

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE COMUNICACIONES



TESIS DOCTORAL

**Contribución a los métodos de optimización basados
en procesos naturales y su aplicación a la medida de
antenas en campo próximo**

Jesús Ramón Pérez López

Santander, Octubre de 2005

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE COMUNICACIONES



TESIS DOCTORAL

**Contribución a los métodos de optimización basados
en procesos naturales y su aplicación a la medida de
antenas en campo próximo**

Autor: Jesús Ramón Pérez López

Director: José Basterrechea Verdeja

**Tesis Doctoral presentada en la Universidad de Cantabria para la
obtención del título de Doctor por la Universidad de Cantabria**

Santander, Octubre de 2005

Capítulo 5

Optimización con enjambre de partículas

5.1 Introducción

La optimización con enjambre de partículas, más conocida en la literatura científica como *Particle Swarm Optimization* (PSO), nace, al igual que otras técnicas estocásticas de cálculo evolutivo, en un intento por imitar y mimetizar el comportamiento de procesos naturales. El PSO junto con la optimización con una colonia de hormigas o *Ant Colony Optimization* (ACO) son los dos métodos más populares y utilizados en el área de la inteligencia computacional. Ambos tratan de imitar los comportamientos sociales de un colectivo a partir de la interacción de los individuos entre sí y con el entorno.

Los orígenes del PSO como método estocástico de optimización global se remontan a los estudios iniciados por Kennedy y Eberhart en [1], quienes se fijan como objetivo inicial simular gráficamente el movimiento sincronizado e impredecible de grupos tales como los bancos de peces o las bandadas de aves, intrigados por la capacidad de estos grupos para separarse, reagruparse o encontrar alimento. En línea con trabajos previos en el ámbito de la biología y de la sociología, que concluyen que el comportamiento, inteligencia y movimiento de estas agrupaciones, entre las cuales se podría incluir con un cierto grado de abstracción a los seres humanos, está relacionado directamente con la capacidad de los individuos para compartir información y aprovecharse de la experiencia acumulada por sus congéneres, en [1] se modela dicho comportamiento de forma

matemática utilizando expresiones simples que revelan su potencial como método de optimización.

En la terminología utilizada en PSO, Kennedy y Eberhart [1], [2] introducen el término general *partícula* o *agente* para representar a los peces, pájaros, abejas, hormigas o cualquier otro tipo de individuos que exhiban un comportamiento social como grupo, en forma de una colección de agentes que interactúan entre sí. De acuerdo con los fundamentos teóricos del método, el movimiento de cada una de estas partículas hacia un objetivo común en dos dimensiones está condicionado por dos factores básicos, la memoria autobiográfica de la partícula o nostalgia y la influencia social de todo el enjambre. A nivel computacional, como método de optimización, esta filosofía puede extenderse a un espacio N -dimensional de acuerdo con el problema bajo análisis. La posición instantánea de cada una de las partículas de la población en el espacio N -dimensional representa una solución potencial, siendo N el número de incógnitas del problema original. Básicamente, el proceso evolutivo se reduce a mover cada partícula dentro del espacio de soluciones con una velocidad que variará de acuerdo a su velocidad actual, a la memoria de la partícula y a la información global que comparte el resto del enjambre, utilizando una función de fitness para cuantificar la calidad de cada partícula en función de la posición que ésta ocupe.

Más allá de la propia naturaleza del método, los esquemas existentes para su implementación son muy diversos. Dependiendo de cómo se actualicen las posiciones de las partículas surgen las versiones síncrona y asíncrona del algoritmo [3], [4]. Adicionalmente, dependiendo de cómo se haga influir la experiencia acumulada por el enjambre sobre el movimiento de cada una de las partículas que lo integran, se puede distinguir entre PSO local y global [5]. La combinación de estas cuatro variantes resume los esquemas desarrollados e investigados en este capítulo, siendo a su vez los más comúnmente utilizados. No obstante, en la literatura están muy extendidas múltiples variantes alternativas a los esquemas convencionales, en la mayoría de los casos fruto de modificaciones introducidas por los propios autores para mejorar el rendimiento del algoritmo original en aplicaciones concretas.

Trasladando la filosofía de PSO al campo de la vida artificial y del cómputo evolutivo, este método guarda cierta analogía con los GA. Sin embargo, su extrema simplicidad de programación y el menor número de parámetros de los que depende el funcionamiento interno del algoritmo, le convierten en una alternativa atractiva a los GA, de reciente aplicación y difusión en electromagnetismo [6], [7]. Aplicado al diseño de antenas, el método ha sido probado con éxito por Rahmat-Samii y otros en [8]-[10] y contrastado con el potencial de los GA en [11]-[13]. No obstante, la utilización de PSO trasciende mucho más allá de su aplicación al campo del modelado electromagnético. Entre las

múltiples áreas donde ha sido aplicado con éxito, destacan por su importancia: optimización de funciones y resolución de problemas matemáticos complejos [14], [15], entrenamiento de redes neuronales [16]-[19], optimización de sistemas dinámicos [20], [21], procesado de señal [22], [23], gestión, planificación y optimización de recursos en redes de distribución de energía eléctrica [24]-[29], gestión de redes de sensores [30], [31], planificación de red en servicios de telecomunicación [32], gestión empresarial [33] y teoría de juegos [34], entre otros.

En este capítulo se realiza un análisis en profundidad de los principios del PSO como método de optimización. Se comienza presentando los fundamentos de PSO, para a continuación analizar los esquemas que se han implementado y realizar un análisis paramétrico con un doble objetivo: por un lado poner a punto el código fuente desarrollado y, por otro, analizar la influencia de los principales parámetros del algoritmo sobre la convergencia de la optimización, buscando un compromiso entre precisión y coste computacional. Las conclusiones extraídas del estudio paramétrico son extrapoladas con ciertas restricciones al modelado electromagnético de la radiación de antenas, incluyendo resultados de síntesis de agrupaciones lineales de antenas y de transformación de campo cercano a campo lejano.

5.2 Fundamentos del movimiento de partículas

Para aplicaciones en el ámbito de la vida artificial se deben respetar cinco principios básicos de lo que se entiende como inteligencia de grupo, más comúnmente recogido en la literatura como *swarm intelligence* [1], [35]. Estos principios reciben el nombre de proximidad, calidad, diversidad de respuesta, estabilidad y adaptabilidad. En el presente apartado se justifica el modo en el que el PSO se adhiere a estos cinco postulados.

De acuerdo con el principio de proximidad, la población debiera ser capaz de realizar cálculos sencillos de espacio y tiempo, lo cual se traduce en PSO a movimientos en N dimensiones llevados a cabo durante una serie de intervalos de tiempo que coinciden con movimientos de la población a una determinada velocidad. El segundo principio promueve la capacidad de la población para responder a factores de calidad en el espacio de soluciones, lo que se consigue en PSO con la memoria de la partícula y con la historia o conocimiento social que comparten entre sí todos los congéneres. El tercer principio promueve la diversidad de respuesta dentro de la población, y está garantizado en PSO por las diferentes tendencias marcadas por la memoria personal de cada partícula y por la historia de la mejor posición visitada por todo el conjunto. El cuarto y quinto principio

resaltan aspectos contrapuestos. Por un lado, la población sólo cambia su comportamiento como grupo cuando se actualiza la mejor posición históricamente visitada por alguno de los miembros que lo integran, respetando así el principio de estabilidad. Por el contrario, de acuerdo con el quinto principio, la población debe de ser a su vez adaptativa, es decir, debe ser capaz de modificar su comportamiento y movimiento cuando hay alguna señal que así lo recomienda desde el punto de vista de ahorro computacional o de mejora en la precisión. Esta premisa se consigue fácilmente en PSO, dado que la población en su conjunto cambia su rumbo cuando alguna de las partículas alcanza una solución global que mejora el resultado.

5.2.1 El comportamiento social como método de optimización global

En PSO se usa el término multitud, enjambre y de forma genérica *swarm*, para referirse a cualquier conjunto de agentes o individuos que interactúan entre sí y con el medio que les rodea. El ejemplo clásico de enjambre lo representan las abejas en las inmediaciones de la colmena, aunque esta analogía se hace extensible a cualesquiera otros sistemas con una arquitectura y comportamiento social como grupo similar.

Para entender el funcionamiento del PSO como algoritmo de optimización supongamos, a modo de ejemplo, el comportamiento que exhibe un enjambre de abejas en su movimiento sobre un campo cubierto con diferentes concentraciones de flores [9], [10], [36]. Sin ningún conocimiento a priori del espacio de búsqueda, las abejas inician su movimiento desde posiciones aleatorias y con velocidades aleatorias. En su desplazamiento, el objetivo del enjambre se centra en encontrar el emplazamiento con la mayor densidad de flores. Cada abeja tiene memoria y puede recordar la posición visitada con mayor densidad de flores y también conoce, por mecanismos de comunicación con sus congéneres, la localización donde otras abejas encontraron una densidad de flores significativa. Esta dupla de información es utilizada por la abeja para modificar continuamente su trayectoria, acelerando en ambas direcciones y volando hacia un punto espacial intermedio que dependerá de su posición actual y de cómo influyan sobre su decisión las así denominadas nostalgia o memoria y cooperación o conocimiento social. De esta forma, las abejas se encuentran permanentemente sobrevolando el campo en busca de posiciones con mayor densidad de flores, redirigiendo en parte la trayectoria del enjambre cada vez que se encuentran configuraciones de mayor calidad. Con el transcurso del tiempo, una vez ha sido explorado el espacio de soluciones en su totalidad, el conjunto del enjambre se encontrará volando alrededor de la zona con la mayor concentración de flores de todo el campo. En esta situación, las abejas, incapaces de encontrar posiciones alternativas mejores, son permanentemente atraídas hacia dicha posición. Este comportamiento social se muestra en la Figura 5.1.

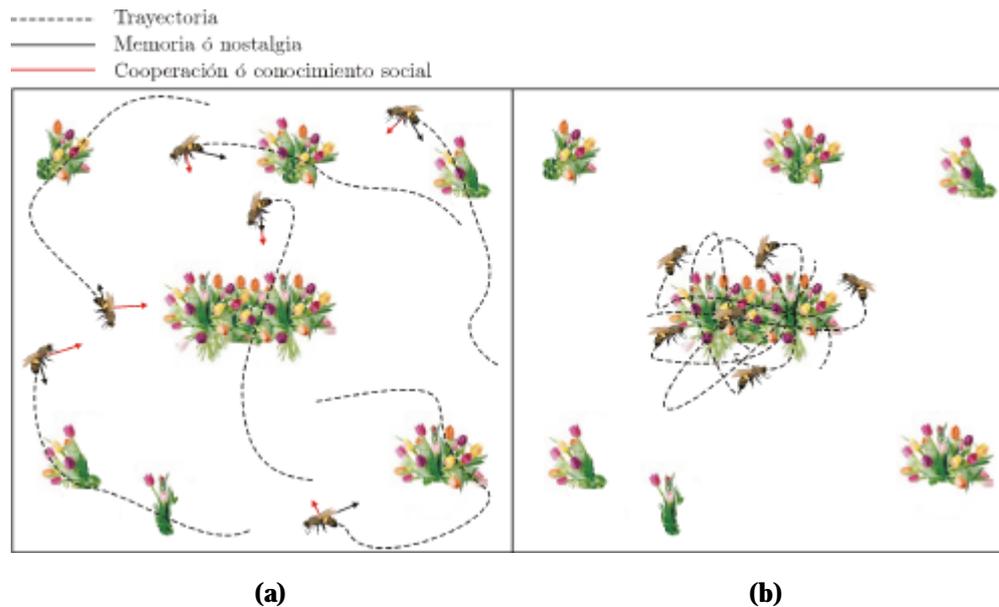


Figura 5.1. Modelado del PSO utilizando como símil el movimiento de un enjambre de abejas sobre un campo con flores. (a) En su desplazamiento, las abejas son atraídas hacia las zonas de mayor concentración de flores encontradas personalmente por cada individuo (memoria) y por el conjunto del enjambre (cooperación). (b) Una vez que las abejas han sido atraídas a la zona con mayor concentración de flores, que equivale en términos de PSO a la convergencia hacia una solución global, éstas permanecen sobrevolando dicha zona con velocidades muy reducidas.

El comportamiento social que exhiben éste y otros organismos se puede entender como un método de optimización en el que el espacio de búsqueda se puede extender a las N dimensiones del problema a optimizar, y donde cada partícula, abeja en este caso, se identifique como una posible solución potencial al problema, caracterizada por un vector velocidad y un vector posición, ambos en N dimensiones. El problema se reduce a establecer la ecuación que dicte como debe moverse cada partícula de la población en el espacio N -dimensional para mimetizar la inteligencia de estas comunidades y evitar a su vez caer en soluciones locales.

5.2.2 Operador velocidad y parámetros del algoritmo

En la formulación de PSO se define la velocidad de partícula como el único operador disponible para controlar la evolución de la optimización. De forma genérica, supongamos una población de I partículas donde cada partícula del enjambre se identifica con dos variables de estado inicializadas aleatoriamente dentro del espacio N -dimensional que establece el problema a optimizar: un vector velocidad, $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iN})$, y un vector de posición, $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})$. Este último corresponde a una solución potencial al problema de optimización. Los límites de los parámetros a optimizar, $x_n \in [x_{n,min}, x_{n,max}]$ con $x_n \in \mathbb{U}$, conforman en su conjunto el espacio de búsqueda al cual debe restringirse el movimiento del enjambre.

Adicionalmente, cada partícula mantiene en memoria información de la posición espacial asociada con la mejor solución históricamente visitada por ésta, $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iN})$, y también conoce la posición de la mejor partícula o solución encontrada por todos sus congéneres, $G = (g_1, g_2, \dots, g_N)$. El movimiento del enjambre se realiza en pasos temporales, que se traducen a nivel de algoritmo en iteraciones contiguas.

En cada iteración del método, k , cada una de las partículas de la población recorre el espacio de soluciones con una velocidad V_i hacia nuevas posiciones X_i , de acuerdo con su propia experiencia P_i , y con la experiencia aportada por el mejor de sus vecinos, G . En las primeras versiones del algoritmo [1], esta formulación se reduce a las ecuaciones (5.1) y (5.2).

$$v_{in}(k+1) = v_{in}(k) + c_1 r_1(k) \cdot (p_{in}(k) - x_{in}(k)) + c_2 r_2(k) \cdot (g_n(k) - x_{in}(k)) \quad (5.1)$$

$$x_{in}(k+1) = x_{in}(k) + v_{in}(k+1) \cdot \Delta t \quad (5.2)$$

En (5.1), $v_{in}(k)$ y $x_{in}(k)$ representan, respectivamente, la velocidad y posición en la iteración o instante de tiempo k de la partícula i en la dimensión n -ésima del espacio de búsqueda. Los factores c_1 y c_2 son las denominadas constantes de aceleración cognitiva y social, que determinan en que medida influyen sobre el movimiento de la partícula su propia memoria y la cooperación entre individuos, respectivamente. Los términos $r_1(k)$ y $r_2(k)$ son dos números aleatorios uniformemente distribuidos entre 0 y 1, $U[0,1]$, cuyo objetivo es emular el comportamiento estocástico y un tanto impredecible que exhibe la población del enjambre. Después de calcular la nueva velocidad de la partícula i en la dimensión n , la nueva posición $x_{in}(k+1)$ se actualiza directamente de acuerdo con (5.2), donde se asume que la velocidad se aplica durante un cierto período de tiempo Δt , típicamente de valor unitario. El proceso descrito se extiende al espacio N -dimensional, de forma que se van componiendo iterativamente nuevos vectores de posición X_i , utilizando, como en cualquier otro método de cómputo evolutivo, una función de fitness para ponderar la calidad de dicha solución parcial, actualizando los vectores P_i y G si se detectan resultados mejores.

El movimiento de los agentes sobre el espacio de soluciones y, en consecuencia, el rendimiento del algoritmo, está condicionado por el grado de contribución de las tres componentes de la velocidad en (5.1), ya introducidas en la sección 5.2.1, y denominadas por este orden como momento, hábito o inercia para considerar la tendencia de la partícula; memoria, nostalgia o autoaprendizaje para incluir la experiencia de la propia partícula, y cooperación, conocimiento social, conocimiento de grupo o información compartida, para reflejar el intercambio de información y el comportamiento social como grupo [37].

Para acotar la velocidad de la partícula se especifica un valor máximo, v_{max} , que restringe la velocidad en cada dimensión al intervalo $[-v_{max}, v_{max}]$. Si el valor de v_{max} es demasiado grande las partículas pueden sobrepasar e ignorar continuamente la zona con la solución global. En el extremo opuesto, si v_{max} toma valores extremadamente pequeños las partículas explorarán el espacio de soluciones muy lentamente y podrán quedar atrapadas alrededor de soluciones locales, incapaces de librarse de la base de atracción. Sin embargo, si no se introdujese el parámetro de control v_{max} , el enjambre no convergería hacia un punto, sino que sufriría el fenómeno conocido como explosión del PSO, consistente en un comportamiento oscilatorio y creciente de la posición de las partículas, careciendo el método de potencial alguno como algoritmo de optimización [2], [21]. Con la finalidad de demostrar el efecto de v_{max} , en la Figura 5.2 se representa el desplazamiento en una dimensión de una partícula aislada en su intento por converger hacia el punto estático $p=g=0.0$. Si bien el límite de la velocidad v_{max} evita la divergencia de la partícula, su efecto en la Figura 5.2(b) simplemente se limita a contener el paso de la velocidad, pero en realidad no promueve la convergencia hacia el punto óptimo.

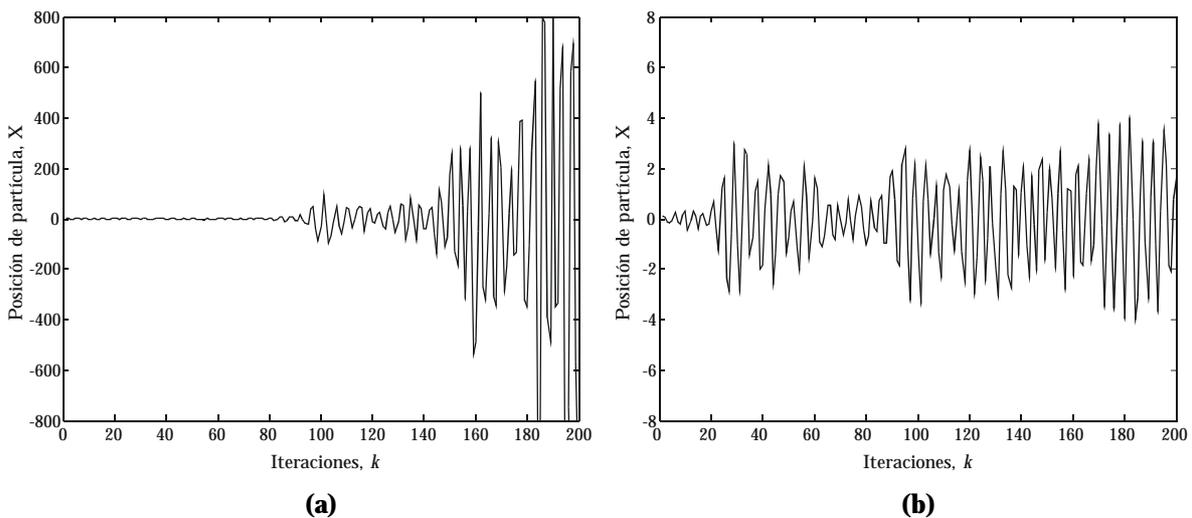


Figura 5.2. Explosión del modelo original de PSO en una dimensión. Trayectoria de una partícula aislada durante $K=200$ iteraciones, considerando como punto de partida: $x(0)=0.0$, $v(0)=0.1$, $c_1=c_2=2.0$, y $p(k)=g(k)=0.0 \forall k$. (a) Movimiento de una partícula aislada sin utilizar v_{max} . (b) Movimiento de la partícula con $v_{max}=4$.

El efecto de v_{max} , fuertemente vinculado con la naturaleza del problema a optimizar, le convierte en el parámetro principal a sintonizar en PSO, sin ninguna regla aparente que dicte las pautas a seguir en su elección para asegurar la convergencia del enjambre. Con el objetivo de reducir el efecto de v_{max} y perfeccionar el control del alcance de la búsqueda sobre el espacio de soluciones, surgen versiones mejoradas del algoritmo que incorporan el concepto de peso inercial [38], [39]. Básicamente, para cada instante temporal, llámese iteración en el caso computacional, en el cálculo de la nueva velocidad de partícula en cada

dimensión, $v_{in}(k+1)$, el modelo de peso inercial introduce como factor el así denominado peso inercial, w , tal que

$$v_{in}(k+1) = w \cdot v_{in}(k) + c_1 r_1(k) \cdot (p_{in}(k) - x_{in}(k)) + c_2 r_2(k) \cdot (g_n(k) - x_{in}(k)) \quad (5.3)$$

donde $w \in [0,1]$ para favorecer la convergencia de la partícula. Con este factor se controla la tendencia de la partícula a continuar en la dirección en la que se estaba moviendo y se regula la relación entre capacidad de exploración del espacio de búsqueda y habilidad de convergencia hacia las soluciones locales o global, dictadas por el segundo y tercer sumando en (5.3). En el modelo de PSO con peso inercial la trascendencia del factor v_{max} se reduce, asignándole en unos casos el valor del rango dinámico de cada variable x_n , [5], y en otros la mitad de dicho rango [39], [40]; prescindiendo así de la necesidad de sintonizarlo. Aún en el modelo con peso inercial y dependiendo del problema a optimizar, el límite v_{max} puede resultar imprescindible para evitar que las partículas oscilen demasiado rápido en las proximidades de una región de interés sin explorarla adecuadamente.

En la Figura 5.3 se muestra la trayectoria que describe una partícula de acuerdo con el modelo inercial, utilizando un peso inercial de valor 0.8 y sin límite v_{max} . Los resultados son comparables con los anteriormente expuestos en la Figura 5.2(a) para el PSO original, resaltando la capacidad de convergencia que introduce el peso inercial. Con el transcurso de las iteraciones, el enjambre limita su movimiento a áreas pequeñas en las inmediaciones de la solución global g . No obstante, la aleatoriedad del algoritmo permite a las partículas explorar otras zonas del espacio en busca de nuevas soluciones, (aparición de ráfagas en la Figura 5.2(a)-(b)); pero el peso inercial rápidamente redirige la búsqueda hacia el punto óptimo.

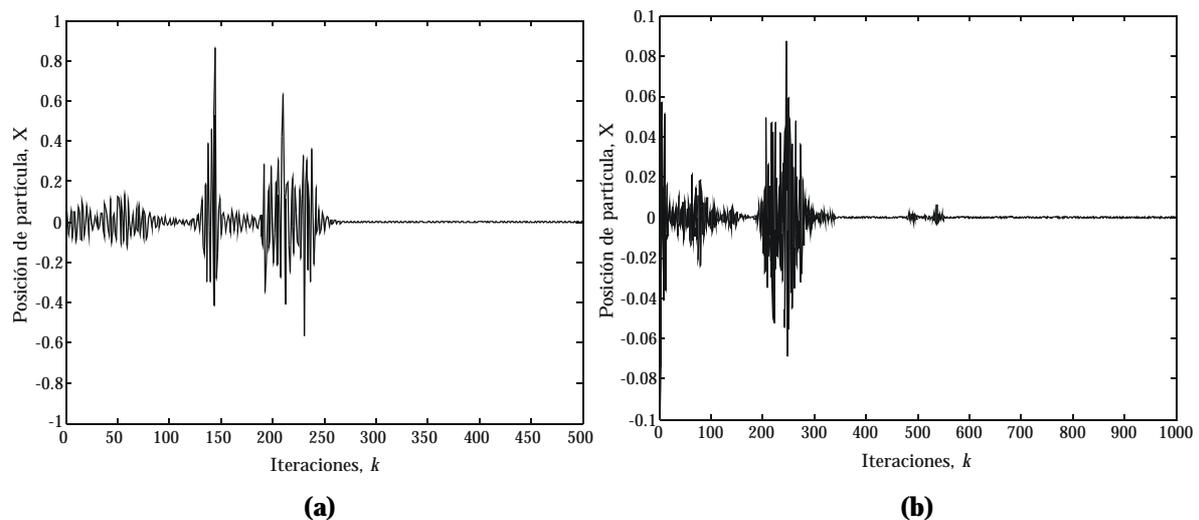


Figura 5.3. PSO con peso inercial. Trayectoria que describe una partícula al considerar dos simulaciones independientes de distinta duración. Condiciones iniciales del sistema: $x(0)=0.0$, $v(0)=0.1$, $c_1=c_2=2.0$, $p(k)=g(k)=0.0 \forall k$, $w=0.8$. (a) $K=500$ iteraciones. (b) $K=1000$ iteraciones.

Una alternativa al modelo inercial lo constituye el denominado factor de constricción introducido por Clerc en [41]. Partiendo de la necesidad de encontrar un razonamiento a la necesidad del límite v_{max} y a la explosión del PSO, se iniciaron estudios para analizar la trayectoria que describen las partículas. La formulación de Ozcan y Mohan en [42] propone que las partículas se desplazan describiendo ondas sinusoidales, cambiando su frecuencia y amplitud aleatoriamente en su búsqueda de la posición óptima. En [41] se incluye una formulación mucho más exhaustiva, que deriva en la obtención de un modelo generalizado para PSO en el cual se puede controlar la explosión y la convergencia del algoritmo. El modelo propuesto por Clerc más utilizado es el descrito como constricción de tipo 1'', regido por las ecuaciones

$$v_{in}(k+1) = c \cdot (v_{in}(k) + j_1 r_1(k) \cdot (p_{in}(k) - x_{in}(k)) + j_2 r_2(k) \cdot (g_n(k) - x_{in}(k))) \quad (5.4)$$

$$x_{in}(k+1) = x_{in}(k) + v_{in}(k+1) \quad (5.5)$$

donde c es el denominado coeficiente de constricción, el cual se expresa como

$$c = \frac{2k}{|2 - j - \sqrt{j^2 - 4j}|}, \quad k \in [0,1], j = j_1 + j_2, j > 4 \quad (5.6)$$

Tal y como se indica en (5.6), el coeficiente de constricción no está definido para $j \leq 4$. A medida que j toma valores por encima de 4.0, c decrece paulatinamente, acentuando el efecto de amortiguamiento del movimiento. En este modelo de constricción típicamente se utilizan valores de $k=1$ y $j=4.1$ ($j_1=j_2=2.05$), lo cual reporta un valor para el coeficiente de constricción de $c \approx 0.729$. Algebraicamente, esta configuración es equivalente a utilizar el modelo inercial de (5.3) con $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$. La utilización de ambos modelos de PSO, con peso inercial y con factor de constricción, está muy extendida en la bibliografía y aunque es el modelo de Clerc el que ofrece mejores resultados [43], los parámetros óptimos del algoritmo están íntimamente ligados con la naturaleza del problema físico a optimizar, tal y como ya se comentó con anterioridad.

Con el fin de comparar los efectos del peso inercial y del factor de constricción, en la Figura 5.4 se muestra la trayectoria que describe una única partícula al desplazarse en una dimensión hacia la posición estática de convergencia $p=g=0.0$, utilizando el modelo de Clerc y sin límite v_{max} . Por simple inspección sobre la trayectoria, se concluye que el factor de constricción introduce en PSO una estabilidad y capacidad de convergencia añadidas respecto al modelo inercial mostrado en la Figura 5.3. Aunque el modelo de Clerc previene la explosión del PSO, en la práctica se suele utilizar en conjunto con el límite v_{max} [4], [5].

