



GRADO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN



PRIMARIA

CURSO 2016/17

**DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS DE MULTIPLICAR A TRAVÉS
DEL MÉTODO ABN EN CUARTO DE
PRIMARIA**

**DIFFICULTIES IN SOLVING MULTIPLICATION
PROBLEMS THROUGH THE ABN METHOD IN 9-10 AGE
STUDENTS**

Autor: Zuleima Sáez Cantero

Director: María José González López

13 de julio de 2017

Vº Bº DIRECTOR

Vº Bº AUTOR

Índice

1. Introducción.....	4
2. Presentación concreta del problema de investigación	5
3. Justificación del tema elegido	6
4. Marco teórico	8
4.1. ¿Qué es un problema?.....	8
4.1.1. Tipos de problemas	9
4.1.2. Fases de resolución de problemas	11
4.1.3. Dificultades en la resolución de problemas	13
4.2. Descripción del método ABN	14
4.2.1. Ventajas y desventajas del método ABN.....	16
4.3. Método tradicional, CBC	17
4.4. La multiplicación con ABN.....	18
5. Metodología de Investigación.....	20
5.1. Contexto.....	20
5.2. Muestra	21
5.3. Descripción de la propuesta de intervención.....	22
5.4. Instrumentos de recogida de datos	25
6. Resultados detallados de los problemas de multiplicar.....	28
7. Conclusiones sobre el trabajo realizado.....	43
8. Bibliografía y webgrafía.....	47
9. Anexos	49

Resumen

La resolución de problemas matemáticos causa numerosas dificultades en los estudiantes en torno a la comprensión, los cálculos y la interpretación de los resultados. Esta investigación identifica las dificultades que se presentan el aprendizaje y puesta en práctica del método de cálculo Abierto Basado en Números (ABN) durante la resolución de problemas de multiplicar. Asimismo, se analiza si el método tiene resultados positivos en relación con la comprensión de enunciados matemáticos y en la realización del algoritmo de la multiplicación.

Palabras clave: Resolución de problemas, Comprensión de enunciados, Operaciones aritméticas, método ABN, problemas de multiplicar.

Abstract

Solving mathematical problems causes several difficulties for students in understanding, calculating and interpreting problems' solutions. This research identifies the difficulties that appear when solving multiplication problems with the Open Calculation Method Based on Numbers (ABN). It is also analyzed if the method helps students to identify the arithmetic operation associated to word problems and to do the multiplication algorithm.

Key words: Problem solving, understanding word problems, , arithmetic operations, ABN method, multiplication problems.

1. Introducción

“Un problema no es simplemente una tarea matemática, sino una herramienta para pensar matemáticamente, un medio para crear un ambiente de aprendizaje que forme sujetos autónomos y capaces de tener su propio criterio, estando a su vez abiertos a los de otras personas” (Vila, 2004, p.12).

El presente Trabajo de Fin de Grado (TFG) se basa en la investigación y diseño de una propuesta de intervención educativa para la resolución de problemas matemáticos en la etapa de Educación Primaria. La propuesta se ha elaborado a partir del nuevo método de cálculo Abierto Basado en Números y se ha realizado con una estudiante de cuarto de Educación Primaria en un centro de Santander (Cantabria).

Los números son parte del día a día de cualquier persona y adquieren tal importancia que en la Etapa de Educación Primaria una de las competencias básicas es la “competencia matemática”. De acuerdo con lo que dispone el Decreto 27/2014 de 5 de junio en el artículo 8, que establece el currículo de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Cantabria, la LOMCE se refiere a la a esa competencia como la capacidad para aplicar herramientas y razonamientos matemáticos en diferentes contextos de forma que el alumno/a sea capaz de describir, interpretar y predecir distintas situaciones. Con este TFG se pretende atajar dicha competencia y comprobar si la aplicación del nuevo método de cálculo Abierto Basado en Números (ABN) mejora la comprensión y razonamiento de enunciados en diferentes problemas matemáticos, así como ofrecer una alternativa a la operación algorítmica habitual de la multiplicación.

A lo largo del trabajo encontraremos distintos apartados, en primer lugar veremos cuál es el problema de investigación, es decir, qué es lo que nos lleva a realizar el estudio. Después, la parte teórica que servirá de base para el dicho estudio. La intervención concreta vendrá detallada a continuación, a la que le seguirán los resultados y la conclusión de la misma.

2. Presentación concreta del problema de investigación

Se conocen numerosos beneficios del empleo del método ABN en el aprendizaje de los algoritmos de las operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación y división), pero hay un aspecto que todos los currículos recientes plantean: es necesario que los estudiantes sepan resolver problemas en contexto. En muchos casos, se separa totalmente la enseñanza de los algoritmos de las operaciones y la resolución de problemas. Sin embargo, en este trabajo se plantea la hipótesis de que el método ABN puede constituir un apoyo importante en las fases asociadas a la comprensión del enunciado, entendido como la traducción del enunciado a una operación aritmética.

El propósito de esta investigación por tanto es comprobar si el nuevo método de enseñanza ABN ayuda, o no, a comprender enunciados y analizar con qué dificultades se va encontrando una alumna de Cuarto Curso de Educación Primaria al enfrentarse a dos tipos de problemas de multiplicación –razón y comparación– de una y varias etapas. También analizamos cómo influye este método en la realización del algoritmo de la multiplicación.

Para saber por qué unos problemas se resuelven con éxito y otros no, se da respuesta a las siguientes cuestiones durante el estudio:

- *¿Depende del tamaño de los números en el enunciado?*
- *¿Depende del tipo de problema, razón o comparación?*
- *¿Depende del tipo de “objetos” (tangibles o no tangibles) que aparecen en el enunciado?*

Teniendo esto en cuenta, antes de comenzar la investigación es preciso fijar unos objetivos o fines que serán la base para ponerlo en marcha. El objetivo general que perseguimos es conocer qué dificultades manifiesta una estudiante al resolver problemas de multiplicar a través del método de cálculo ABN.

Los objetivos específicos son los siguientes:

- Identificar qué dificultades surgen al emplear el método ABN en problemas de multiplicar en lo relativo a:

- la comprensión de enunciados
 - la ejecución del algoritmo de cálculo
 - la interpretación de resultados
- Determinar si las dificultades anteriores están asociadas a alguno de los siguientes factores:
 - el tipo de problema de multiplicar –razón o comparación–
 - el tamaño de los números que aparecen en los problemas
 - el tipo de objetos (tangibles o no) que aparecen en los enunciados.
 - Analizar los resultados en cálculo mental con ABN, comprobando si hay mejoría en ello.

3. Justificación del tema elegido

La enseñanza de las matemáticas se está viendo revolucionada por una nueva metodología de cálculo conocida como ABN, Abierto Basado en Números. Aunque es un método demasiado nuevo se está extendiendo a gran velocidad por los distintos centros educativos que pretenden innovar en el área de Matemáticas. El éxito de este método se debe sobretodo a la mejora de los resultados obtenidos por los alumnos/as incluyendo la resolución de problemas. (Martinez y Sanchez, 2013)

La resolución de problemas suele ser la cuestión pendiente en el aprendizaje de las Matemáticas dentro de las escuelas y hoy en día no se ha avanzado mucho en ese campo pero, ¿por qué a los niños les cuesta tanto resolver los problemas matemáticos? ¿Por qué tienen resultados inferiores en la resolución de problemas que en las actividades que requieran la simple aplicación de fórmulas? (Martinez y Sanchez, 2013). No se puede dar una respuesta clara a estas preguntas, quizás se deba a la metodología empleada.

El tema elegido para mi TFG se debe a la curiosidad y a las ganas de conocer

este nuevo método de cálculo, pues la metodología que defiende es bien distinta a la que yo he conocido como alumna. Además, considero que la comprensión de enunciados así como el razonamiento lógico de los pasos que se van siguiendo para realizar cualquiera que sea el algoritmo matemático quedan olvidados en las aulas. Este método propone un cambio en la forma de enseñar las matemáticas y hace que el razonamiento sea el protagonista.

Es bastante común encontrar a gente adulta –y no tan adulta, sino alumnos de instituto– que no saben interpretar una factura telefónica por ejemplo, o que no saben utilizar una operación matemática para resolver un problema o situación, siendo el foco de conflicto el mismo: la comprensión y razonamiento de situaciones matemáticas. Por esto, creo que es importante que desde la escuela no se olvide este factor y se practique al igual que se practican las tablas de multiplicar o la realización de una y otra operación, porque la comprensión también requiere un entrenamiento.

La mayoría de los fracasos matemáticos vienen dados por no saber interpretar, leer y utilizar las herramientas de razonamiento matemático necesarias para resolver problemas o entender enunciados. Hace cuarenta años Ablewhite, citado en (Martinez, 2011), advertía ya de los muchos problemas que se originaban en el aprendizaje de las operaciones, y cómo los alumnos/as con dificultades sufrían en mayor medida la irracionalidad del método que se utilizaba. El docente tiene que cambiar la forma de enseñar y hacer que el alumno/a encuentre una motivación en los ejercicios, que interactúe y comprenda, que aprenda a razonar, que se equivoque, pero lo más importante, ha de crear un ambiente donde el alumno/a no vea únicamente sus resultados, sino también sus progresos.

