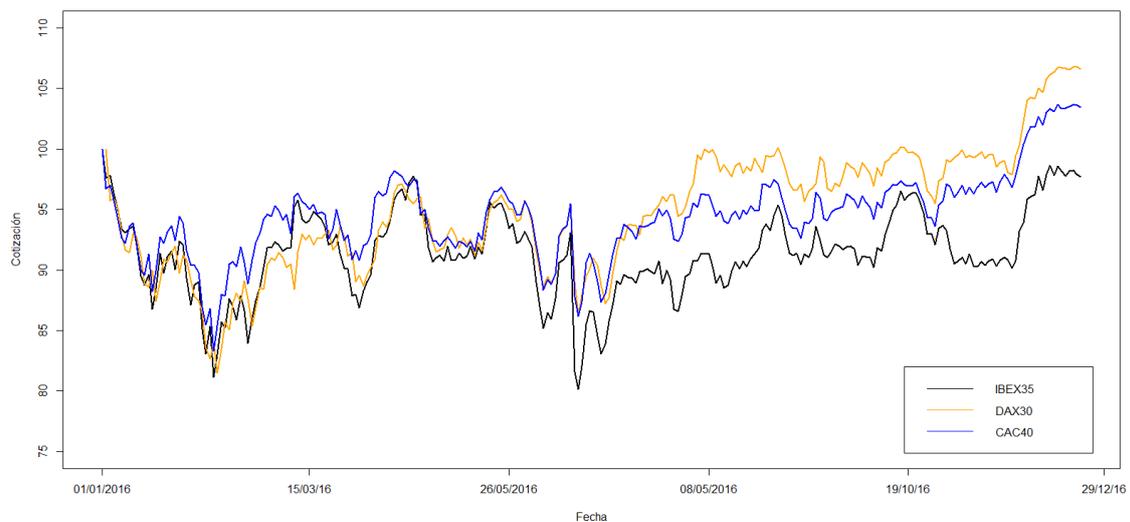
	IBEX35	DAX30	CAC40
IBEX35	1,0000	0,6860	0,8580
DAX30	0,6860	1,0000	0,9006
CAC40	0,8580	0,9006	1,0000

Fuente: elaboración propia

Gráficamente la ausencia de correlación perfecta es visible ya que los diferentes mercados evolucionan en el mismo sentido, pero con comportamiento diferente, como podemos observar en el Gráfico 3.3.

² Ver composición de carteras nacionales en Tabla Anexo 1, página 42.

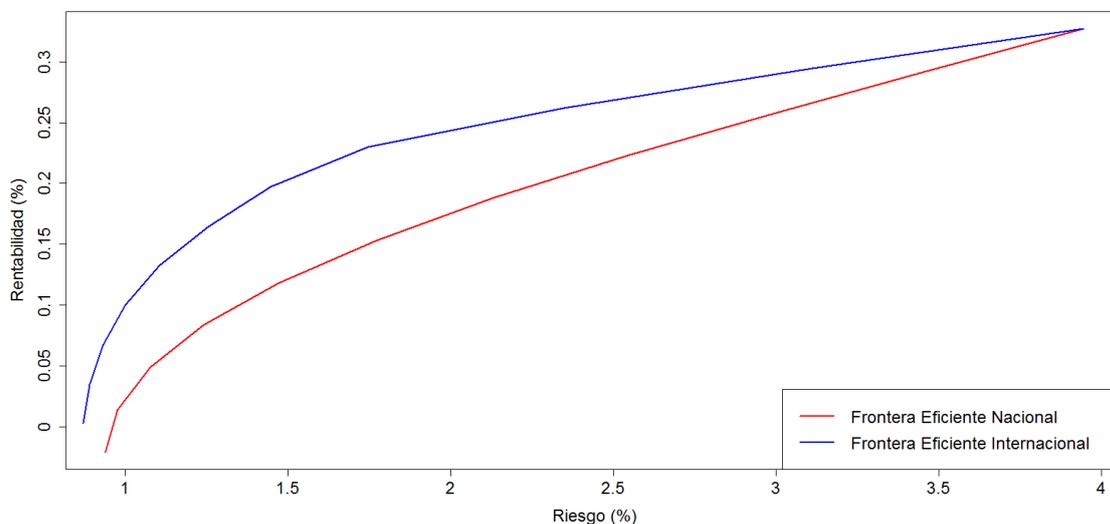
Gráfico 3.3. Cotización de los índices en base 100



Fuente: elaboración propia

A partir de las cotizaciones diarias de las 105 compañías disponibles obtenemos los rendimientos diarios de cada una de ellas para el periodo analizado y aplicando el procedimiento de selección de carteras de Markowitz elaboramos la frontera eficiente internacional.

Gráfico 3.4. Frontera eficiente nacional e internacional



Fuente: elaboración propia

Tal y como enuncia la literatura económica, dicha curva se ha desplazado hacia arriba y hacia la izquierda respecto a la frontera eficiente nacional con la peculiaridad de que el título de mayor rentabilidad diaria pertenece al mercado nacional³ y, por tanto, ambas curvas coinciden en el punto situado gráficamente más a la derecha (Gráfico 3.4).

³ La compañía nacional en cuestión es ArcelorMittal, la cual obtiene un rendimiento diario medio del 0,0033% para el ejercicio 2016.

En primer lugar, apreciamos que la cartera de mínima varianza internacional (GMV Internacional) mejora significativamente los resultados en comparación a la cartera de mínima varianza nacional (GMV Nacional). En concreto, la internacional logra rentabilidades superiores y positivas asumiendo un menor nivel de riesgo:

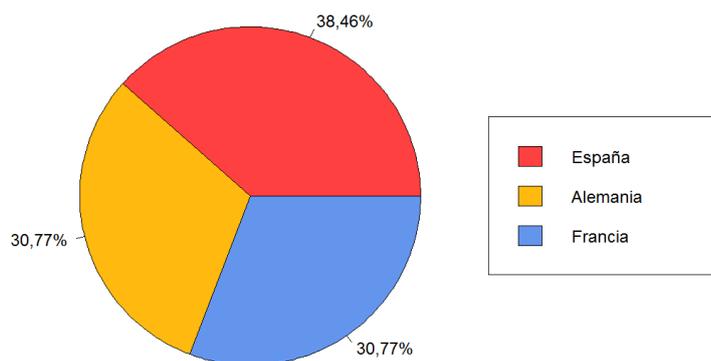
Tabla 3.7. Carteras de mínima varianza nacional e internacional

	Rentabilidad	Riesgo
GMV Nacional	-0,0209 %	0,9396 %
GMV Internacional	0,0026 %	0,8722 %

Fuente: elaboración propia

Esto se debe a los beneficios de la diversificación internacional. La GMV Nacional está compuesta por 10 títulos nacionales mientras que la GMV Internacional está formada por 5 títulos del IBEX35, 4 títulos del DAX30 y 4 títulos del CAC40, lo que proporcionalmente supone un 38,46%, 30,77% y 30,77% respectivamente.

Gráfico 3.5. Composición geográfica cartera de mínima varianza internacional

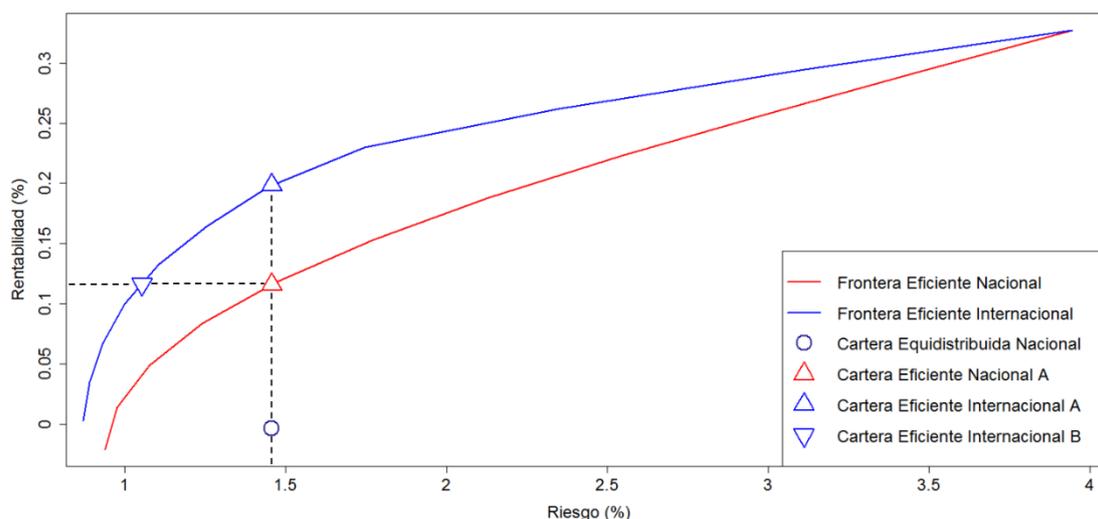


Fuente: elaboración propia

En segundo lugar, al expandir nuestras posibilidades de inversión a un entorno internacional, las carteras eficientes nacionales dejan de ser la opción de inversión más eficiente porque en la nueva situación tenemos a nuestra disposición combinaciones de títulos nacionales e internacionales que logran mejores resultados.