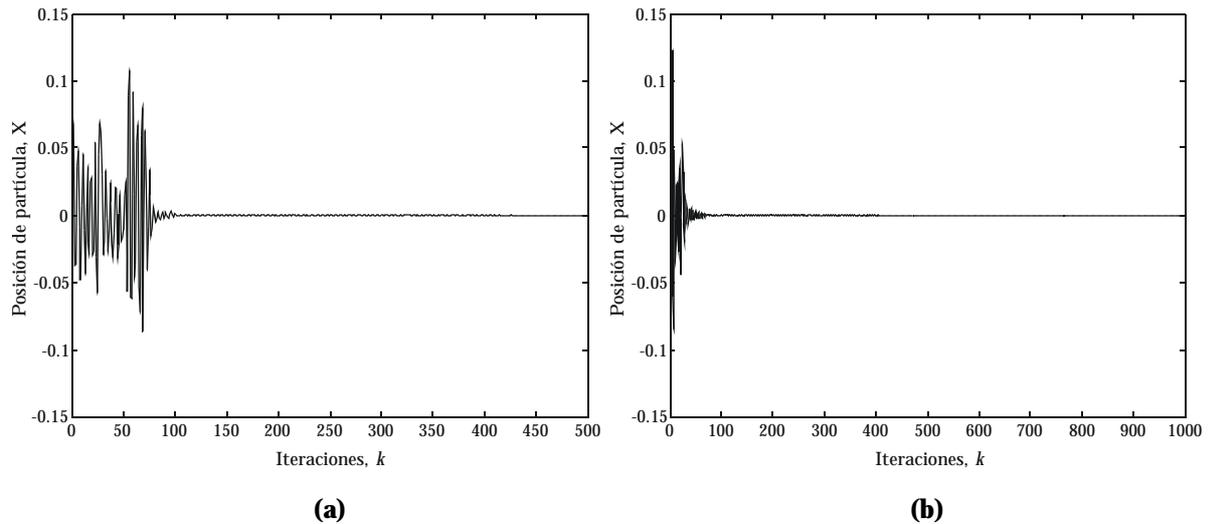


Figura 5.4. PSO con factor de constricción. Trayectoria que describe una partícula al considerar dos simulaciones independientes con diferente extensión. Condiciones iniciales: $x(0)=0.0$, $v(0)=0.1$, $j_1=j_2=2.05$, $\chi=0.729$, $p(k)=g(k)=0.0 \forall k$. (a) $K=500$ iteraciones. (b) $K=1000$ iteraciones.

A modo de resumen, el PSO se puede definir como un método de optimización rápido, fácil de implementar y eficaz, en el cual los parámetros a sintonizar incluyen el peso inercial, las constantes de aceleración c_1 y c_2 , el tamaño de la población y el límite superior de la velocidad v_{max} ; sin entrar a valorar aún la influencia del tipo de topología de la población, la importancia determinante de la función de fitness o la inserción de técnicas alternativas para mitigar el riesgo de convergencia prematura inherente a PSO. En definitiva, la formulación de PSO se reduce a caracterizar el movimiento de las partículas en base a un operador velocidad que debe aunar exploración y convergencia, descomponiendo para ello la velocidad en tres componentes en un intento por sintetizar el comportamiento social descrito en la Figura 5.1, tal y como se muestra en la Figura 5.5.

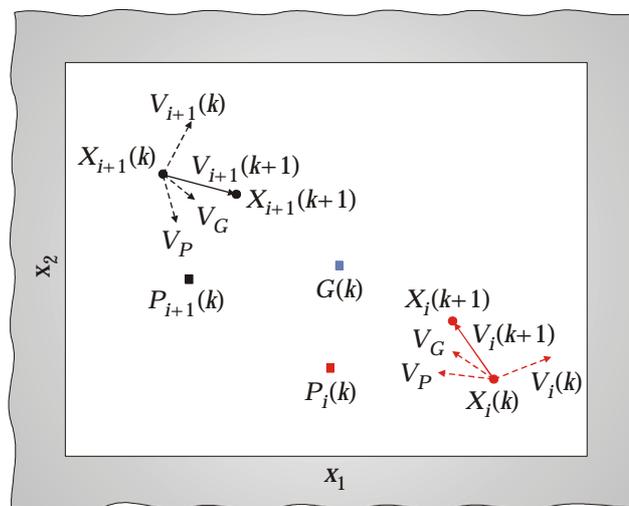


Figura 5.5. Componentes del vector velocidad. Movimiento sobre un espacio bidimensional de las partículas i e $i+1$ en la iteración $k+1$.

5.2.3 Selección de parámetros

Como en cualquier otro método de cómputo evolutivo, en PSO el ajuste de los parámetros condiciona el rendimiento posterior del algoritmo de optimización. Aunque existen múltiples estudios que intentan generalizar la selección de estos parámetros [4], [5], [39], [43], dicha selección está íntimamente ligada con la naturaleza del problema a optimizar, siendo preciso lograr un balance óptimo entre exploración y convergencia. Al margen de los parámetros intrínsecos del algoritmo, debe resaltarse la importancia que adquiere la función de fitness. La utilización de una función de fitness que no introduzca una métrica adecuada para pesar la bondad de cada partícula hará emerger carencias del PSO que erróneamente pueden asociarse con el algoritmo en sí, aún siendo más propias de los defectos de la propia función de fitness. En esta sección se resumen los valores típicos para los parámetros del algoritmo.

En lo referente al peso inercial, se utilizan comúnmente diferentes valores dependiendo del compromiso que se establezca entre exploración y rapidez de convergencia. Un peso inercial alto reduce la influencia de la nostalgia y de la cooperación sobre el movimiento de las partículas, favoreciendo la exploración. Por el contrario, un peso inercial muy bajo promueve la convergencia hacia la solución propuesta por la propia partícula P_i , y por la mejor solución de conjunto, G . En [39] se sugiere un peso inercial constante de valor 0.8 y en [13] se utiliza un valor constante para w de 0.4. Por otra parte, para aunar exploración y convergencia del espacio de soluciones, se suele utilizar una variante con un peso inercial que decrece linealmente entre w_{\max} y w_{\min} durante el transcurso de la simulación, de acuerdo con (5.7), con valores típicos de 0.9 y 0.4 para w_{\max} y w_{\min} , respectivamente [5], [40].

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{K} \cdot k \quad (5.7)$$

El inconveniente del peso inercial decreciente está relacionado con la selección del número de iteraciones. Si el número máximo de iteraciones es demasiado grande, el PSO puede quedarse estancado a la espera de que el peso inercial decrezca para converger hacia las regiones de interés. Por el contrario, un número excesivamente reducido de iteraciones puede forzar la convergencia prematura hacia una solución local. Paralelamente al peso inercial decreciente, en [44] se propone una nueva alternativa basada en utilizar un peso inercial creciente e inspirada en el comportamiento del recocido simulado. Para eliminar en cierta medida la dependencia del número de iteraciones y combinar exploración y convergencia, en [20] y [45] se propone un peso inercial aleatorio de valor $w=0.5+rnd/2.0$, donde rnd representa a un número aleatorio con distribución uniforme $U[0,1]$.

La selección del peso inercial no se debe dissociar de la elección de las constantes de aceleración cognitiva y social c_1 y c_2 , respectivamente. En [1] se propone un valor de 2.0 para ambas tasas de aprendizaje, con el objetivo de que estos factores estocásticos tengan en media un valor de 1.0, de forma que los agentes sobrevuelen el objetivo la mitad del tiempo. Esta versión suele combinarse con el peso inercial lineal decreciente. Como alternativa, en [20] y [45] se combina el peso inercial de valor $w=0.5+rnd/2.0$ con un valor de 1.49445 para c_1 y c_2 .

Trasladando los principios del modelo inercial al modelo propuesto por Clerc, la selección de w , c_1 y c_2 se traduce a los parámetros c , j_1 y j_2 . Como extensión a la configuración más utilizada, con valores $c=0.729$ y $j_1=j_2=2.05$, se plantean alternativas que muestran un rendimiento superior para problemas muy concretos, manteniendo el mismo valor para el factor de constricción ($c=0.729$), y con valores $j_1=2.8$ y $j_2=1.3$, [4], [10].

Otro parámetro que precisa ser seleccionado con extrema rigurosidad es el tamaño de la población. Poblaciones excesivamente grandes exploran minuciosamente el espacio de búsqueda, pero como contrapartida, el coste computacional asociado con el aumento del número de evaluaciones de la función de fitness puede resultar excesivamente elevado. Estudios paramétricos revelan que una población de alrededor de 30 agentes es suficiente para múltiples problemas [4], y típicamente se utilizan poblaciones que oscilan entre 10 y 50 partículas, o entre 100 y 200 partículas para abordar problemas más complejos [3].

Como regla general, tal y como se expuso con anterioridad en la sección 5.2.2, a la velocidad máxima de partícula se le asigna típicamente en cada dimensión el rango dinámico de variación del parámetro asociado, aunque existen variantes que proponen una v_{max} adaptativa, aleatoria y decreciente con el transcurso de las iteraciones, para así mitigar las oscilaciones de las partículas en su desplazamiento [46]. A modo de resumen, en la Tabla 5.1 se exponen las configuraciones típicas de PSO más utilizadas.

Modelo de PSO	Parámetros básicos del algoritmo
Peso inercial	$w=0.9-0.4$ (linealmente decreciente), $c_1=c_2=2.0$
Peso inercial	$w=0.9-0.4$ (linealmente decreciente), $c_1=c_2=1.49445$
Peso inercial	$w=0.5+rnd/2.0$, $c_1=c_2=1.49445$
Peso inercial	$w=0.95-0.2$ (linealmente decreciente), $c_1=c_2=2.0$
Peso inercial	$w=0.4$, $c_1=c_2=2.0$
Factor de constricción	$\chi=0.729$, $j_1=j_2=2.05$, $k=1$
Factor de constricción	$\chi=0.729$, $j_1=2.8$, $j_2=1.3$, $k=1$
$v_{max} \leq x_{n,max} - x_{n,min} $, $I \in [10, 50]$	

Tabla 5.1. Parámetros asociados con configuraciones típicas de PSO.

5.2.4 Límites en el espacio N-dimensional

En aplicaciones en el campo de la ingeniería, normalmente se precisa limitar el espacio de soluciones a la región donde están definidas las variables a optimizar. Sin embargo, la naturaleza del PSO, aún incluyendo las restricciones impuestas por medio de la velocidad máxima, del peso inercial y del factor de constricción, no asegura que las partículas se confinen dentro del espacio de soluciones al aplicar (5.2) ó (5.5). Para conseguirlo se introducen diferentes mecanismos que, dimensión a dimensión, controlan la posición de destino de la partícula y en caso de exceder los límites modifican los vectores de posición y/o velocidad de la misma.

En la Figura 5.6 se muestran los cuatro tipos de barreras de contención que se han investigado. La pared absorbente se introduce en [4], y en [10] se aplica al diseño electromagnético junto con las paredes reflectante e invisible. En este trabajo se propone una nueva pared, la pared frontera. Básicamente, la pared absorbente lleva la partícula al límite de la dimensión y anula su velocidad. La pared reflectante invierte el signo de la velocidad en la dimensión excedida y refleja la componente del vector de posición en dicha dimensión. La pared invisible no restringe el movimiento de las partículas, pero el fitness de aquellas que exceden los límites no se calcula. Por último, la pared frontera es similar a la pared absorbente, con la única diferencia de que ahora el vector velocidad no se modifica.

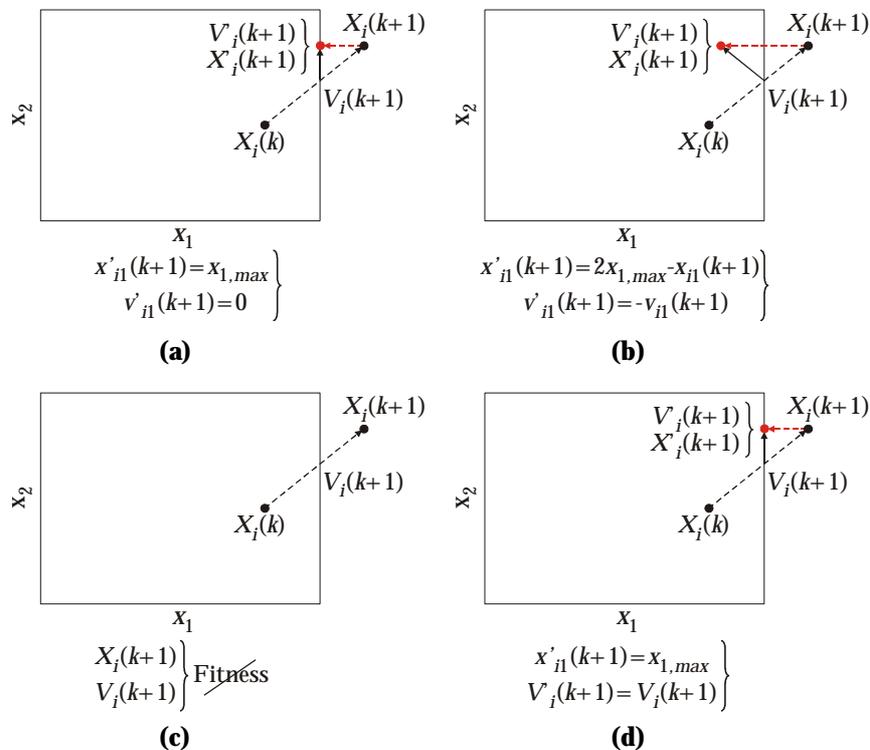


Figura 5.6. Límites impuestos para restringir el espacio de soluciones al rango dinámico de las variables. Ejemplo particularizado para el espacio bidimensional. (a) Pared absorbente. (b) Pared reflectante. (c) Pared invisible. (d) Pared frontera.

5.3 Analogías y diferencias entre PSO y GA

El método de optimización PSO guarda ciertas similitudes con otras técnicas de computación evolutiva tales como los GA. Ambos métodos estocásticos se inicializan con una población de soluciones potenciales, partículas o agentes en el caso de PSO y cromosomas o individuos en el caso de GA, y realizan la búsqueda de una solución óptima en base a un proceso iterativo y generacional, utilizando una función de fitness para medir la precisión de cada solución. Así mismo, ninguna de las dos técnicas garantiza el éxito pleno de la optimización, el cual está relacionado directamente con la configuración del algoritmo para el problema a optimizar. A grandes rasgos, se puede afirmar que PSO es a la simulación de la interacción social entre individuos, lo que los algoritmos genéticos son a la simulación de la evolución de las especies.

Los GA utilizan los operadores de selección, cruce y mutación, cada uno de los cuales admite múltiples implementaciones y tiene diferentes parámetros a seleccionar y afinar de acuerdo con la naturaleza del problema electromagnético a optimizar. Sin embargo, el PSO únicamente tiene un operador, la velocidad de partícula. Aunque el PSO no tiene explícitamente definidos operadores de evolución tales como cruce o mutación, en realidad, el ajuste de la posición de las partículas en la dirección de la mejor solución personal, P_i , y de la mejor solución de conjunto, G , de acuerdo con (5.3) ó (5.4), tiene un significado conceptualmente similar al de cruce y mutación en los GA.

Otra diferencia existente entre GA y PSO hace referencia a la capacidad de control sobre la convergencia de la población. Las probabilidades de cruce y mutación en los GA sugieren una vía para controlar la convergencia del método y, por tanto, la diversidad de los cromosomas, mientras que en PSO el peso inercial permite realizar dicho control de forma mucho más sutil y directa.

El mecanismo que posee PSO para compartir información entre congéneres es significativamente distinto al de los GA. En los GA todos los cromosomas comparten información entre sí, de forma que la población se mueve como un grupo hacia una región óptima, mientras que en PSO es el mejor agente, G , el que transmite la información al resto y condiciona el movimiento del enjambre. En este caso, la evolución sólo busca la mejor solución, de tal forma que, por lo general, todas las partículas tienden a converger más rápidamente hacia la solución óptima.

A diferencia de los GA, las partículas en PSO tienen memoria. Los cambios en la población de individuos en GA, asociados con los operadores de cruce y mutación, deparan la destrucción del conocimiento previo del problema, salvo que se utilice elitismo, en cuyo caso sólo uno o un reducido grupo de individuos retienen

información de las mejores soluciones. En PSO sin embargo, los individuos que al atravesar el espacio de soluciones pasan cerca de puntos óptimos son forzados a volver hacia éstos, reteniendo información de las soluciones alcanzadas. Esta información es aprovechada a posteriori por el resto de las partículas del enjambre. Expresado en otros términos, se puede afirmar que en PSO los agentes mantienen sus identidades con el transcurso del tiempo, mejorando por imitación y a través de la interacción con sus vecinos.

En comparación con los GA, las diferencias y ventajas del método PSO se resumen en tres puntos fundamentales: la sencillez de implementación, la rapidez de convergencia y el reducido número de parámetros a ajustar para sintonizar el algoritmo. Sin embargo, estas conclusiones no pueden generalizarse, dado que el rendimiento de uno u otro método de optimización está condicionado en último término por la naturaleza del problema a analizar [7], [11]-[13], [47].

5.4 Esquemas de PSO

Se puede establecer una clasificación de los esquemas clásicos de PSO atendiendo principalmente a dos características del *swarm*: la forma en la que se sincroniza la transmisión de información entre los agentes de la población y la topología que se confiere a la población, es decir, el modo en el que se transmite la información entre cada partícula y sus convecinos. Atendiendo a esta clasificación surgen las versiones con actualizaciones síncrona y asíncrona, y las topologías global y local. Estas variantes combinadas entre sí resumen las cuatro versiones del algoritmo investigadas en este trabajo, a las cuales debe añadirse la incursión en casos puntuales del método de Nelder Mead como método local para refinar soluciones de PSO y la posibilidad de combinar diferentes esquemas de PSO para descomponer en etapas la optimización de problemas multidimensionales complejos.

Por analogía con los principios y naturaleza del PSO, la formulación expuesta en la sección 5.2.2 y los esquemas que se presentan en esta sección son únicamente aplicables a problemas con codificación de variables en el dominio real. Existe, no obstante, la versión binaria del algoritmo, en la cual la diferencia más significativa estriba en que la velocidad tiene una concepción meramente probabilística, representando ésta la probabilidad de que cada bit de la secuencia que representa a una partícula tome un valor 0 ó 1, [48], [49].

Como extensión a las versiones del algoritmo analizadas, se revisan en esta sección diferentes propuestas alternativas de PSO que introducen modificaciones mínimas sobre los esquemas clásicos, en unas ocasiones para aplicar el método a

problemas muy específicos, y en otras para evitar la convergencia prematura del método hacia soluciones locales, aprovechando técnicas propias de los algoritmos evolutivos.

5.4.1 Topologías de vecindad global y local

En PSO los individuos mejoran sus aptitudes imitando los comportamientos y tendencias que encuentran en los mejores congéneres de la población. Ahora bien, establecer cómo se define la vecindad de un individuo, o lo que es lo mismo, qué otros individuos le influyen, tiene una trascendencia vital en el rendimiento del algoritmo. Dependiendo de la topología que adquiera la población, la transmisión de la información entre individuos puede acelerarse o ralentizarse, lo cual está íntimamente relacionado con la velocidad de convergencia y con la capacidad del algoritmo para escapar de soluciones locales.

La topología más extendida es la topología de red global, en la cual todos los individuos están interrelacionados y tienen acceso inmediato a los hallazgos de sus congéneres. Sin embargo, esta estructura social es vulnerable a soluciones locales, dado que dependiendo de la distribución puntual de las partículas sobre el espacio de soluciones, una de ellas apuntando a una solución local puede llegar a dominar al resto. En la Figura 5.7 se muestran ésta y otras topologías de red alternativas.

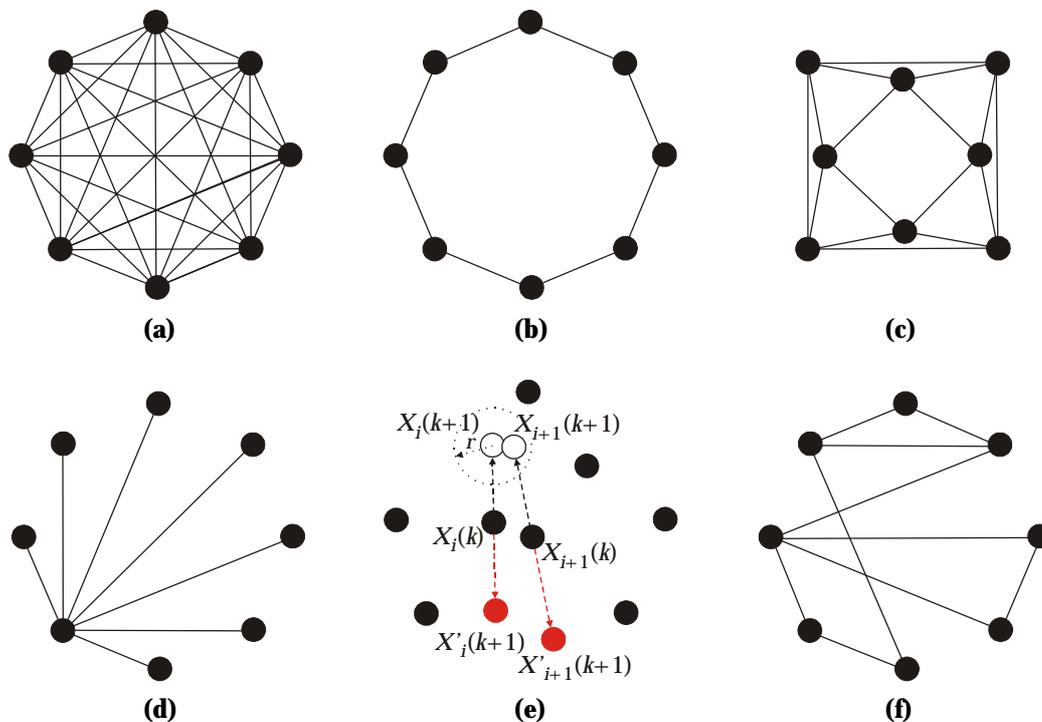


Figura 5.7. Topologías de la población. (a) Global. (b) Local con $N_v=2$. (c) Local con $N_v=4$. (d) Abanico. (e) Extensión espacial de partículas. (f) Aplicación de la estadística de grafos.

La alternativa a la variante global más utilizada es la topología local, donde cada partícula orienta su trayectoria influida por sus N_v vecinos adyacentes, quedando aislada, en cierta medida, de las partículas más alejadas del enjambre [50]. De entre todos los N_v vecinos, la partícula extrae aquel agente $L = (l_1, l_2, \dots, l_N)$ con mejor fitness y lo utiliza para actualizar sus vectores de velocidad y posición, V_i y X_i respectivamente; reemplazando simplemente en las ecuaciones de la velocidad el vector G de la versión global, por el nuevo vector L . Para determinar la vecindad de una partícula lo más típico y sencillo es elegir como vecinos de ésta a aquellos agentes topológicamente más próximos, tal y como se muestra en la Figura 5.7(a)-(b). No obstante, también se puede optar por calcular las distancias entre partículas, aunque esta opción introduce un coste computacional añadido [51].

En problemas multimodales, la robustez de la topología local para escapar de las soluciones locales está relacionada con el hecho de que, a diferencia del caso global, la población se fragmenta en un conjunto de grupos que espontáneamente se separan y exploran diferentes regiones del espacio de soluciones. Obviamente, la información extremo a extremo entre dos partículas alejadas entre sí fluye más lentamente, lo cual justifica que a cambio de una mejor exploración la versión local sea más lenta que su homónima global. A medida que aumenta el número de vecinos, tal y como sucede al pasar de la configuración de la Figura 5.7(b) a la propuesta en la Figura 5.7(c), el aislamiento de las partículas disminuye, aumenta la cooperación y, en consecuencia, se acelera la convergencia. Si el valor de N_v es excesivamente alto el enjambre imita el comportamiento de la topología global. No existe una regla general para determinar el grado óptimo de vecindad de una partícula, aunque se sugiere utilizar valores del 15 al 20% del tamaño de la población [2], [5], [52].

Los problemas de convergencia prematura que pueden aparecer en la topología global afectan también a la versión local. Es decir, la topología local es mucho más robusta, pero no por ello inmune a caer en soluciones locales cuando la cooperación entre partículas condiciona su propio movimiento, atraídas por un agente situado sobre un mínimo o máximo local [21].

Dada la importancia que tiene sobre el resultado de la optimización la estructura social del enjambre, existen múltiples topologías alternativas a las clásicas estructuras global y local [53]. La topología de abanico mostrada en la Figura 5.7(d) ofrece una alternativa a la topología local. Básicamente, un individuo hace las veces de filtro y controlador de la población y es el que pone en conocimiento del resto de la población la aparición de soluciones de mayor calidad, reduciendo de esta forma la velocidad de transmisión de las nuevas soluciones al resto de partículas [54]. Sin embargo, se ha demostrado que las topologías con menor conectividad tampoco previenen completamente la convergencia prematura del algoritmo [21].

Existen otras múltiples propuestas sofisticadas y novedosas, útiles para establecer una relación de vecindad en PSO que suprima la convergencia prematura de la optimización. En [21] se propone una expansión espacial de las partículas cuando estas colisionan y se agrupan en las inmediaciones de un punto del espacio N -dimensional, tal y como se muestra en la Figura 5.7(e). Para clarificar el concepto de colisión se asocia a cada partícula un radio r , de forma que si al desplazarse dos partículas estas colisionan, automáticamente se corrige su posición de destino de acuerdo con el criterio que se establezca en cada caso. En [55] se aplica la teoría de grafos para estudiar la influencia de la topología de la población sobre el rendimiento del algoritmo. Un grafo responde a una cierta estructura prefijada en la que cada individuo tiene un cierto grado de conectividad con sus convecinos, tal y como se ilustra a modo de ejemplo en la Figura 5.7(f). El problema surge a la hora de estimar qué grafo es el óptimo para nuestra aplicación. En definitiva, estas y otras nuevas variantes de topologías de red resultan atractivas, pero tienen el inconveniente de que introducen un mayor número de parámetros de control y una carga computacional extra.

5.4.2 PSO con actualizaciones síncronas y asíncronas de la población

Al atravesar el espacio N -dimensional, las partículas actualizan sus vectores de posición y velocidad de acuerdo con su hábito, su memoria y el conocimiento social. En función del instante dentro del proceso iterativo en el que se realiza la actualización de la memoria de cada partícula y el conocimiento social del grupo, se puede distinguir entre PSO con actualizaciones síncronas y asíncronas de la población. En la Figura 5.8 se muestra el diagrama de flujo de la versión síncrona implementada y en la Figura 5.9 el correspondiente al modelo asíncrono.

En el modelo síncrono todas las partículas se mueven en paralelo. En cada iteración se evalúa el fitness de todas las partículas, se actualiza su memoria P_i y el conocimiento social G , y a continuación la población se desplaza hacia un nuevo punto tomando como referencia esta dupla de información. Es decir, todas las partículas comparten la misma información acerca de la mejor solución de partida G . Por el contrario, en el PSO asíncrono cada partícula aprovecha al desplazarse la información actualizada por sus inmediatos predecesores. Es decir, en cada iteración k , la partícula i -ésima se desplaza hacia un nuevo punto $X_i(k+1)$ utilizando la información de los vectores $P_i(k)$ y G , actualizados por las $i-1$ partículas previas. Posteriormente, la partícula evalúa la calidad del nuevo punto y actualiza, si procede, las variables $P_i(k+1)$ y G . Esta información se transmite a las restantes $I-i$ partículas. Al actualizar la información partícula a partícula, el modelo asíncrono acelera la optimización, aunque la naturaleza del modelo síncrono lo hace susceptible de ser ejecutado en paralelo, sobre múltiples procesadores [56].