4. Marco teórico

4.1. ¿Qué es un problema?

Para comenzar, es preciso definir qué entenderemos por “problema” en este trabajo. Esta palabra es muy utilizada tanto en el lenguaje común como en el matemático, sin embargo, presenta significados diferentes para cada situación.

Según el diccionario de la Real Academia Española de la Lengua (2017) hay cinco acepciones diferentes para el concepto de “problema”:

1. Cuestión que se trata de aclarar.
2. Proposición o dificultad de solución dudosa.
3. Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin.
4. Disgusto, preocupación.
5. Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.

Podríamos reorganizar los términos empleados señalando que aparecen palabras o expresiones como cuestión o proposición (como sinónimo de tarea) que tratamos de aclarar que tiene una solución dudosa y desconocida y que tenemos dificultad para alcanzarla, lo que puede generarnos preocupación. Es decir, en un primer acercamiento, podríamos señalar la existencia de problemas cuando hay una tarea a realizar que nos genera dudas en la manera de abordarla y/o solucionarla. En otros términos, podríamos asumir que un problema requiere de una situación que provoca incertidumbre y de una actitud de búsqueda de algún objetivo, explícito o implícito

Aunque son muchas las definiciones que podemos encontrar de “problema” la mayor parte de la gente tiene la idea de problema de matemáticas como aquella actividad o enunciado cuya resolución requiere una aplicación inmediata de ciertos conocimientos matemáticos (Blanco y Pino, 2015).

Para los autores Vila y Callejo (2004, p.12) “un problema no es simplemente una tarea matemática, sino una herramienta para pensar matemáticamente, un medio para crear un ambiente de aprendizaje que forme sujetos autónomos, y capaces de tener su propio criterio, estando a su vez abiertos a los de otras personas”.

Con las anteriores definiciones podemos concretar que un problema es una relación particular entre la tarea y la persona que trata de resolverla. La dificultad de definir el término “problema” radica en que es relativo (Alfaro y Barrantes, 2008, p.86): “un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea; utiliza la palabra problema para referirse a una tarea que resulta difícil para el individuo que está tratando de resolverla”. Por tanto, un problema matemático será un enunciado verbal que presenta una situación complicada para la persona que trata de resolverlo, donde se plantea una incógnita y se exige al lector pensar de forma autónoma y crítica para responder a una o varias cuestiones, dando así, solución al problema.

4.1.1. Tipos de problemas

Cualquier clasificación que se realice de los problemas lleva implícita la finalidad del estudio en el que esté inmersa. En este caso, se utilizará la clasificación que realizan Luis Puig y Fernando Cerdán en su libro *Problemas aritméticos escolares* (Puig y Cerdán, 1988, p. 90-123):

Ellos mencionan dos tipos de problemas aritméticos elementales verbales (PAEV) dependiendo de si es necesario realizar una o más operaciones aritméticas para alcanzar la solución. En primer lugar hablan de problemas de una etapa que los dividen en: problemas de estructura aditiva (suma y resta) y problemas de estructura multiplicativa (multiplicación y división), los cuales requieren una única operación para dar con la solución del ejercicio. Los PAEV

de varias etapas pueden necesitar el uso de una combinación de varias operaciones aritméticas, o el uso de la misma operación varias veces. El estudio tratará con problemas de estructura multiplicativa y en concreto de dos tipos (Cantero *et al.*, 2003):

- Multiplicación como razón: dada una cantidad de determinada naturaleza (multiplicando) y el “número de veces” que se repite (multiplicador-Razón), se pregunta por la cantidad resultante (producto), que es de la misma naturaleza que el multiplicando.

Ej.: En una caja hay 150 gomas de borrar, ¿cuántas gomas habrá en 4 cajas como esa?

- Multiplicación como comparación: dada la cantidad de uno (multiplicando) y las veces que otro la tiene de más (multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando.

Ej.: Juan y Matías han ido a comprar comida para una fiesta. Matías ha pagado el doble que Juan. ¿Cuánto dinero ha tenido que pagar Matías si Juan pagó 23€ de la compra?

En este tipo de enunciados se pueden distinguir claramente dos partes: la parte informativa y la pregunta del problema. Existe una mayor o menor dificultad para separarlas, pero en un PAEV siempre son distinguibles. En este trabajo, el grueso de los problemas serán PAEV de una etapa y en concreto, problemas de estructura multiplicativa que se resuelven mediante una sola multiplicación, por ejemplo: *En un paquete de folios hay 500 hojas, ¿cuántas habrá en 7 paquetes como este?*. No obstante, también se utilizarán problemas con más de una pregunta que se sitúan dentro del apartado de varias etapas: *Marco tiene el doble de bolis que su primo Javier que tiene 4, y Anita tiene el triple de bolis que Javier. ¿Cuántos bolis tiene Marco? ¿Y Anita?*. En todos los casos se trata de problemas adaptados al currículo de matemáticas de cuarto curso de Educación Primaria.

Por otro lado, el hecho de que sólo sea necesaria una operación no significa que sean problemas más sencillos y propios de niveles bajos, pues hay problemas de una operación que resultan complicados por aparecer envueltos en un lenguaje muy elaborado o porque reflejan situaciones poco frecuentes. El análisis del enunciado verbal de un PAEV es importante. En él podemos encontrar palabras cuyo papel es clave para la elección de la operación, y otras, que no desempeñan papel alguno. Pongamos dos ejemplos:

- a. *Mi hermana tiene 9 pulseras. Si tiene 4 más que tú, ¿cuántas pulseras tienes tú?*
- b. *Tenía 13 tazos, jugando gané 2 más pero luego perdí 5. ¿Cuántos tazos me quedan?*

Aparentemente el problema b) parece ser más complicado por tener que realizar dos operaciones aritméticas, sin embargo, el problema a) es más difícil de comprender a pesar de tener que realizar una única operación para resolverlo. La dificultad viene dada en el enunciado porque la palabra “más” invita al lector a sumar, cuando lo correcto aquí es realizar una resta.

En Cuarto Curso de Educación Primaria se trabaja con ambos tipos de problemas y por tanto, el presente estudio intentará adaptarse al currículum establecido para la alumna en cuestión.

4.1.2. Fases de resolución de problemas

George Pólya (1945) en su obra *Cómo plantear y resolver problemas presentó lo siguiente*: un método de cuatro pasos para resolver problemas matemáticos y que actualmente, son los pasos que se utilizan en la mayoría de las escuelas. (Alonso, 2012)

- Comprender el problema

En este primer paso se trata de imaginar lo que dice el problema (lugares, datos ,etc.) . Para eso, hay que leer bien, replantear el problema con sus propias palabras, reconocer la información que proporciona, hacer gráficos, tablas o leerlo más de una vez si es necesario.

- Configurar un plan

En esta etapa se plantean las estrategias posibles para resolver el problema y seleccionar la más adecuada.

- Ejecución del plan

Una vez ha sido seleccionado el plan, se aplica y resuelve el problema.

- Examinar la solución obtenida.

Un problema no termina cuando se ha hallado la solución sino que después de resolver el problema, hay que revisar el proceso seguido, es decir, cerciorarse de si la solución es correcta y lógica para la situación planteada.

Martinez y Sánchez (2013) afirman que se sigue considerando que los alumnos y alumnas tienen que ir siguiendo estos pasos para resolver problemas. Sin embargo, esto no es posible si el alumno/a no ha adquirido las herramientas lógico-matemáticas necesarias para lo cual, el profesor interviene previamente dotándolo de esas herramientas que le permitan comprender y le capaciten para elaborar un plan. Para esto, Mayer y Newell y Simon ofrecen un planteamiento que agrupa las fases en dos momentos importantes: la que se corresponde con el proceso de comprensión (lo que incluye la capacidad de representarlo, ya sea dibujando, con objetos o en su mente) y la de resolución, donde se pone en marcha la elección del algoritmo y cálculo adecuados para la resolución.

Hay diferentes teorías que abordan la resolución de problemas matemáticos pero nos centraremos en la de George Polya para llevar a cabo esta investigación.

4.1.3. Dificultades en la resolución de problemas

“La resolución de problemas matemáticos es una tarea compleja que implica habilidades metacognitivas por parte del profesor y del alumno/a para lograr comprenderlos y solucionarlos, pero además requieren una enseñanza explícita de las estrategias” de forma que el alumnado sea capaz de resolver distintos problemas matemáticos en diferentes situaciones y contextos. (Inostroza, 2012, p.13-18)

Se ha de tener en cuenta que el material con el que se va a trabajar son los problemas en cuestión que serán la herramienta para descubrir cuáles son las dificultades que aparecen durante la resolución de los mismos. Estas dificultades quedarán clasificadas en tres grandes grupos: 1) comprensión del enunciado, 2) cálculo matemático y 3) interpretación de la tabla ABN y/o resultados.