Para la realización del análisis descriptivo internacional tomaremos como referencia la Cartera Eficiente Nacional A y, por razones de simplificación, comparamos dicha cartera con las respectivas carteras eficientes internacional de igual riesgo (Cartera Eficiente Internacional A) y de igual rentabilidad (Cartera Eficiente Internacional B). Sin embargo, cualquier cartera situada en el área formada por la Cartera Eficiente Nacional A, Cartera Eficiente Internacional A y Cartera Eficiente Internacional B será mejor alternativa de inversión que la Cartera Eficiente Nacional A porque obtendrá rendimientos superiores con menores niveles de riesgo.

Gráfico 3.6. Comparativa de carteras nacionales e internacionales



Fuente: elaboración propia

Analíticamente, los parámetros de las carteras analizadas en este apartado son los siguientes⁴:

Tabla 3.8. Parámetros de carteras nacionales e internacionales analizadas

	Rentabilidad	Riesgo
Cartera Eficiente Nacional A	0,1160 %	1,4578 %
Cartera Eficiente Internacional A	0,1986 %	1,4578 %
Cartera Eficiente Internacional B	0,1160 %	1,0540 %

Fuente: elaboración propia

Analizando los parámetros resultantes se aprecian los beneficios de la diversificación internacional. La Cartera Eficiente Internacional A consigue aumentar la rentabilidad respecto a la cartera de referencia en 0,0826 puntos porcentuales manteniendo el riesgo constante, mientras que la Cartera Eficiente Internacional B logra mantener la rentabilidad disminuyendo en 0,4038 puntos porcentuales el riesgo asumido.

Tabla 3.9. Composición geográfica de las carteras empíricas

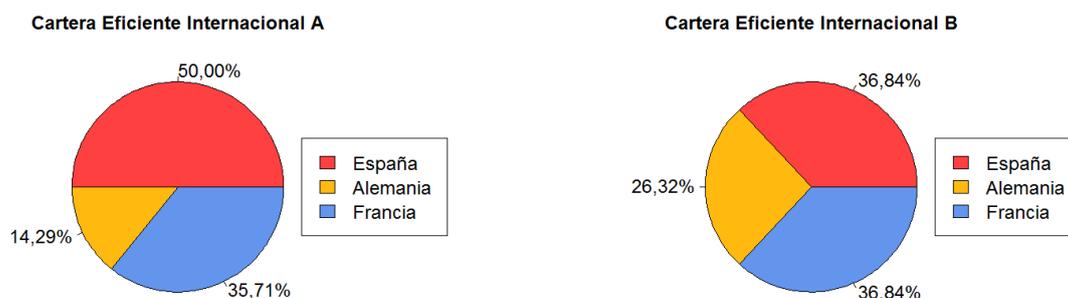
	Total	España		Alemania		Francia	
		Tít.	Peso	Tít.	Peso	Tít.	Peso
Cartera Eficiente Nacional A	7	7	100,00 %	-	-	-	-
Cartera Eficiente Internacional A	14	7	50,00 %	2	14,29 %	5	35,71 %
Cartera Eficiente Internacional B	19	7	36,84 %	5	26,32 %	7	36,84 %

Fuente: elaboración propia

⁴ Ver composición de carteras internacionales en Tabla Anexo 2, página 43.

En términos geográficos, la composición por países de las carteras analizadas se expone en la Tabla 3.9. Analizando estos datos se hace evidente las ventajas de una correcta diversificación internacional ya que la Cartera Eficiente Internacional B, la cual consigue reducir el riesgo manteniendo constante la rentabilidad obtenida por la cartera de referencia, es aquella cartera de las analizadas que está formada por un mayor número de títulos y de manera más equitativa entre países, es decir, está más diversificada.

Gráfico 3.7. Composición geográfica de cartera eficiente internacional A y B



Fuente: elaboración propia

Finalmente, los mejores resultados que nos permite alcanzar la diversificación internacional se hacen más notables si comparamos la Cartera Eficiente Internacional A con la Cartera Equidistribuida Nacional. Ambas carteras asumen el mismo nivel de riesgo, un 1,4578%, pero el diferencial de rentabilidad entre ellas es bastante significativo. La Cartera Eficiente Internacional A consiguió una rentabilidad media diaria del 0,1986% mientras que la Cartera Equidistribuida Nacional obtuvo una rentabilidad negativa del -0,0034%, lo que supone una mejora de 0,2020 puntos porcentuales.

4. MEDIDAS DE PERFORMANCE

En el apartado anterior hemos podido comprobar las ventajas de invertir en un contexto internacional a partir de la formación de las denominadas carteras eficientes internacionales. Sin embargo, no podemos concretar que cartera eficiente internacional será mejor que el resto, ya que esto es subjetivo puesto que depende de las preferencias del inversor y el nivel de riesgo que desee asumir.

Es por esta razón que en el presente apartado se van a emplear medidas de performance, término anglosajón que se utiliza para medir la calidad de la gestión de las carteras en función de diferentes parámetros.

Específicamente y prosiguiendo con un análisis empírico, vamos a analizar la performance de la Cartera Nacional A y las Carteras Internacionales A y B. Para ello, vamos a emplear tres índices de performance diferentes: Índice de Sharpe, Índice de Treynor y M^2 de Modigliani.

El Índice de Sharpe (1966) es una medida de performance que cuantifica la remuneración respecto al riesgo que consigue el inversor con una determinada cartera en términos de diferencial de rentabilidad sobre la tasa libre de riesgo, la cual al ser internacional se estima a partir de la media ponderada del activo libre de riesgo de cada país que participe en la composición geográfica de dicha cartera en base al producto interior bruto de cada uno, por cada punto porcentual de desviación típica del rendimiento de la cartera (Lamothe, 1999).

Cuanto mayor sea el Índice de Sharpe, mayor será la remuneración respecto al riesgo y, por tanto, podremos afirmar que tiene una mayor calidad de gestión respecto a otra cartera con menor resultado en dicho índice. Su expresión analítica es la siguiente:

$$S = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

donde R_p es la rentabilidad de la cartera, R_f es la rentabilidad del activo libre de riesgo y σ_p representa la desviación típica de la rentabilidad de la cartera analizada.

El Índice de Treynor, por su parte, nos muestra que porcentaje de prima de rentabilidad ha logrado la cartera analizada por un cien por ciento de exposición al riesgo sistemático de la cartera en cuestión (Lamothe, 1999).

Esta medida de performance asume que la beta es un indicador fiable del riesgo sistemático de la cartera y, por tanto, asume en gran medida el modelo CAPM, lo que limita su aplicación frente al Índice de Sharpe ya que este no asume ningún modelo. Su expresión matemática es:

$$T = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}$$

donde R_p es la rentabilidad de la cartera, R_f es la rentabilidad del activo libre de riesgo y β_p es la beta de la cartera analizada.

El M^2 de Modigliani es una medida de performance que nos permite trasladar diferentes carteras o activos en un gráfico de rentabilidad y riesgo a una línea vertical, la cual cuantifica el nivel de riesgo de un índice de referencia. Esta traslación de los puntos del gráfico, nos permite ordenar por rentabilidad las carteras analizadas y su expresión analítica es:

$$M^2 = \frac{\sigma_{Mw}}{\sigma_p} R_p + \left(1 - \frac{\sigma_{Mw}}{\sigma_p}\right) R_f$$

donde σ_{Mw} es la desviación típica de la cartera de mercado internacional para el periodo observado, σ_p es la desviación típica de la cartera analizada para el periodo estudiado, R_p representa la rentabilidad de la cartera estudiada para el periodo observado y R_f es el rendimiento del activo libre de riesgo internacional para el periodo analizado.

Esta medida de performance permite la comparación de carteras con diferentes niveles de riesgo asumido porque supone que aquellas carteras que han asumido un riesgo menor al de la cartera de mercado internacional pedirán prestado el activo libre de riesgo internacional hasta llegar al nivel de riesgo de esta última. Por su parte, si la cartera analizada ha asumido mayores niveles de riesgo que la cartera de mercado internacional, supone que se llegará al mismo nivel de riesgo invirtiendo en el activo libre de riesgo internacional (Brito, 1999).

Para calcular de manera empírica las medidas de performance expuestas es necesario calcular una serie de parámetros: la rentabilidad del activo libre de riesgo internacional, los parámetros de la cartera de mercado internacional y la beta internacional de cada cartera analizada.