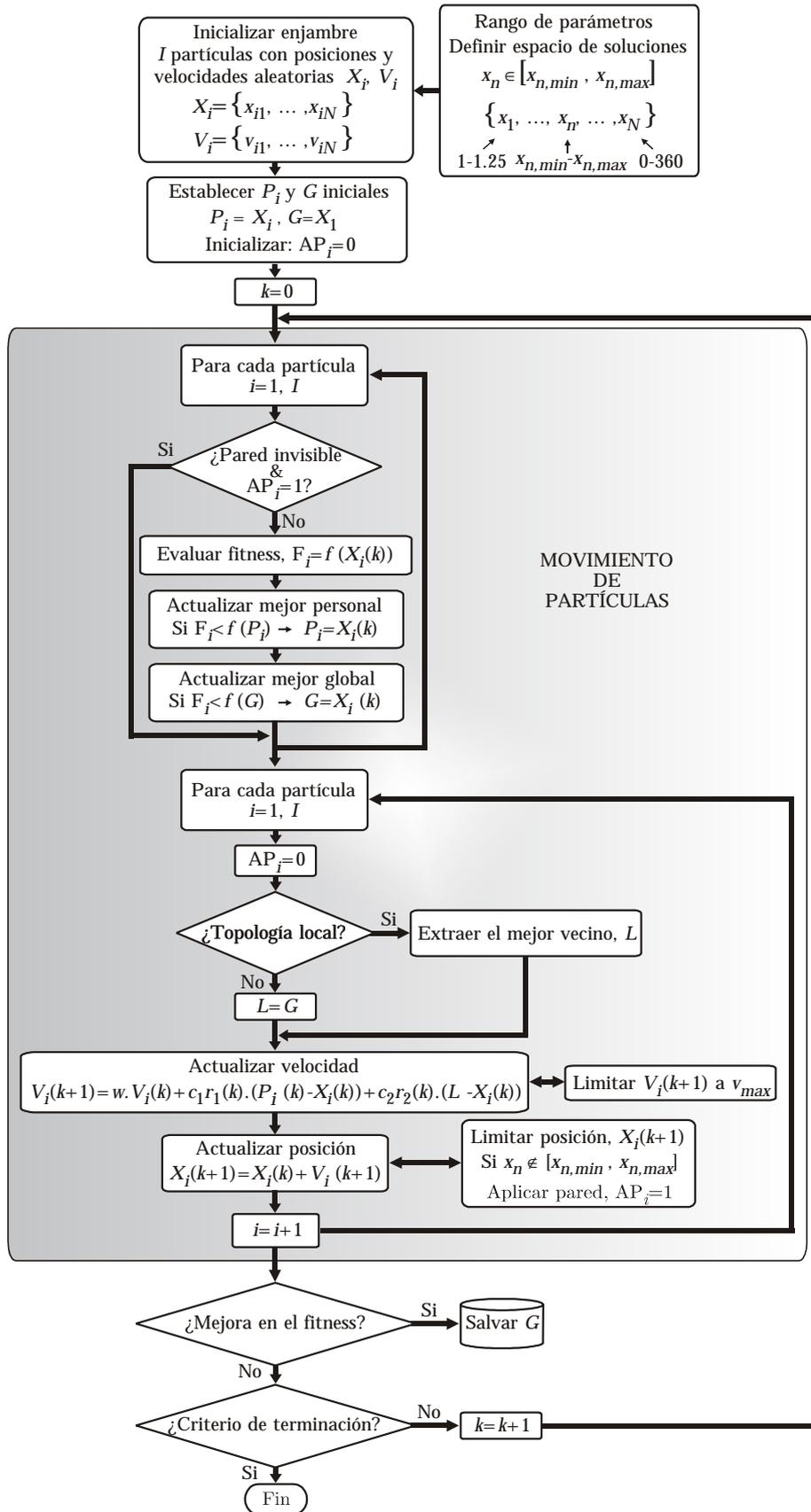


Figura 5.8. Diagrama de flujo del algoritmo PSO con actualizaciones síncronas de la población. Los hallazgos del grupo se transmiten entre iteraciones, es decir, los agentes se mueven en paralelo. La variable AP_i es utilizada para controlar si se superan o no los límites espaciales en cada dimensión.

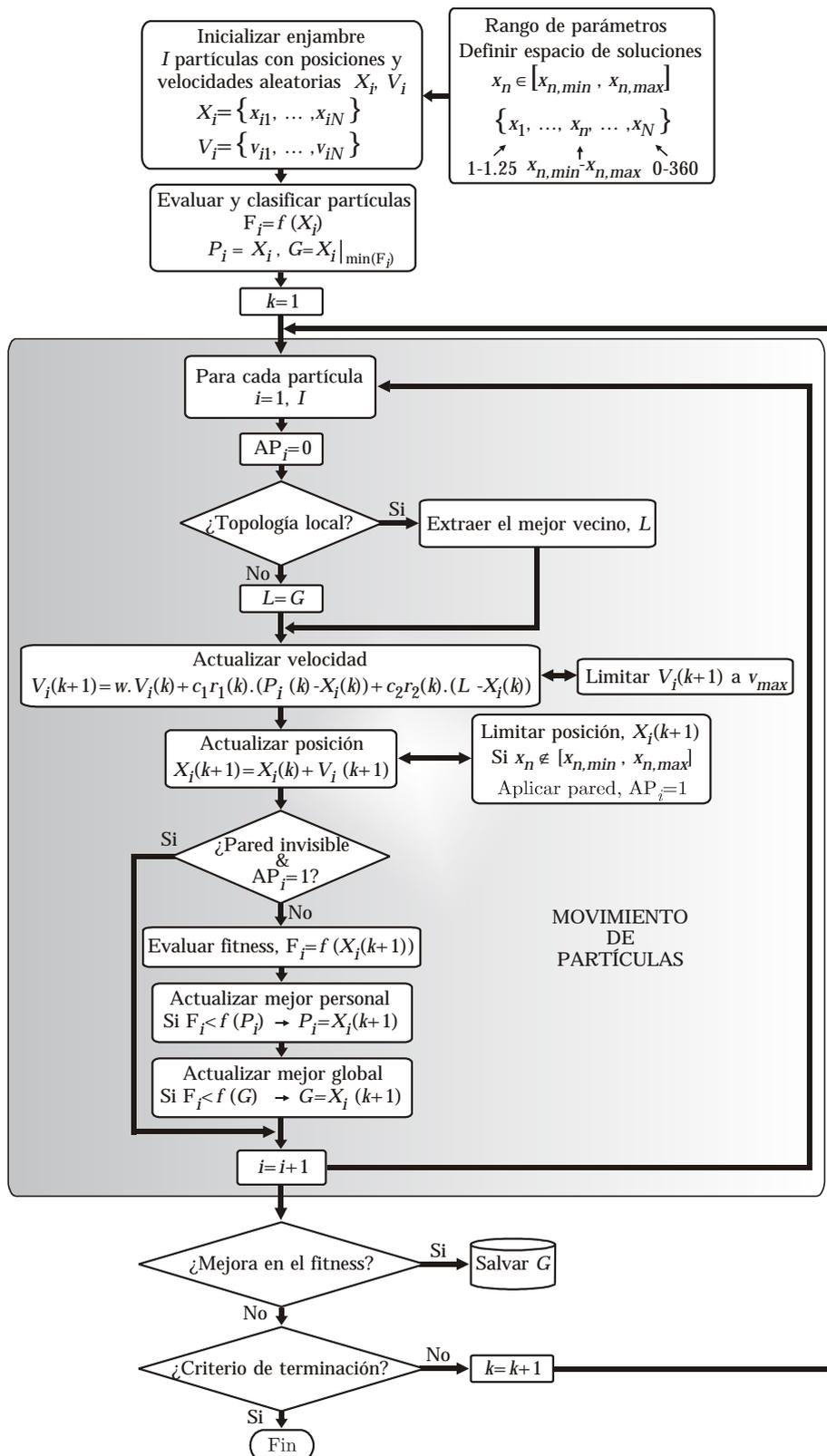


Figura 5.9. Diagrama de flujo del algoritmo PSO con actualizaciones asíncronas de la población. En su desplazamiento, la partícula i -ésima se beneficia de la información actualizada que aportan las $i-1$ partículas precedentes. La variable AP_i es utilizada para controlar si se superan o no los límites espaciales en cada dimensión.

5.4.3 Convergencia prematura y visualización del desplazamiento

Cualesquiera de los cuatro esquemas de PSO implementados, síncrono o asíncrono con topologías global o local, no están plenamente exentos de converger de forma prematura hacia una solución local. Sin embargo, debe establecerse un compromiso entre rendimiento del algoritmo y coste computacional, dado que en función del problema a optimizar pudiera interesar sacrificar robustez a cambio de velocidad de cómputo, tal y como se concluye en [4], [21].

Supongamos como problema de referencia para evaluar en una primera aproximación el rendimiento de cada esquema de PSO, la minimización de la función bidimensional de naturaleza multimodal expuesta en (5.8), sobre el espacio de búsqueda definido en (5.9), [57]. El mínimo global de la función en el espacio S se encuentra en el punto $(x_1, x_2) = (9.0390, 8.6682)$, con un valor de -18.5547 y el segundo mínimo se encuentra en $(x_1, x_2) = (7.4697, 8.6682)$ con un valor de -16.9847 .

$$f(x_1, x_2) = x_1 \sin(4x_1) + 1.1x_2 \sin(2x_2) \quad (5.8)$$

$$S = \{0 \leq x_1, x_2 \leq 10\} \quad (5.9)$$

En lo referente al PSO, se utilizó el modelo con factor de constricción con valores $j_1 = j_2 = 2.05$ y $c = 0.729$, que como ya se comentó con anterioridad equivale al modelo inercial con parámetros $w = 0.729$ y constante, y $c_1 = c_2 = 1.49445$. Se utiliza la pared reflectante y se permite una velocidad máxima de partícula en cada dimensión que se corresponde con el rango dinámico de la variable, $v_{max} = 10$. Se considera una población de 10 partículas y se ejecuta el algoritmo durante 200 iteraciones.

Dada la naturaleza estocástica del algoritmo, se realizaron 40 simulaciones independientes y se calcularon los estadísticos más relevantes para poder establecer una comparativa objetiva entre los distintos esquemas de PSO. De las 40 realizaciones sólo intervienen en el cálculo de la estadística aquellas que alcanzaron un fitness inferior a -18.5 . Para cada esquema se calcula el número medio de iteraciones necesario para alcanzar el objetivo, \bar{K} , su desviación típica, s_K , el número medio de evaluaciones de la función de fitness, \bar{F}_{ev} , su desviación típica, s_F , y la tasa de éxito, TE, para reflejar que porcentaje de las 40 realizaciones alcanza el mínimo global. En la Tabla 5.2 se muestran los resultados obtenidos con cada uno de los esquemas de PSO analizados. Para la topología local se consideraron dos tamaños de vecindad distintos. A la vista de los resultados se puede concluir que el PSO global con actualizaciones asíncronas de la población es el más eficiente desde el punto de vista del coste computacional, aunque en 1 de las 40 simulaciones se estancó en las proximidades del segundo mínimo de la función. En el extremo

opuesto, las versiones locales síncrona y asíncrona con 2 vecinos siempre alcanzan el mínimo global, aunque a costa de un incremento significativo en el número de iteraciones y llamadas a la función de fitness. El incremento desmesurado del número de vecinos, $N_v=4$, provoca que la topología local se asemeje a la global, acelerando la optimización respecto al caso local con 2 vecinos, pero empeorando la tasa de éxito. A modo de conclusión, si se extrapolan los resultados de la Tabla 5.2 a problemas complejos con una alta dimensionalidad, parece razonable pensar que el PSO con actualizaciones asíncronas y topología global sea el que ofrezca un mejor rendimiento en términos globales.

Esquema PSO	\bar{K}	S_K	\bar{F}_{ev}	S_F	TE(%)
Síncrono global	35.82	16.68	368.20	166.79	97.5
Asíncrono global	32.69	12.34	336.92	123.38	97.5
Síncrono local, $N_v=2$	53.85	26.63	548.50	266.32	100.0
Asíncrono local, $N_v=2$	46.52	22.27	475.25	222.67	100.0
Síncrono local, $N_v=4$	40.79	13.75	417.95	137.54	97.5
Asíncrono local, $N_v=4$	38.69	13.34	396.92	133.46	97.5

Tabla 5.2. Comparativa del rendimiento de diferentes esquemas de PSO. $I=10$.

Una de las soluciones más triviales para evitar la convergencia prematura del algoritmo está relacionada con el aumento de la población. Al aumentar el número de partículas aumenta sensiblemente la capacidad de exploración del espacio de soluciones, pero se incrementa paralelamente el coste computacional. En la Tabla 5.3 se muestran los resultados obtenidos al optimizar la función de (5.8) con una población de 15 partículas, manteniendo invariables el resto de parámetros y especificaciones de la simulación. De los resultados obtenidos se pueden extraer tres conclusiones significativas: 1- el aumento de la población evita que alguno de los métodos converja hacia soluciones locales, 2- el número medio de iteraciones para alcanzar el mínimo global se reduce y 3- el número medio de evaluaciones de la función de fitness aumenta significativamente, lo cual puede resultar dramático en aplicaciones complejas, donde el mayor porcentaje del tiempo de CPU se dedica al cálculo de la función de fitness.

Esquema PSO	\bar{K}	S_K	\bar{F}_{ev}	S_F	TE(%)
Síncrono global	29.60	11.90	459.0	178.57	100.0
Asíncrono global	28.82	12.56	447.37	188.42	100.0
Síncrono local, $N_v=2$	45.72	25.13	700.87	376.89	100.0
Asíncrono local, $N_v=2$	40.52	16.43	622.87	246.52	100.0
Síncrono local, $N_v=4$	34.85	14.06	537.75	210.95	100.0
Asíncrono local, $N_v=4$	34.17	13.49	527.62	202.36	100.0

Tabla 5.3. Comparativa del rendimiento de diferentes esquemas de PSO. $I=15$.

Con el objetivo final de detectar, identificar y analizar las posibles realizaciones que exhiben una convergencia prematura, se puede recurrir a la representación gráfica de la trayectoria que describen las partículas durante el proceso de optimización, aunque esta representación es poco habitual [58]-[60]. A modo de ejemplo, en la Figura 5.10 se muestra la evolución gráfica de algunas de las simulaciones relacionadas directamente con los resultados de la Tabla 5.2, en un intento por mostrar las diferentes situaciones que pueden darse al utilizar el esquema de PSO con actualizaciones síncronas de la población.

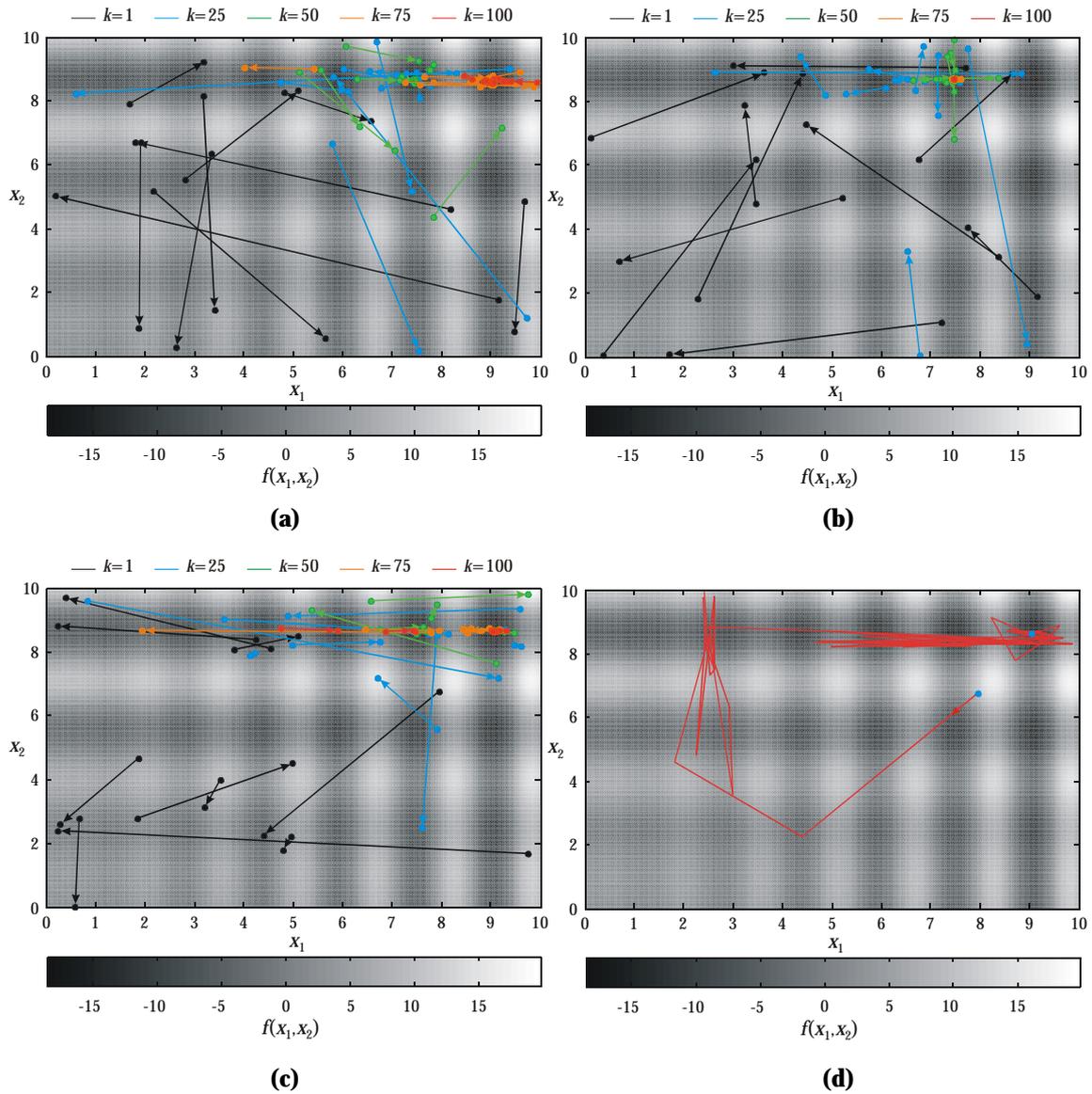


Figura 5.10. PSO con actualizaciones síncronas de la población. Evolución de la optimización con distribución espacial de las partículas en diferentes iteraciones, k . (a) Topología global con convergencia al mínimo global. (b) Topología global con convergencia prematura a un mínimo local. (c) Topología local con $N_i=2$ y convergencia al mínimo global. (d) Trayectoria que describe una de las partículas de la población durante las 100 primeras iteraciones para el caso de PSO con topología local.

En línea con lo expuesto para el PSO de naturaleza síncrona, en la Figura 5.11 se muestra el movimiento de las partículas en su desplazamiento sobre el espacio bidimensional asociado con (5.8) y (5.9) para el PSO con actualizaciones asíncronas de la población. Atendiendo al comportamiento que exhiben las versiones síncrona (Figura 5.10) y asíncrona (Figura 5.11) del algoritmo, se puede concluir que la principal ventaja del PSO asíncrono estriba en la mayor velocidad de convergencia de la población, con independencia de que se utilice topología global o local.

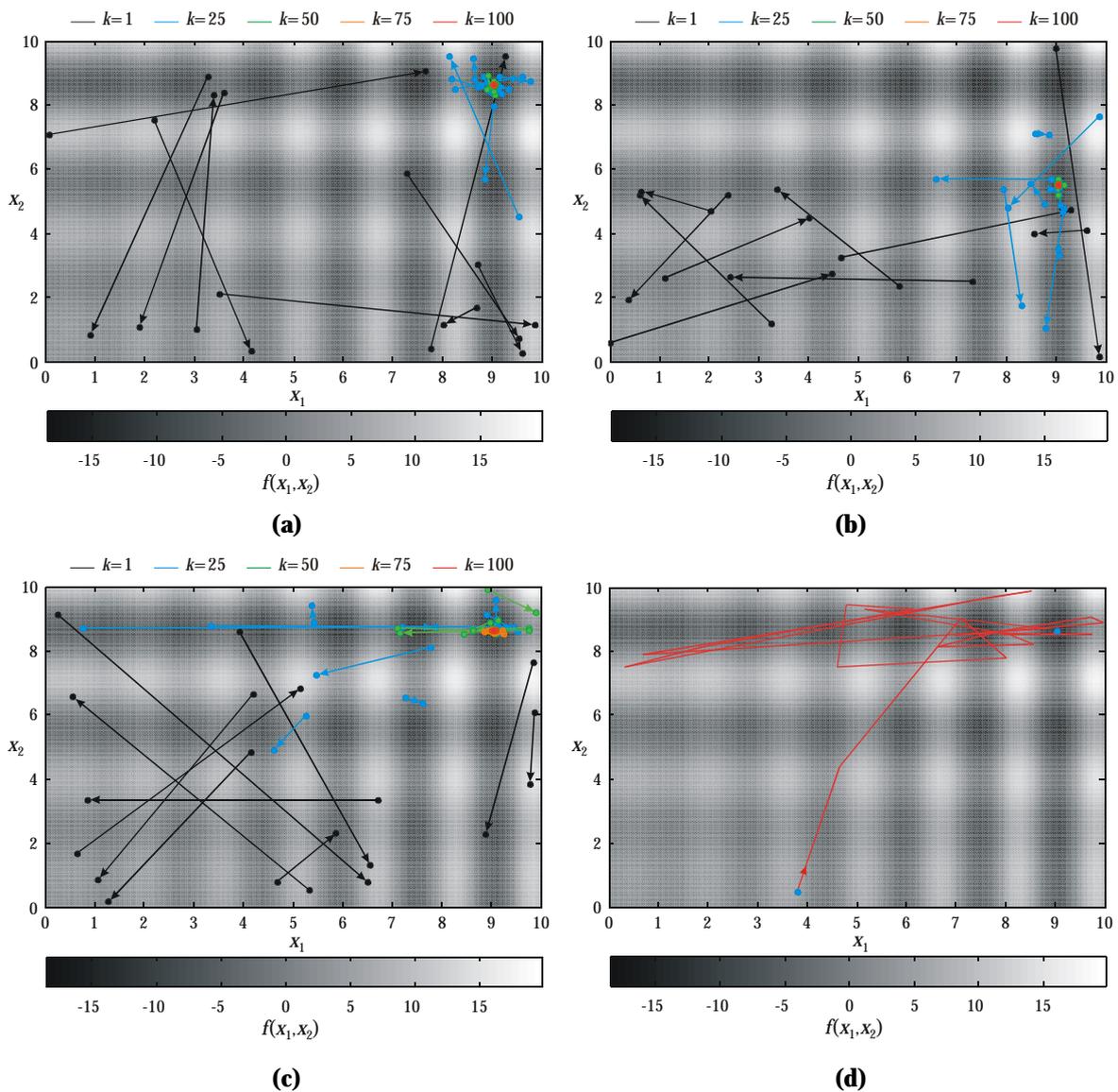


Figura 5.11. PSO con actualizaciones asíncronas de la población. Evolución de la optimización con distribución espacial de las partículas en diferentes iteraciones, k . (a) Topología global con convergencia al mínimo global. (b) Topología global con convergencia prematura a un mínimo local. (c) Topología local con $N_v=2$ y convergencia al mínimo global. (d) Trayectoria que describe una de las partículas de la población durante las 100 primeras iteraciones para el caso de PSO con topología local.

5.4.4 Esquemas alternativos para aplicaciones diversas

Al igual que ocurre con los GA, la evolución en el desarrollo y mejora del método PSO queda caracterizada por las continuas modificaciones introducidas por diversos autores, en un intento por mejorar el rendimiento del algoritmo. En la gran mayoría de los casos estas modificaciones se reducen a aprovechar nociones ya implantadas con anterioridad en los propios GA o en otros algoritmos de optimización. A modo de ejemplo, una práctica muy extendida recientemente está relacionada con la aplicación en PSO de los principios de selección y mutación propios de los GA [25]-[27], [52], [62], [63], ofreciendo en muchos casos mejoras significativas respecto al modelo clásico para aplicaciones muy específicas. No obstante, todas las operaciones adicionales que se incorporan al PSO clásico llevan una carga computacional extra que, dependiendo de la aplicación, puede ser determinante para su aplicación o descarte.

En [6] se introduce el así denominado PSO inteligente que aplica de forma conjunta los principios de los algoritmos meméticos y del método heurístico de búsqueda aleatoria, ofreciendo una versión que mejora levemente el rendimiento del PSO clásico.

En [59] se propone una nueva topología alternativa a las variantes clásicas global y local, basada en orientar el movimiento de las partículas en la dirección del grupo o *cluster* al que pertenezcan, relacionado directamente con la posición espacial en la que éstas se encuentren. Se parte de la idea de que un grupo de individuos que se agrupan entorno a un punto podría indicar la presencia de una solución. Sin embargo, en base a los resultados ofrecidos, el coste computacional asociado con la clasificación de las partículas, calculando los centros de los *clusters* y la distancia entre centro y partículas, no justifica la mejora obtenida.

El PSO también ha sufrido adaptaciones diversas para ser aplicado a la optimización de problemas multiobjetivo. Así, en [45] se aplica a la optimización multiobjetivo una variante de la topología local con una vecindad que se ajusta dinámicamente de acuerdo con el valor del fitness de las partículas. En esta misma línea, diversas variantes de PSO han sido aplicadas con éxito a la optimización multiobjetivo [32], [64], [65].

Existen otras múltiples variantes de PSO asociadas con propuestas de diferentes autores dedicadas a mantener la diversidad y acelerar la convergencia hacia la solución global. A modo de ejemplo, en [66] el peso inercial se cambia dinámicamente utilizando lógica borrosa y en [67] se reinicia la población manteniendo la mejor solución cuando se estima que el método no converge de acuerdo a ciertos criterios. Adicionalmente, en [20] se proponen diferentes

estrategias basadas en monitorizar la población y reinicializar parte de aquella para aplicar PSO con éxito en entornos dinámicos, sujetos a variaciones temporales del espacio de soluciones. Por último, en [55] se cambia la visión de cómo medir la influencia social de las mejores partículas sobre el resto de convecinos para controlar la convergencia. Como ejemplo representativo, se propone resaltar la influencia de aquel individuo que mejora continuamente y de forma sostenida, eliminando la influencia que pudieran tener sobre el movimiento del enjambre aquellos agentes que permanecen de forma reiterada sobre la misma región, por muy buen fitness que ésta tenga asociado. Sin embargo, todas las técnicas y alternativas al PSO clásico resumidas en esta sección tienen sus detractores, que ven en ellas una forma de sobrecargar un método cuyo atractivo reside precisamente en su sencillez y rapidez [46].

Como alternativa a modificar la naturaleza del PSO, existen variantes híbridas que combinan el PSO clásico con otros métodos de optimización tales como los GA. En [11] se proponen las versiones híbridas GA-PSO y PSO-GA, que utilizan el PSO para refinar una solución previamente obtenida con los GA o viceversa, se utilizan los GA para hacer lo propio con la solución obtenida con PSO. Paralelamente, en [68] se conjuga con el mismo propósito el PSO y el método de optimización local de Nelder Mead y también se conjugan en una misma simulación dos tipos de PSO, uno más apropiado para realizar la exploración inicial del espacio de soluciones, y otro posterior con unos parámetros que favorecen y aceleran la convergencia.

5.5 Estudio paramétrico de PSO

La selección del esquema óptimo de PSO puede hacerse por dos vías alternativas: recurriendo directamente a alguna de las configuraciones típicas establecidas en la literatura o realizando un estudio paramétrico preliminar que permita, por un lado validar el código fuente y, por otro, descartar a priori aquellas configuraciones que exhiban un rendimiento muy pobre. No obstante, aunque la parametrización marca unas tendencias y permite detectar a grandes rasgos las carencias y potenciales de una u otra configuración de PSO, el comportamiento del método depende del problema a optimizar, como ya se anticipó en secciones anteriores, acentuándose este efecto aún más en problemas que exhiben un alto grado de complejidad.

Aunque la tendencia habitual es utilizar una configuración típica de PSO, en esta sección se plantea un estudio paramétrico en línea con el expuesto por Carlisle y otros en [4], utilizando como referencia las funciones base del apéndice 2.

5.5.1 Tamaño de la población

El tamaño de la población condiciona la capacidad que tiene el método para explorar el espacio de soluciones. El dimensionamiento correcto de la población, además de influir sobre la precisión del resultado, reduce el tiempo de cómputo. En problemas electromagnéticos complejos este efecto se acentúa, dado que en cada iteración puede llegarse a dedicar más del 97% del tiempo de CPU al cálculo del fitness de las partículas. Al aumentar el tamaño de la población aumenta el número de llamadas a la función de fitness y de forma paralela el tiempo de cómputo. En el extremo opuesto, poblaciones excesivamente pequeñas limitan la capacidad de búsqueda del enjambre y ralentizan la convergencia.

Como punto de partida para analizar el efecto del tamaño de la población se considera el esquema de PSO con actualizaciones síncronas y topología global, con parámetros $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$. A la velocidad máxima se le asigna el rango dinámico de cada dimensión de acuerdo con las especificaciones de las funciones expuestas en el apéndice 2, utilizando únicamente las paredes absorbente e invisible para contener las partículas dentro del espacio de soluciones. La población se varía entre 10 y 150 partículas con paso 5, realizando 20 simulaciones independientes para cada tamaño del enjambre, con un límite superior de 10000 iteraciones por simulación. Considerando únicamente aquellas realizaciones que convergen, se calcula el número medio de iteraciones necesario para alcanzar el error máximo aceptable, \bar{K} , el número medio de evaluaciones de la función de fitness, \bar{F}_{ev} , y la tasa de éxito, TE. Los estadísticos \bar{K} y \bar{F}_{ev} se utilizan como indicadores indirectos del coste computacional y de la velocidad de convergencia, mientras que el factor TE mide la capacidad de convergencia del algoritmo hacia la solución global.