1. Dificultades en la comprensión del enunciado. En este apartado se tendrán en cuenta las herramientas que tiene la estudiante para descifrar el enunciado del problema y llegar a la conclusión de cuál es la operación aritmética que ha de utilizar para resolverlo. Es decir, cuántas lecturas necesita para su comprensión, si hace o no dibujos, etc.
2. Dificultades en el cálculo matemático. Se observará el cálculo durante el rellenado de la tabla ABN: la colocación en columnas para el algoritmo de la suma, el cálculo mental con la unidad seguida de ceros, hechos numéricos adquiridos, descomposición de números, etc.
3. Dificultades en la interpretación de la tabla ABN y/o resultados. Aquí se observará de cerca cómo la estudiante va comentando los pasos que sigue para completar la tabla ABN y el significado que adquieren los números que va colocando en ella. Asimismo se comprobará si tiene dificultades a la hora de comprender el resultado obtenido en momentos donde sea incorrecto lo que ella anote.

4.2. Descripción del método ABN

El método ABN (Algoritmos Abiertos Basados en Números) es un método de cálculo escrito y mental que fue creado por Jaime Martínez Montero a raíz de que fue consciente de que los alumnos/as presentan dificultades en la resolución de problemas matemáticos. Podríamos decir que se trata del algoritmo clásico desarrollado y modificado de manera que los cálculos son rápidos y sencillos, dejando de lado la mecánica y todo lo sistemático que puede tener el método tradicional.

Este nuevo método (Martínez, 2000) rompe en muchos aspectos con el método tradicional de Cálculo Basado en Cifras (CBC) donde por ser cerrado sólo hay una única respuesta posible, y el aprendizaje de las operaciones es mecánico. Los alumnos/as no entienden los conceptos de suma, resta, multiplicación y división realmente. En el método ABN como metodología abierta y natural con la que los alumnos/as aprenden a su ritmo, con situaciones cercanas y materiales manipulables, se pretende que el alumno/a entienda y comprenda los pasos que va siguiendo, que no calcule mecánicamente, que desarrolle su capacidad intelectual y competencia matemática, que aplique las herramientas matemáticas en su día a día (Educación 3.0, 2016)

El método ABN tiene como objetivo mejorar el rendimiento matemático en cuanto a cálculo mental, operaciones y resolución de problema haciendo que de alguna forma el alumno/a se sienta cómodo y mantenga una actitud positiva en la metodología empleada. Nos situamos dentro del enfoque de la Enseñanza Matemática Realista (EMR), que viene a significar que la matemática en la escuela es una actividad humana, que se tiene que nutrir de la propia experiencia, que debe adaptarse a las características de los alumnos y que debe estar conectada con la vida y con las necesidades reales de los sujetos (Martínez, 2011). Los principios en los que se basa el método de Jaime Martínez Montero evidenciados por la EMR son los siguientes:

- Principio de igualdad: no hay un “gen” matemático que tengan unos alumnos/as y otros no. Es cierto que unas personas aprenden mejor

y/o más rápido que otras, pero con ayuda, todos pueden alcanzar una competencia matemática aceptable.

- Principio de la experiencia: no se puede suprimir la experiencia del aprendizaje, el alumno/a es el constructor activo de su propio aprendizaje. Las matemáticas son muy abstractas por eso es importante dar un sentido concreto con manipulación de objetos, imitando a compañeros y maestros o con aprendizaje verbal.
- Principio del empleo de los números completos: rompe con el método tradicional. Evitando trabajar con cifras el alumno/a opera, calcula y maneja números completos sin hacer divisiones que no tienen sentido para él.
- Principio de transparencia: Se muestran todos los pasos que se siguen, sin ocultar nada al alumno/a y dando significado a todo lo que se realiza, de forma que conoce en todo momento lo que está haciendo en el proceso de resolución.
- Principio de adaptación al ritmo individual de cada sujeto: La estructura del método ABN es muy flexible, cada sujeto puede realizar sus cálculos a un ritmo individual. Es irracional que todo el alumnado realice el cálculo del mismo modo y al mismo tiempo.
- Principio de aprendizaje y autocontrol: el alumno/a es consciente de los pasos que va siguiendo y tiene control sobre ellos, pudiendo agrupar o desdoblar los cálculos y mejorarlos a medida que los va haciendo.

Este nuevo modelo de aprendizaje fue implementado por primera vez en un centro de Cádiz en el curso 2008-2009 por Jaime Martínez Montero con el propósito de demostrar los resultados del método y la mejora de los alumnos/as en el área de Matemáticas (Benito Alonso, 2015).

4.2.1. Ventajas y desventajas del método ABN

El método ABN aún no está asentado en muchos lugares y hay distintas conclusiones relevantes que se han extraído de la evolución y práctica del alumnado en aquellos centros escolares en los que sí que se ha puesto en marcha esta forma de enseñar las matemáticas. (Martínez, 2000)

Según Jaime Martínez Montero (2010) una de estas conclusiones es muy general: *“la metodología de cálculo ABN supone un salto cualitativo en la cantidad y en la calidad de los logros matemáticos de los niños. Los niños aprenden más rápido y mejor”*. Pero hay otras que son más concretas como por ejemplo, que el método ABN mejora de manera espectacular la capacidad de estimación y el cálculo mental. Cada niño hace las operaciones según su propia capacidad. Al tratarse de algoritmos abiertos, cada uno los hace según sus posibilidades. No hay una única forma de resolverlos y se ofrecen muchos caminos para llegar a la solución. Ello hace que muchos de los niños y niñas que se quedarían descolgados con el método tradicional se queden enganchados en los nuevos algoritmos. Si al niño más lento o a la niña menos capaz no le exigimos que haga las cosas como el más veloz o como el más inteligente, les estamos facilitando que hagan bien la tarea.

Sumado a esto, un punto muy positivo es que se ha comprobado que con esta herramienta se mejora notablemente la resolución de problemas. Digamos que los algoritmos ABN facilitan esta tarea porque permiten integrar los datos que guarda el enunciado -y que suele ser el foco de muchos de los errores que comete el alumnado cuando realiza problemas- dentro de los cálculos. Esto, con la metodología tradicional, es sencillamente imposible.

Además, Martínez (2010) afirma que existe una mejora efectiva de la motivación y un cambio muy favorable en la actitud de los niños ante las matemáticas. Sin embargo, esto habría que corroborarlo haciendo investigaciones -como puede ser la que se presenta en este trabajo- donde se analicen las variables que intervienen en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje.

Las desventajas con las que cuenta el ABN no son del propio método, sino de otros factores: familias, sistema, metodologías tradicionales, etc. Por ejemplo la necesidad de dominar perfectamente la numeración y que no se consigue hasta llegar a Educación Primaria porque la metodología utilizada en Educación Infantil no la abarca al completo, o el hecho de que los padres de los alumnos y alumnas no apoyen este método por su desconocimiento, lo cual puede suponer un enfrentamiento con las familias y un retraso en el aprendizaje del ABN.

4.3. Método tradicional, CBC

Rosa M. Pi Gonzalez (2014), describe el método tradicional señalando que trabaja con una única metodología que se basa en la ejercitación de la memoria. Se presenta de la misma forma para todos y no permite los tanteos ni errores, sino que hay un único camino, imposibilitando que el alumno/a ejercite el autoaprendizaje y el autocontrol, dos de los principios básicos de la Enseñanza-Aprendizaje. Sin embargo, en la actualidad esta metodología es la empleada en la mayor parte de los centros educativos dando resultados positivos en el aprendizaje de las operaciones aritméticas. Pero, ¿ocurre lo mismo en la resolución de problemas y en la comprensión por tanto de enunciados? Veremos en este trabajo si el método ABN tiene mejores resultados, o no, en este aspecto de comprensión de enunciados.

Martínez (2011) señala que en la actualidad lo que abunda es la recomendación de un mayor protagonismo del cálculo mental, una adecuada ubicación de la calculadora y un mayor énfasis en las destrezas de estimación, incluyendo los problemas de iniciación al cálculo desde edades muy tempranas. Se pueden observar una serie de diferencias entre los dos métodos (Martinez, 2010):

Por un lado, el método tradicional o CBC se basa en la ejercitación de la memoria, en cambio, con el ABN el niño tantea, estima y utiliza diferentes

estrategias lógico-matemáticas para la resolución de operaciones y/o problemas.

Además, en el método ABN no se realizan operaciones fuera de contexto, sino que en todo momento las operaciones y cálculos tienen un por qué para el alumno/a que está haciéndolo. La metodología tradicional sí que hace uso de operaciones aisladas para practicar y aprender a resolver los diferentes algoritmos sin necesidad de contextualizarlos. Esto lleva a que a veces, el alumno/a no integra ni manipula conscientemente los datos de un problema sino que repite situaciones o realiza operaciones como las ha memorizado.