Para conocer la rentabilidad del activo libre de riesgo internacional, calculamos el rendimiento diario del bono a doce meses de cada país para el periodo analizado a partir de la rentabilidad anual ofrecida por estos activos para, posteriormente, calcular la media ponderada en base al producto interior bruto. Se exponen los datos y resultados en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Rendimiento del activo libre de riesgo internacional

	PIB ⁵	Peso	$R_{fj \text{ anual}}^6$	$R_{fj \text{ diario}}^7$	$R_{fj \text{ ponderado}}$
España	1.686.373,75 USD	19,87%	-0,0550%	-0,0002%	-0,00004%
Alemania	4.028.364,41 USD	47,46%	-0,3670%	-0,0014%	-0,00067%
Francia	2.773.931,59 USD	32,68%	-0,3810%	-0,0015%	-0,00048%
				R_{fw}	-0,00120%

Fuente: elaboración propia

Los parámetros de la cartera de mercado internacional se calculan a partir de la media ponderada en base al producto interior bruto de los rendimientos diarios de los índices de cada país (IBEX35, DAX30 y CAC40) y son los siguientes:

Tabla 4.2. Parámetros de cartera de mercado internacional

Rentabilidad	0,0150%
Riesgo	1,2412%

Fuente: elaboración propia

Las betas internacionales de cada cartera analizada se calculan a partir de las betas internacionales de cada título que forme dicha cartera en función del peso que cada uno de estos títulos tenga dentro de cada cartera, es decir:

$$\beta_p = \sum X_j \beta_{jw}$$

donde β_p es la beta internacional de la cartera, X_j es el peso del activo j en la cartera y β_{jw} es la beta internacional del activo j .

A su vez, las betas internacionales de cada título pueden calcularse en base a la siguiente expresión:

$$\beta_{jw} = \frac{Cov(R_j, R_{Mw})}{Var(R_{Mw})}$$

donde R_j representa el rendimiento del activo j y R_{Mw} es la rentabilidad obtenida por la cartera de mercado internacional.

⁵ En producto interior bruto (PIB) de los países corresponde al ejercicio 2016 y está expresado en millones de dólares americanos (USD).

⁶ Como el análisis empírico de la rentabilidad y riesgo de las carteras se ha realizado para el ejercicio 2016, se ha tomado como dato el rendimiento anual del bono a doce meses a fecha 31 de diciembre de 2015.

⁷ El cálculo del rendimiento diario de los activos libres de riesgo de cada país se ha cálculo en 259 días o sesiones, que son el número de días que los activos analizadas han cotizado.

Las betas internacionales de cada título obtenidas tras realizar los cálculos correspondientes son:

Tabla 4.3. Betas individuales de los títulos empleados en la formación de las carteras analizadas

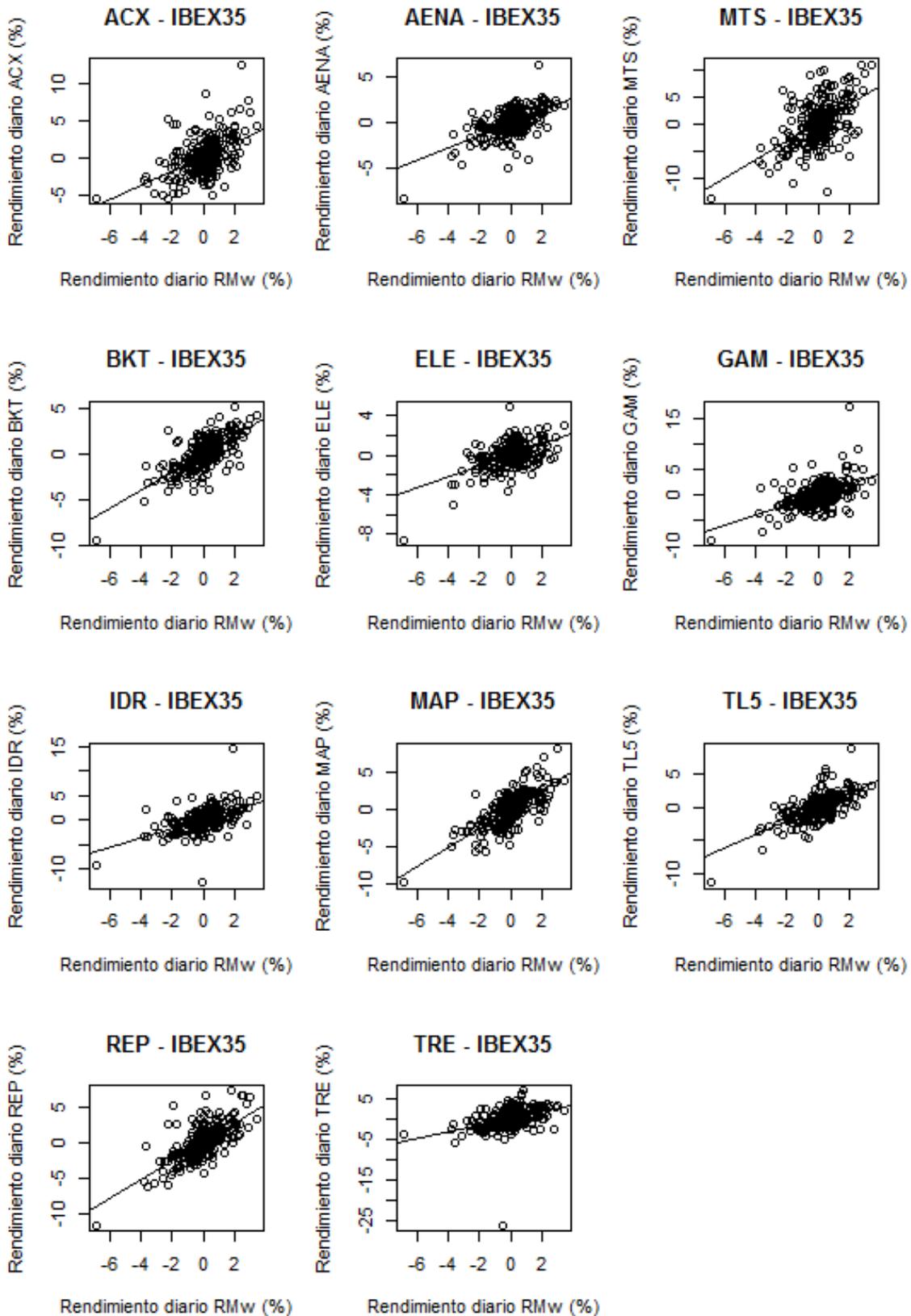
Empresa	País	$Cov(R_j, R_{Mw})$	β_{jw}
ACX	España	0,00015	0,99
AENA	España	0,00011	0,69
MTS	España	0,00027	1,73
BKT	España	0,00015	1,00
ELE	España	0,00009	0,57
GAM	España	0,00016	1,01
IDR	España	0,00015	0,97
MAP	España	0,00020	1,29
TL5	España	0,00016	1,05
REP	España	0,00021	1,34
TRE	España	0,00012	0,80
ADS	Alemania	0,00008	0,49
BAS	Alemania	0,00013	0,86
HEN3	Alemania	0,00008	0,54
LIN	Alemania	0,00012	0,78
SIE	Alemania	0,00014	0,90
KER	Francia	0,00015	0,97
LRRS	Francia	0,00013	0,84
ORF	Francia	0,00010	0,67
MCL	Francia	0,00013	0,81
SDX	Francia	0,00010	0,68
SOL	Francia	0,00015	1,00
TEC	Francia	0,00016	1,06

Fuente: elaboración propia

Como es de esperar, podemos apreciar que cuanto mayor es la covarianza entre los rendimientos de los títulos y los rendimientos de la cartera de mercado internacional mayor es la beta internacional de cada título.

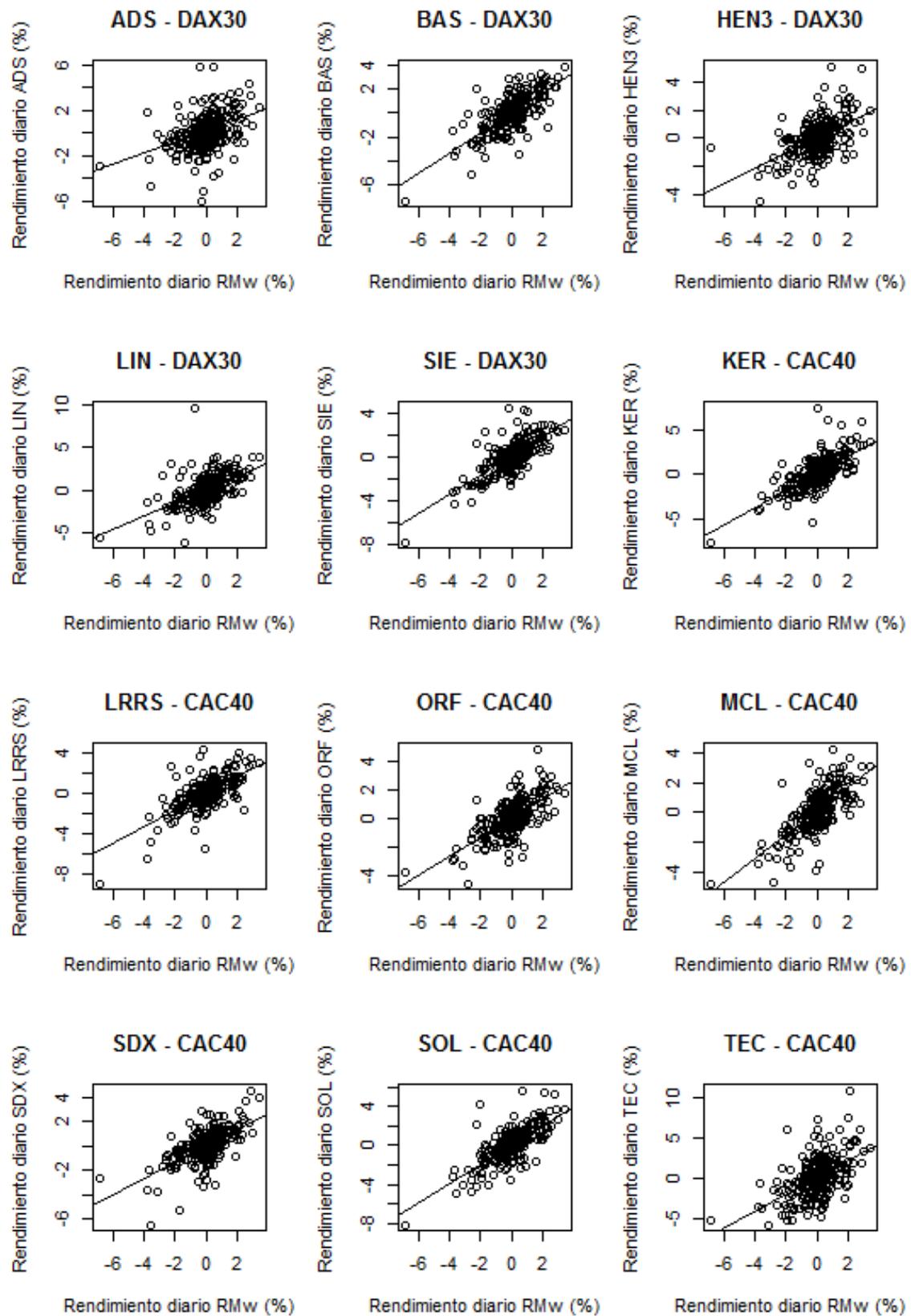
La beta internacional de un título representa la pendiente de la recta de regresión de los rendimientos del activo j respecto a la rentabilidad de la cartera de mercado internacional (Gráficos 4.1 y 4.2), es decir, la elasticidad entre ambos parámetros y, por tanto, una estimación del riesgo sistemático.