En la Figura 5.12 se muestran los valores de \bar{K} y \bar{F}_{ev} obtenidos para cada función con la pared absorbente, y en la Figura 5.13 los correspondientes a la pared invisible. De los valores medios \bar{K} y \bar{F}_{ev} no pueden extraerse conclusiones definitivas si éstos no se conjugan con los valores de la tasa de éxito mostrados en la Figura 5.14. A la vista de los resultados pueden extraerse diversas conclusiones significativas: 1- Con independencia del tipo de pared, y en consonancia con [4], tamaños de población entre 30 y 40 partículas ofrecen un balance aceptable entre el coste computacional (valores bajos de \bar{F}_{ev}) y la convergencia hacia la solución global (porcentajes altos de TE), 2- La pared invisible ofrece un mejor rendimiento que la pared absorbente tanto en términos de velocidad de convergencia como de tasa de éxito y 3.- La función de Schaffer muestra un comportamiento muy inestable, relacionado directamente con la naturaleza y complejidad de la función. Para esta función multimodal, las fluctuaciones de las tasas medias \bar{K} y \bar{F}_{ev} revelan que no necesariamente al aumentar la población se encuentra más fácilmente el mínimo global.

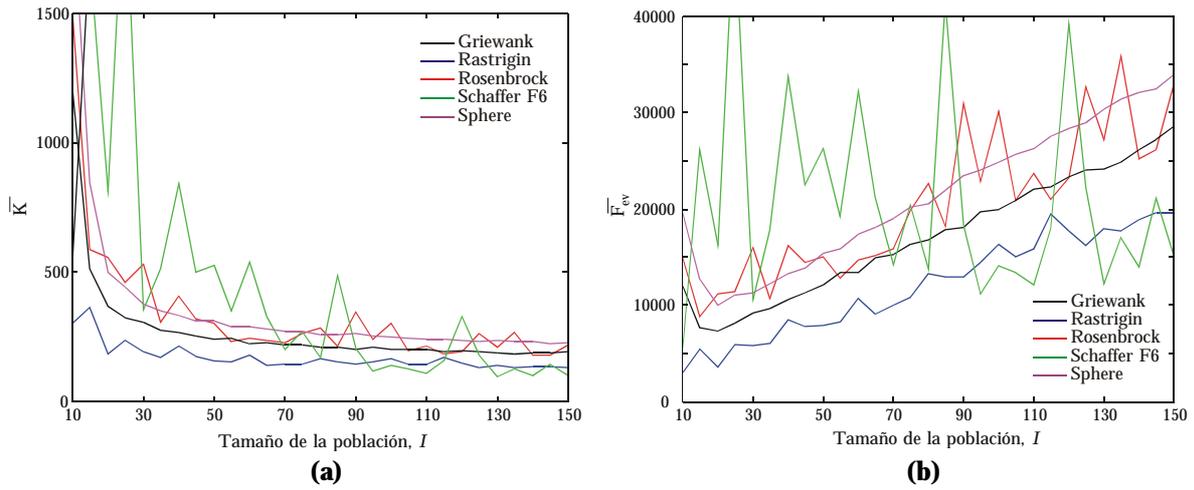


Figura 5.12. Efecto de la población sobre el rendimiento del PSO síncrono global. Pared absorbente. (a) Número medio de iteraciones. (b) Número medio de evaluaciones del fitness.

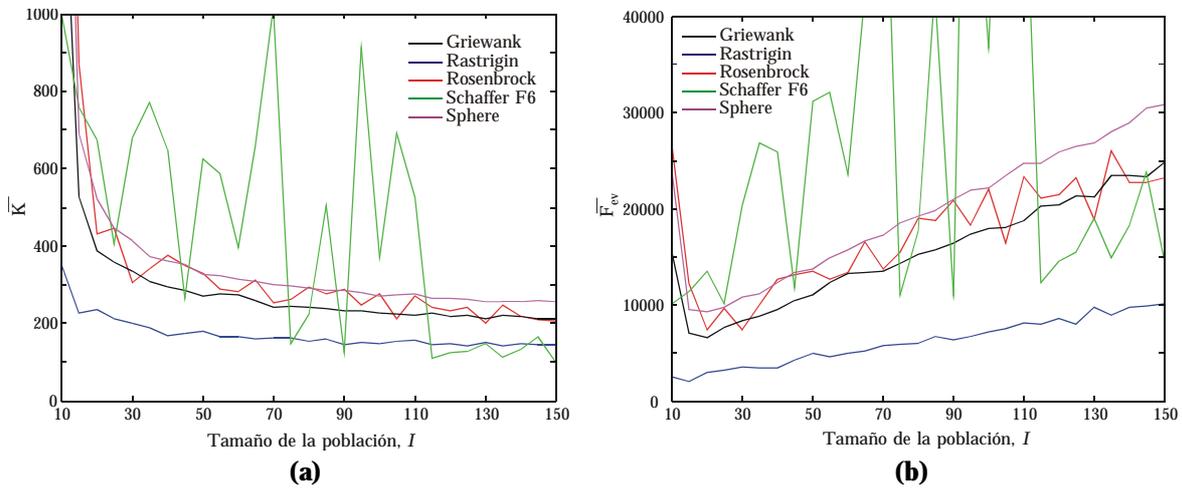


Figura 5.13. Efecto de la población sobre el rendimiento del PSO síncrono global. Pared invisible. (a) Número medio de iteraciones. (b) Número medio de evaluaciones del fitness.

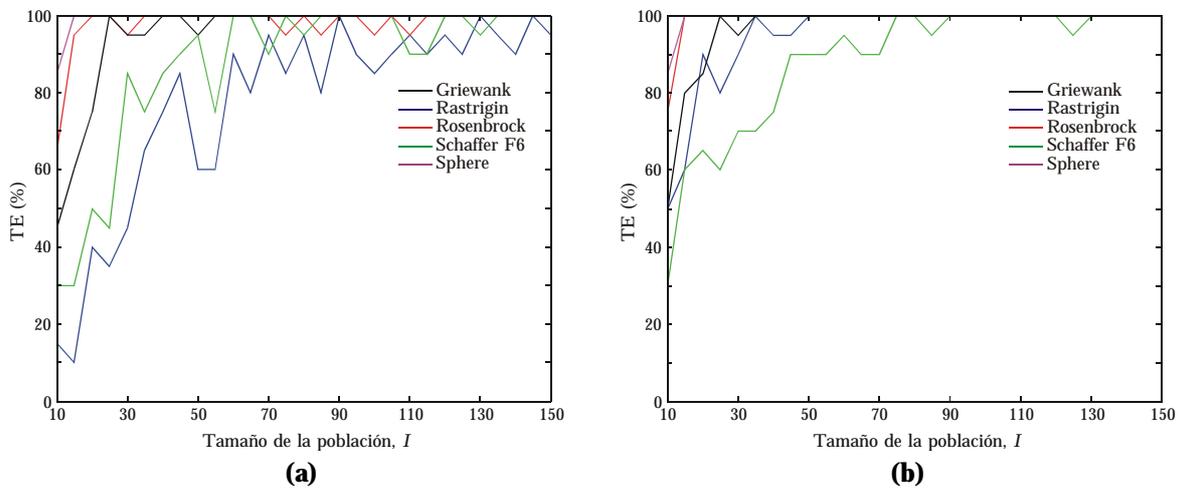


Figura 5.14. Tasa de éxito para la topología local. (a) Pared absorbente. (b) Pared invisible.

Como extensión al estudio anterior se incluye una comparativa de las versiones síncrona y asíncrona de PSO con topología global, considerando los cuatro tipos de paredes límite de la Figura 5.6. El estudio se particulariza para la función de Rastrigin, barriendo la población entre 10 y 100 individuos con paso 5, y manteniendo constantes el resto de parámetros. En la Figura 5.15 se muestran los valores medios \bar{K} y \bar{F}_{ev} para ambos esquemas del algoritmo, y en la Figura 5.16 se incluye la tasa de éxito asociada. Atendiendo a los resultados, el comportamiento de los esquemas síncrono y asíncrono es muy similar, y las diferencias estriban más en el tipo de pared que en el propio esquema de PSO. De acuerdo con los valores de TE y \bar{K} , el comportamiento que exhiben las paredes reflectante, invisible e incluso la absorbente, es muy parecido, pero la naturaleza de la pared invisible hace que, atendiendo al valor de \bar{F}_{ev} , ésta ofrezca un rendimiento muy superior. Por el contrario, el hecho de no reajustar la velocidad de partícula cuando esta supera el límite espacial en el caso de la pared frontera, justifica su pobre rendimiento, dado que la partícula perderá en este caso múltiples iteraciones en cambiar su inercia.

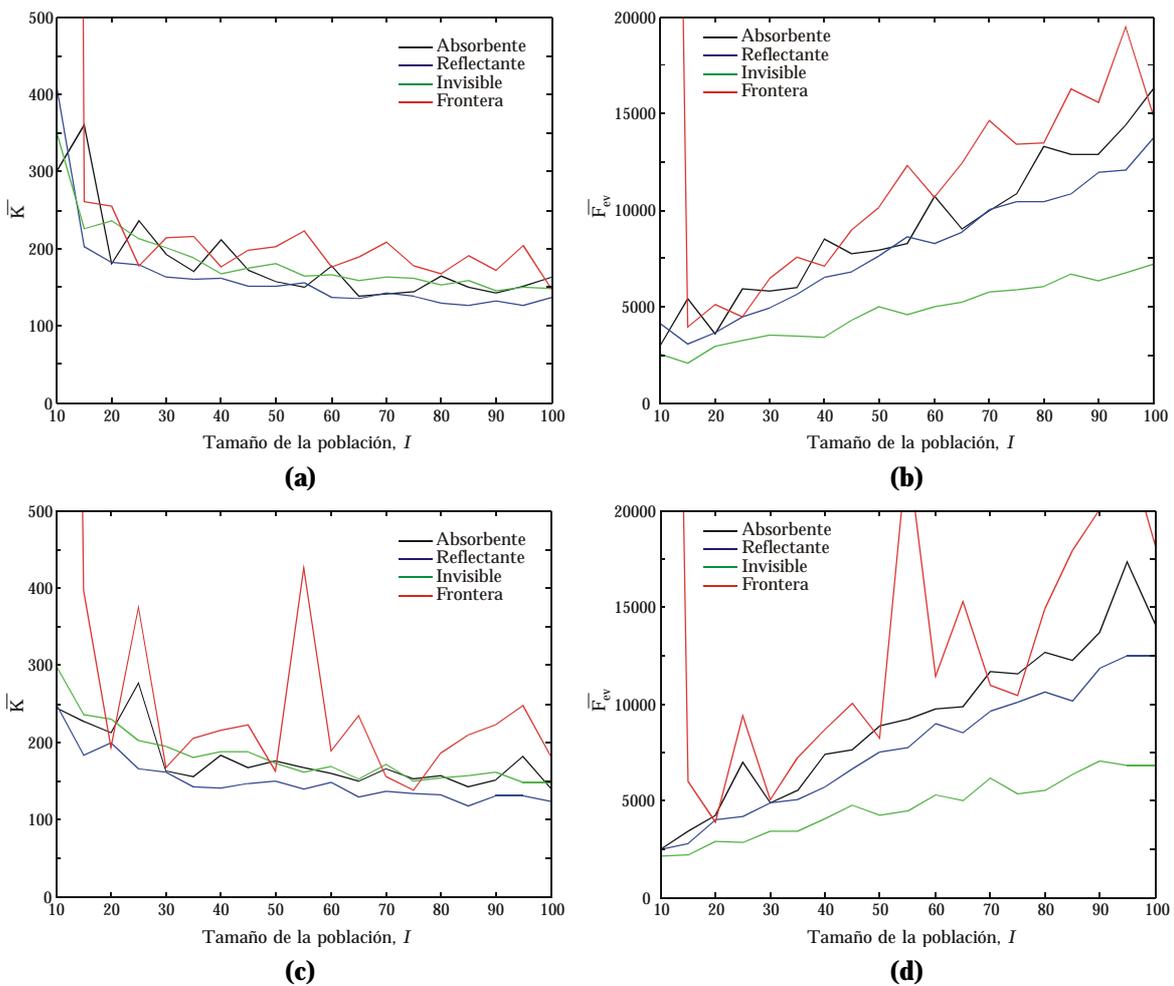


Figura 5.15. Optimización de la función de Rastrigin. Efecto del tamaño de la población y del tipo de barrera de contención sobre los esquemas síncrono y asíncrono de PSO con topología global. (a), \bar{K} , PSO síncrono. (b) \bar{F}_{ev} , PSO síncrono. (c) \bar{K} , PSO asíncrono. (d) \bar{F}_{ev} , PSO asíncrono.

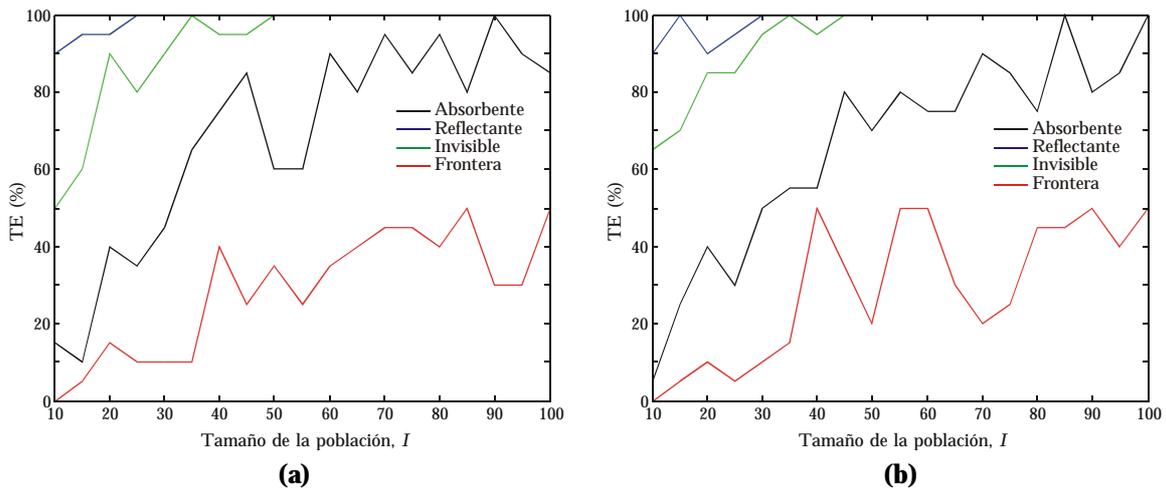


Figura 5.16. Optimización de la función de Rastrigin. Tasa de éxito en función del tamaño de la población para los cuatro tipos de paredes límite. (a) PSO síncrono. (b) PSO asíncrono.

5.5.2 Estructura social del enjambre

La topología de la población establece el mecanismo de transmisión de la información entre partículas, de acuerdo a estructuras preestablecidas como las mostradas con anterioridad en la Figura 5.7. Partiendo de la configuración de PSO con actualizaciones síncronas de la sección anterior ($w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$), una población de 30 partículas, una velocidad máxima de partícula que se corresponde con el rango dinámico de cada variable, y utilizando 20 realizaciones independientes con una extensión de 10000 iteraciones cada una de ellas, en esta sección se muestra el efecto de la vecindad al variar el número de vecinos que influyen a cada partícula desde $N_v=2$ (Figura 5.7(b)), hasta $N_v=30$, coincidiendo en este caso con la propia topología global (Figura 5.7(a)). En la Figura 5.17 y en la Figura 5.18 se muestra la estadística de las simulaciones, K y \bar{F}_{ev} , para los dos tipos de pared utilizados en el estudio, absorbente e invisible. Como complemento, en la Figura 5.19 se presentan las tasas de éxito para cada función y pared.

Del análisis de los resultados pueden extraerse dos conclusiones divergentes: 1- Para valores de vecindad entre 2 y 6 (6.6 al 20% del tamaño de la población), el número de medio de llamadas a la función de fitness para alcanzar el error residual impuesto a cada función crece entre un 100% para $N_v=2$, y entre un 20 y un 40% para $N_v=6$, respecto al valor de \bar{F}_{ev} para la topología global con $N_v=30$. Es decir, el coste computacional asociado con la topología local puede llegar a hacer desaconsejable su uso. 2.- El atractivo de la topología local reside en la tasa de convergencia hacia la solución global. Por lo general, el factor TE experimenta una mejoría significativa al utilizar la topología local con valores bajos de N_v , entre un 5 y 20% del tamaño de la población. En definitiva, deberá decidirse si resulta rentable o no la topología local en función del tipo de problema a optimizar.

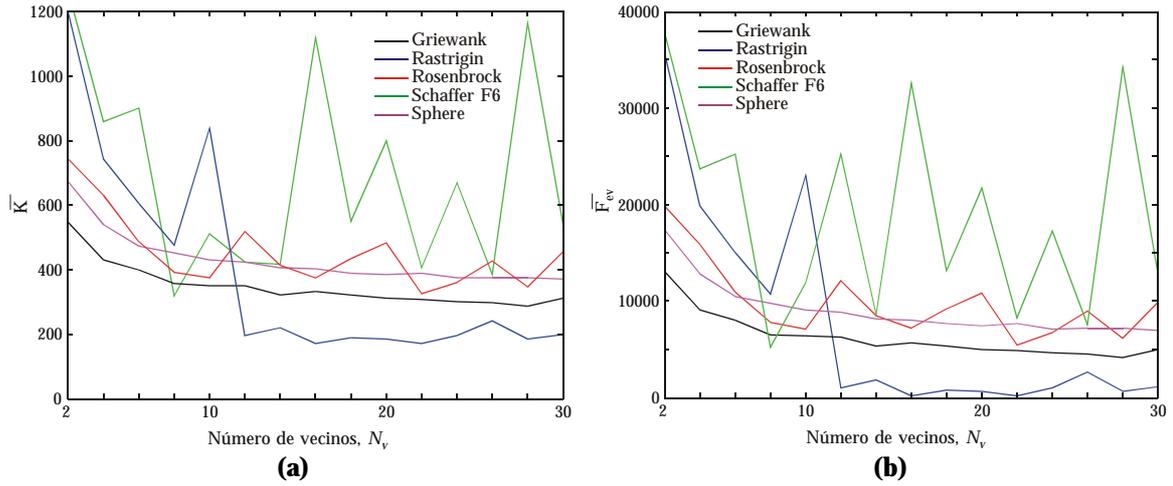


Figura 5.17. Influencia de la topología local en el rendimiento del PSO con actualizaciones sincrónicas. Pared absorbente. (a) Número medio de iteraciones. (b) Número medio de evaluaciones del fitness.

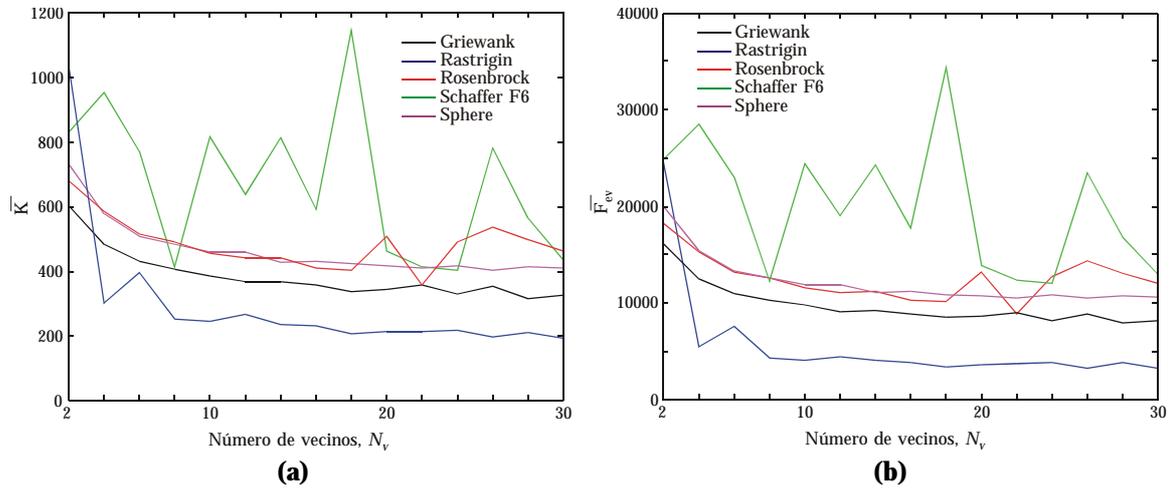


Figura 5.18. Influencia de la topología local en el rendimiento del PSO con actualizaciones sincrónicas. Pared invisible. (a) Número medio de iteraciones. (b) Número medio de evaluaciones del fitness.

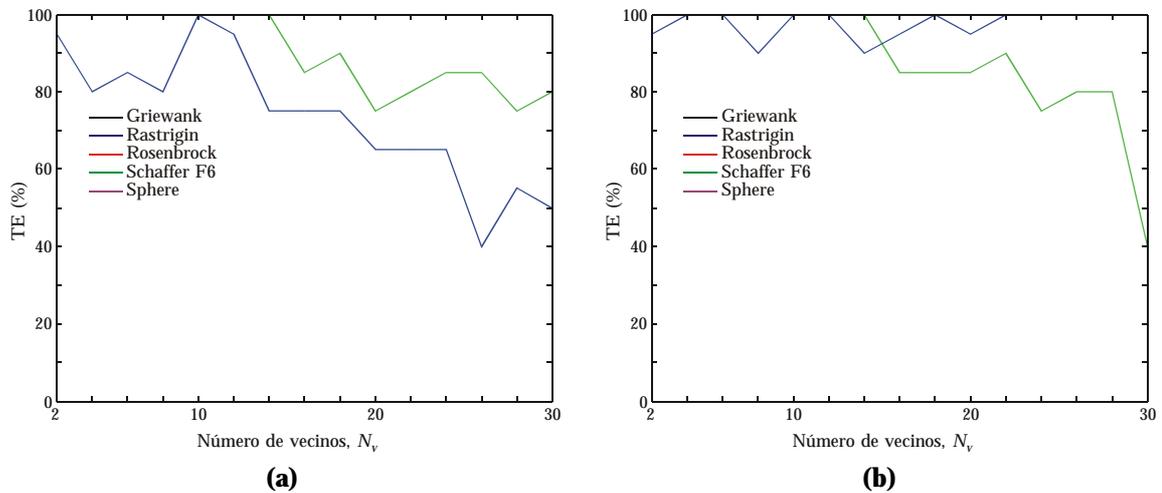


Figura 5.19. Tasa de éxito para la topología local. (a) Pared absorbente. (b) Pared invisible.

5.5.3 Actualizaciones síncronas y asíncronas de la población

Las diferencias en la sincronización de las partículas al emular el desplazamiento sobre el espacio de soluciones afectan al rendimiento del algoritmo. Esta sección se centra en extraer conclusiones complementarias a las de la sección 5.5.1 que puedan ser aplicadas posteriormente a la caracterización de la radiación de antenas. Se considera como ejemplo representativo una configuración de PSO con topología global y parámetros $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$, una población de 30 partículas, paredes absorbente e invisible, y una velocidad máxima v_{max} , igual al rango dinámico de cada variable. Para cada función se promedian 20, 30 y 50 realizaciones independientes y cada una de ellas se deja evolucionar durante 10000 iteraciones.

En la Tabla 5.4 se resumen los resultados obtenidos con la pared absorbente. El valor medio \bar{F}_{ev} revela que, en términos globales, el PSO asíncrono converge más rápidamente que su homónimo síncrono, con unas tasas de éxito muy similares en ambas versiones. Estas conclusiones también son aplicables a los resultados de la Tabla 5.5 correspondientes a la pared invisible, siendo preciso resaltar en este caso el ahorro computacional (valores más bajos de \bar{F}_{ev}) que se consigue respecto a la pared absorbente. En cuanto al promediado y con la excepción de las funciones de Rosenbrock y Schaffer, cuya naturaleza hace que los resultados dependan fuertemente de la semilla de arranque del generador de números aleatorios, el resto de funciones exhiben un comportamiento estable a partir de 20 realizaciones.

Función	NR	PSO síncrono			PSO asíncrono		
		\bar{K}	\bar{F}_{ev}	TE(%)	\bar{K}	\bar{F}_{ev}	TE(%)
Griewank	20	304.4	9162.6	95	281.1	8464.5	100
	30	293.3	8828.4	83	286.7	8633.0	100
	50	297.7	8963.8	98	271.7	8181.4	98
Rastrigin	20	193.0	5820.0	70	187.8	5665.0	60
	30	196.3	5920.0	50	190.0	5731.5	67
	50	203.2	6126.9	52	177.0	5342.0	58
Rosenbrock	20	559.5	16815.7	95	441.5	13276.5	100
	30	367.3	11051.3	97	353.0	10621.0	100
	50	458.7	13792.6	98	313.7	9443.2	98
Schaffer F6	20	777.7	23361.6	90	226.2	6816.0	50
	30	647.6	19459.2	83	290.8	8754.3	70
	50	891.0	26760.9	68	272.1	8193.4	70
Sphere	20	385.3	11589.0	100	342.6	10308.0	100
	30	381.7	11483.0	100	347.1	10445.0	100
	50	380.8	11456.4	100	345.0	10380.6	100

Tabla 5.4. Comparativa de los esquemas síncrono y asíncrono del algoritmo. Pared absorbente.

Función	NR	PSO síncrono			PSO asíncrono		
		\bar{K}	\bar{F}_{ev}	TE(%)	\bar{K}	\bar{F}_{ev}	TE(%)
Griewank	20	341.5	8619.7	100	305.3	7501.4	95
	30	321.3	7956.5	93	305.7	7528.5	97
	50	321.0	8014.0	94	306.3	7572.9	98
Rastrigin	20	179.1	3030.5	90	184.8	2994.9	95
	30	192.0	3288.7	90	192.93	3274.7	97
	50	199.3	3467.2	98	190.5	3277.0	98
Rosenbrock	20	396.5	10130.6	100	345.1	8674.6	100
	30	343.4	8460.0	100	342.9	8560.5	100
	50	417.9	10725.4	100	404.0	10326.4	100
Schaffer F6	20	626.1	18723.2	70	293.1	8719.0	55
	30	770.3	23045.4	77	694.6	20777.1	80
	50	750.0	22436.8	70	454.8	13586.8	78
Sphere	20	404.9	10569.0	100	379.7	9760.8	100
	30	404.2	10491.6	100	379.7	9754.0	100
	50	411.8	10789.4	100	381.6	9793.0	100

Tabla 5.5. Comparativa de los esquemas síncrono y asíncrono del algoritmo. Pared invisible.

5.5.4 Velocidad máxima de partícula

Existen diversos criterios respecto a la necesidad de utilizar un factor v_{max} para acotar el movimiento de las partículas. La variante más usual combina el modelo de PSO con peso inercial o factor de restricción, con una velocidad máxima en cada dimensión del espacio N -dimensional que se corresponde con el rango dinámico de la variable, $\Delta P = |x_{n,max} - x_{n,min}|$. Aunque de esta forma se elimina la necesidad de sintonizar este parámetro, dependiendo de la naturaleza del problema a tratar puede ocurrir que una movilidad excesivamente alta de las partículas introduzca un efecto contrario al de la exploración y que, en último término, se traduzca en oscilaciones continuas, dificultando así la convergencia del algoritmo. Por este motivo se plantea el estudio del efecto de la velocidad máxima, utilizando para ello el PSO con actualizaciones síncronas de la población, topología global y parámetros $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$. Se considera una población de 30 partículas, se promedian 20 realizaciones independientes con una duración de 10000 iteraciones cada una de ellas, y se barre la velocidad máxima entre el 10 y el 100% de ΔP .

Los resultados obtenidos para las distintas funciones bajo análisis, tomando como ejemplo representativo la pared invisible, se muestran en la Figura 5.20. En base a los valores medios \bar{K} y \bar{F}_{ev} , se observa que el rendimiento del algoritmo mejora a medida que se reduce la velocidad máxima de partícula, análogo a lo que sucede en [4] y [43]. Este comportamiento se justifica directamente atendiendo a la ecuación que rige la velocidad de una partícula, (5.3), (5.4). A medida que se

reduce el valor de v_{max} también se reduce la presión ejercida por la velocidad de la partícula (hábito o inercia), y aumenta la atracción que ejercen la memoria de la partícula y la cooperación o conocimiento social del grupo.

Obviamente, debe existir un valor límite para v_{max} dependiente del tipo de problema a optimizar, por debajo del cual la distancia máxima que pueden recorrer las partículas en cada iteración sea tan pequeña que se limite en exceso la capacidad de búsqueda, ralentizando la convergencia. Con el objetivo de analizar este efecto, en la Figura 5.21 se presentan los resultados obtenidos para la función de Rastrigin cuando se varía v_{max} entre un 0.1 y un 10% del rango de variación de cada dimensión. Los resultados de la Figura 5.21 muestran un punto de inflexión para un valor de v_{max} entorno al 6% de ΔP . Para velocidades máximas muy por debajo de este valor, las partículas tienen dificultades para atravesar el espacio de soluciones y alcanzar el error residual impuesto, observándose un crecimiento desmesurado en los valores de K y \bar{F}_{ev} ; aunque, de acuerdo con la tasa de éxito, el algoritmo converge bien hasta valores extremos de v_{max} entorno al 0.4% de ΔP .