Ambas metodologías conviven hoy en los centros educativos, siendo el método tradicional el que más abunda en las aulas ya que el ABN es un tipo de enseñanza nuevo y se encuentra ahora en pleno desarrollo.

4.4. La multiplicación con ABN

El procedimiento que una persona ha de seguir para resolver una multiplicación a través del método ABN comienza con el aprendizaje de las tablas de multiplicar, lo cual comparte con la metodología tradicional.

Durante esta propuesta de intervención se trabajará con la multiplicación con una sola cifra en el multiplicador. Para resolver esta operación mediante ABN es necesaria una tabla con dos columnas: una, descomposición del multiplicando y otra, productos parciales. En la primera, colocaremos la descomposición en unidades del multiplicando; en los productos parciales, iremos colocando el resultado de multiplicar cada una de las unidades descompuestas por el multiplicador.

Los pasos a seguir para realizar una operación aritmética de este tipo son los siguientes:

1) Descomposición del multiplicando: $147 = 100 + 40 + 7$

2) Colocación de la descomposición en la columna izquierda de la tabla. Cada una de las unidades en una fila.

147	x3
multiplicando en unidades	productos parciales
100	
40	
7	

3) El multiplicador va operando con cada una de las unidades y el resultado se coloca en la columna de la derecha.

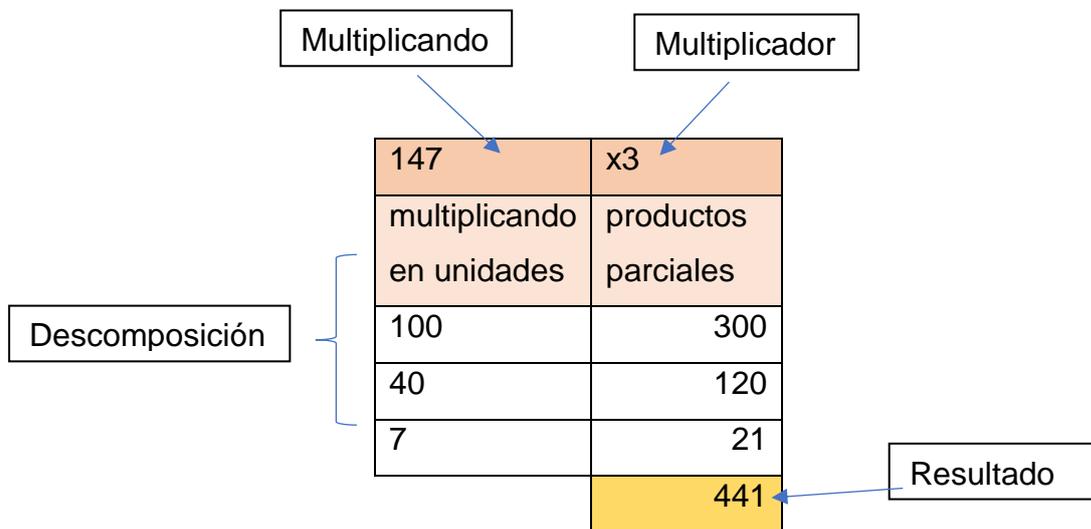
*En este paso se colocarán los productos parciales de cada fila como si se tratase del algoritmo de la suma del método clásico para facilitar el paso siguiente

147	x3
multiplicando en unidades	productos parciales
100 →	300
40 →	120
7 →	21

4) Se suman los productos parciales para obtener el resultado

147	x3	
multiplicando en unidades	productos parciales	
100		300
40	+	120
7		21
		441

Por tanto, el resultado final de la tabla que un alumno/a hubiera dibujado sería el siguiente:



5. Metodología de Investigación

5.1. Contexto

Nos encontramos en un centro educativo en la periferia de Santander, Cantabria, que cuenta con las etapas de Educación Infantil y Educación Primaria. En concreto, se sitúa en un barrio donde las familias que lo forman son de nivel socioeconómico medio-bajo, las cuales ofrecen una rica variedad de etnias que conviven en el mismo entorno y cuyos hijos acuden al centro.

5.2. Muestra

La investigación se realizará con una alumna de Cuarto Curso de Educación Primaria la cual no presenta déficit cognitivo de ningún tipo, sin embargo presenta ciertas carencias debido a que ha sido absentista los dos cursos anteriores y, por tanto, la base de conocimientos con los que cuenta es bastante pobre en todas las áreas.

En cuanto al horario semanal de la alumna en cuestión, compagina las horas lectivas dentro del aula con las dos horas que sale a trabajar con la especialista en Psicología Terapéutica (PT) y una hora con la especialista en Audición y Lenguaje (AL) del centro, que le ayudan a mejorar en lectoescritura y conceptos básicos de matemáticas, sobre todo sumas y restas. El resto de las horas lectivas semanales está en el aula junto al resto de la clase, aunque no hace la misma tarea que ellos. Tiene preparadas actividades diferentes, propias de Segundo y Tercer Curso de Educación Primaria que se adecúan al nivel cognitivo que presenta la alumna.

Respecto a la asignatura de matemáticas, la alumna está empezando a estudiar las tablas de multiplicar de las cuales ya domina las cinco primeras. Además, con la tutora ha realizado alguna multiplicación aislada, fuera de contexto y por números de una cifra en el multiplicador y de dos en el multiplicando. Ha trabajado también con problemas de sustracción y adición, sin embargo los problemas de multiplicar aún no los ha tratado.

En este caso, la utilización de maderas, palillos o cualquier otro objeto que facilite el conteo no es necesario puesto que la alumna ya ha dado ese salto de abstracción y es capaz de entender los enunciados representando los datos en su mente o simplemente realizando algún dibujo. Veremos si en la multiplicación con ABN lo necesita.

Su actitud en el aula es buena y muestra ganas de aprender lo cual hace que el proceso de Enseñanza-Aprendizaje sea positivo aunque cuando algo le resulta demasiado esfuerzo se frustra, llora y a veces deja de hacerlo.

5.3. Descripción de la propuesta de intervención

El presente trabajo es un estudio de tipo cualitativo cuyo objetivo final es -como se ha comentado anteriormente- conocer con qué dificultades se va encontrando la alumna al resolver problemas de multiplicación a través del método ABN. Ligado a esto, veremos si este método da resultados positivos en cuanto a la comprensión de enunciados matemáticos y en la realización del algoritmo de la multiplicación.

Antes de comenzar con la intervención programada, se realizó una sesión previa donde se trabajó con la alumna realizando multiplicaciones con ABN aisladas, sin contexto. La idea era enseñarle a dibujar la tabla ABN así como enseñarle los pasos que hay que seguir para resolver una multiplicación con este método. También realizamos algunos problemas previos a las sesiones, para afianzar el método ABN. Conseguido esto, que tan sólo fueron necesarias un par de sesiones en las que se realizaron alrededor de quince operaciones, y teniendo en cuenta que esta es la primera vez que la estudiante realiza problemas de multiplicar, se han realizado cuatro sesiones en las que se ha tratado de dar respuesta a las preguntas que rigen la investigación (ver apartado 2 “Presentación concreta del problema de investigación”, p. 5). A continuación se describirá brevemente lo trabajado en cada una de ellas:

- **Sesión 1-** Se comienza a trabajar la multiplicación con ABN en problemas de multiplicación-razón cuyos enunciados tienen un lenguaje sencillo. Se ha llevado a cabo a partir de cuatro problemas donde los enunciados variaban entre conceptos tangibles, como cajas, y no tangibles, como minutos, para poder ver si alguno le daba lugar a errores. También se han combinado los tamaños de los números de tres y cuatro cifras, de forma que se ha visto si la cantidad de cifras ha generado dificultades para la resolución del problema.

La sesión 1 se ha realizado con la idea de combinar objetos tangibles y no tangibles, además de combinar el tamaño de los números. De esta forma pueden verse los resultados obtenidos en los diferentes problemas y ver así, si alguno de estos aspectos genera dificultades.

Durante esta sesión se trabaja con la alumna, ayudándola en los razonamientos para comprender los problemas y orientándola en los pasos a seguir para la resolución de cada uno de ellos. En los momentos en que se queda bloqueada se razona con ella para que asimile y entienda los errores.

Ej.: *En una caja de “orbis” hay 155 bolitas de gel. ¿Cuántas habrá en 5 cajas?*

- **Sesión 2-** Los problemas trabajados aquí son de multiplicación como comparación. La sesión se compone de tan solo dos problemas con los que se trabaja el concepto de “doble”. Hay que señalar que previamente a trabajar con los problemas se le explica a la alumna lo que quiere decir ese concepto.

Se está al lado de la alumna en todo momento pero, a diferencia de la primera sesión, ahora se intenta que sea ella quien se dé cuenta de sus errores, que razone y explique los pasos que va siguiendo.