Gráfico 4.1. Regresión de rentabilidad diaria de títulos analizados del IBEX35 sobre rendimiento diario de cartera de mercado internacional



Fuente: elaboración propia

Gráfico 4.2. Regresión de rentabilidad diaria de títulos analizados del DAX30 y CAC40 sobre rendimiento diario de cartera de mercado internacional



Fuente: elaboración propia

A partir de estos resultados y aplicando las fórmulas pertinentes ya explicadas obtenemos las betas internacionales y el valor de cada medida de performance de cada una de las carteras analizadas:

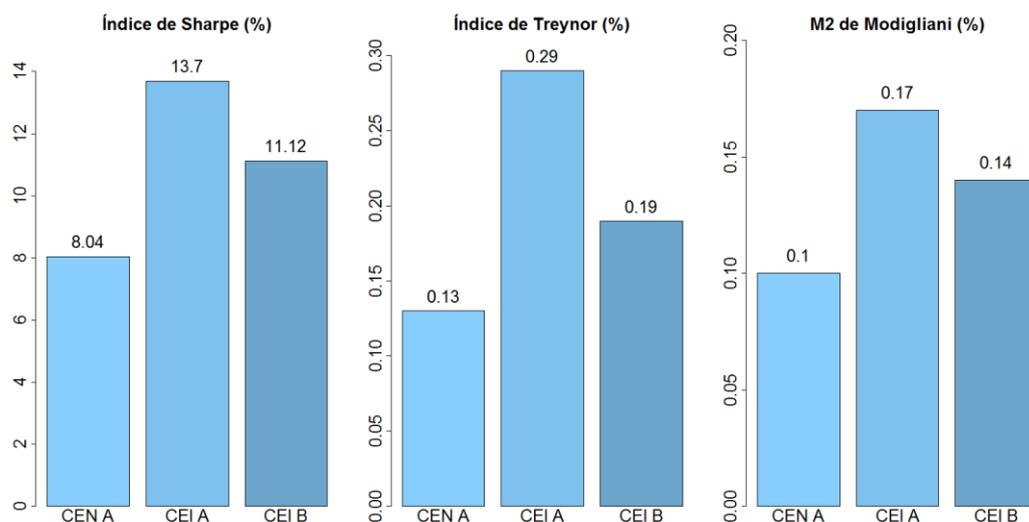
Tabla 4.4. Betas internacionales e índices de performance de las carteras

	β_P	Sharpe	Treynor	M ² Modigliani
Cartera Eficiente Nacional A	0,88	8,04%	0,13%	0,10%
Cartera Eficiente Internacional A	0,69	13,70%	0,29%	0,17%
Cartera Eficiente Internacional B	0,62	11,12%	0,19%	0,14%

Fuente: elaboración propia

En base a los resultados obtenidos podemos afirmar que, de las tres carteras analizadas, la Cartera Eficiente Internacional A no es la más ni la menos expuesta al mercado (su beta tiene un valor intermedio de entre las carteras analizadas) pero si es la cartera mejor gestionada, mientras que la cartera con peores resultados para todas las medidas de performance es la Cartera Eficiente Nacional A.

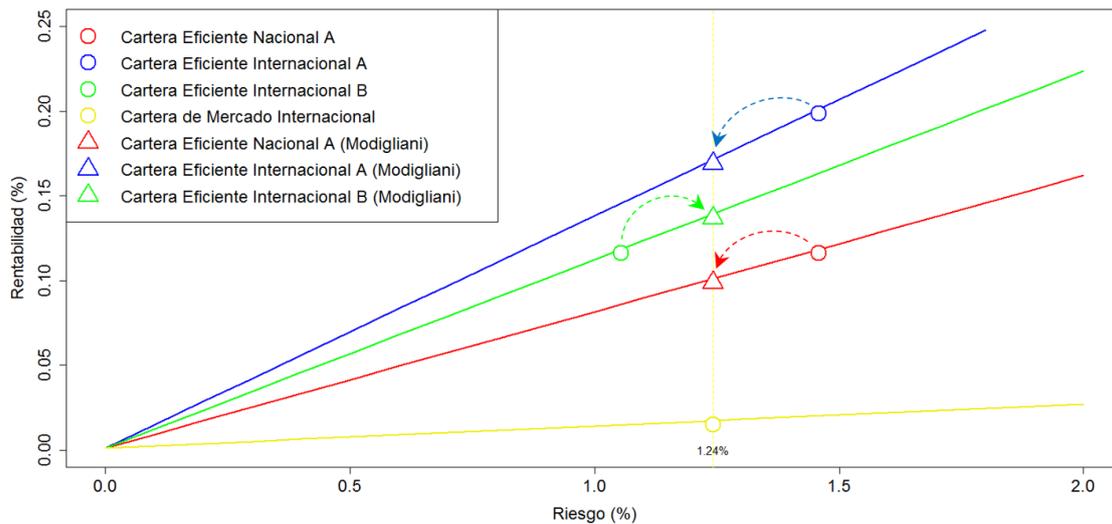
Gráfico 4.3. Índices de performance de las carteras analizadas



Fuente: elaboración propia

Esto se debe a que el Índice de Sharpe nos muestra que esta cartera es la que logra una mayor prima de rentabilidad (13,70%) por cada punto porcentual de riesgo asumido, el Índice de Treynor revela que es la cartera que obtiene una mayor prima de rentabilidad (0,29%) por cada cien por cien de exposición al riesgo sistemático y, finalmente, el M² de Modigliani, bajo el supuesto de que las carteras pueden pedir prestado o invertir en el activo libre de riesgo internacional hasta igualar su nivel del riesgo al de la cartera de mercado internacional, también verifica que es la cartera mejor gestionada (0,17%).

Además, el estadístico M² de Modigliani puede interpretarse de manera gráfica (Gráfico 4.4), en el cual podemos apreciar cómo se desplazan las carteras hasta llegar al mismo nivel de riesgo asumido.

Gráfico 4.4. M² de Modigliani para las carteras analizadas

Fuente: elaboración propia

A pesar de lo expuesto, estos resultados no indican que la Cartera Internacional A sea mejor elección que el resto de carteras analizadas, ya que nuestras preferencias pueden hacernos elegir otra cartera en base a nuestra aversión al riesgo u otras preferencias. Sin embargo, el análisis empírico de la performance hace evidente que de las tres carteras analizadas es la cartera con mayor y mejor calidad de gestión.

5. VALOR AL RIESGO

A lo largo del estudio realizado hemos extraído información relevante de las diferentes carteras analizadas, como sus parámetros (rentabilidad y riesgo), la conveniencia de invertir en un contexto internacional o estudiar cuál de ellas es la que posee una mayor calidad de gestión. Como hemos podido comprobar, es incuestionable que, dentro de la gestión de carteras, la gestión del riesgo es clave para el correcto desempeño del inversor.

Un procedimiento de apoyo a la gestión de carteras es conocer qué posible pérdida puede tener nuestra cartera. Para ello, tenemos a nuestra disposición el Valor al Riesgo, o *Value at Risk*, el cual es un modelo estadístico que tiene como objetivo valorar el riesgo de una cartera o activo financiero cuantificando la máxima pérdida esperada estadísticamente en base a un nivel de confianza determinado y un horizonte temporal predefinido (López y García, 2009).