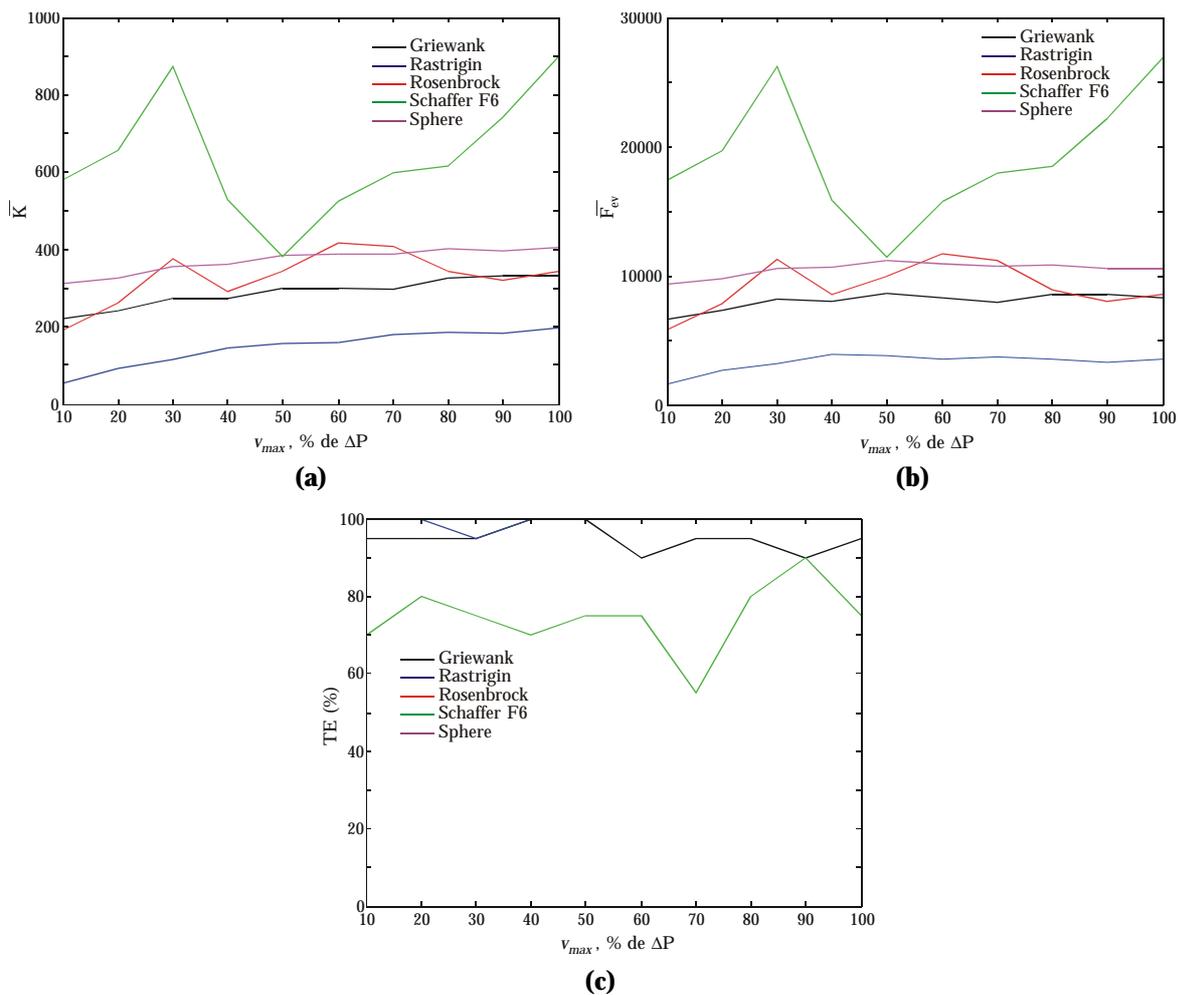


Figura 5.20. Efecto de la velocidad máxima de partícula sobre el rendimiento del PSO. Pared invisible. (a) K . (b) \bar{F}_{ev} . (c) TE.

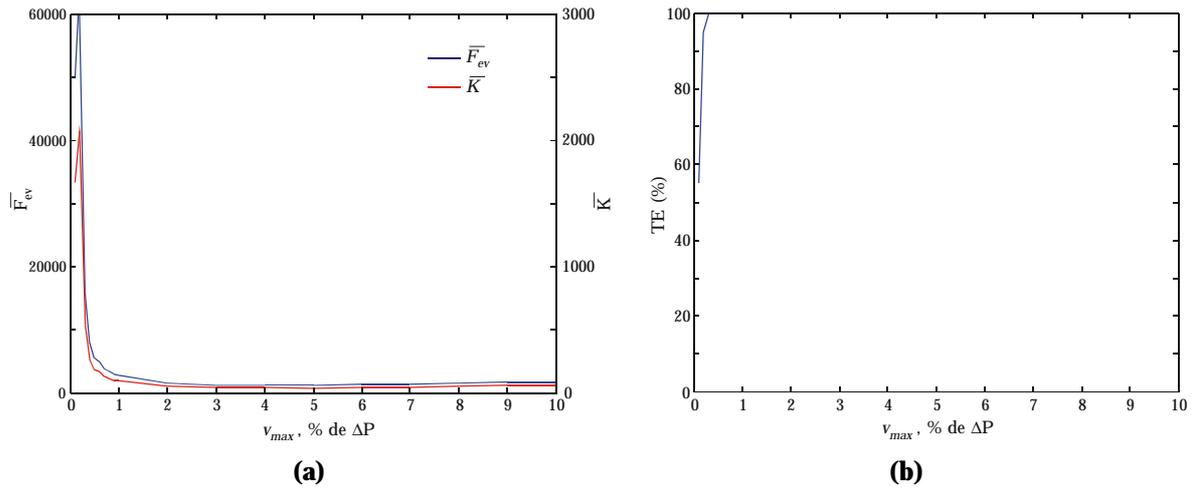


Figura 5.21. Efecto de la velocidad máxima de partícula. Resultados de la optimización de la función de Rastrigin para valores muy bajos de v_{max} . (a) K y F_{ev} . (b) TE.

5.5.5 Modelo de PSO

El estudio paramétrico se ha realizado utilizando una misma configuración de PSO, aquella basada en el modelo de peso inercial con parámetros $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$, que en realidad equivale a la configuración propuesta por Clerc con valores $c=0.729$, $j_1=j_2=2.05$ y $k=1$. Sin embargo, existen otras múltiples alternativas, entre las que destacan las expuestas con anterioridad en la Tabla 5.1. El objetivo se centra en analizar como afectan al rendimiento del método de optimización algunas de estas configuraciones, las recogidas en la Tabla 5.6, para descartar a priori aquellas que exhiban un rendimiento muy bajo.

Para realizar el análisis se consideran los esquemas de PSO con actualizaciones síncronas y asíncronas de la población y topología global en ambos casos. Se utiliza una población de 35 individuos, frente a los 30 individuos utilizados en las secciones anteriores, con el objetivo de acentuar aún más las carencias de las configuraciones más pobres. Se promedian los resultados de 20 realizaciones independientes con una duración de 10000 iteraciones cada una de ellas, y se calculan los valores de K , \bar{F}_{ev} y TE, considerando las paredes absorbente e invisible y una velocidad máxima igual al rango dinámico de cada dimensión, ΔP .

Identificación	Parámetros del algoritmo
PSO_ #1	$\chi=0.729, j_1=j_2=2.05, k=1$
PSO_ #2	$w=0.9-0.4$ (linealmente decreciente, 10000 iteraciones), $c_1=c_2=2.0$
PSO_ #3	$w=0.9-0.4$ (linealmente decreciente, 5000 iteraciones), $c_1=c_2=2.0$
PSO_ #4	$\chi=0.729, j_1=2.8, j_2=1.3, k=1$

Tabla 5.6. Configuraciones de PSO analizadas.

En la Tabla 5.7 se presentan los resultados obtenidos al optimizar las cinco funciones base con las cuatro configuraciones de PSO de la Tabla 5.6, considerando la pared absorbente para restringir el desplazamiento de las partículas al espacio de soluciones. Por simple inspección sobre los resultados, y más en concreto sobre los valores que toma el número medio de evaluaciones del fitness, \bar{F}_{ev} , se puede concluir, en línea con [43] y para ambos esquemas, síncrono y asíncrono, que el modelo con peso inercial decreciente propuesto inicialmente por Eberhart y otros [5], [40] (PSO_#2 y PSO_#3), ofrece un rendimiento extremadamente inferior al asociado con las dos variantes restantes basadas en el modelo de Clerc (PSO_#1 y PSO_#4). El principal inconveniente del modelo con peso inercial decreciente estriba en la selección del número óptimo de iteraciones, que guarda una relación estrecha con el tipo, dimensionalidad y complejidad del problema a optimizar. En lo referente a las variantes basadas en el factor de constricción PSO_#1 y PSO_#4, la configuración PSO_#1 ofrece en media mejores resultados que la configuración PSO_#4, a diferencia de lo propuesto en [4]. En términos globales, estas conclusiones son extrapolables a los resultados obtenidos para el caso de la pared invisible mostrados en la Tabla 5.8. De lo expuesto se desprende que como punto de partida para caracterizar la radiación de antenas se debe utilizar la configuración PSO_#1 con actualizaciones asíncronas.

Función	PSO	PSO síncrono			PSO asíncrono		
		\bar{K}	\bar{F}_{ev}	TE(%)	\bar{K}	\bar{F}_{ev}	TE(%)
Griewank	PSO_#1	271.0	9521.9	90	251.0	8821.8	95
	PSO_#2	5242.6	183526.0	100	5263.2	184247.3	95
	PSO_#3	2994.7	104849.5	100	2997.9	104963.2	100
	PSO_#4	471.1	16523.6	95	497.8	17459.7	100
Rastrigin	PSO_#1	222.8	7834.6	65	164.2	5783.0	65
	PSO_#2	5473.8	191618.0	75	5712.4	199969.4	85
	PSO_#3	3273.5	114607.5	80	3159.7	110624.5	55
	PSO_#4	320.2	11243.7	20	261.2	9180.0	35
Rosenbrock	PSO_#1	421.5	14789.2	100	257.5	9047.5	100
	PSO_#2	6042.1	211508.5	50	6223.7	217864.5	50
	PSO_#3	3248.4	113730.0	70	3119.7	109226.2	60
	PSO_#4	470.4	16499.0	100	496.3	17407.9	95
Schaffer F6	PSO_#1	541.1	18974.1	85	522.2	18312.0	80
	PSO_#2	1934.4	67740.7	100	1907.1	66783.5	100
	PSO_#3	1253.8	43919.7	100	1176.7	41221.2	100
	PSO_#4	931.8	32651.1	45	297.9	10461.5	50
Sphere	PSO_#1	338.8	11893	100	322.9	9047.5	100
	PSO_#2	5417.2	189638.7	100	5384.5	217864.5	100
	PSO_#3	3123.8	109368.0	100	3118.1	109226.2	100
	PSO_#4	581.7	20397.6	95	614.1	17407.9	95

Tabla 5.7. Efecto de los parámetros que condicionan la velocidad de partícula. Pared absorbente.

Función	PSO	PSO síncrono			PSO asíncrono		
		\bar{K}	\bar{F}_{ev}	TE(%)	\bar{K}	\bar{F}_{ev}	TE(%)
Griewank	PSO_#1	309.0	8982.5	85	291.1	8314.5	100
	PSO_#2	5299.1	59926.3	100	5345.0	61340.6	100
	PSO_#3	3011.9	36805.6	100	2991.8	35270.7	100
	PSO_#4	477.9	14306.2	100	508.6	15172.2	95
Rastrigin	PSO_#1	180.55	3603.0	100	198.5	3952.2	95
	PSO_#2	4814.3	15629.0	100	4735.4	14178.1	100
	PSO_#3	2711.6	10076.8	100	2722.2	10641.4	100
	PSO_#4	234.7	4861.7	100	242.6	4850.5	95
Rosenbrock	PSO_#1	384.1	11397.6	100	291.9	8195.5	100
	PSO_#2	5627.1	59451.2	100	5606.3	57746.7	100
	PSO_#3	3277.1	38039.2	95	3239.4	38200.6	100
	PSO_#4	520.1	15468.1	100	517.9	15111.1	100
Schaffer F6	PSO_#1	1455.1	50868.3	65	845.7	29539.8	90
	PSO_#2	2039.8	58983.9	100	2169.9	63417.9	100
	PSO_#3	1430.5	43071.1	100	1462.7	44159.3	100
	PSO_#4	1004.4	35062.1	75	416.3	14493.4	65
Sphere	PSO_#1	375.6	11234.1	100	345.0	10295.2	100
	PSO_#2	5434.9	65509.3	100	5451.9	66135.6	100
	PSO_#3	3161.6	41267.4	100	3136.8	40211.7	100
	PSO_#4	606.1	18786.5	100	621.0	19257.4	100

Tabla 5.8. Efecto de los parámetros que condicionan la velocidad de partícula. Pared invisible.

5.5.6 Conclusiones

Los resultados del estudio paramétrico permiten extraer una serie de conclusiones definitivas respecto a los valores óptimos para algunos de los parámetros que condicionan el rendimiento del PSO. Sin embargo, algunas de las conclusiones parciales que se han ido extrayendo en las secciones precedentes no son extrapolables a ciertos ámbitos de la optimización electromagnética, y esto merece ser también reseñado.

De acuerdo con los resultados del estudio paramétrico, puede concluirse que el esquema de PSO con actualizaciones asíncronas de la población, con parámetros $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$, que equivale en el modelo con factor de restricción a $c=0.729$, $j_1=j_2=2.05$ y $k=1$, resulta la mejor configuración de PSO si se establece como criterio de decisión la relación entre el coste computacional y la capacidad de convergencia hacia la región que contiene a la solución global. Para aplicar esta configuración de PSO a la síntesis de agrupaciones de antenas o a la transformación de campo, faltan aún por seleccionar y justificar, entre otros, aspectos tales como la topología del enjambre, el tipo de pared más apropiada o el valor de la velocidad máxima de partícula.

En lo que respecta a la estructura social o topología de la población, la topología local es más robusta que la global pero, a cambio de una exploración exhaustiva del espacio de soluciones introduce un coste computacional añadido que ante problemas multimodales con una alta dimensionalidad puede resultar excesivo. Por este motivo, y dado que en la optimización de problemas complejos prima el coste computacional, se entiende que el PSO con topología global de la población es el más apropiado. De hecho, en aplicaciones electromagnéticas sólo se tiene constancia de la aplicación del PSO con topología global [8]-[13].

De las cuatro paredes utilizadas, la pared invisible ofrece el mejor comportamiento, sin descartar a la pared reflectante, utilizada en 5.5.1 con éxito en el análisis del efecto del tamaño de la población. Sin embargo, puede anticiparse que ambos límites espaciales tienen notables carencias cuando se aplican a problemas complejos. Frente a las paredes absorbente y frontera, el atractivo de la pared reflectante reside en su naturaleza, basada en reconducir las partículas hacia el interior del espacio de búsqueda (Figura 5.6(b)). Teniendo en cuenta que todas las funciones propuestas en la comparativa tienen su mínimo global en el origen, la pared reflectante hace que en una misma iteración no sólo se impida que las partículas superen los límites, sino que también las reconduce hacia el interior del espacio N -dimensional, acelerando así la convergencia. Sin embargo, al optimizar la excitación compleja de elementos radiantes no se sabe con certeza donde está la solución óptima, y el rendimiento de la pared reflectante puede ser, y de hecho lo es, inferior al de la pared absorbente. En el caso de la pared invisible ocurre algo similar, pero sujeto a una interpretación completamente distinta. La ventaja que introduce la pared invisible sobre el resto de variantes está relacionada con el número de llamadas a la función de fitness. Si en su desplazamiento una partícula rebasa los límites del espacio N -dimensional en alguna de sus dimensiones, la pared invisible no contempla el cálculo del fitness de esa partícula hasta que no retorne de forma natural, y en iteraciones sucesivas, al interior del espacio de soluciones. Sin embargo, en problemas electromagnéticos con decenas o centenares de incógnitas es muy fácil que durante las primeras iteraciones el comportamiento estocástico del algoritmo lleve a todas o a casi todas las partículas del enjambre fuera del espacio de soluciones en alguna de sus dimensiones. Esta situación puede provocar que, al no actualizar el fitness de las partículas, el algoritmo se estanque durante cientos de iteraciones y horas de cómputo sin tener un indicador claro de hacia donde dirigir la búsqueda. Por todo ello, la pared absorbente, con sus limitaciones, representa la alternativa más fiable a las paredes reflectante e invisible.

Como norma general, se suele utilizar una velocidad máxima de partícula que se hace coincidir con el rango dinámico de cada variable a optimizar. Es la configuración típica y la más atractiva, dado que se facilita la exploración del espacio de soluciones y además se elimina un parámetro a sintonizar. Adicionalmente, y aunque los resultados de la sección 5.5.4 dejan entrever que un

ajuste fino de este límite puede influir significativamente en el rendimiento del algoritmo, al aplicar PSO a problemas de antenas resulta impensable hacer un análisis de este parámetro para cada configuración de elementos radiantes o para cada modelo equivalente de la fuente.

Por otra parte, dada la naturaleza estocástica del método, el promediado de simulaciones puede llegar a aportar una información valiosa para enjuiciar la tendencia de la optimización, pero introduce un coste computacional añadido que puede resultar excesivamente alto cuando se manejan problemas con cientos de incógnitas, como ocurre en la transformación de campo. Por este motivo, puede resultar interesante hacer un estudio paramétrico con un factor de promediado bajo y sobre problemas electromagnéticos sencillos que permitan extraer conclusiones y trazar las líneas a seguir. A partir de estas conclusiones, y aunque los resultados sean dependientes de la semilla de arranque del generador de números aleatorios, se entiende que ante problemas de síntesis más realistas es preferible lanzar una única simulación y observar su convergencia, a lanzar múltiples simulaciones que pueden requerir centenares de horas de cómputo. De hecho, los resultados que habitualmente se presentan en la literatura se corresponden con los obtenidos de una realización única [8]-[13].

5.6 Síntesis de agrupaciones lineales de antenas

Al margen de la aplicación de PSO a problemas de transformación de campo, el método de optimización se aplicó paralelamente a la síntesis de agrupaciones lineales de antenas, partiendo de problemas sencillos que permiten establecer más claramente el rendimiento de PSO en aplicaciones electromagnéticas. Supuestas fuentes puntuales, la síntesis se reduce a estimar la alimentación de cada uno de los elementos de la agrupación, de forma que el módulo del factor de array se ajuste a unas condiciones de radiación impuestas por una máscara que determina la zona geográfica a cubrir.

De forma análoga al estudio paramétrico propuesto en la sección 4.7.1 para los GA de codificación real, se plantea inicialmente una puesta a punto del PSO utilizando como referencia la misma agrupación lineal, formada por 15 elementos equiespaciados $\lambda/2$ sobre el eje z. Para esta configuración se analiza la influencia de la función de fitness y de los diferentes parámetros del método de optimización. Por último, se incluyen los resultados de la síntesis de una agrupación más compleja, con mayores restricciones en cuanto a la máscara que condiciona el diagrama de la agrupación.

5.6.1 Puesta a punto del método de optimización

Tomando como referencia la configuración base de PSO que se extrae del estudio paramétrico de la sección anterior, resumida en detalle en 5.5.6, se propone un nuevo estudio en el marco de la síntesis de agrupaciones lineales con un doble objetivo, por un lado seleccionar la función de fitness que mejor representa el error asociado con cada solución potencial y, por otro, comprobar si existe alguna configuración de PSO que para esta aplicación concreta mejore sensiblemente el rendimiento del método. Para el análisis se utiliza como configuración de partida el PSO con actualizaciones asíncronas y topología global de la población, con parámetros $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$, pared absorbente, una población de 50 partículas y una velocidad máxima que coincide con el rango dinámico de cada una de las variables a optimizar. Se realizaron 15 simulaciones independientes, con un límite superior de 15000 iteraciones para cada una de ellas.

Al igual que sucede en los GA, en PSO la función de fitness representa el único vínculo entre el método de optimización y el problema físico a optimizar. El rendimiento del método de optimización depende directamente de cómo esta función cuantifique la calidad de cada solución. Para el problema bajo análisis se han analizado las prestaciones de cinco funciones de fitness que introducen métricas para cuantificar el error muy distintas, sujetas a las siguientes expresiones

$$F_1 = \frac{\sqrt{\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \left| \frac{MS_p - |FA_p|}{MS_p} \right|^2}}{1 + \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \left| \frac{MS_p - |FA_p|}{MS_p} \right|^2}} \quad (5.10)$$

$$F_2 = \frac{\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \left| \frac{MS_p - |FA_p|}{MS_p} \right|^2}{1 + \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \left| \frac{MS_p - |FA_p|}{MS_p} \right|^2} \quad (5.11)$$

$$F_3 = \sum_{p=1}^P \max(|FA_p| - MS_p, 0)^2 + \sum_{p=1}^P \max(MI_p - |FA_p|, 0)^2 \quad (5.12)$$

$$F_4 = \sum_{p=1}^P \max(|FA_p(dB)| - |MS_p(dB)|, 0)^2 + \sum_{p=1}^P \max(|MI_p(dB)| - |FA_p(dB)|, 0)^2 \quad (5.13)$$

$$F_5 = \sum_{p=1}^P \max\left(\frac{|FA_p| - MS_p}{MS_p}, 0\right)^2 + \sum_{p=1}^P \max\left(\frac{MI_p - |FA_p|}{MS_p}, 0\right)^2 \quad (5.14)$$

donde MS y MI representan las máscaras superior e inferior a las cuales debe ajustarse la radiación de la agrupación, definidas por P puntos de observación según θ , y FA_p es el valor del factor de array en cada posición angular θ_p .

Con independencia de la función de fitness que se utilice, el objetivo se centra en minimizar el error residual, optimizando para ello las excitaciones de cada elemento de la agrupación. Ahora bien, la naturaleza de cada función de fitness es bien distinta. En (5.10) y (5.11) se ajusta el diagrama de la agrupación a una única máscara, sin asegurar que la solución quede por debajo de ésta. Por el contrario, las expresiones (5.12) a (5.14) obligan a contener los niveles de campo entre dos máscaras, penalizando los niveles que queden por encima de MS y por debajo de MI para cualquier valor de θ_p .

En la Tabla 5.9 se muestran los resultados del análisis estadístico para cada una de las funciones de fitness propuestas. Para calcular los estadísticos \bar{K} , s_K , \bar{F}_{ev} , y s_F , sólo se consideran aquellas de las 15 realizaciones que alcanzan un fitness de valor 0.0. Atendiendo a los resultados obtenidos, se puede concluir que las funciones F_1 y F_2 no son apropiadas para el problema bajo estudio, dado que no se pretende ajustar los niveles a la máscara, como promulga la naturaleza cuadrática de estas funciones, sino forzarlos a que queden por debajo de aquella. De hecho, el valor de la tasa de éxito, TE, revela que en ninguna de las 15 realizaciones se consiguió un valor nulo para el fitness. Por el contrario, las funciones F_3 , F_4 y F_5 alcanzan el objetivo pero exhiben un rendimiento muy dispar. Aunque las tres expresiones son válidas para abordar la optimización, la selección de la función de fitness óptima viene condicionada, en último término, por el coste computacional asociado. Atendiendo a los valores de \bar{K} y fundamentalmente de \bar{F}_{ev} , se concluye que la función F_4 es la que ofrece un mejor rendimiento. Por otra parte, los valores de desviación típica s_K y s_F son excesivamente altos, lo que refleja la fuerte dependencia que tienen los resultados del valor de la semilla de arranque, que influye directamente sobre el modo de atravesar el espacio de búsqueda.

Función de fitness	\bar{K}	s_K	\bar{F}_{ev}	s_F	TE(%)
F_1	-	-	-	-	0
F_2	-	-	-	-	0
F_3	981.8	756.4	49141.7	37822.7	80
F_4	720.7	389.1	36086.4	19454.0	73
F_5	959.3	371.7	48015.0	18583.0	67

Tabla 5.9. Comparativa del rendimiento de diferentes funciones de fitness.

Aunque el promediado de realizaciones independientes permita enjuiciar de forma objetiva unos resultados y las realizaciones aisladas corran el riesgo de no ser representativas del comportamiento global del método; por lo general una realización aislada marca unas tendencias y permite reducir significativamente el coste computacional asociado con el análisis. A modo de ejemplo, en la Figura 5.22 se muestran los resultados obtenidos con cada función de fitness para una única realización. De nuevo se ratifica el hecho de que, aunque las funciones F_3 , F_4 y F_5 cumplen con las especificaciones, de acuerdo con la Figura 5.22(b), la función F_4 requiere un tiempo de cómputo muy inferior al resto, tal y como se muestra en la Figura 5.22(d). La evolución que describe el fitness normalizado para F_4 en la Figura 5.22(c) pudiera dar lugar a confusión, por el hecho de que la transición brusca del fitness se pueda asociar con una convergencia prematura. Sin embargo, este comportamiento está justificado por el hecho de que dicha función de fitness opera con los valores del error residual expresados en decibelios.

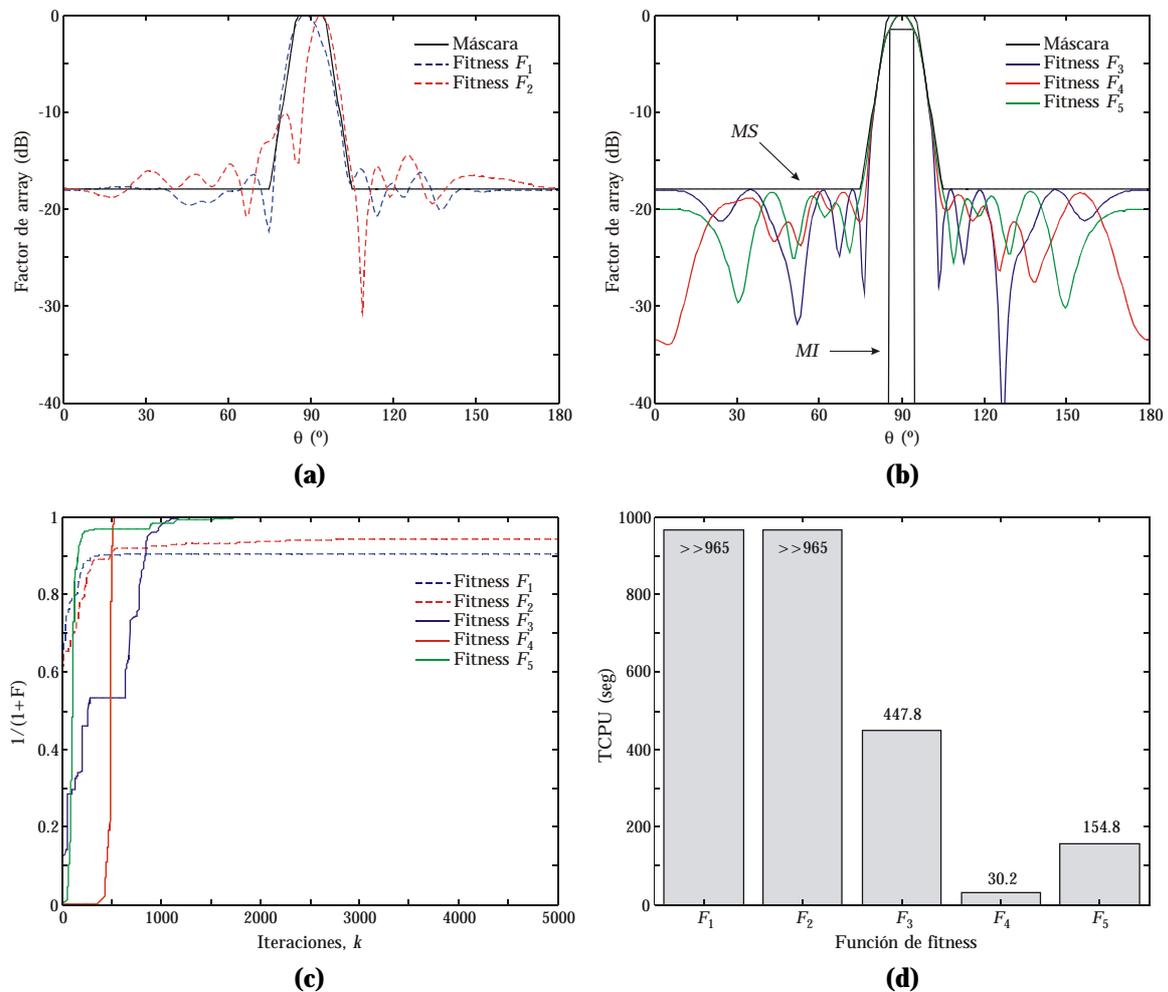


Figura 5.22. Comparativa de las funciones de fitness para una simulación aislada. (a) Resultados del ajuste a una máscara única con las funciones F_1 y F_2 . (b) Factor de array recuperado al utilizar las funciones F_3 , F_4 y F_5 . (c) Evolución del fitness normalizado. (d) Tiempo de CPU. (Procesador Intel PIV® a 3 GHz).