Ej.: *Mi padre tiene el doble de años que mi tío, si mi tío tiene 34 años, ¿Cuántos tiene mi padre?*

- **Sesión 3-** Se continúa con la multiplicación como comparación, esta vez con el concepto de “triple” trabajado en dos problemas. Hay que señalar que, como ocurrió con la sesión 2, previamente a trabajar con los problemas se le explica a la alumna lo que quiere decir el concepto de “triple”. Habiendo entendido bien el “doble”, este nuevo concepto no le supone mayor esfuerzo.

Ej.: *David tiene el triple de dinero que Karen, que tiene 23€. ¿Cuánto dinero tiene David?*

Tanto en la sesión 2 como en la 3, se trabaja al lado de la alumna, orientándola y ayudándola a razonar en momentos en los que se bloquea o no comprende el enunciado. En ambas sesiones se combinan el tamaño de los números, variando entre dos y cuatro cifras, para poder ver si el tamaño de los números causa errores durante la resolución de estos problemas de multiplicación comparación. Lo mismo ocurre con el tipo de objetos tangibles y no tangibles, que se trabajan uno de cada tipo en cada sesión.

- **Sesión 4- Test final.** Esta sesión se compone de cuatro ejercicios que la estudiante realiza sin ayuda de ningún tipo y que sirven para ver su avance y evolución respecto al método de cálculo ABN que ha aprendido. En ella, se combina todo lo trabajado, desde los tipos de problemas (razón y comparación), como los objetos tangibles y no tangibles y el tamaño de los números.

Aunque hace todo ella sola, se le pide que vaya explicando en voz alta los pasos que sigue de forma que se pudiera comprobar y tomar nota de que realmente entendía y era consciente de lo que iba haciendo.

En los momentos en que se ha bloqueado no se le ha indicado cómo seguir, tan solo alguna pista o llamada de atención cuando no estaba haciendo algo correctamente, por ejemplo en la descomposición de algún número ya que sabe hacerlo y que, sin embargo, si no está atenta comete errores.

Ej.: Mi padre tiene el triple de edad que yo y mi hermana el doble que yo. Si tengo 9 años ¿Cuántos años tiene mi padre? ¿Y mi hermana?

Además de esto, en momentos libres dentro del aula ordinaria se le ha pedido a la alumna que inventase algún problema dándole ciertas condiciones para hacerlo, por ejemplo, que haya que resolverlo hallando el doble o que tenga que tratar de objetos no tangibles.

Una vez se tengan los resultados de todas estas sesiones, podremos identificar cuál de los tres apartados de dificultades (comprensión de enunciado, cálculo o interpretación de la tabla ABN y del resultado) supone mayor conflicto para la estudiante, además de intentar que el método ABN ayude a minimizarlas lo más posible.

5.4. Instrumentos de recogida de datos

Para poder tomar nota de las dificultades con las que la alumna se iba encontrando se ha hecho uso de una tabla de registro, la cual se ha elaborado a partir del punto 4.1.3. "Dificultades en la resolución de problemas" de este trabajo. Aparecen distintos apartados en ella que se corresponden con los tres tipos de dificultades: comprensión, cálculo o interpretación, en donde se van anotando distintas observaciones al tiempo que la alumna realiza los problemas. De esta manera puede verse de forma más clara cuáles son los momentos en la resolución del problema en los que le surgen mayores dificultades y de qué tipo.

Para cada problema se utilizará una hoja de registro diferente (Anexos 1 a 12), cuyas anotaciones hacen referencia a las dificultades, mejorías, acciones y comentarios que tienen lugar durante el proceso de resolución de cada uno de los problemas. Una vez pasadas las cuatro sesiones y tras analizar las hojas, puede darse una visión más concreta y saber en cuál de los tres tipos de dificultades ocurren mayores errores en la resolución de problemas de multiplicar con el método ABN.

La hoja de registro utilizada es la siguiente:

HOJA DE REGISTRO.

Sesión:

Problema:

DIFICULTADES	
Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)	
Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)	
Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)	
Otras observaciones	

Además de esa recogida de datos con cada uno de los problemas, se realiza en la última sesión un test donde la alumna se enfrenta sin ayuda a la resolución de problemas de distintas características. Esto permite comprobar si finalmente el aprendizaje del ABN da su fruto en la comprensión de enunciados al trabajar con los datos de los problemas de forma consciente, al ir colocándolos en la tabla, así como que los cálculos y el resultado final sean los correctos. Se está cerca de ella observando cómo realiza cada problema, pero dejándola hacer.

También se tiene en cuenta aquellas situaciones en las que la propia alumna inventa y resuelve problemas de multiplicar dado que sirve para complementar a lo anterior y ver así, si es capaz de crear por ella misma problemas de este tipo y resolverlos mediante la tabla ABN para multiplicar.

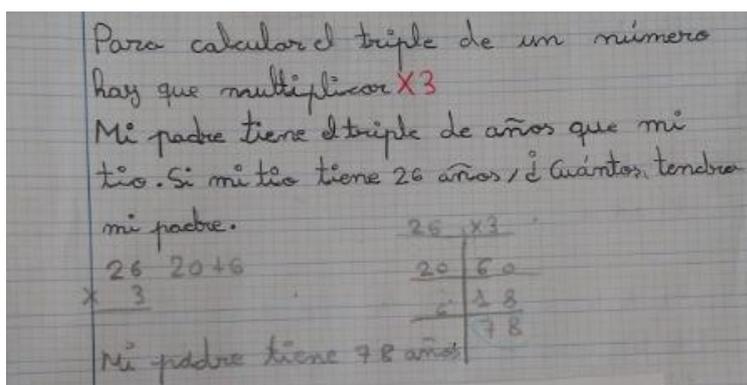


Figura 1. Problema inventado y resultado por la alumna

Los datos señalados en las hojas de registro quedan recogidos en una tabla realizada con el programa Excel. con la que vemos de forma más clara aquellos conceptos, datos u operaciones que le suponen una mayor dificultad a la estudiante. Esta realizada a partir de los tres grupos de dificultades de las que se habla a lo largo del trabajo: comprensión, cálculo e interpretación de la tabla ABN y resultado, sin embargo, se han añadido algunos conceptos más específicos de cada una de ellas que permitirán concretar aún más si las dificultades o los errores se dan en un grupo o, simplemente, en un apartado de uno de ellos. Por ejemplo, dentro del grupo “dificultades de cálculo” aparecen descomposición de números o el tamaño de los números.

6. Resultados detallados de los problemas de multiplicar

Una vez presentado el nuevo método de cálculo a la alumna se da paso a la propuesta de intervención.

Sesión I.

Problema 1. En una caja de "orbis" hay 155 bolitas de gel. ¿Cuántas habrá en 5 cajas?

The image shows a student's handwritten work on graph paper. At the top, the problem is written: "En una caja de 'orbis' hay 155 bolitas de gel. ¿Cuántos 'orbis' habrá en 5 cajas?". To the left, the number 155 is decomposed into 100 + 50 + 5. Below this, a simple multiplication is shown: 155 multiplied by 5. To the right, a vertical multiplication table is written: 155 multiplied by 5, with intermediate products 775, 7750, and 77500, and a final result of 775 circled in red. At the bottom, the student writes "R -> 775 orbis hay en total".

$$\begin{array}{r} 155 \times 5 \\ \hline 100 \ 500 \\ 50 \ 250 \\ 5 \ 25 \\ \hline 775 \end{array}$$

R -> 775 orbis hay en total

Figura 2. Problema 1, sesión I

En este primer problema la alumna no tuvo dificultades de ningún tipo, sino que lee el problema dos veces y lo entiende perfectamente. Se ayudó de los dedos para contar, simulando que cada dedo era una caja. Con la otra mano se fue tocando cada uno de los cinco dedos al tiempo que decía "155" cada vez que tocaba uno.

La descomposición del número que actúa de multiplicando fue buena y sin errores, así como el cálculo que la multiplicación por la tabla del 5 lo hizo sin fallos. Sin embargo, hay que señalar aquí que tuvo problemas al multiplicar por la unidad seguida de ceros y prefería operar con todas las cifras: 5×0 , 5×0 y 5×1 . Esto parece ser resultado del método tradicional (CBC). En ese momento intervine y le indiqué cómo tenía que hacerlo para que a partir de ahora el

cálculo mental estuviera presente en estas operaciones y los cálculos con los números completos, sin necesidad de dividirlos en cifras.

El rellenado de la tabla ABN no fue bueno, sabía dónde colocar los números y realizó bien el proceso, pero a la hora de indicar lo que iba haciendo en cada paso y por qué, no sabía explicarlo. Le ayudé en esta tarea y juntas fuimos descifrando poco a poco el problema, dando sentido a cada paso e integrando el enunciado en cada uno de los números que colocamos.

Problema 2. Yo tardo en lavarme los dientes por la noche 4 minutos, ¿cuántos minutos tardaré en 278 noches?