Este modelo de valoración del riesgo fue creado por un departamento de la compañía JP Morgan durante el año 1994 y se fundamenta en la distribución estadística que siguen los rendimientos de la cartera o activo observados puesto que, dependiendo de esta, el valor al riesgo se calculará de diferente forma.

En caso de conocer la distribución estadística que siguen los rendimientos estudiados, generalmente una distribución normal, se empleará la metodología paramétrica. Sin embargo, si desconocemos la distribución, la metodología no paramétrica será la apropiada para el correcto desarrollo del modelo.

Es por esta razón que, en primer lugar, se debe realizar un análisis estadístico de bondad de ajuste de los rendimientos a la distribución normal para, en segundo lugar, proceder al cálculo del valor al riesgo mediante la metodología más idónea.

En nuestro estudio, vamos a proceder al cálculo del valor al riesgo de la Cartera Eficiente Internacional A, ya que en anteriores apartados comprobamos que, de las carteras analizadas, es la que posee una mejor calidad de gestión. Sin embargo, este procedimiento podría efectuarse para cualquier cartera o activo financiero.

5.1. BONDAD DE AJUSTE DE LOS RENDIMIENTOS DE LA CARTERA A LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

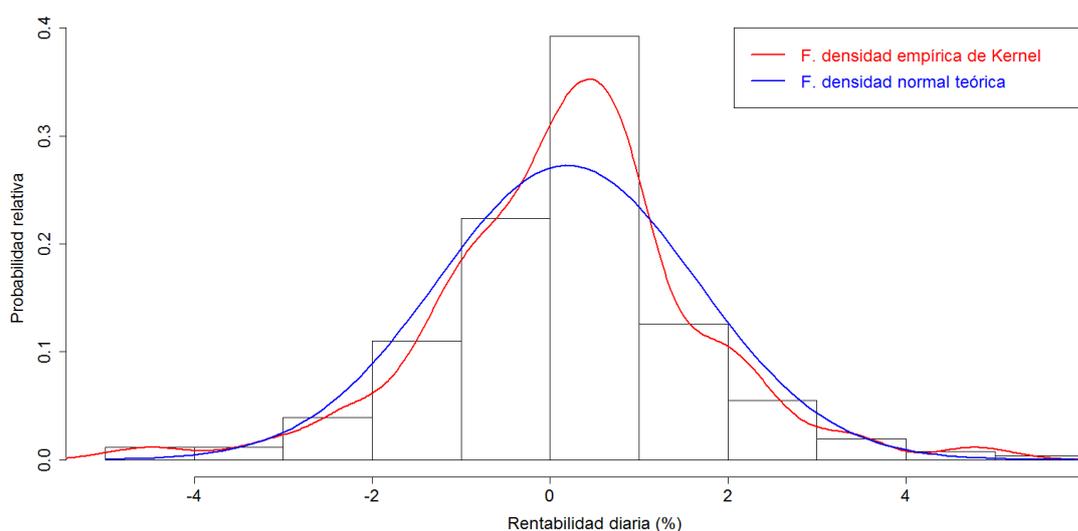
La investigación de la bondad de ajuste de los rendimientos de la cartera a la distribución normal puede realizarse mediante diversos procedimientos estadísticos tanto analíticos como gráficos. En nuestro caso, procedemos a realizar únicamente procedimientos gráficos para simplificar y facilitar el análisis.

En primer lugar, procedemos a realizar una primera aproximación mediante la comparativa de la función de densidad empírica de Kernel y la función de densidad teórica.

El gráfico 5.1 está compuesto por el histograma en probabilidad relativa de los rendimientos de la Cartera Eficiente Internacional A, su función de densidad empírica y la función de densidad teórica, es decir, la función de densidad normal cuyos parámetros coinciden con los parámetros de la cartera (rentabilidad media y desviación típica).

Del gráfico percibimos la presencia de leptocurtosis en los rendimientos diarios de la cartera, es decir, dichos rendimientos se concentran en mayor medida entorno a la media que una distribución normal. Además, esta comparativa hace pensar que necesitamos una distribución estadística de colas más pesadas. Por tanto, la primera aproximación comienza a sugerir que no tenemos pruebas empíricas de que los rendimientos de la cartera sigan una distribución normal.

Gráfico 5.1. Función de densidad empírica y teórica de los rendimientos diarios de la Cartera Eficiente Internacional A



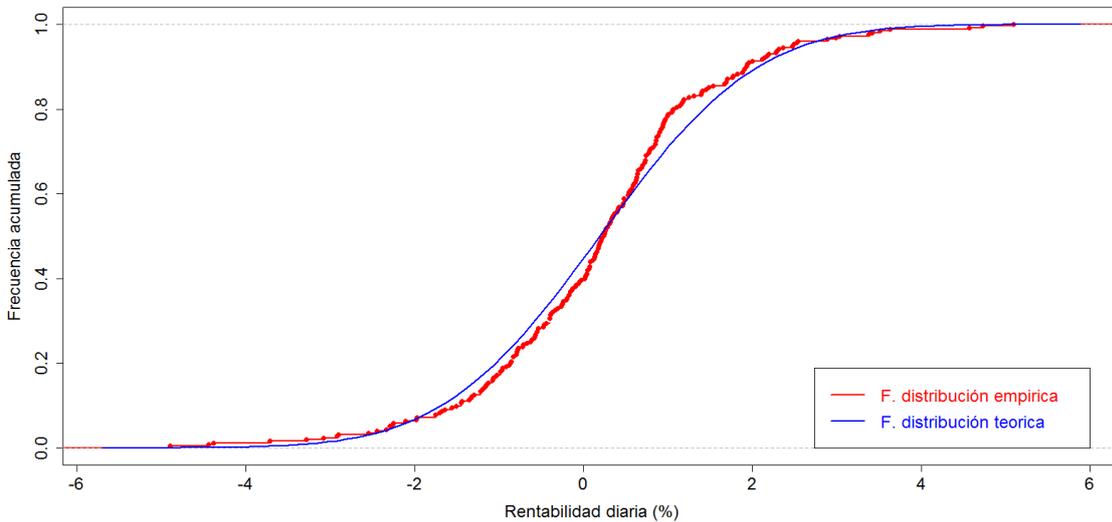
Fuente: elaboración propia

En segundo lugar, estudiaremos las funciones de distribución empírica y teórica de los rendimientos de la cartera a partir del gráfico 5.2. La presencia de leptocurtosis en los rendimientos de la cartera cada vez se hace más evidente puesto que podemos apreciar como la pendiente de la función de distribución empírica es mayor en torno a la media

de lo que debería ser si siguiesen una distribución normal, razón que nos lleva de nuevo a pensar en la necesidad de un ajuste de colas más pesadas.

Además, el gráfico nos muestra que la mayoría de los rendimientos diarios de la cartera podríamos localizarlos entre un -2% y 2% de rentabilidad diaria.

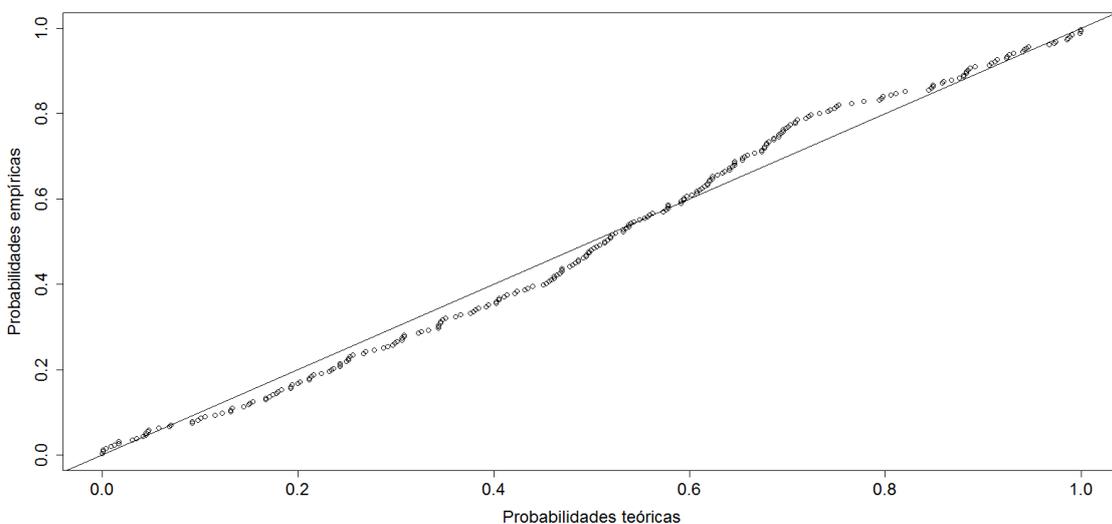
Gráfico 5.2. Función de distribución empírica y teórica de los rendimientos diarios de la Cartera Eficiente Internacional A



Fuente: elaboración propia

En tercer lugar, podemos estudiar y realizar una comparativa de las probabilidades empíricas y teóricas mediante un gráfico *P-P Plot* (*probability-probability*), el cual es un gráfico de dispersión de las probabilidades empíricas y teóricas acompañado de una recta de 45° que presenta aquellos puntos donde el ajuste sería perfecto, es decir, donde ambas probabilidades son iguales, que nos permite analizar el centro de la distribución ya que no tiene en cuenta las colas de la distribución.