Tomando como referencia los resultados obtenidos, para el resto del análisis se considera la función de fitness F_4 dada por (5.13). Adicionalmente, los valores del número medio de iteraciones y de su desviación típica para el fitness F_4 mostrados en la Tabla 5.9, permiten intuir que toda aquella optimización que no haya convergido entorno a la región óptima en aproximadamente 1200 iteraciones se estancará entorno a una solución local, y no tiene sentido por ello prolongar la ejecución durante 15000 iteraciones. Por este motivo, en lo sucesivo se reduce este número máximo a 5000 iteraciones, introduciendo un importante margen de guarda para contemplar el posible efecto de la semilla de arranque del generador de números aleatorios.

A continuación se presenta el estudio de la influencia del tamaño de la población sobre las prestaciones del método de optimización. Para ello se realiza un barrido del tamaño de la población entre 10 y 100 partículas con paso 10, y se estudian de forma simultánea los valores de K , \bar{F}_{ev} y TE para decidir el rango útil del tamaño del enjambre. Si se analizan por separado los valores que toman K y \bar{F}_{ev} en la Figura 5.23(a) para cada valor de la población, descuidando la información extra que aporta la tasa de éxito, podría concluirse erróneamente que poblaciones de entre 10 y 30 partículas ofrecen los mejores resultados desde el punto de vista del coste computacional. No obstante, los valores de la tasa de éxito recogidos en la Figura 5.23(b) revelan que para poblaciones muy pequeñas el número de realizaciones que sucumbe en las proximidades de mínimos locales es excesivamente alto. Conjugando los valores que toman el número medio de llamadas a la función de fitness y la tasa de éxito se puede concluir que poblaciones comprendidas entre 45 y 75 partículas ofrecen el mejor balance entre capacidad de convergencia y coste computacional para un amplio abanico de problemas de síntesis de agrupaciones lineales de antenas.

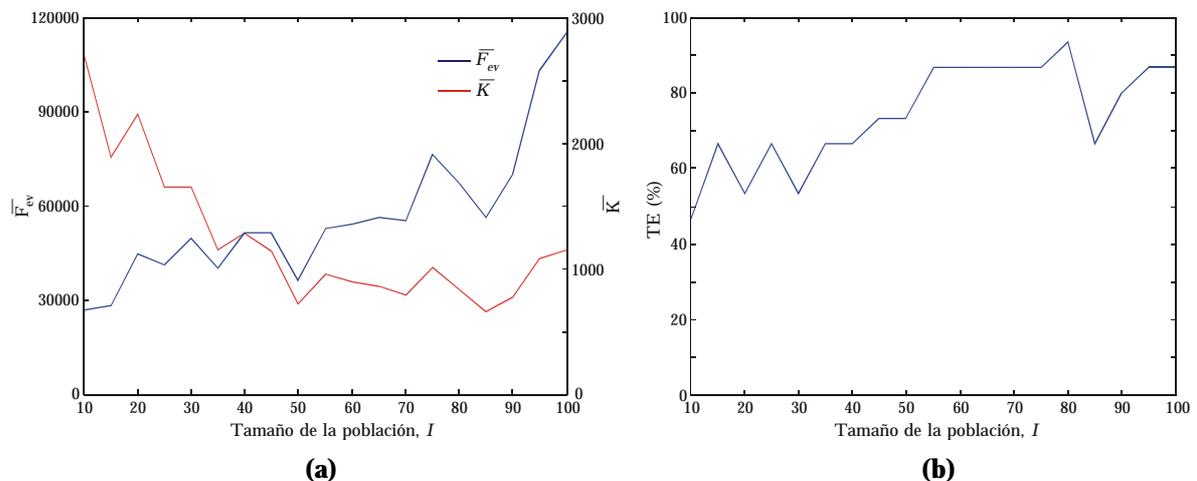


Figura 5.23. Influencia del tamaño de la población sobre el rendimiento del algoritmo. (a) Valores medios K y F_{ev} . (b) TE.

Para profundizar en la parametrización se incluye un estudio del rendimiento del PSO con cada una de las paredes límite propuestas en la Figura 5.6, utilizando una población de 60 partículas. En la Tabla 5.10 se resumen los resultados obtenidos, de los cuales pueden extraerse algunas conclusiones que merecen ser destacadas. Aparentemente, la pared frontera exhibe el mejor rendimiento, de acuerdo con los valores de \bar{K} y \bar{F}_{ev} pero, sin embargo, el valor del 20% para la tasa de éxito hace desaconsejable su uso. En el extremo opuesto, la pared invisible ofrece los mejores resultados, con un 47% menos, en media, de llamadas a la función de fitness que las requeridas con la pared absorbente, y con una tasa de éxito del 100% frente al 67% de la propia pared absorbente. De acuerdo con estos resultados, en lo sucesivo se sustituye el tipo de pared límite respecto a la configuración previa, utilizando para el resto del análisis la pared invisible.

Tipo de pared	\bar{K}	S_K	\bar{F}_{ev}	S_F	TE(%)
Absorbente	1035.9	731.3	62214.0	43875.7	67
Reflectante	1643.8	587.2	98688.0	35233.9	100
Invisible	1250.6	460.6	32796.7	12392.5	100
Frontera	538.0	178.5	32340.0	10710.1	20

Tabla 5.10. Resultados obtenidos con los distintos límites espaciales.

Aunque en la práctica se opte comúnmente por asignar a la velocidad máxima de partícula el rango dinámico de variación de cada parámetro a optimizar, (para el problema bajo estudio la amplitud de las corrientes puede variar entre 0 y 1A y la fase entre 0 y 360°), se incluye un análisis de la influencia de este parámetro con el objetivo de detectar, si los hubiera, valores de v_{max} que mejoren el comportamiento del algoritmo para esta aplicación. La Figura 5.24 muestra los resultados del estudio obtenidos al realizar un barrido del factor v_{max} entre el 10 y el 100% del rango dinámico de cada dimensión, con incrementos del 10%.

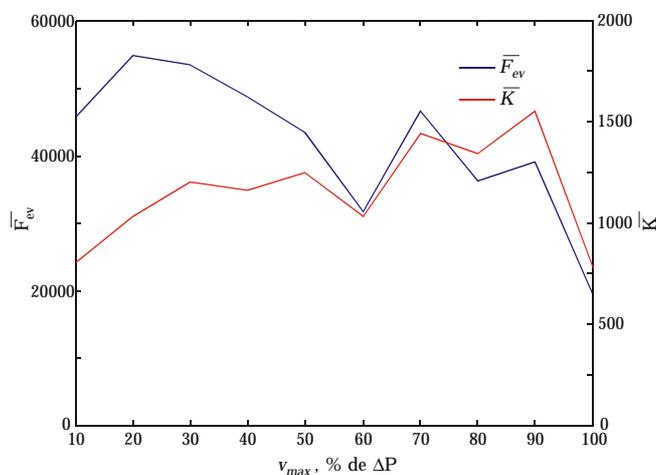


Figura 5.24. Efecto de la velocidad máxima de partícula sobre el rendimiento del algoritmo.

De acuerdo con los resultados de la Figura 5.24, al asignar a la velocidad máxima de partícula el rango dinámico de variación de cada incógnita se obtienen los mejores resultados y se elimina la necesidad de sintonizar este parámetro. Debe destacarse que la tasa de éxito alcanzada para todos los valores de v_{max} es del 100%. El hecho de que crezca el número medio de iteraciones a medida que aumenta el factor v_{max} está relacionado con la naturaleza de la pared invisible. De hecho, en problemas con una dimensionalidad mucho mayor puede ocurrir que una v_{max} del 100% saque continuamente a las partículas fuera de los límites del espacio de soluciones, ralentizando indirectamente la convergencia.

A continuación se analiza la influencia sobre los resultados de los parámetros que condicionan la velocidad de cada partícula. Para el problema bajo estudio se probaron distintos modelos de PSO, con peso inercial y factor de constricción, de los cuales se extraen como representativos los tres propuestos en la Tabla 5.11. Para dichos modelos, en la Tabla 5.12 se muestran los resultados obtenidos del promediado estadístico de las 15 simulaciones. Estos resultados confirman de nuevo la firme superioridad del modelo propuesto por Clerc, PSO_#3, frente al peso inercial lineal decreciente de PSO_#1 y PSO_#2.

Identificación	Parámetros del algoritmo
PSO_#1	$w=0.9-0.4$ (linealmente decreciente, 5000 iteraciones), $c_1=c_2=2.0$
PSO_#2	$w=0.729-0.4$ (linealmente decreciente, 5000 iteraciones), $c_1=c_2=1.49445$
PSO_#3	$\chi=0.729$, $j_1=j_2=2.05$, $k=1$

Tabla 5.11. Resumen de las principales configuraciones de PSO analizadas.

PSO	\bar{K}	s_K	\bar{F}_{ev}	s_F	TE(%)
PSO_#1	-	-	-	-	0
PSO_#2	958.3	307.6	27484.1	9231.7	100
PSO_#3	775.4	302.1	19257.9	9139.3	100

Tabla 5.12. Estadística de cada una de las configuraciones de PSO propuestas.

Por último, se analiza el rendimiento de los diferentes esquemas de PSO en su aplicación a la síntesis de agrupaciones lineales. Se consideran las versiones síncrona y asíncrona del algoritmo con topologías global y local de la población. Para la topología local se suponen tamaños de vecindad de 6 y 12 vecinos, que equivalen para una población de 60 partículas a porcentajes del 10 y 20% del tamaño de la población, respectivamente. Los resultados del promediado estadístico para cada uno de los esquemas de PSO utilizados se resumen en la Tabla 5.13. Los valores de \bar{K} , s_K , \bar{F}_{ev} , y s_F , permiten verificar la manifiesta superioridad del esquema de PSO con actualizaciones asíncronas y topología global de la población.

Esquema PSO	\bar{K}	S_K	\bar{F}_{ev}	S_F	TE(%)
Síncrono global	1392.8	633.2	33393.1	14684.6	100
Asíncrono global	775.4	302.1	19257.9	9139.3	100
Síncrono local, $N_v=6$	2936.5	676.7	96662.9	22221.4	87
Asíncrono local, $N_v=6$	2891.4	1134.7	120903.4	51200.3	47
Síncrono local, $N_v=12$	2114.5	448.5	57298.3	11975.9	100
Asíncrono local, $N_v=12$	2946.0	1212.1	121704.8	50268.2	87

Tabla 5.13. Rendimiento de los diferentes esquemas de PSO.

A modo de resumen, el PSO con actualizaciones asíncronas y topología global de la población, con parámetros $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$, una población de 60 partículas, pared invisible y una v_{max} equivalente al rango dinámico de cada variable, representa la configuración óptima del método de optimización para ser aplicado con éxito a la síntesis de alimentaciones de agrupaciones lineales de antenas.

5.6.2 Resultados con restricción de lóbulos laterales e inserción de nulo

El potencial del método de optimización ha sido comprobado con diversas agrupaciones lineales y máscaras sencillas que permiten, por prueba y error, realizar la puesta a punto del algoritmo de optimización y detectar las carencias del método. Una vez ha quedado demostrada la capacidad del PSO para esta aplicación, se aplica éste a problemas de síntesis de agrupaciones lineales más complejas, imponiendo restricciones adicionales sobre los niveles de los lóbulos secundarios y sobre la dirección de apuntamiento, e insertando nulos en direcciones arbitrarias.

A modo de ejemplo representativo, supongamos la máscara de la Figura 5.25(a). Para el ajuste se considera como fuente radiante una agrupación lineal formada por 30 elementos equiespaciados $\lambda/2$ sobre el eje z . Cada partícula restringe su movimiento a un espacio en 60 dimensiones, correspondientes con los módulos, a_n , y fases, α_n , de la alimentación de cada uno de los elementos de la agrupación. Para optimizar las alimentaciones de la agrupación se utiliza el PSO con actualizaciones asíncronas y topología global de la población resultante del análisis paramétrico de la sección anterior (PSO-AG). Con el fin de corroborar la superioridad de este esquema de PSO, los resultados se comparan con los obtenidos con las versiones síncrona global (PSO-SG), síncrona local (PSO-SL) y asíncrona local (PSO-AL). El incremento tanto del número de elementos de la agrupación como de la restricciones en la radiación hace prever un incremento significativo en los tiempos de cómputo. Por este motivo, y dado que no se han introducido restricciones adicionales sobre la distribución de corrientes en los elementos, se

plantean simulaciones aisladas con una extensión de 15000 iteraciones, con el único objetivo de hallar una configuración que cumpla con las especificaciones impuestas por la máscara. En la Figura 5.25(a) se muestra el resultado obtenido con el PSO-AG y en la Figura 5.25(b) se incluyen otros resultados alternativos para el resto de esquemas de PSO investigados. De acuerdo con los resultados, el único esquema que no converge hacia una solución válida es el PSO-AL, más por una necesidad de iteraciones adicionales que por converger hacia una solución local. Por último, la evolución del fitness de la Figura 5.25(c) y los tiempos de CPU de la Figura 5.25(d) permiten concluir que el esquema de PSO con topología global es extremadamente más eficiente que su homónimo local. Por experiencia en las realizaciones debe añadirse que en algunas ocasiones, dependiendo de la semilla de arranque del generador de números aleatorios, la versión síncrona del algoritmo con topología global puede ofrecer resultados similares e incluso mejores que los del PSO asíncrono.

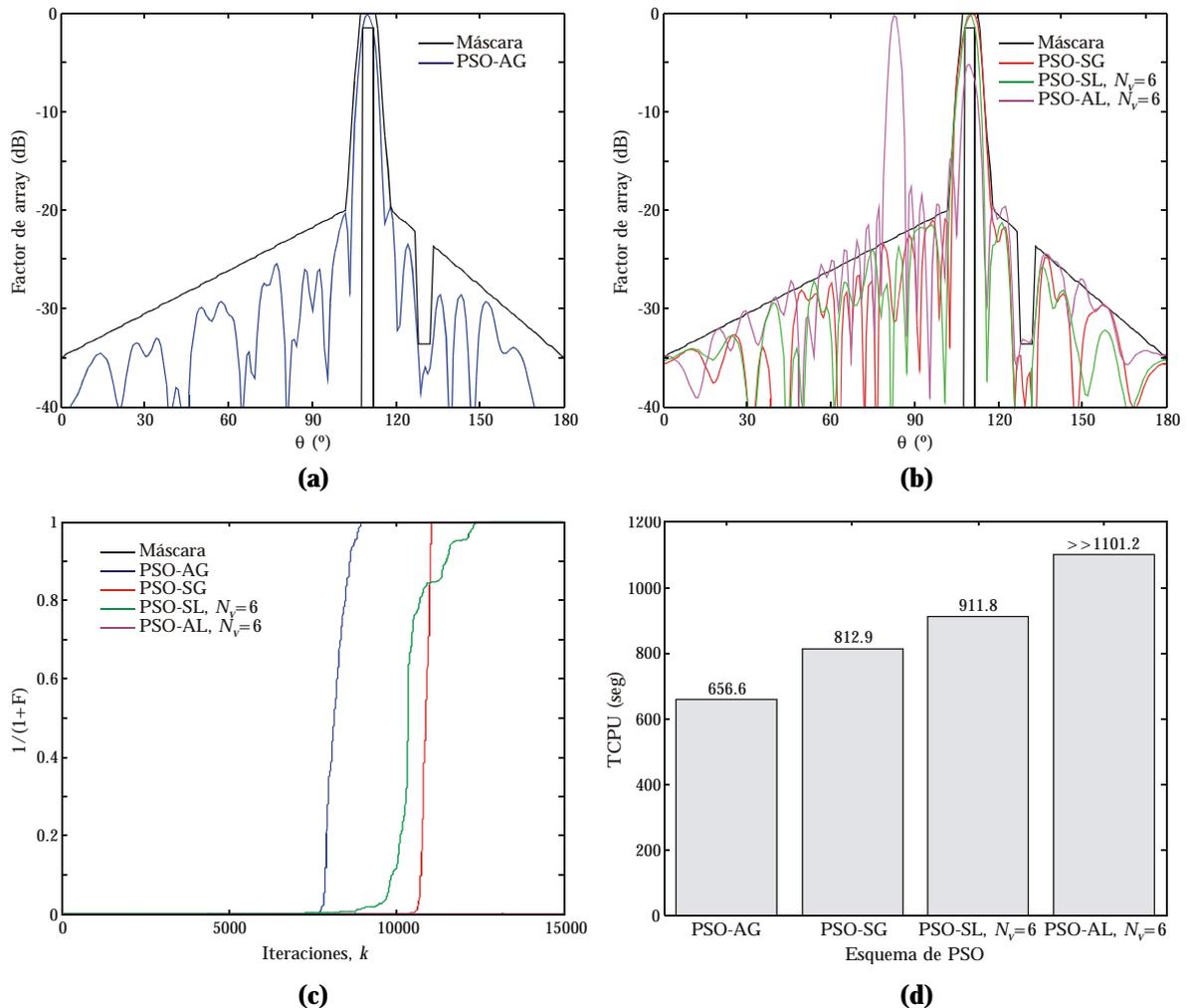


Figura 5.25. Resultados del ajuste del factor de array con diferentes esquemas de PSO. (a) Ajuste con PSO asíncrono y global. (b) Soluciones alternativas con otros esquemas. (c) Evolución del fitness normalizado. (d) Tiempo de CPU (Procesador Intel PIV[®] a 3 GHz).

Para el factor de array de la Figura 5.25(a) optimizado con el PSO-AG se muestran en la Figura 5.26 las alimentaciones de cada elemento de la agrupación resultantes de la optimización. Los resultados, principalmente en base a la fase de la excitación de cada elemento, no serían fácilmente implementables en la práctica y sería preciso, como complemento a las restricciones sobre el factor de array, introducir condiciones adicionales sobre la distribución de corrientes [13], y/o sobre la propia función de fitness.

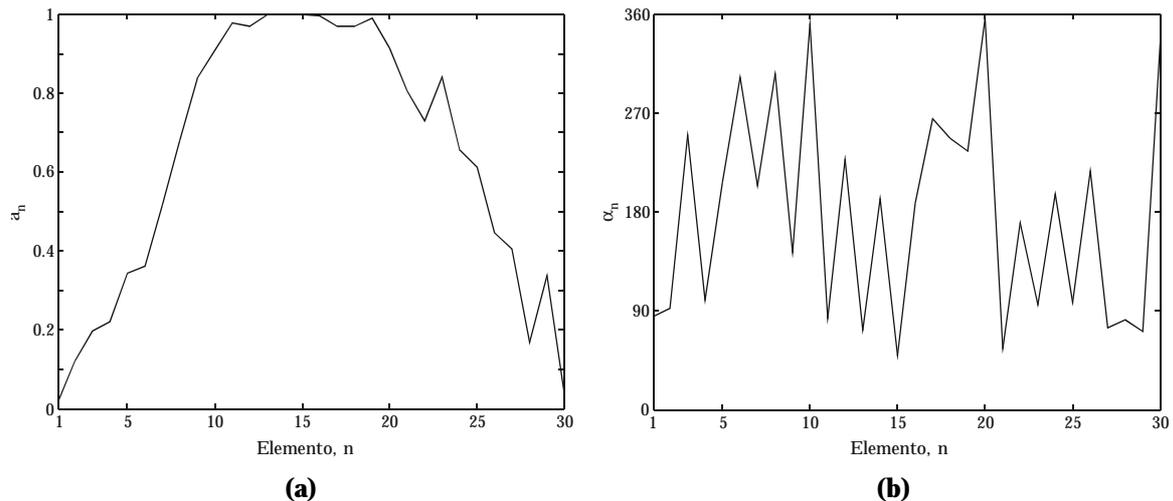


Figura 5.26. Excitación de los elementos de la agrupación resultante de la optimización. (a) Módulo, a_n . (b) Fase, ϕ_n .

5.7 Transformación de campo cercano a campo lejano

En aplicaciones de transformación de campo cercano a campo lejano sobre geometría plana se investigó el potencial del método PSO como alternativa a los múltiples esquemas basados en GA propuestos en el capítulo anterior. En esta sección se incluye un extracto de los resultados obtenidos, a partir de los cuales se justifica la validez del método para la aplicación bajo estudio.

Utilizando como problema canónico una antena de apertura, se plantea inicialmente el estudio de algunos efectos relevantes del PSO, contrapuestos con las conclusiones extraídas del análisis con funciones base y de la síntesis de agrupaciones lineales. Al igual que con los GA, al aplicar PSO al modelado de la radiación de antenas de varias longitudes de onda, el vector X a optimizar puede llegar a estar formado por varios centenares de variables, haciendo preciso utilizar configuraciones alternativas de PSO. Para ilustrar este efecto se incluyen resultados de transformación de campo para una antena de bocina piramidal.

5.7.1 Problema canónico: Antena de apertura

Para analizar inicialmente el potencial y las limitaciones del PSO se utiliza como problema canónico una antena de apertura sobre plano de masa, de dimensiones $\lambda \times \lambda$ y con la distribución de campo del modo TE_{10} , dada por (5.15).

$$\mathbf{E}_{ABP} = E_o \cos\left(\frac{\pi x'}{a}\right) \hat{y}, \quad E_o = 0.5V / m \quad (5.15)$$

Atendiendo a la geometría de muestreo de la Figura A1.2, se utiliza un modelo equivalente para la fuente formado por 16 parches de corriente de tamaño $\lambda/4$ ($N_x=N_y=4$). El hecho de que el campo en la apertura sólo tenga componente según y , hace que el problema se reduzca a optimizar la amplitud y la fase de la componente M_x . De acuerdo con la terminología utilizada en PSO, cada partícula de la población se moverá en un espacio en 32 dimensiones. Para realizar el ajuste se utilizan como referencia las componentes transversales de campo cercano previamente calculadas de forma teórica en $P=1801$ puntos espaciados $\lambda/2$, de acuerdo con la configuración geométrica de la Figura A1.2(c), donde $L=12\lambda$ y $\Delta_s=\lambda/4$. La función de fitness utilizada para medir la calidad de cada solución potencial coincide con la ya propuesta en (3.11) para el recocido simulado.

En lo que respecta al método de optimización, se emplea como configuración de partida la propuesta con anterioridad en la sección 5.6.1 (PSO asíncrono global, con $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$, pared absorbente, 50 partículas y $v_{max}=100\%$ de ΔP). Al igual que con las funciones base y con el problema de síntesis de agrupaciones lineales, se ha realizado un estudio paramétrico preliminar con el objetivo de encontrar la configuración óptima de PSO, en este caso para su aplicación a la transformación de campo cercano a campo lejano. No obstante, las conclusiones extraídas son similares a las ya expuestas con anterioridad, y por ello, en esta sección sólo se incluyen aspectos novedosos acerca del rendimiento de los diferentes esquemas de PSO y paredes límite.

En la Figura 5.27 se muestran los dos cortes principales del diagrama de radiación recuperado con PSO, suponiendo una realización única con una duración de 5000 iteraciones. La precisión que exhiben los resultados demuestra la validez del algoritmo para la aplicación bajo análisis. La desviación que exhibe la fase de ambas componentes del diagrama está relacionada directamente con los niveles de campo en dichas direcciones de observación, es decir, la naturaleza de la función de fitness hace que se dé inicialmente un menor peso al error asociado con niveles bajos de campo eléctrico. En definitiva, el número de iteraciones necesario para alcanzar una solución válida puede oscilar entre unas decenas y varios miles de iteraciones, dependiendo del grado de exactitud que se exija a los resultados.

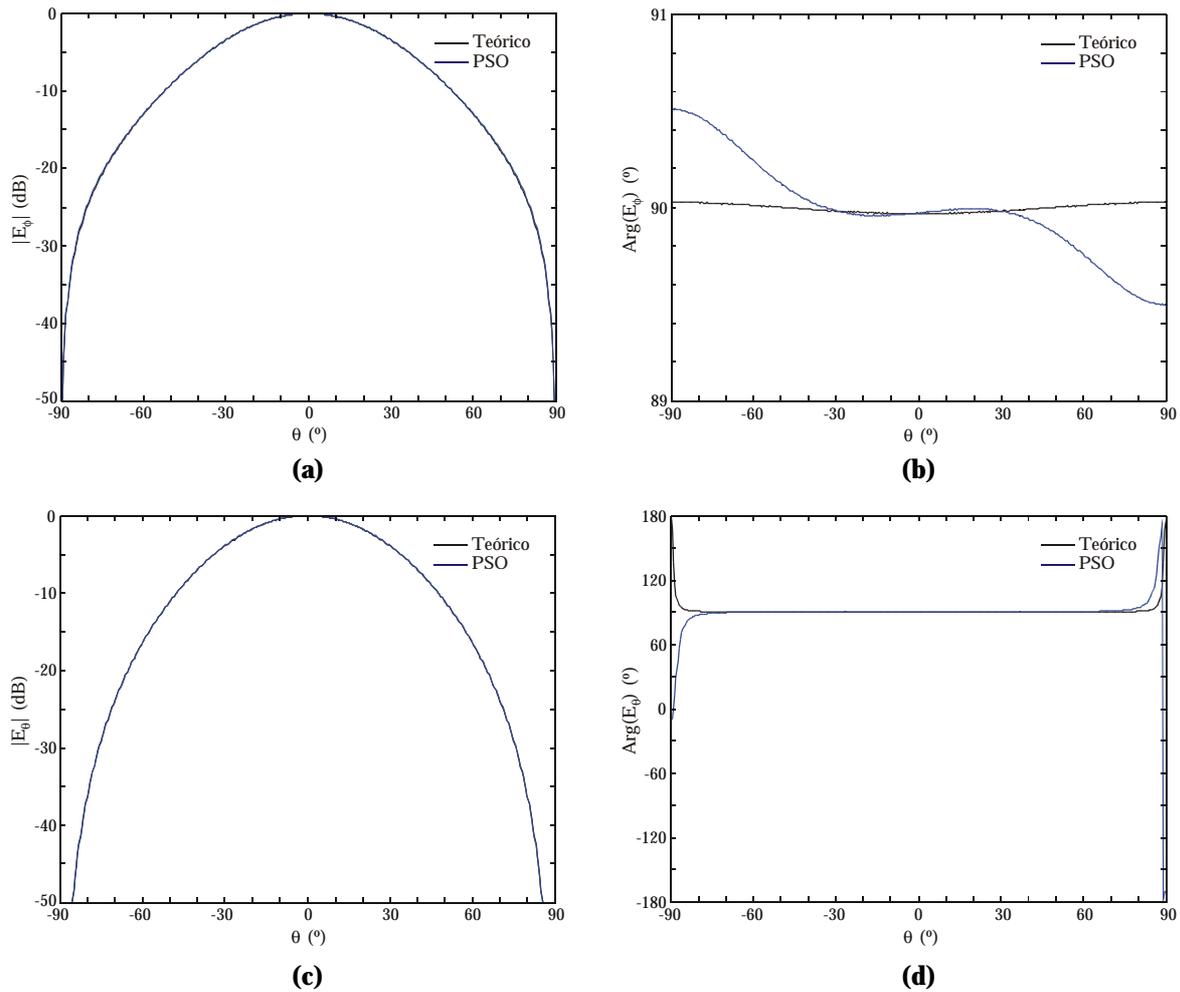


Figura 5.27. Cortes principales del diagrama de radiación reconstruido con PSO. (a) Corte $\phi=0^\circ$, módulo de la componente E_ϕ . (b) Corte $\phi=0^\circ$, fase de la componente E_ϕ . (c) Corte $\phi=90^\circ$, módulo de la componente E_θ . (d) Corte $\phi=90^\circ$, fase de la componente E_θ .