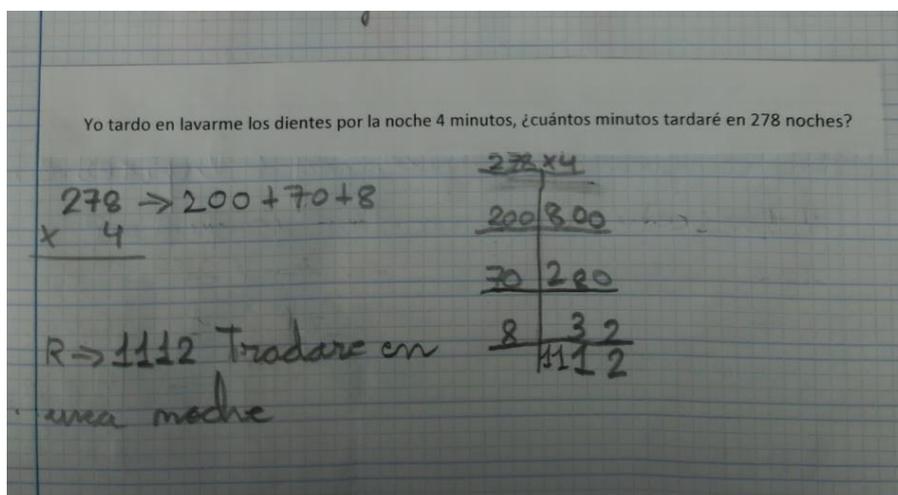


Figura 3. Problema 2, sesión II

El enunciado ya dio problemas de comprensión a la alumna debido al concepto no tangible de “minutos” que dijo “no sé hacer lo de las horas ni minutos ni nada de eso”. Le pregunté entonces que si yo tardo 4 minutos en lavarme los dientes una noche, cuánto tardaría en dos noches, y rápidamente obtuve la respuesta correcta, “ocho minutos” dijo. Entonces le cambió la cara y empezó a descomponer el 278 al tiempo que decía: “vale, voy a ver cuánto tardo en 200 noches, luego en 70 y luego en 8 y luego lo sumo todo y luego ya sé cuánto tardo”. Poco a poco fue llenando la tabla con buena interpretación de los datos y pasos que iba siguiendo. Sin embargo, el resultado no fue correcto.

Los cálculos comenzaban a separar en cifras los números cuando le dije que se acordara del cálculo mental y rápidamente lo hizo por la unidad seguida de ceros y sin errores. El único fallo fue que no tuvo en cuenta la colocación para después hacer la suma. Borró y lo hizo de nuevo.

Problema 3. *Pedro ha ido a comprarse un par de muebles para su cocina. Si cada mueble cuesta 1253€ ¿cuánto se gastará?*

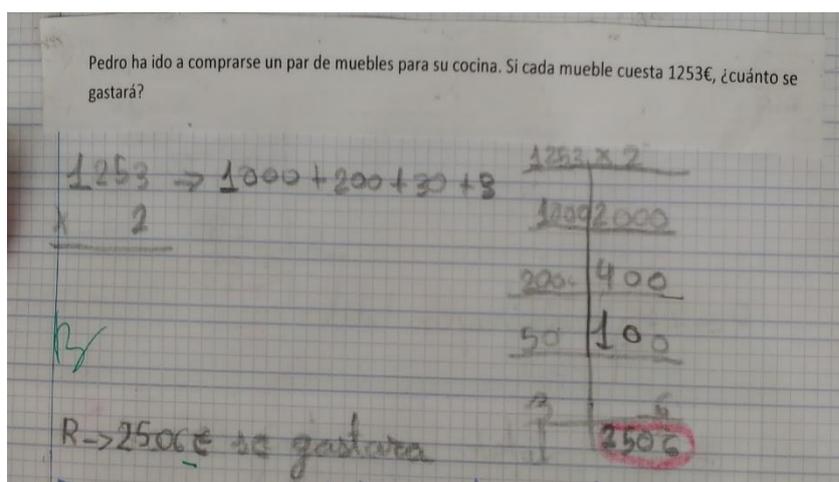


Figura 4. Problema 3, sesión 1

A pesar de que la comprensión del enunciado parecía ser buena, la expresión “un par de muebles” dio lugar a error en un primer momento, pues la alumna no sabía que hacía referencia a dos muebles. Resuelto esto, el problema fue entendido perfectamente.

Los cálculos dejaron mucho que desear, así como la colocación de los números. Tratándose de un número de cuatro cifras tuvo dificultades en el llenado de la tabla. El resultado fue correcto, sí, pero todo está amontonado y no hace una buena colocación para realizar la suma.

En cuanto a la interpretación de la tabla también le resultó difícil, pues se liaba entre euros y muebles. Comenzó diciendo “primero voy a ver cuanto valen

1000 muebles”, no intervino para ver si se daba cuenta, pero no, siguió hasta el final que al poner la respuesta señaló “¡A no, muebles no!, ¡jeuros!”

Problema 4. Los niños de 4ºB han contado las margaritas que hay en el jardín del cole. Hay 1348 flores. ¿Cuántas margaritas habrá en 3 jardines como el de nuestro cole?

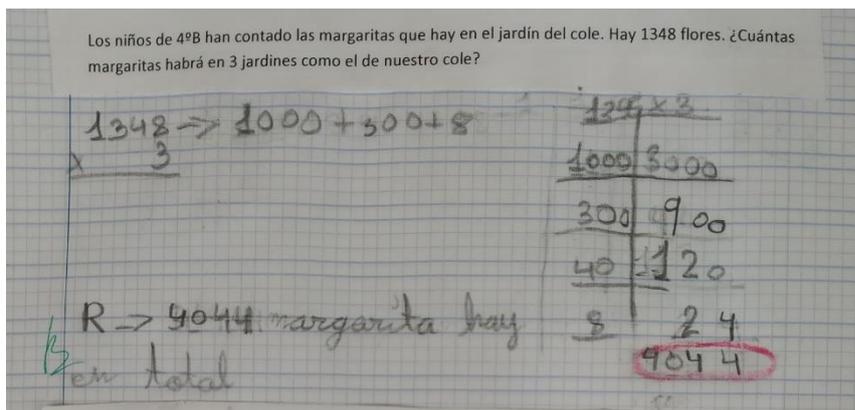


Figura 5. Problema 4, sesión I

Comenzó este problema con un par de lecturas del enunciado. Lo tenía claro. La descomposición no la hizo bien, pero en la tabla sí que lo descompuso correctamente por lo que considero que fue un error del que no se percató y que quizás puede omitir el paso de hacer la descomposición fuera de la tabla y hacerla directamente en ella (esto lo pienso porque ha hecho dos veces la descomposición del número, sino se hubiese dado cuenta de que en la primera le ha faltado el 40)

Volvemos al mismo error del problema anterior, la colocación de los números. Lo amontona todo, no coloca los números para la suma y eso hizo que se equivocara en la operación y tuviese que borrar. Aun así, los cálculos fueron buenos y ya, por fin, no hubo que recordarle que los cálculos eran mentales, sin necesidad de separar los números en cifras.

Sesión II.

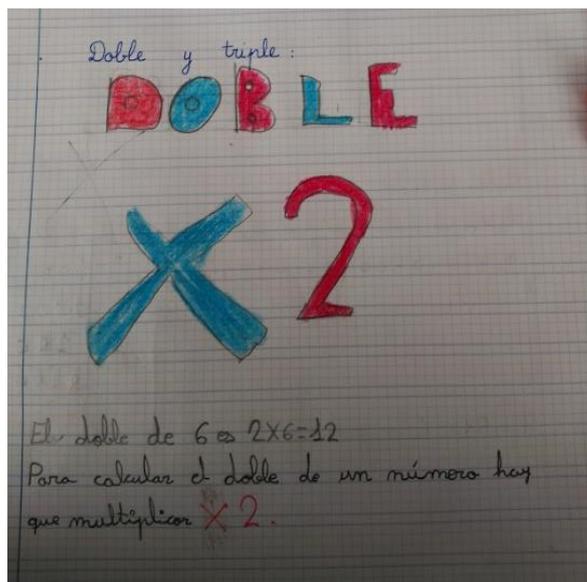


Figura 6. Concepto de doble

Problema 5. *Mi padre tiene el doble de años que mi tío, si mi tío tiene 34 años, ¿Cuántos tiene mi padre?*

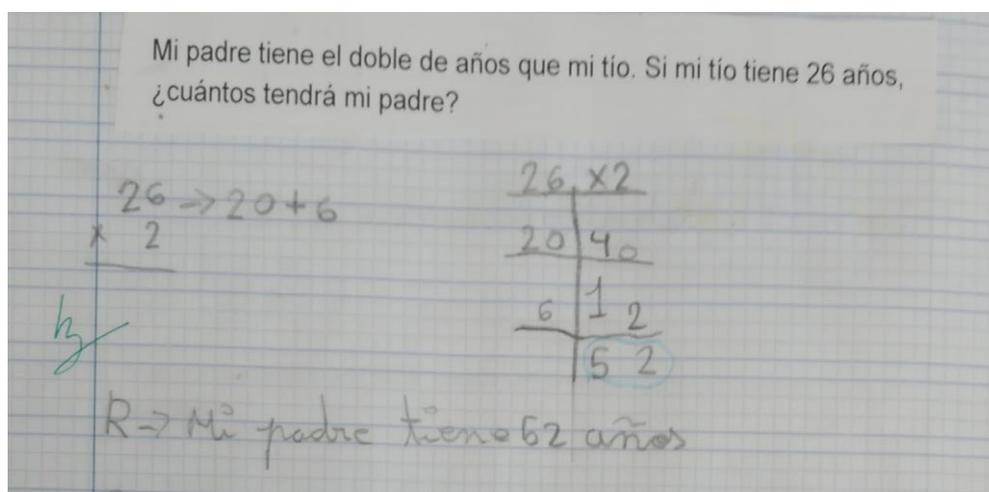


Figura 7. Problema 5, sesión II

La comprensión del enunciado del problema requirió tres lecturas, pues le costó ver quien tenía el doble de edad de quien, si el padre del tío o el tío del padre. Una vez lo entendió y conocía lo que tenía que hacer, descompuso el número y dibujó la tabla.