Gráfico 5.3. Probabilidades empíricas y teóricas de los rendimientos diarios de la Cartera Eficiente Internacional A (*PP Plot*)



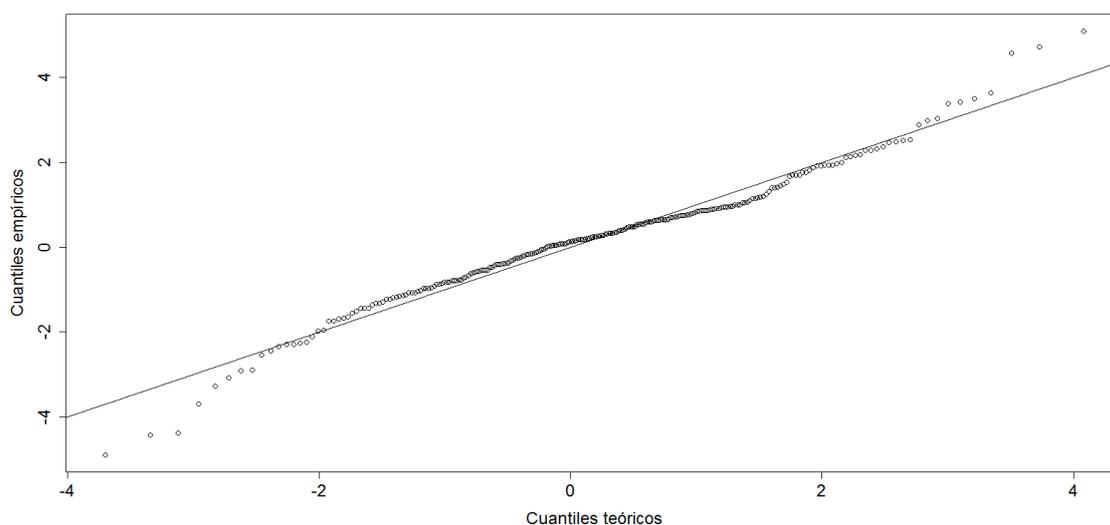
Fuente: elaboración propia

Este gráfico, y teniendo en cuenta que es necesaria cierta flexibilidad de análisis puesto que siempre existe un componente aleatorio, nos revela que el ajuste se aproxima a la distribución normal, aunque no es perfecto, probablemente debido a la existencia de leptocurtosis en los datos.

En cuarto y último lugar, realizamos un análisis *QQ Plot (quantile-quantile)*, similar al análisis *PP Plot*, pero empleando los cuantiles empíricos y teóricos en vez de las probabilidades. Este tipo de gráfico, a diferencia del anterior, si tiene en cuenta las colas de la distribución y, por tanto, será una buena herramienta para determinar la necesidad de colas más pesadas como ya hemos podido revelar a lo largo del procedimiento de la bondad de ajuste realizado.

El gráfico 5.4 revela y confirma nuestras sospechas: el ajuste en las colas de la distribución no es satisfactorio. A pesar de que el centro de la distribución, teniendo en cuenta el componente aleatorio y la presencia de leptocurtosis, es relativamente aceptable, el ajuste en las colas no es adecuado y, por tanto, tenemos evidencias empíricas de que los rendimientos diarios de la Cartera Eficiente Internacional A no se ajustan correctamente a una distribución normal.

Gráfico 5.4. Cuantiles empíricos y teóricos de los rendimientos diarios de la Cartera Eficiente Internacional A (*QQ Plot*)



Fuente: elaboración propia

Los resultados expuestos confirman la literatura financiera: los rendimientos de los títulos, en general, presentan leptocurtosis y necesidad de colas más pesadas frente a la distribución normal, lo cual concuerda con los resultados obtenidos por otros autores en sus estudios. Entre otros, Fama (1965) concluye que las colas de la distribución seguida por las rentabilidades de títulos americanos eran más pesadas que la normal teórica y que presentaban leptocurtosis, Peiro (1992) estudió rentabilidades de títulos españoles concluyendo que la hipótesis de normalidad era rechazada frente a otras distribuciones sugiriendo la *t* de Student para un ajuste más correcto, Pardo (1998) analizó los rendimientos del IBEX35 encontrando leptocurtosis y necesidad de colas más pesadas que la distribución normal y Gento et al. (2004) demostró que los rendimientos del IBEX35 entre los años 1993 y 1998 presentaban leptocurtosis y rentabilidades extremas más frecuentes que una distribución normal.

5.2. METODOLOGÍA NO PARAMÉTRICA

A raíz de los resultados anteriores, el procedimiento adecuado para el cálculo del valor al riesgo de la cartera analizada es la metodología no paramétrica. La metodología no paramétrica engloba a su vez dos procedimientos diferentes para el cálculo del valor al riesgo: simulación histórica y simulación por MonteCarlo.

En nuestro estudio, procedemos a calcular ambos procedimientos con el fin de mostrar los resultados de cada uno, aunque en la práctica el inversor o gestor de carteras elegirá aquel procedimiento que prefiera utilizar.

5.2.1. Cálculo del VaR mediante simulación histórica

La metodología no paramétrica por simulación histórica basa su procedimiento en los rendimientos históricos de la cartera analizada, es decir, esta técnica proyecta la actuación pasada de la cartera analizada hacia el futuro (López y García, 2009).

El valor al riesgo mediante este procedimiento se cuantifica mediante el percentil correspondiente al nivel de confianza buscado de las pérdidas y ganancias diarias arrojadas por la cartera en base a los rendimientos diarios históricos.

En nuestro caso, para simplificar los cálculos, suponemos que la cartera analizada tiene un valor de 10.000 euros en el momento de la cuantificación del valor al riesgo y el horizonte temporal asignado será de un día.

El procedimiento se expone en la siguiente tabla:

Tabla 5.1. Metodología no paramétrica de simulación histórica

Fecha	Rendimiento	Simulación	PyG
30/12/2015	-	10.000,00 €	-
04/01/2016	-2,45%	9.758,00 €	-242,00 €
05/01/2016	-0,33%	9.726,15 €	-31,85 €
⋮	⋮	⋮	⋮
28/12/2016	0,87%	16.292,17 €	141,90 €
29/12/2016	-0,05%	16.284,19 €	-7,98 €

Fuente: elaboración propia

Finalmente, calculando el percentil correspondiente de las pérdidas y ganancias al nivel de confianza que se desea, obtenemos los resultados:

Tabla 5.2. Valor al riesgo de la Cartera Eficiente Internacional A mediante metodología no paramétrica de simulación histórica

Confianza	90%	95%	99%
VaR (€)	-183,52 €	-257,38 €	-517,83 €
VaR (%)	-1,84%	-2,57%	-5,18%

Fuente: elaboración propia

Por tanto, estos datos muestran la máxima pérdida potencial a un nivel de confianza dado para un horizonte temporal predefinido según la metodología no paramétrica de simulación histórica. Como ejemplo interpretativo, se espera que la máxima pérdida potencial de la cartera analizada, cuyo valor en dicho momento es de 10.000 euros, con un horizonte temporal de un día y a un nivel de confianza del 95% sea de 257,38 euros, es decir, una pérdida potencial del 2,57%.

4.2.2. Cálculo del VaR mediante simulación por MonteCarlo

La metodología no paramétrica de simulación por MonteCarlo se basa en la generación de números aleatorios a partir de los cuales se simulan las variaciones de los rendimientos de la cartera para, posteriormente, calcular el valor al riesgo (López y García, 2009).

En primer lugar, a partir de los rendimientos históricos de la cartera, se debe elaborar el histograma de frecuencias (Tabla 5.3), en la cual observamos que, como ya se analizó en apartados anteriores y es de esperar, la mayor parte de los rendimientos diarios observados se concentran en torno a la media.

Tabla 5.3. Frecuencia y porcentaje acumulado de los rendimientos históricos de la Cartera Eficiente Internacional A

	<i>Frecuencia</i>	<i>Acumulado</i>
-4,75%	1	0,39%
-4,50%	0	0,39%
⋮	⋮	⋮
-0,50%	12	27,95%
-0,25%	15	33,86%
0,00%	14	39,37%
0,25%	28	50,39%
0,50%	21	58,66%
0,75%	26	68,90%
1,00%	24	78,35%
⋮	⋮	⋮
5,00%	0	99,61%
5,25%	1	100,00%

Fuente: elaboración propia

En segundo lugar, se generan tantos números aleatorios como datos históricos utilizados. Cada número aleatorio generado representará una frecuencia acumulada y, por tanto, un rendimiento diario. Por ejemplo, el número aleatorio 0,6311 representaría un porcentaje acumulado del 63,11% y un incremento del 0,75% según la tabla de frecuencia elaborada.

En tercer lugar, calculamos a partir de los rendimientos simulados el valor de la cartera, para la cual suponemos un valor de 10.000 euros, del cual podemos calcular las pérdidas y ganancias simuladas para finalmente aplicar el percentil deseado y obtener el valor al riesgo al nivel de confianza deseado.