Para establecer de forma objetiva la relación entre la precisión de la solución y el coste computacional es preciso examinar de forma conjunta aspectos tales como la evolución que describe el fitness, el tiempo de cómputo que éste lleva asociado y la precisión alcanzada sobre el diagrama de radiación con cada valor del mismo. Con este objetivo, en la Figura 5.28(a) se muestran la evolución del fitness normalizado y el tiempo de CPU, y en la Figura 5.28(b) la mejora que experimenta la amplitud de una de las componentes del diagrama al aumentar el número de iteraciones utilizado para realizar el ajuste. Combinando los resultados de ambas figuras se puede concluir que errores del fitness normalizado por debajo de -75 , con tiempos de cómputo inferiores a un minuto y del orden de 200 iteraciones, deparan unos resultados aceptables para la antena de apertura analizada.

Por último, en la Figura 5.29 se muestra la densidad de corriente magnética equivalente resultante de la optimización. La aproximación obtenida respecto a la distribución teórica utilizada para calcular el campo cercano es más que aceptable, y está limitada por la discretización $\lambda/4$ del modelo equivalente.

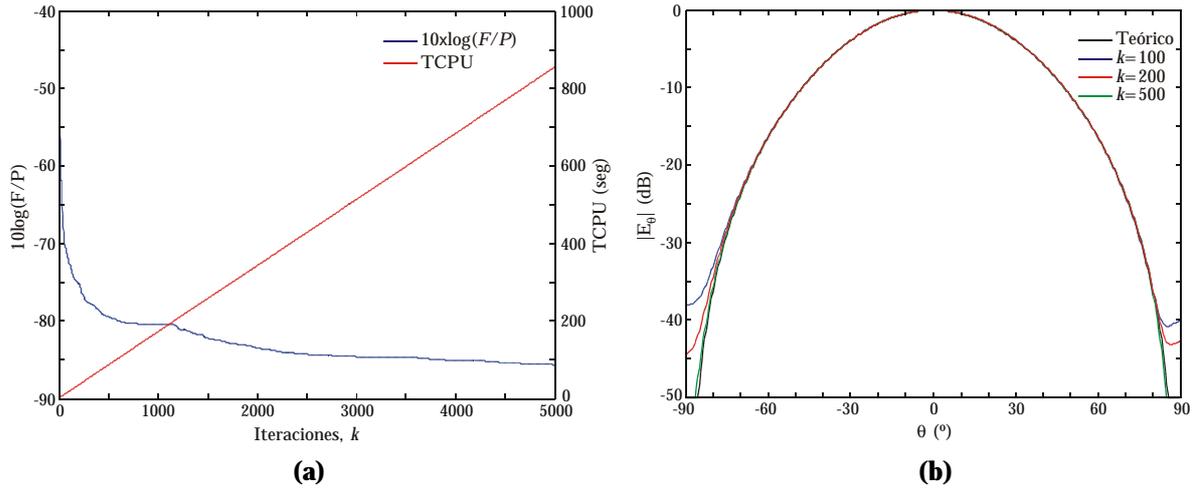


Figura 5.28. Evolución de la optimización. (a) Fitness normalizado y tiempo de CPU (Procesador Intel PIV[®] a 3 GHz). (b) Relación entre la precisión del campo lejano y el número de iteraciones.

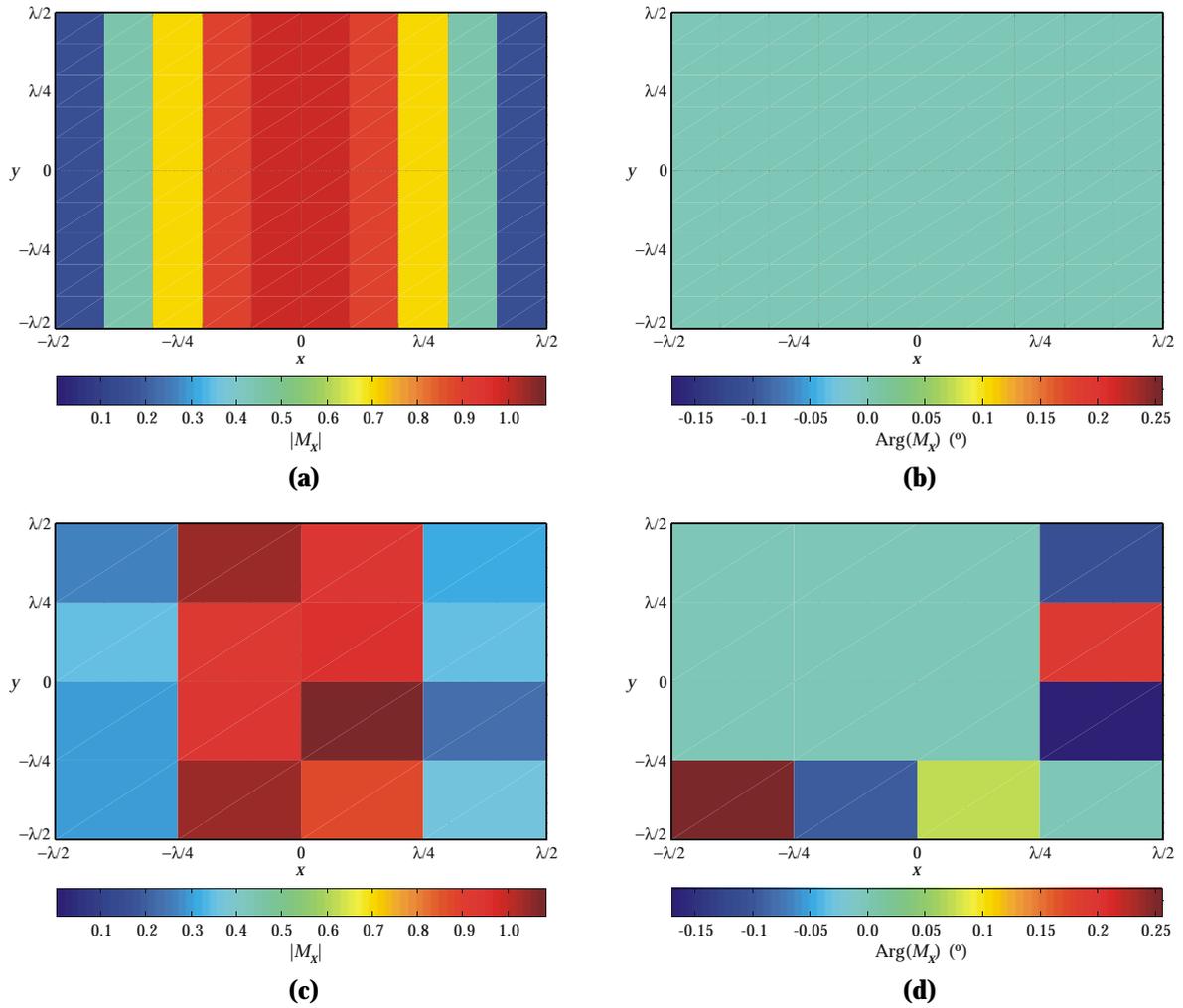


Figura 5.29. Densidad de corriente magnética equivalente en la apertura. (a) Distribución teórica con paso $\lambda/10$, amplitud de M_x . (b) Distribución teórica con paso $\lambda/10$, fase de M_x . (c) Distribución recuperada con PSO, amplitud de M_x . (d) Distribución recuperada con PSO, fase de M_x .

El análisis del rendimiento de PSO ha sido realizado utilizando como referencia antenas de apertura con múltiples distribuciones de campo y en todos los casos se han obtenido resultados similares. No obstante, merecen ser destacados por su importancia dos efectos significativos relacionados con los tipos de esquema de PSO y pared límite utilizados. En lo que respecta al esquema de PSO, en la Figura 5.30 se muestra el comportamiento que exhiben las cuatro variantes de PSO para la apertura bajo análisis. De estos resultados se desprende que el PSO síncrono global (Figura 5.30(a)) exhibe, a grandes rasgos, un comportamiento más pobre que su homónimo asíncrono (Figura 5.30(b)), el cual proporciona la convergencia más rápida en las iteraciones iniciales, a costa de poder llegar a estancarse entorno a una solución local. Por el contrario, ambas versiones locales tienden a explorar mejor el espacio de soluciones, pero para ello requieren un mayor número de iteraciones. En base a esto, se podría pensar que la mejor configuración pasa por utilizar la versión síncrona local, pero para antenas de mayores dimensiones ocurrirá todo lo contrario, pues al aumentar notablemente el número de incógnitas, también crece la dificultad para explorar el espacio de soluciones.

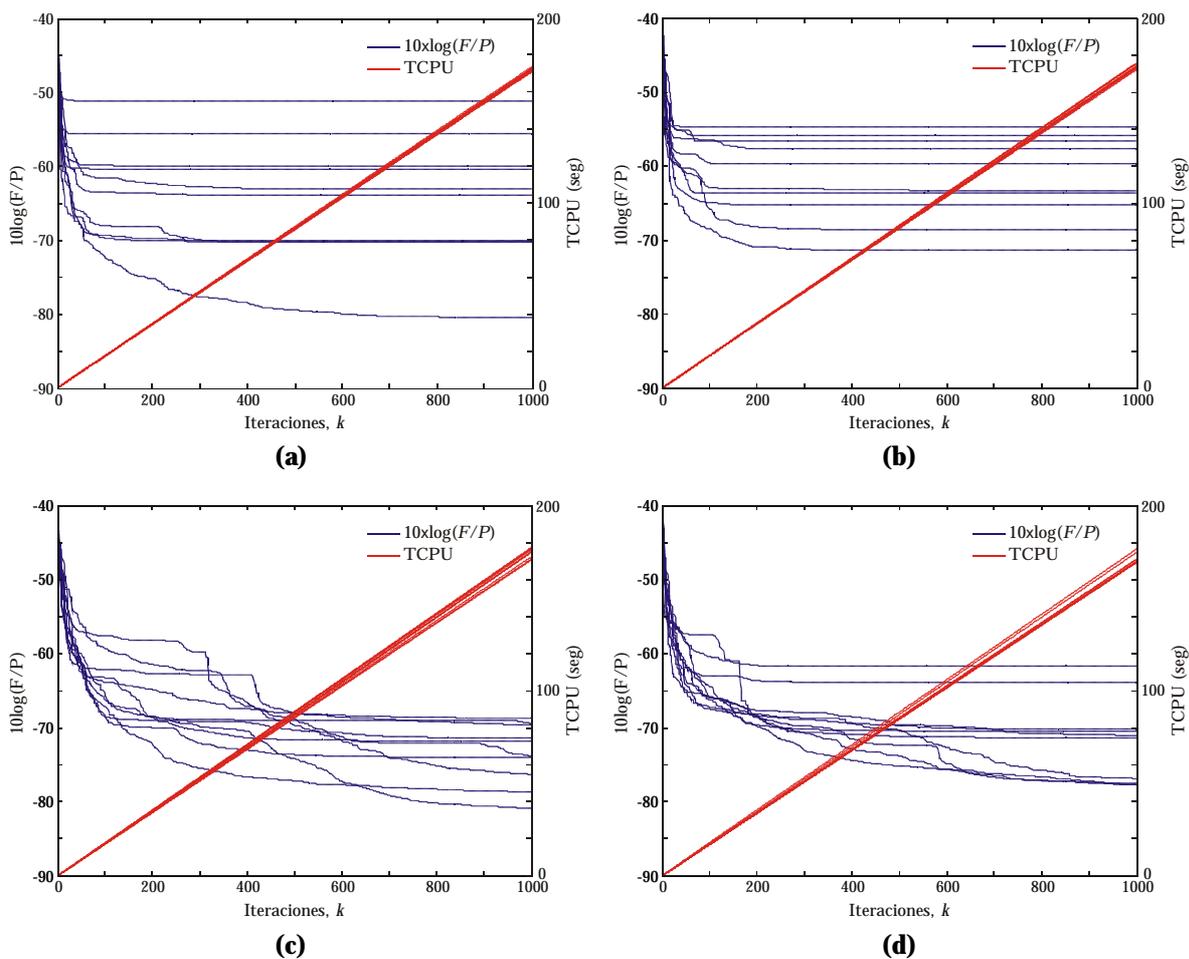


Figura 5.30. Comparativa de la evolución del fitness y del tiempo de cómputo para los cuatro esquemas de PSO disponibles. Resultados para diez realizaciones independientes. (a) PSO asincrono global. (b) PSO síncrono global. (c) PSO síncrono local, $N_v=6$. (d) PSO asincrono local, $N_v=6$.

El otro efecto significativo está relacionado con el tipo de pared límite. Por lo general, tal y como ya se observó en problemas de síntesis de agrupaciones lineales, la pared invisible ofrece el mejor rendimiento. Sin embargo, para la antena de apertura se considera la pared absorbente, dado que la experiencia demuestra que cuando se analizan antenas de grandes dimensiones, en la mayoría de los casos el efecto de la pared invisible es contraproducente, por el hecho de que el algoritmo puede estancarse durante cientos de iteraciones a la espera de que alguna de las partículas, en su desplazamiento, caiga dentro del espacio de soluciones con el objeto de poder evaluar así su fitness e iniciar la búsqueda de soluciones potenciales. En realidad, para problemas con una baja dimensionalidad es la mejor opción, tal y como se desprende de los resultados mostrados en la Figura 5.31 para la antena de apertura propuesta. Por otra parte, la pared reflectante (Figura 5.31(c)) tiene un comportamiento en términos globales muy parecido al de la pared absorbente, con una caída del error residual más sostenida y un comportamiento más estable. Sin embargo, la naturaleza de dicha pared hace que en espacios de búsqueda muy grandes sea ligeramente más lenta que la propia pared absorbente.

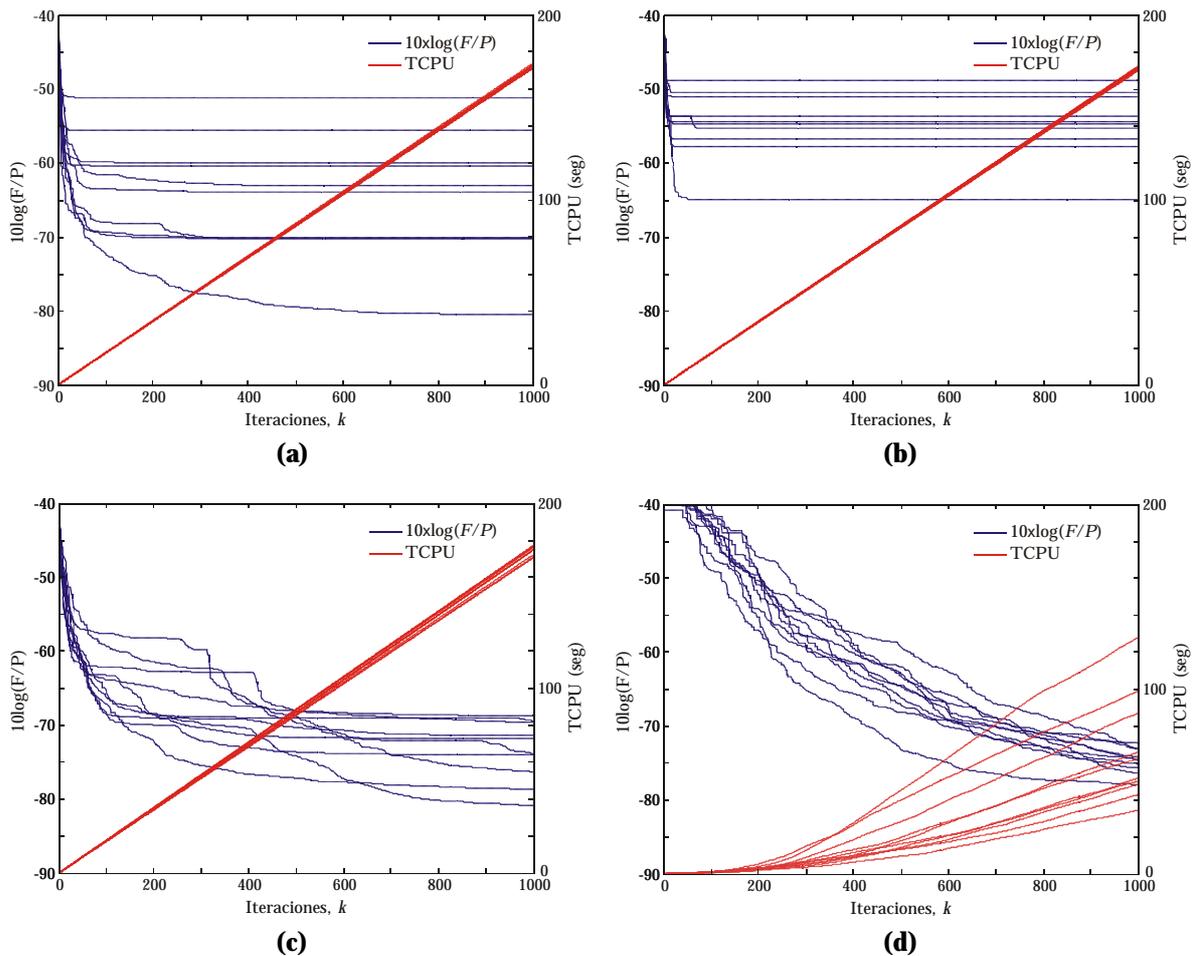


Figura 5.31. Evolución del fitness y del tiempo de cómputo en función del tipo de pared límite utilizado. Resultados para diez realizaciones independientes. (a) Pared absorbente. (b) Pared frontera. (c) Pared reflectante. (d) Pared invisible.

5.7.2 Reconstrucción del diagrama de radiación de una antena de bocina piramidal

En esta sección se analiza el rendimiento del método de optimización cuando éste se aplica a problemas de transformación de campo más realistas, utilizando para ello como referencia la antena de bocina piramidal propuesta con anterioridad en las secciones 3.4 y 4.8.2. Para dicha antena se utiliza el mismo modelo equivalente de fuente, la misma distribución de campo cercano y la función de fitness de (3.11). A modo de recordatorio, para la bocina con dimensiones de la apertura de $5.5\lambda \times 2.75\lambda$ se utiliza un modelo equivalente formado por 255 parches de tamaño $\lambda/3 \times \lambda/5.5$, con muestras de campo cercano calculadas en $P=3169$ puntos, equiespaciados $\lambda/2$ y distribuidos uniformemente sobre cinco planos de acuerdo con la geometría expuesta en la Figura A1.2(c), con $L=16\lambda$ y $\Delta_s=\lambda/4$. La componente M_y de la densidad de corriente magnética equivalente es nula, y el problema se reduce a optimizar el vector de posición X formado por 510 parámetros representando la amplitud y la fase de cada pulso de corriente asociado con M_x .

Todo lo expuesto con anterioridad acerca de las configuraciones óptimas del algoritmo pierde en cierta medida validez cuando éste se aplica a la resolución de problemas con centenares de incógnitas. De hecho y salvo en [13], no se han encontrado en la bibliografía aplicaciones del algoritmo en problemas de modelado electromagnético con más de unas pocas decenas de variables. Se realizaron múltiples pruebas utilizando, entre otras, las configuraciones clásicas de la Tabla 5.1 y las obtenidas de la optimización de otros problemas, pero en todos los casos el PSO se mostró incapaz de explorar adecuadamente el espacio de soluciones.

Si se analiza la influencia que tienen sobre el comportamiento del algoritmo algunos parámetros tales como el peso inercial, la velocidad máxima de partícula o el tamaño de la población, pueden llegarse a encontrar configuraciones de PSO alternativas a las clásicas comúnmente utilizadas. Para el modelado de la antena de bocina piramidal prima la capacidad y velocidad de convergencia. Por este motivo, valores bajos para el peso inercial y para la velocidad máxima de partícula evitarán oscilaciones bruscas que puedan dificultar la búsqueda en un espacio con 510 dimensiones, mientras que una población grande permitirá acelerar la transmisión de soluciones potenciales entre congéneres, explorando mejor y de forma más rápida el espacio de soluciones. Tal y como se deduce de los resultados expuestos en las secciones previas, el tamaño óptimo de la población oscila entre una y dos veces el número de incógnitas del problema bajo análisis. Este hecho juega un papel decisivo, dado que si se aumenta desmesuradamente el tamaño de la población, el número de llamadas a la función de fitness crece en la misma medida y, en consecuencia, el tiempo de CPU. Por lo tanto, es necesario buscar un equilibrio entre capacidad de convergencia y tiempo de cómputo.

Utilizando como configuración de partida el PSO con actualizaciones asíncronas, topología global, pared absorbente y constantes de aceleración $c_1=c_2=1.49445$, se analizan por este orden la influencia del peso inercial, el efecto de la velocidad máxima de partícula y la influencia del tamaño del enjambre.

En la Figura 5.32 se muestra un extracto con los resultados más relevantes obtenidos para una ejecución aislada del algoritmo. Los resultados de la Figura 5.32(a) demuestran que los valores altos de peso inercial promueven la exploración, forzando a las partículas a mantenerse continuamente moviéndose alrededor de soluciones previas, mientras que valores pequeños de w favorecen la búsqueda local, acelerando la convergencia. Valores del peso inercial entorno a 0.4 deparan los mejores resultados para esta aplicación, con una caída mantenida del error residual, sin riesgos de convergencia prematura y con el mejor balance entre fitness y tiempo de cómputo.

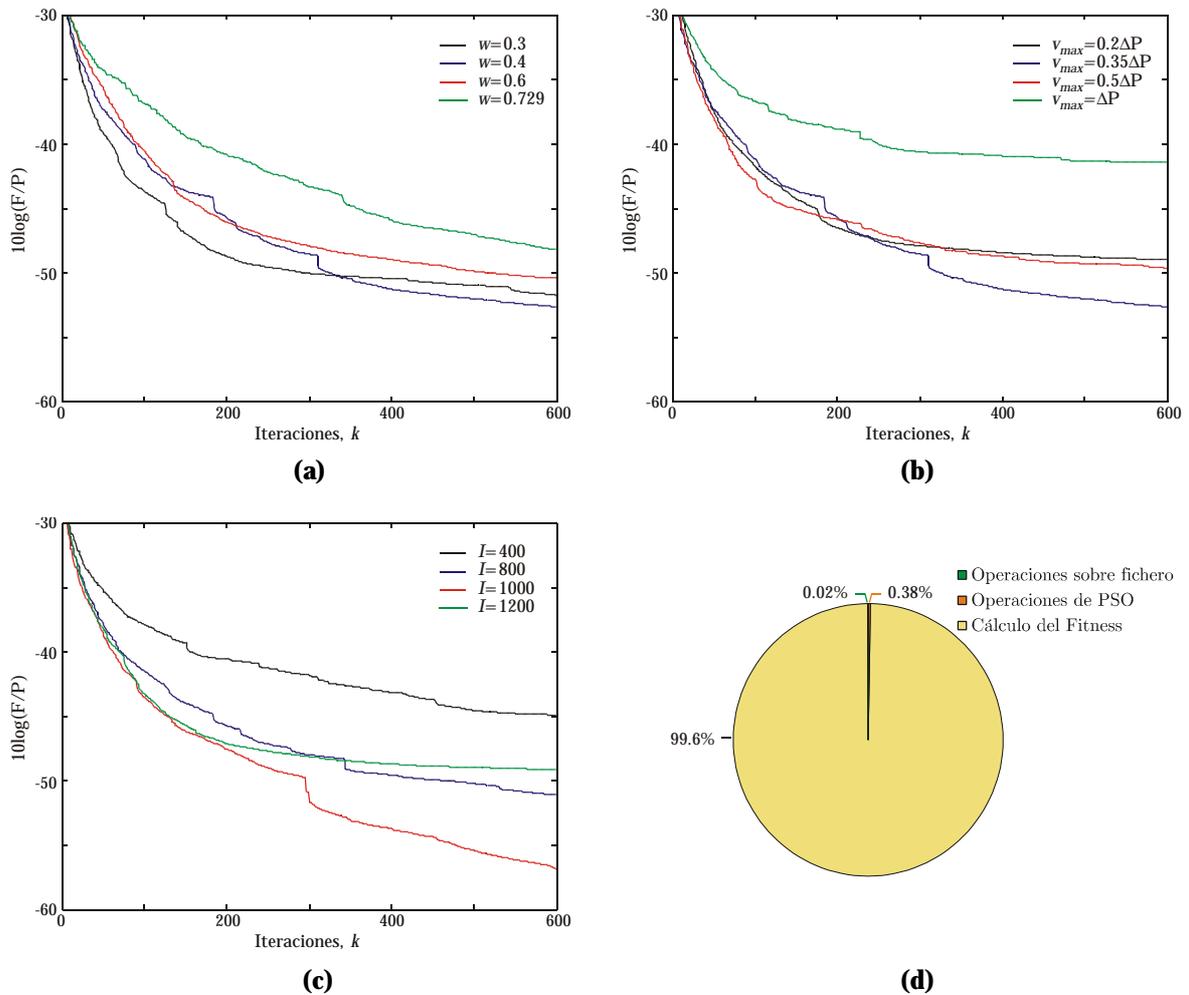


Figura 5.32. Resultados del estudio preliminar para adaptar PSO a problemas con una alta dimensionalidad. (a) Efecto del peso inercial. $I=900$, $v_{max}=0.35\Delta P$. (b) Efecto de la velocidad máxima. $I=900$, $w=0.4$. (c) Efecto del tamaño de la población. $w=0.4$, $v_{max}=0.35\Delta P$. (d) Desglose de los tiempos de CPU para una realización aislada. $I=1000$, $w=0.4$, $v_{max}=0.35\Delta P$.

En lo que respecta al factor v_{max} , el efecto es similar al del peso inercial, tal y como puede observarse en la Figura 5.32(b). Cuando se asigna al factor v_{max} el rango dinámico de cada variable (ΔP), aunque por un lado se facilita la movilidad de las partículas, dotándolas de una capacidad extra para explorar el espacio de soluciones, por otro, esta libertad de movimiento en un espacio de búsqueda tan grande se traduce en oscilaciones continuas en la posición de las partículas, dado que en una única iteración múltiples dimensiones del vector de posición pueden cambiar desde el valor mínimo hasta el valor máximo, alterando por completo el tipo de solución potencial. Si este efecto se prolonga indefinidamente no será posible asegurar la convergencia de la población hacia una región óptima. El efecto contrario ocurre cuando v_{max} toma valores muy bajos.

Por último, el efecto del tamaño de la población, resumido a grandes rasgos en la Figura 5.32(c), demuestra para esta aplicación en concreto que poblaciones de 800 a 1000 partículas ofrecen un comportamiento eficiente, mientras que tamaños de población muy pequeños muestran una tendencia a estancarse y converger hacia una solución local. No obstante, para valores superiores, aunque se explora en detalle el espacio de búsqueda, el número de iteraciones y el coste computacional crecen exponencialmente. Si a esto se le une el desglose de los tiempos de CPU mostrado en la Figura 5.32(d), se concluye que para problemas con una alta dimensionalidad el tamaño de la población es el parámetro más crítico a seleccionar.

A modo de resumen, se puede concluir que el PSO asíncrono global con pared absorbente, con un peso inercial constante y dentro del rango $w \in [0.3, 0.4]$, una velocidad máxima de partícula v_{max} entorno al 35% de ΔP , un tamaño para el enjambre dentro del intervalo $I \in [800, 1000]$, y unas constantes de aceleración de valor $c_1 = c_2 = 1.49445$, ofrece los mejores resultados para el problema electromagnético que se está analizando.

Sobre la base de esta configuración óptima, utilizando un peso inercial de valor 0.4 y una población de 1000 partículas, en la Figura 5.33 se muestran los resultados de transformación de campo obtenidos con una realización aislada del algoritmo. La representación en 3D simplemente tiene como objetivo comprobar, en una primera aproximación, que el modelo de fuente optimizado aproxima con cierta fidelidad la radiación de la bocina piramidal en cualquier dirección. Para enjuiciar con mayor objetividad la precisión del ajuste se incluyen los dos cortes principales del diagrama de radiación de la antena. De los resultados se concluye que el PSO permite recuperar con suma precisión el diagrama de radiación de la antena de bocina piramidal, con errores residuales asociados con niveles de campo que se encuentran del orden de 40 dB por debajo del valor máximo.