Los cálculos, tratándose de un número de dos cifras fueron buenos, rápidos y sin fallos. Por el contrario, la tabla supuso una dificultad por tratarse de edades y no de cosas u objetos que pudiésemos contar y tocar. No sabía a que hacía referencia el número 20, ni tampoco el 6. Así que intervine y la ayudé a razonar los pasos que había ido siguiendo para lo cual acabamos señalando que como el 26 lo hemos descompuesto en $20+6$, calcularíamos cuánto era el doble de cada parte y al sumarlo, obtendríamos el doble de 26.

Ella prefirió explicar la tabla diciendo que se imaginaba que tenía 20 años, entonces calcularía el doble de 20, después imaginaba que tiene 6 y calcularía su doble, pero como tenía 26, al sumarlo sabríamos el doble de 26. Era otra forma de explicarlo que si a ella le sirve para entender cada uno de los pasos, es válida para el propósito que buscamos.

El resultado del problema es correcto.

Problema 6. *Juan fue a comprar un coche deportivo que costaba 4950€ pero el vendedor le dijo que no, que ahora costaba el doble. ¿Cuánto tendrá que pagar Juan si compra el coche?*

Juan fue a comprar un coche deportivo que costaba 4.950€ pero el vendedor le dijo que no, que ahora costaba el doble. ¿Cuánto tendrá que pagar Juan si compra el coche?

Coche 4.950€
 Ahora el doble \rightarrow por da

$4.950 \rightarrow 4000 + 900 + 50$	4.950×2								
$\times \quad 2$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">4000</td> <td style="padding-left: 5px;">8000</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">900</td> <td style="padding-left: 5px;">1800</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">50</td> <td style="padding-left: 5px;">1000</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"></td> <td style="padding-left: 5px; border-top: 1px solid black;">9900</td> </tr> </table>	4000	8000	900	1800	50	1000		9900
4000	8000								
900	1800								
50	1000								
	9900								

R \rightarrow 9900€ se gastara

Figura 8. Problema 6, sesión II

Aunque largo, el enunciado no supuso ninguna dificultad para la estudiante que solo necesitó una lectura del mismo para comprender que tenía que calcular el doble. Incluso vemos que en este caso ha optado por apuntar los datos del problema antes de empezar a operar.

Tanto la descomposición como los cálculos y orden en la tabla, tratándose de un número de cuatro cifras, fue perfecta. No tuvo errores ni le supuso ninguna dificultad resolver este problema. Hay que señalar que el cálculo mental cada vez era mejor y más rápido.

La interpretación de la tabla también fue buena, fue analizando en voz alta cada paso que iba dando, aportando un significado claro a cada número que coloca en la tabla. En concreto le pedí que me contara lo que iba haciendo y dijo “voy a ver primero cuánto es el doble de 4000, luego veo el doble de 900 y luego de 50€. Y así cuando tenga todo, lo sumo y eso es lo que se gasta, que es el doble de 4950€”. El resultado también fue correcto aunque no se detuvo a mirarlo.

Sesión III.

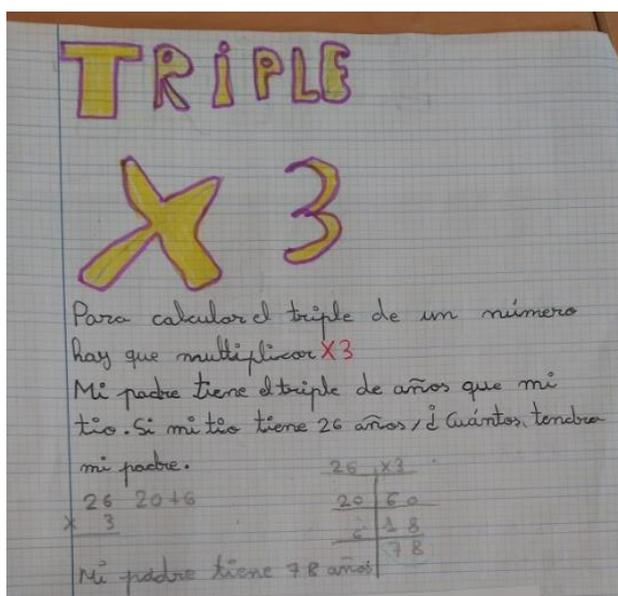


Figura 9. Concepto de triple

Problema 7. David tiene el triple de dinero que Karen, que tiene 23€. ¿Cuánto dinero tiene David?

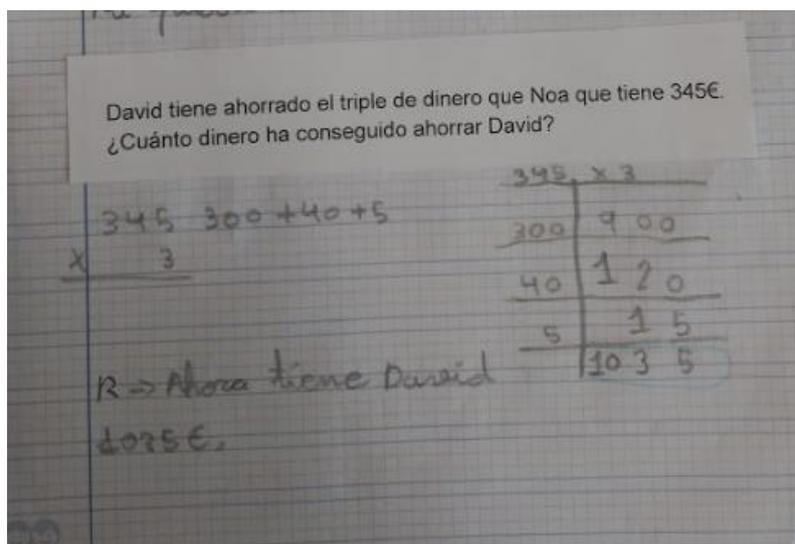


Figura 10. Problema 7, sesión III

Para mi sorpresa, este problema no tuvo complicación en el enunciado y al ser compañeros de clase los protagonistas lo realizó muy contenta. Consideré que le generaría duda saber quién tiene ahorrado el triple de quien, como ya le pasó en el problema número 5.

La descomposición ha sido sencilla y rápida. En este ejercicio no solía cometer errores, pues la descomposición de números es algo que ha trabajado mucho con la tutora.

En cuanto a la interpretación de la tabla al principio ha dudado en qué significaban cada uno de los números que escribía, pero finalmente ha sabido definir los pasos que iba siguiendo llegando a la conclusión de que la suma de todo lo calculado era el triple del dinero que tenía ahorrado David.

El resultado lo comprobó mirando que el dinero ahorrado de Noa era bastante menor el de David.