Tabla 5.4. Metodología no paramétrica de simulación por MonteCarlo

	Aleatorio	Incremento	Simulación	PyG
			10.000,00 €	
1	0,0683	-1,75%	9.826,52 €	-173,48 €
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
259	0,0918	-1,50%	19.444,91 €	-293,87 €

Fuente: elaboración propia

Para finalizar, calculamos el percentil correspondiente de las pérdidas y ganancias al nivel de confianza que se deseamos obtener:

Tabla 5.5. Valor al riesgo de la Cartera Eficiente Internacional A mediante metodología no paramétrica de simulación por MonteCarlo

Confianza	90%	95%	99%
VaR (€)	-178,66 €	-297,00 €	-522,08 €
VaR (%)	-1,79%	-2,97%	-5,22%

Fuente: elaboración propia

Estos resultados se interpretan de igual forma que en el apartado anterior. Por ejemplo, la máxima pérdida potencial esperada de la cartera analizada, cuyo valor en dicho momento es de 10.000 euros, con un horizonte temporal de un día y a un nivel de confianza del 95% es de 297,00 euros, es decir, una pérdida potencial del 2,97%.

Esta metodología, a diferencia de la simulación histórica, nos reporta valores diferentes cada vez que realizamos el cálculo porque el procedimiento está basado en la generación de números aleatorios. Es por ello que, para este procedimiento, parece lógico y adecuado calcular intervalos de confianza.

Para ello, repetimos el proceso tantas veces como queramos, en nuestro caso hemos realizado 1.000 iteraciones⁸. Cabe destacar que cuanto mayor sea el número de iteraciones, mejor y más fiable será el análisis.

Una vez recogidos los resultados de cada una de las iteraciones, se calculan los intervalos de confianza al nivel de significación deseado:

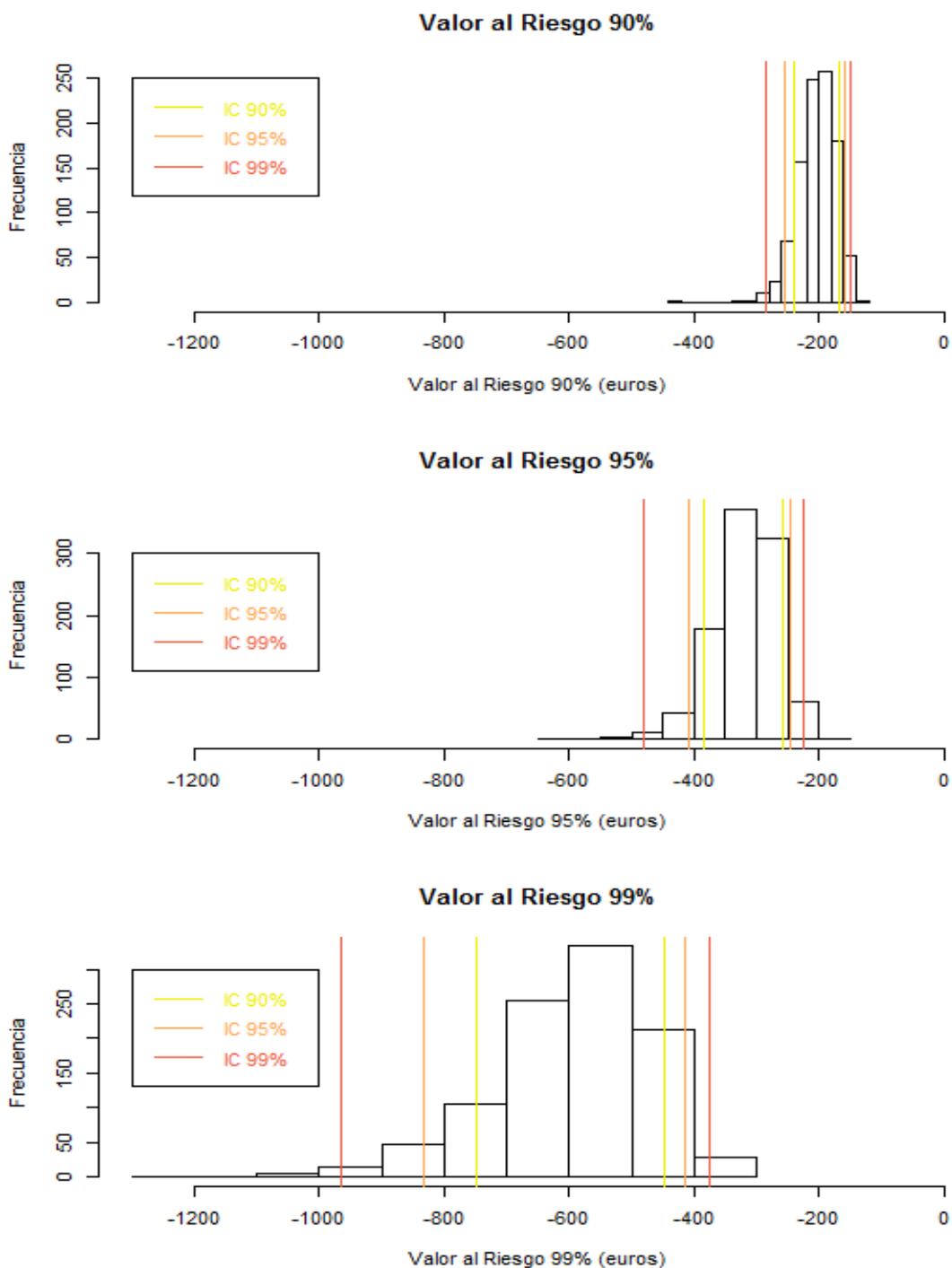
Tabla 5.6. Intervalos de confianza del valor al riesgo de simulación por MonteCarlo de la Cartera Eficiente Internacional A

Interv. Conf.	90%	95%	99%
VaR al 90%	(-240,98 € , -166,41 €)	(-253,57 € , -158,94 €)	(-284,10 € , -146,05 €)
VaR al 95%	(-383,79 € , -258,17 €)	(-409,48 € , -245,28 €)	(-482,45 € , -222,63 €)
VaR al 99%	(-749,68 € , -446,16 €)	(-832,64 € , -413,68 €)	(-968,71 € , -371,93 €)

Fuente: elaboración propia

⁸ Ver iteraciones de valor al riesgo para cada nivel de confianza en Tabla Anexo 3, página 45.

Gráfico 5.5. Intervalos de confianza del valor al riesgo de simulación por MonteCarlo de la Cartera Eficiente Internacional A



Fuente: elaboración propia

Por ejemplo, la máxima pérdida potencial esperada de la cartera analizada, cuyo valor en dicho momento es de 10.000 euros, con un horizonte temporal de un día y a un nivel de confianza del 95% estará comprendida entre 245,28 y 409,48 euros el 95% de las veces.

Para finalizar, a partir del gráfico 5.5 y de los resultados expuestos con anterioridad, podemos deducir que, cuanto mayor es el nivel de confianza del valor al riesgo y el nivel de confianza del intervalo de confianza, mayor será la longitud de este último.

6. CONCLUSIONES

El presente trabajo ha tenido como objetivo demostrar los beneficios de inversión en un contexto internacional respecto a uno nacional, la medición de la performance de las carteras seleccionadas y el cálculo del valor al riesgo de aquella cartera con mayor performance de las analizadas.

Los resultados empíricos han contrastado la literatura previa: la inversión en un contexto internacional es más eficiente que la nacional. Los resultados obtenidos han demostrado que, comparando las carteras eficientes de ambos contextos, las carteras eficientes internacionales son una mejor estrategia de inversión que restringir nuestro mercado al entorno nacional. Esto se debe a que, para cada cartera eficiente nacional, podemos encontrar una cartera eficiente internacional con mayores rendimientos asumiendo el mismo riesgo, con igual rentabilidad pero con menor nivel de riesgo o ambas alternativas simultáneamente.

Por su parte, la medición de la performance mediante los índices y estadísticos utilizados, nos han llevado a concluir que la Cartera Eficiente Internacional A ha sido la mejor gestionada de aquellas analizadas, lo cual no nos permite afirmar que es la mejor elección o estrategia puesto que esto dependerá de otros factores como la aversión al riesgo, preferencias del inversor, expectativas a futuro, etc., pero sí nos permite concluir que es la que posee una mayor calidad de gestión.

Además, la literatura financiera que abarca el estudio de la distribución estadística que siguen los rendimientos de los títulos ha sido corroborada de nuevo con resultados empíricos actuales: los rendimientos diarios de los títulos analizados no se ajustan a una distribución normal debido a la presencia de leptocurtosis y a la necesidad de colas más pesadas. En consecuencia, se realizó el cálculo del valor al riesgo de la cartera con mejor performance (Cartera Eficiente Internacional A) mediante dos procedimientos no paramétrico, simulación histórica y simulación por MonteCarlo. En adición y como propuesta personal para maximizar el análisis de los resultados, hemos cuantificado unos intervalos de confianza para la metodología no paramétrica de simulación por MonteCarlo, lo cual parece más adecuado que cuantificar un valor estático o no dinámico, puesto que este procedimiento basa el cálculo en la generación de números aleatorios.

Tras realizar dichos intervalos, hemos podido comprobar que la máxima pérdida potencial esperada en el horizonte temporal predefinido será mayor cuanto mayor sea el nivel de confianza del valor al riesgo y mayor sea el nivel de confianza del intervalo deseado.