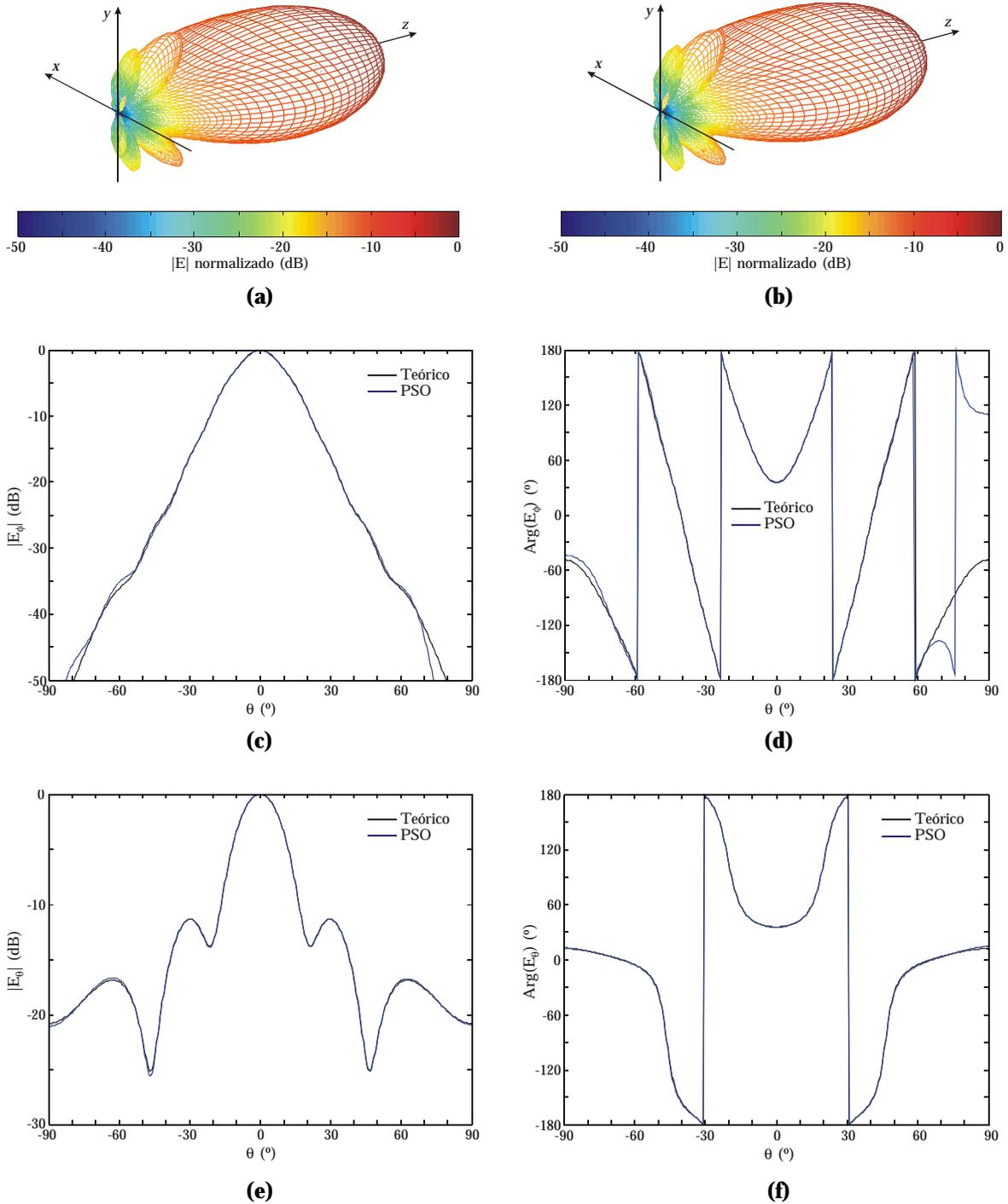


Figura 5.33. Diagrama de radiación de la bocina piramidal. (a) Diagrama de radiación teórico en 3D. (b) Diagrama de radiación en 3D reconstruido con PSO. (c) Corte $\phi=0^\circ$, módulo de la componente E_ϕ . (d) Corte $\phi=0^\circ$, fase de la componente E_ϕ . (e) Corte $\phi=90^\circ$, módulo de la componente E_θ . (f) Corte $\phi=90^\circ$, fase de la componente E_θ .

La complejidad del problema electromagnético justifica la búsqueda de configuraciones alternativas de PSO. En esta misma línea, se podría pensar en utilizar aquellos esquemas de PSO y paredes límite que para antenas de apertura y fuentes de menor tamaño mostraban unas prestaciones muy limitadas, con el objetivo de analizar si invierten ahora su tendencia. Se realizaron múltiples pruebas en este sentido, sin hallar una alternativa real que mejorara el rendimiento de la configuración óptima propuesta en párrafos anteriores.

A modo ejemplo, en la Figura 5.34 se resumen algunos de los principales resultados obtenidos al comparar los esquemas asíncrono global (PSO-AG), síncrono local (PSO-SL) y asíncrono local (PSO-AL), estos dos últimos con una vecindad del 10% ($N_v=100$). El resto de parámetros del algoritmo coinciden con los valores óptimos extraídos del análisis previo. Se analizan de forma paralela los efectos de las paredes absorbente, reflectante e invisible, y no se incluyen en el análisis, por su ineficacia, los resultados obtenidos con el PSO síncrono global y con la pared frontera.

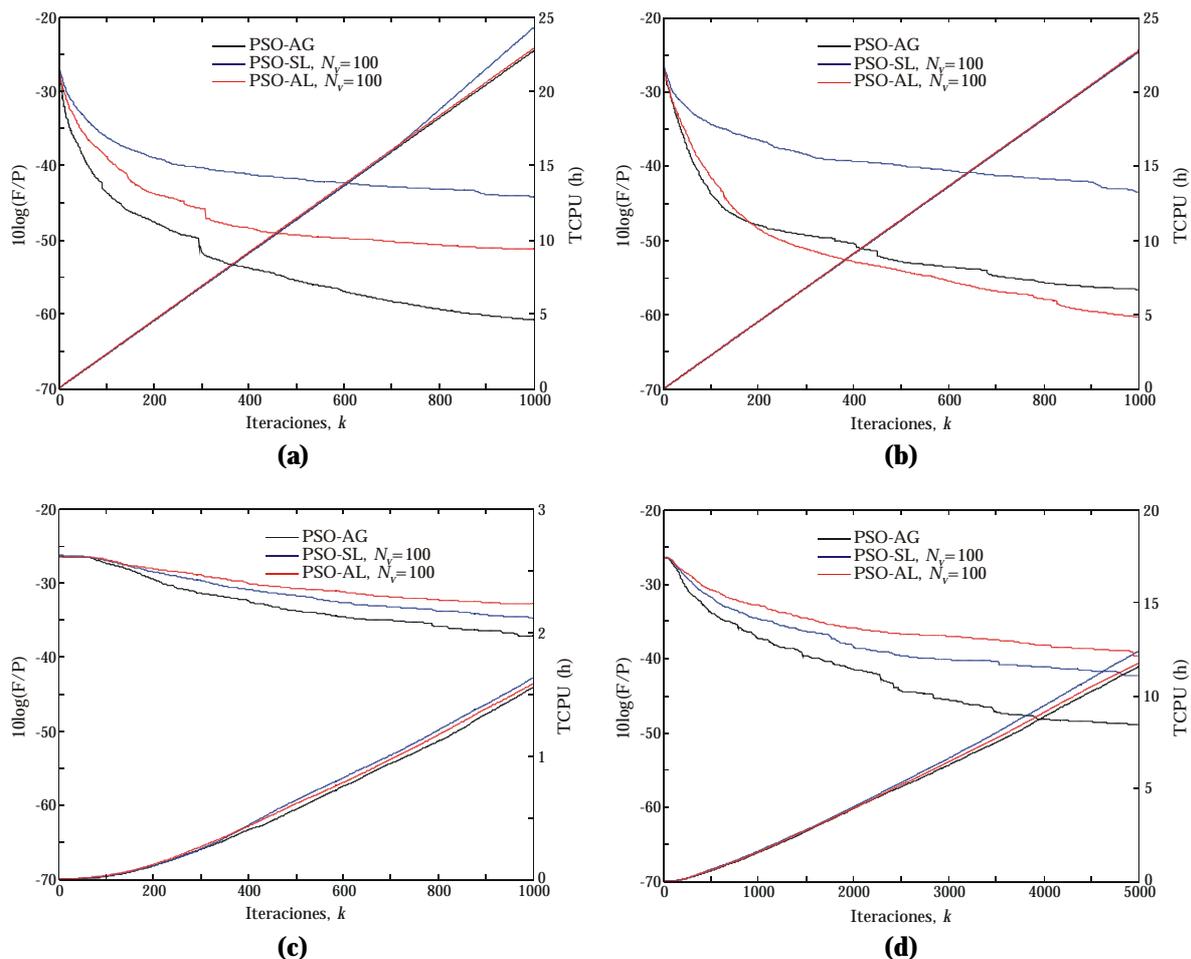


Figura 5.34. Comparativa del rendimiento de diferentes esquemas de PSO con diferentes paredes límite. (a) Pared absorbente. (b) Pared reflectante. (c) Pared invisible con evolución limitada a 1000 iteraciones. (d) Resultados obtenidos con la pared invisible después de 5000 iteraciones.

La primera conclusión evidente que puede extraerse de los resultados mostrados en la Figura 5.34 es que el PSO-SL ofrece un rendimiento muy inferior al de los otros dos esquemas de PSO, con cualesquiera de las paredes límite utilizadas para realizar la comparativa. Adicionalmente, se obtiene una mejor relación precisión-coste computacional al utilizar la pared absorbente frente a las paredes reflectante e invisible.

Si se analiza por separado el comportamiento que exhibe la pared invisible con cada uno de los esquemas de PSO, a partir de los resultados de la Figura 5.34(c) se puede concluir, como ya se anticipó en secciones anteriores, que la naturaleza de este tipo de pared límite ralentiza la búsqueda en espacios de soluciones excesivamente grandes. La incapacidad del algoritmo para hacer que las partículas al desplazarse caigan dentro del espacio de soluciones hace que el PSO, en cuestión del número de iteraciones, exhiba una convergencia excesivamente lenta. Sin embargo, para evaluar de forma objetiva el rendimiento de la pared invisible, teniendo en cuenta el tiempo de CPU, se deberá dejar evolucionar la solución durante un mayor número de iteraciones. Aún así, los resultados de la Figura 5.34(d) demuestran que transcurridas 5000 iteraciones la pared invisible continúa ofreciendo los peores resultados. A modo de ejemplo, para alcanzar con el PSO-AG un fitness normalizado de valor -50 , el tiempo de CPU para la pared absorbente es de 6.6 h, para la reflectante se precisan 8.7 h, y son necesarias más de 12 h en caso de utilizar la pared invisible (Procesador Intel PIV[®] a 3 GHz).

En definitiva, para problemas de transformación de campo cercano a campo lejano con antenas de varias longitudes de onda, el PSO-AG con pared absorbente ofrece un rendimiento aceptable y a su vez representa el esquema de PSO más indicado para dicha aplicación.

5.8 Conclusiones

Como alternativa a los algoritmos genéticos, en este capítulo se ha presentado un nuevo algoritmo de optimización, el así denominado optimización con enjambre de partículas, de reciente aplicación en el campo de la optimización electromagnética en muy diversas vertientes. El método comparte ciertas similitudes con los GA, pero son sus diferencias, centradas entorno a su sencillez de implementación y a la escasez de parámetros a sintonizar, lo que le hace figurar como una alternativa atractiva a los GA, que cuenta cada vez con más adeptos.

La naturaleza del método hace que, dependiendo de cómo se interprete la transmisión de información entre partículas y de que información éstas compartan

entre sí, sea posible establecer diferentes esquemas para el algoritmo. Atendiendo a esta filosofía, se han implementado y utilizado cuatro esquemas diferentes, las versiones síncronas y asíncronas del algoritmo, que se combinan con las topologías local y global. Revisados los modelos típicos de PSO con peso inercial y factor de constricción, así como los tipos de pared límite, se aplicaron las configuraciones típicas más comunes en conjunto con los cuatro esquemas de PSO, a problemas muy diversos.

La puesta a punto del algoritmo y, en consecuencia, del código fuente, se llevó a cabo utilizando funciones base típicas. Del análisis estadístico ya se deja entrever que el PSO con actualizaciones asíncronas y topología global de la población, sujeto al modelo de constricción propuesto por Clerc, representa la configuración de PSO que mejor comportamiento ofrece. Adicionalmente, este análisis paramétrico permite ilustrar la fuerte dependencia que tienen sobre el problema a optimizar aspectos tales como el tamaño de la población, el tipo de pared límite o la velocidad máxima de partícula. Si bien es cierto que el rendimiento del algoritmo está íntimamente ligado con la naturaleza del problema físico, las funciones base marcan unas tendencias que resultan de suma utilidad al sintonizar el método para su aplicación posterior a cualquier otro problema.

Para validar la utilidad del método de optimización en aplicaciones de diseño electromagnético, se aplicó inicialmente con éxito el PSO a la síntesis de agrupaciones lineales de antenas. A diferencia de las funciones base, en problemas electromagnéticos que revisten cierta complejidad, el rendimiento del método de optimización queda condicionado principalmente por la función de fitness utilizada, seleccionada en este caso particular de entre un conjunto de funciones candidatas. Los resultados incluidos del análisis paramétrico previo y de la síntesis de agrupaciones complejas revelan al PSO como un método de optimización eficiente para abordar dicho problema electromagnético. De nuevo, el PSO con actualizaciones asíncronas, topología global de la población y parámetros $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$ demuestra ser el esquema más apropiado, capaz de sintetizar en menos de once minutos la excitación de una agrupación con 30 elementos, condicionado por una máscara que incluye un nulo en una dirección dada, desplazamientos en el máximo de radiación y restricciones en los niveles de los lóbulos secundarios.

Aunque la pared invisible se muestra como la más eficiente en problemas de síntesis de agrupaciones lineales, su naturaleza hace pensar que su uso queda limitado a problemas con un número máximo de incógnitas de unas pocas decenas. Esto se comprueba al aplicar el PSO a problemas de transformación de campo cercano a campo lejano con antenas de tamaño medio, con tamaños de la apertura de varias longitudes de onda. Para estos problemas, el elevado número de variables unido a los principios de la pared invisible hace que el PSO pierda cientos e incluso

miles de iteraciones en intentar llevar la mayor cantidad posible de partículas hacia el interior del espacio de soluciones. Aunque las partículas que caen fuera no están sometidas al cálculo del fitness, hasta que el PSO no consigue reincorporar suficientes partículas dentro del espacio N -dimensional no se aprecia ninguna mejoría significativa en los resultados, dado que no hay suficientes soluciones potenciales para explorar adecuadamente el espacio de búsqueda. Este comportamiento puede tener dos consecuencias interrelacionadas, por una lado la excesiva movilidad de las partículas no garantiza que llegue a haber un número representativo de la población dentro del espacio de soluciones y, por otro, este hecho puede provocar la convergencia prematura hacia una solución local.

En líneas generales, puede concluirse que el PSO asíncrono global con parámetros $w=0.729$ y $c_1=c_2=1.49445$, pared absorbente o invisible, un tamaño para la población comprendido entre una y dos veces el número de variables del problema físico a optimizar y una velocidad máxima de partícula que coincida con el rango dinámico de cada variable, representa la configuración idónea para un amplio abanico de problemas electromagnéticos. No obstante, en problemas de transformación de campo complejos y en aquellos otros en los que el número de incógnitas así lo requiera, es recomendable realizar algunos cambios y utilizar la pared absorbente, valores para el peso inercial entorno a 0.4 y una velocidad máxima de partícula de aproximadamente el 35% del rango dinámico en cada dimensión a optimizar.

5.9 Bibliografía

- [1] J. Kennedy, R.C. Eberhart, "Particle swarm optimization", *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks-ICNN'95*, Perth (Australia), December 1995, Vol.4, pp. 1942-1948.
- [2] J. Kennedy, R.C. Eberhart, "Swarm intelligence", Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, 2001.
- [3] X. Hu, "Particle swarm optimization". (<http://www.swarminintelligence.org/>).
- [4] A. Carlisle, G. Dozier, "An off-the-self PSO", *Proceedings of the Workshop on Particle Swarm Optimization*, Indianapolis (USA), April 2001, pp. 1-6.
- [5] R.C. Eberhart, Y. Shi, "Particle swarm optimization: developments, applications and resources", *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation*, Seoul (South Korea), May 2001, Vol. 1, pp. 81-86.
- [6] G. Ciuprina, D. Ioan, I. Munteanu, "Use of intelligent-particle swarm optimization in electromagnetics", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 38, No. 2, March 2002, pp. 1037-1040.

- [7] B. Brandstätter, U. Baumgartner, “Particle swarm optimization – Mass-Spring System Analogon”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 38, No. 2, March 2002, pp. 997-1000.
- [8] D. Gies, Y. Rahmat-Samii, “Reconfigurable array design using parallel particle swarm optimization”, *Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Ohio (USA), June 2003, Vol. 1, pp. 177-180.
- [9] Y. Rahmat-Samii, D. Gies, J. Robinson, “Particle swarm optimization (PSO): a novel paradigm for antenna designs”, *The Radio Science Bulletin*, No. 305, September 2003, pp. 14-22.
- [10] J. Robinson, Y. Rahmat-Samii, “Particle swarm optimization in electromagnetics”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 52, No. 2, February 2004, pp. 397-407.
- [11] J. Robinson, S. Sinton, Y. Rahmat-Samii, “Particle swarm, genetic algorithm, and their hybrids: optimization of a profiled corrugated horn antenna”, *Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Texas (USA), June 2002, Vol. 1, pp. 314-317.
- [12] Y. Rahmat-Samii, “Genetic algorithm (GA) and particle swarm optimization (PSO) in engineering electromagnetics”, *Proceedings of the 17th International Conference on Applied Electromagnetics and Communications*, Dubrovnik (Croatia), October 2003, pp. 1-5.
- [13] D.W. Boeringer, D.H. Werner, “Particle swarm optimization versus Genetic algorithms for phased array synthesis”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 52, No. 3, March 2004, pp. 771-779.
- [14] E.C. Laskari, K.E. Parsopoulos, M.N. Vrahatis, “Particle swarm optimization for minimax problems”, *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation-CEC02*, Honolulu (USA), May 2002, Vol. 2, pp. 1576-1581.
- [15] X. Hu, R.C. Eberhart, Y. Shi, “Engineering optimization with particle swarm”, *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis (USA), April 2003, pp. 53-57.
- [16] A. Ismail, A.P. Engelbrecht, “Global optimization algorithms for training product unit neural networks”, *Proceedings of IEEE-INNS-ENNS International Joint Conference on Neural Networks*, Como (Italy), July 2000, Vol. 1, pp. 132-137.
- [17] D. Srinivasan, W.H. Loo, R.L. Cheu, “Traffic incident detection using particle swarm optimization”, *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis (USA), April 2003, pp. 144-151.
- [18] R.C. Eberhart, X. Hu, “Human tremor analysis using particle swarm optimization”, *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99*, Washington (USA), July 1999, Vol. 3, pp. 1927-1930.
- [19] Z. Wang, G.L. Durst, R.C. Eberhart, D.B. Boyd, Z.B. Miled, “Particle swarm optimization and neural network application for QSAR”, *Proceedings of the 18th International Parallel and Distributed Processing Symposium (IPDPS'04)*, New Mexico, (USA), April 2004.

- [20] X. Hu, R.C. Eberhart, “Adaptive particle swarm optimization: detection and response to dynamic systems”, *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation-CEC02*, Honolulu (USA), May 2002, Vol. 2, pp. 1666-1670.
- [21] J.S. Vesterstrøm, J. Riget, “Particle swarms: Extensions for improved local, multi-modal, and dynamic search in numerical optimization”, *Master’s Thesis*, University of Aarhus, May 2002.
- [22] Y. Zhao, J. Zheng, “Particle swarm optimization algorithm in signal detection and blind extraction”, *Proceedings of the 7th International Symposium on Parallel Architectures*, Hong Kong (China), May 2004, pp. 37-41.
- [23] Z-S. Lu, S. Yan, “Multiuser detector based on particle swarm algorithm”, *Proceedings of the IEEE 6th CAS Symposium on Emerging Technologies: Frontiers of Mobile and Wireless Communication*, Shanghai (China), May 2004, pp. 783-786.
- [24] S. Naka, T. Genji, T. Yura, Y. Fukuyama, “Practical distribution state estimation using hybrid particle swarm optimization”, *Proceedings of 2001 Winter Meeting of the IEEE Power Engineering Society*, Columbus (USA), Jan.-February 2001, Vol. 2, pp. 815-820.
- [25] C.A. Koay, D. Srinivasan, “Particle swarm optimization-based approach for generator maintenance scheduling”, *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis (USA), April 2003, pp. 167-173.
- [26] S. Naka, T. Genji, T. Yura, Y. Fukuyama, “A hybrid particle swarm optimization for distribution state estimation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No. 1, February 2003, pp. 60-68.
- [27] V. Miranda, N. Fonseca, “EPSO – Evolutionary particle swarm optimization, a new algorithm with applications in power systems”, *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition*, Porto Alegre (Brazil), October 2002, Vol. 2, pp. 745-750.
- [28] Z-L. Gaing, “Discrete particle swarm optimization algorithm for unit commitment”, *Proceedings of the 2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Toronto (Canada), July 2003, Vol. 1, pp. 418-424.
- [29] R.F: Chang, C.N. Lu, “Feeder reconfiguration for load factor improvement”, *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, New York (USA), January 2002, Vol. 2, pp. 980-984.
- [30] K. Veeramachaneni, L.A. Osadciw, “Optimal scheduling in sensor networks using swarm intelligence”, *Proceedings of the Conference on Information Sciences and System*, Princeton University, New Jersey (USA), March 2004.
- [31] K. Veeramachaneni, L.A. Osadciw, “Dynamic sensor management using multi objective particle swam optimizer”, *Proceedings of the SPIE*, Vol. 5434, Multisensor, Multisource Information Fusion: Architecture, Algorithms, and Applications 2004, April 2004, pp. 205-216.
- [32] Z. Yangyang, J.I. Chunlin, Y. Ping, L.I. Manlin, W. Chaojin, W. Guangxing, “Particle swarm optimization for base station placement in mobile

- communication”, *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Networking, Sensing & Control*, Taipei (Taiwan), March 2004, pp. 428-432.
- [33] M.F. Tasgetiren, Y-C. Liang, “A binary particle swarm optimization algorithm for lot sizing problem”, *Journal of Economic and Social Research*, Vol. 5, No. 2, 2003, pp. 1-20.
- [34] N. Franken, A.P. Engelbrecht, “PSO approaches to co-evolve IPD strategies”, *Proceedings of the 2004 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Oregon (USA), June 2004, pp. 356-363.
- [35] M.M. Millonas, “Swarms, phase transitions, and collective intelligence”, *Proceedings of Artificial life III*, Vol. XVII, SFI Studies in the Sciences of Complexity, Addison-Wesley, 1994.
- [36] Y. Rahmat-Samii, “Genetic algorithm (GA) and particle swarm optimization (PSO): Evolutionary optimization paradigms in modern electromagnetic engineering”, *EMB04-Computational Electromagnetics – Methods and Applications*, Chalmers University of Technology, Göteborg (Sweden), October 2004. (<http://www.elmagn.chalmers.se/emb04/>).
- [37] J. Kennedy, “The particle swarm: social adaptation of knowledge”, *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation-ICEC97*, Indianapolis (USA), April 1997, pp. 303-308.
- [38] Y. Shi, R. Eberhart, “A modified particle swarm optimizer”, *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence*, Anchorage (USA), May 1998, pp. 69-73.
- [39] Y. Shi, R.C. Eberhart, “Parameter selection in particle swarm optimization”, *Proceedings Evolutionary Programming VII. 7th International Conference, EP98*, San Diego (USA), March 1998, pp. 591-600.
- [40] Y. Shi, R.C. Eberhart, “Empirical study of particle swarm optimization”, *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99*, Washington (USA), July 1999, Vol. 3, pp. 1945-1950.
- [41] M. Clerc, J. Kennedy, “The particle swarm – Explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 1, February 2002, pp. 58-73.
- [42] E. Ozcan, C.K. Mohan, “Particle swarm optimization: surfing the waves”, *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99*, Washington (USA), July 1999, Vol. 3, pp. 1939-1944.
- [43] R.C. Eberhart, Y. Shi, “Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization”, *Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation-CEC00*, La Jolla (USA), July 2000, Vol. 1, pp. 84-88.
- [44] Y-L. Zheng, L-H. Ma, L-Y. Zhang, J-X. Qian, “On the convergence analysis and parameter selection in particle swarm optimization”, *Proceedings of the 2003 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Xi’an (China), November 2003, Vol. 3, pp. 1802-1807.

- [45] X. Hu, R. Eberhart, "Multiobjective optimization using dynamic neighborhood particle swarm optimization", *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation-CEC02*, Honolulu (USA), May 2002, Vol. 2, pp. 1677-1681.
- [46] A. El-Gallad, M. El-Hawary, A. Sallam, A. Kalas, "Enhancing the particle swarm optimizer via proper parameters selection", *Proceedings of the 2002 IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering*, Winnipeg (Canada), May 2002, Vol.2, pp. 792-797.
- [47] J. Kennedy, W.M. Spears, "Matching algorithms to problems: an experimental test of the particle swarm and some genetic algorithms on the multimodal problem generator", *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence*, Anchorage (USA), May 1998, pp. 78-83.
- [48] J. Kennedy, R.C. Eberhart, "A discrete binary version of the particle swarm algorithm", *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Computational Cybernetics and Simulation*, Orlando (USA), October 1997, Vol. 5, pp. 4104-4108.
- [49] M. Wetter, "Genopt, Generic optimization program. User manual", *Technical Report LBNL-54199*, Lawrence Berkeley National Laboratory, January 2004.
- [50] R. Eberhart, J. Kennedy, "A new optimizer using particle swarm theory", *Proceedings of the sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science-MHS'95*, Nagoya (Japan), October 1995, pp. 39-43.
- [51] P.N. Suganthan, "Particle swarm optimiser with neighbourhood operator", *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99*, Washington (USA), July 1999, Vol. 3, pp. 1958-1962.
- [52] S.C. Esquivel, C.A. Coello, "On the use of particle swarm optimization with multimodal functions", *Proceedings of the 2003 Congress on Evolutionary Computation*, Canberra (Australia), December 2003, Vol. 2, pp. 1130-1136.
- [53] R. Mendes, J. Kennedy, J. Neves, "Watch thy neighbor or how the swarm can learn from its environment", *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis (USA), April 2003, pp. 88-94.
- [54] J. Kennedy, "Small worlds and mega-minds: effects of neighborhood topology on particle swarm performance", *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99*, Washington (USA), July 1999, Vol. 3, pp. 1931-1938.
- [55] R. Mendes, "Population topologies and their influence in particle swarm performance", *Phd Thesis*, Universidade do Minho, May 2004.
- [56] J.F. Schutte, J.A. Reinbolt, B.J. Fregly, R.T. Haftka, A.D. George, "Parallel global optimization with the particle swarm algorithm", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 61, No. 13, December 2004, pp. 2296-2315.
- [57] R.L. Haupt, S.E. Haupt, "Optimum population size and mutation rate for a simple real genetic algorithm that optimizes array factors", *Applied*

- Computational Electromagnetics Society Journal*, Vol. 15, No. 2, July 2000, pp. 94-102.
- [58] <http://www.engr.iupui.edu/~eberhart/web/PSObook.html>
- [59] <http://www.projectcomputing.com>
- [60] B.R. Secrest, G.B. Lamont, “Visualizing particle swarm optimization – Gaussian particle swarm optimization”, *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis (USA), April 2003, pp. 198-204.
- [61] J. Kennedy, “Stereotyping: Improving particle swarm performance with cluster analysis”, *Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation-CEC00*, La Jolla (USA), July 2000, Vol. 2, pp. 1507-1512.
- [62] N. Higashi, H. Iba, “Particle swarm optimization with gaussian mutation”, *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis (USA), April 2003, pp. 72-79.
- [63] A. Stacey, M. Jancic, I. Grundy, “Particle swarm optimization with mutation”, *Proceedings of the 2003 Congress on Evolutionary Computation*, Canberra (Australia), December 2003, Vol. 2, pp. 1425-1430.
- [64] C.A. Coello, M. Salazar, “MOPSO: A proposal for multiple objective particle swarm optimization”, *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation-CEC02*, Honolulu (USA), May 2002, Vol. 2, pp. 1051-1056.
- [65] G.G. Yen, H. Lu, “Dynamic population strategy assisted particle swarm optimization”, *Proceedings of the 2003 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Houston (USA), October 2003, pp. 697-702.
- [66] Y. Shi, R.C. Eberhart, “Fuzzy adaptive particle swarm optimization”, *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation*, Seoul (South Korea), May 2001, Vol. 1, pp. 101-106.
- [67] M. Clerc, “The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization”, *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99*, Washington (USA), July 1999, Vol. 3, pp. 1951-1957.
- [68] J.R. Pérez, J. Basterrechea, “Particle-swarm optimization and its application to antenna far-field pattern prediction from planar scanning”, *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 44, No. 5, March 2005, pp. 398-403.