Por tanto, podemos afirmar que la inversión internacional será el contexto que tengan que adoptar aquellos inversores o gestores de carteras para maximizar sus resultados. Por otra parte, tenemos la posibilidad de cuantificar la calidad de gestión de nuestras carteras, lo que nos permitirá adoptar decisiones en base a los resultados. Finalmente, parece adecuado analizar desde otra perspectiva la gestión del riesgo, como hemos realizado con el modelo VaR y, aún de forma más eficiente mediante los intervalos de confianza propuestos, nos permitirá realizar ajustes de capital necesarios para el correcto y eficiente desempeño del gestor de carteras.

BIBLIOGRAFÍA

- BRITO, E. 1999. Familia BM-Fondos: Índices de 10. *Bolsa de Madrid*, 80, pp. 4-16.
- ELTON, E.; GRUBER, M. 1995. *Modern portfolio theory and investment analysis*. 5ª ed. United States of America, John Wiley & Sons.
- ERNST, P.; THOMPSON, J.; MIAO, Y. (2016). Portfolio Selection: The Power of Equal Weight.
- FERNÁNDEZ, P. 2016. *Valoración y sensatez*. 4ª ed. España.
- FAMA, E.F. 1965. The behavior of stock market prices. *Journal of business*, 38(1), pp. 34-105.
- FERNÁNDEZ, V. 2005. El modelo CAPM para distintos horizontes de tiempo. *Revista ingeniería de sistemas*, 19, pp. 7-18.
- GARCÍA PARAMÉS, F. 2016. *Invirtiendo a largo plazo: mi experiencia como inversor*. 1ª ed. España, Deusto.
- GENTO, P.; ORTEGA, J.F.; GARCÍA-DONATO, G. 2004. Alternativas estadísticas al cálculo del Valor al Riesgo. *Estadística española*, 46(155), pp. 119-148.
- GÓMEZ-BEZARES, F. 1995. Panorama de la teoría financiera. *Boletín de estudios económicos*, 50(156), pp. 411-448.
- GÓMEZ-BEZARES, F.; MADARIAGA, J.A.; SANTIBÁÑEZ, J. 1996. Modelos de valoración y eficiencia: ¿Bate el CAPM al mercado? *Análisis Financiero*, (68), pp. 72-96.
- GRINBLATT, M.; TITMAN, S. 2003. *Mercados financieros y estrategia empresarial*. 2ª ed. España, McGrawHill.
- INVESTING [sitio web]. 2017. *Rentabilidad – Bono de Alemania a 12 meses*. [Consulta: 4 agosto 2017]. Disponible en: <https://es.investing.com/rates-bonds/germany-1-year-bond-yield>
- INVESTING [sitio web]. 2017. *Rentabilidad – Bono de España a 12 meses*. [Consulta: 4 agosto 2017]. Disponible en: <https://es.investing.com/rates-bonds/spain-1-year-bond-yield-historical-data>
- INVESTING [sitio web]. 2017. *Rentabilidad – Bono de Francia a 12 meses*. [Consulta: 4 agosto 2017]. Disponible en: <https://es.investing.com/rates-bonds/france-1-year-bond-yield-historical-data>
- KOURTIS, A.; DOTSIS, G.; MARKELLOS, R.N. 2012. Parameter uncertainty in portfolio selection: Shrinking the inverse covariance matrix. *Journal of Banking & Finance*, 36(9), pp. 2522-2531
- LAMOTHE, P. 1999. *Gestión de carteras de acciones internacionales*. España, Ediciones Pirámide.
- LINTNER, J. 1965a. Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *The journal of finance*, 20(4), pp. 587-615.
- LINTNER, J. 1965b. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *The review of economics and statistics*, 47(1), pp. 13-37.

LÓPEZ, F.; GARCÍA, P. 2009. *Bolsa, mercados y técnicas de inversión*. 2ª ed. Corea, McGrawHill.

LYNCH, P. 2015. *Un paso por delante de Wall Street*. 3ª ed. España, Deusto.

MARKOWITZ, H. 1952. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7(1), pp.77-91.

MARTÍN, J.L.; TÉLLEZ, C. 2006. *Finanzas internacionales*. 1ª ed. España, Thomson Paraninfo.

MARTÍN, J.L.; TÉLLEZ, C. 2014. *Finanzas internacionales*. 2ª ed. España, Thomson Paraninfo.

MENDIZÁBAL, A.; MIERA, L.; ZUBIA, M. 2002. Modelo de Markowitz en la gestión de carteras. *Cuadernos de gestión*, 2(1), pp. 33-46.

MOSSIN, J. 1966. Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 34(4), pp. 768-783.

PARDO, A. 1998. Efectos de los mercados derivados sobre el Ibex-35 en el activo subyacente. *Revista española de financiación y contabilidad*, 27(94), pp. 99-128.

PEIRO, A. 1992. Distribución de los rendimientos de acciones. *Estadística española*, 34(131), pp. 431-453.

ROSS, S.; DYBVIK, P.H. 1985. The analytics of performance measurement using a security market line. *The journal of finance*, 40(2), pp. 401-416.

SANTIBÁÑEZ, J. 1995. El tratamiento del riesgo en la decisión de inversión: VAP y distribuciones no conocidas. *Boletín de estudios económicos*, (154), pp. 119-140.

SHARPE, W.F. 1964. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), pp. 425-442.

SOLNIK, B.H. 1974. Why not diversify internationally rather than domestically?. *Financial analysts journal*, 30(4), pp. 48-54.

STANYER, P. 2006. *Estrategias de inversión: entender mercados, riesgos y comportamientos*. 1ª ed. España, Gestión2000.

SUÁREZ, A. 2014. *Decisiones óptimas de inversión y financiación de la empresa (Revisión y actualización por Javier Rojo y Pablo Suárez)*. 22ª ed. España, Ediciones Pirámide.

TREYNOR, J.L. 1961. Toward a theory of market value of risky assets. *Manuscrito no publicado*.

ANEXO

Tabla Anexo 1. Composición de carteras nacionales empíricas

Empresa	Cartera de Mínima Varianza Nacional	Cartera Equidist. Nacional	Cartera Eficiente Nacional A	Cartera Eficiente Nacional B
ABE	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
ANA	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
ACX	2,81%	2,86%	4,93%	4,65%
ACS	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
AENA	0,00%	2,86%	47,46%	5,38%
AMS	9,14%	2,86%	0,00%	10,74%
MTS	0,00%	2,86%	18,28%	0,00%
POP	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
SAB	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
SAN	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
BKIA	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
BKT	2,71%	2,86%	0,00%	2,17%
BBVA	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
CABK	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
CLNX	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
DIA	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
ENG	3,78%	2,86%	0,00%	1,48%
ELE	5,87%	2,86%	25,58%	14,88%
FER	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
GAM	0,00%	2,86%	0,04%	0,00%
GAS	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
GRF	8,31%	2,86%	0,00%	4,69%
IAG	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
IBE	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
ITX	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
IDR	2,02%	2,86%	3,37%	2,81%
MAP	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
TL5	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
MEL	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
MRL	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
REE	38,49%	2,86%	0,00%	28,20%
REP	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
TRE	1,41%	2,86%	0,33%	1,86%
TEF	0,00%	2,86%	0,00%	0,00%
VIS	25,46%	2,86%	0,00%	23,14%
σ_p	0,9396%	1,4578%	1,4578%	0,9501%
$E(R_p)$	-0,0209%	-0,0034%	0,1160%	-0,0034%

Fuente: elaboración propia

Tabla Anexo 2. Composición de carteras internacionales empíricas

País	Empresa	Cartera Eficiente Internacional A	Cartera Eficiente Internacional B
España	ACX	0,77%	1,74%
España	AENA	1,60%	4,49%
España	BKT	0,08%	0,07%
España	MTS	11,14%	0,00%
España	ELE	0,00%	14,87%
España	MAP	0,16%	0,08%
España	TL5	0,08%	0,06%
España	REP	0,41%	0,00%
España	TRE	0,00%	1,68%
Alemania	ADS	77,04%	41,57%
Alemania	BAS	0,00%	3,93%
Alemania	HEN3	0,00%	10,89%
Alemania	LIN	0,00%	0,52%
Alemania	SIE	0,58%	0,88%
Francia	KER	0,57%	0,36%
Francia	LRRS	0,02%	0,02%
Francia	ORF	0,00%	7,13%
Francia	MCL	0,00%	4,81%
Francia	SDX	0,43%	0,63%
Francia	SOL	0,11%	0,07%
Francia	TEC	7,01%	6,19%
	σ_p	1,4578%	1,0540%
	$E(R_p)$	0,1986%	0,1160%

Fuente: elaboración propia

Tabla Anexo 3. Iteraciones de VaR no paramétrico mediante MonteCarlo

VaR	90%	95%	99%
1	-190,22 €	-296,70 €	-626,44 €
2	-205,36 €	-300,75 €	-608,78 €
⋮	⋮	⋮	⋮
999	-180,03 €	-265,37 €	-419,82 €
1000	-240,98 €	-309,57 €	-625,25 €

Fuente: elaboración propia