Problema 8. *Mi padre tiene el triple de edad que yo y mi hermana el doble que yo. Si tengo 9 años ¿Cuántos años tiene mi padre? ¿Y mi hermana?*

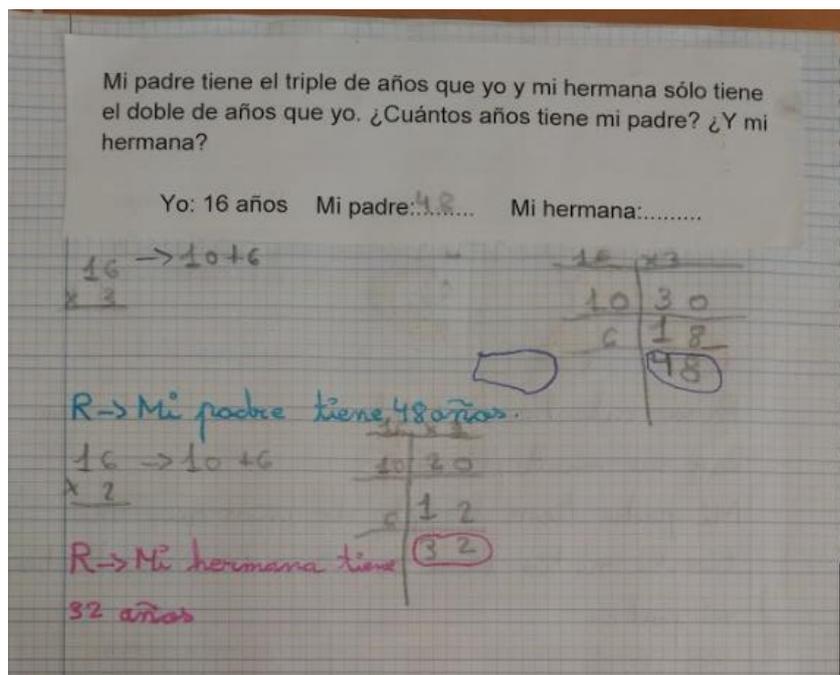


Figura 11. Problema 8, sesión III

El formato de este problema ya causaba pereza en la alumna que consideró que el enunciado era muy largo. Tras una primera leída no entiende que es lo que tiene que hacer el problema, el doble, el triple, no sabe. Le pido que lo lea de nuevo y una vez más. Bien, entonces le pregunto cuántos años tengo yo según el problema y, aunque tarda, responde correctamente “16 años”. Ahora le pido que vuelva a leer el problema pero solamente haciendo caso a la primera pregunta. Sí, lo comprende, ya sabe qué es lo que el problema le dice y cómo resolverlo.

En los cálculos se equivoca y decide empezar de nuevo con la tabla (por eso vemos una marca en color azul que no señala nada). Realiza las operaciones para dar ambas respuestas, todos ellos bien calculados y sin dificultades de ningún tipo.

La interpretación de la tabla con las edades no empezaba a ser del todo buena, al igual que le pasaba en el problema número 5, el cual le dije que echara un vistazo. Entonces sí, supo ir diciendo en voz alta los pasos que seguía para

rellenar la tabla con los datos y qué significado tenía cada uno de los números que en ella escribía.

Sesión IV.

Problema 9. *En una pecera hay 15 peces de color rojo, ¿cuántos peces rojos habrá en 4 peceras como esa?*

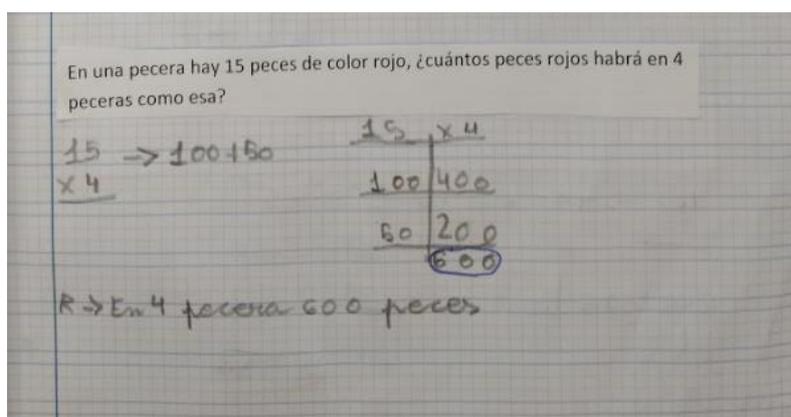


Figura 12. Problema 9, sesión IV

No hay mucho que decir acerca del procedimiento que sigue la alumna para resolver este problema. Parecía haberlo entendido con una sola lectura y los pasos que seguía eran los correctos. Me doy cuenta de que los enunciados que tratan de cajas o recipientes que guardan algo sobre lo que se pregunta los tiene sistematizados ya y sabe bien los pasos a seguir para resolverlos.

En cuanto a los cálculos, son buenos. Sin embargo, en la descomposición del multiplicando se equivoca y escribe “15 → 100+50”. Con esas cantidades, la tabla ABN la completa muy bien y sus comentarios son buenos, pero olvida comprobar el resultado, ni siquiera se extraña al escribirlo.

Problema 10. *Karen tiene el doble de lápices que yo y Moisés tiene el triple de lápices que Karen. ¿Cuántos lápices tiene Karen? ¿Y Moisés? ¿Quién tiene más lápices?*

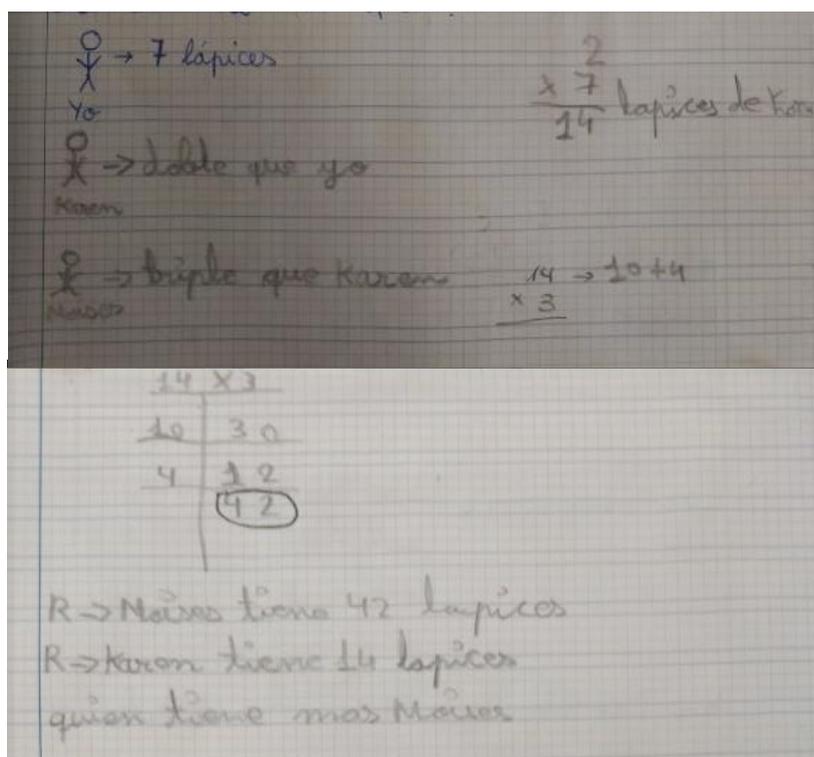


Figura 13. Problema 10, sesión IV

El problema que vemos es complejo por tener tres cuestiones a las que ha de dar respuesta la estudiante. Únicamente se le indica que lea bien el problema y que se fije en las preguntas. Lo lee en voz alta dos veces y se pone manos a la obra.

Lo primero que hace es apuntar los datos en la parte izquierda de la hoja, incluso hace un monigote con nombre para dejarlo más claro. A la derecha de los datos podemos ver una primera cuenta para la cual no hace uso de la tabla ABN sino que coloca los números uno debajo del otro y lo resuelve según el método tradicional (CBC). Ese podría ser un primer pensamiento. Sin embargo, puede pensarse también que la alumna ya ha interiorizado ciertos hechos numéricos y que es capaz de dar el resultado rápidamente, lo que significaría un avance muy positivo para ella.

Habiendo dado respuesta a la primera pregunta del problema, continúa con la segunda. Me sorprende mucho cómo va siguiendo los pasos. Está concentrada. Para hacer el triple sí que utiliza la tabla ABN, la cual rellena

correctamente y va indicando los pasos en voz alta. Acabada la tabla coloca los resultados de las dos primeras cuestiones.

Pero no acaba así, vuelve a hacer una lectura del problema para ver si ha respondido a todas las preguntas y se da cuenta de que la última quedaba sin responder. Finalmente resuelve el problema completo muy bien.

Problema 11. *Si Juanita tarda 5 minutos en desayunar, en 250 días tardará 1250 minutos. ¿Cuánto tardará en el triple de días?*

Este problema lo dejé en blanco porque decía que era muy difícil para ella. “No entiendo nada” fueron sus palabras.

Elegí este enunciado por su complejidad en cuanto a comprensión, pues por un lado la estudiante tiene que haber comprendido que los 1250 minutos resultan de multiplicar los minutos que tarda en desayunar por los días, en este caso por 250 días. Por otro, tiene que saber que lo que se le pide es calcular primero el triple de los días para así poder multiplicarlo por los minutos y dar respuesta al problema.

No le pedí que lo resolviera pues se trataba de que ella sola diese respuesta a los cuatro ejercicios, pero sí que lo hice con ella en otro momento para lo cual utilizamos la pizarra del aula y pude explicárselo paso a paso. Me di cuenta además de que este no fue un enunciado acertado para la última sesión ya que no habíamos realizado ninguno así de complejo antes, pero quizás con un poco de atención y esfuerzo hubiese podido hacer algo. Pude ver mientras se lo explicaba que el hecho de que hubiese un dato que no necesitaba para operar (1250 minutos) la desconcertó.

Problema 12. En el cole somos 426 alumnos. Si tenemos que traer 5€ cada uno para la excursión del viernes, ¿cuánto cuesta en total la excursión?

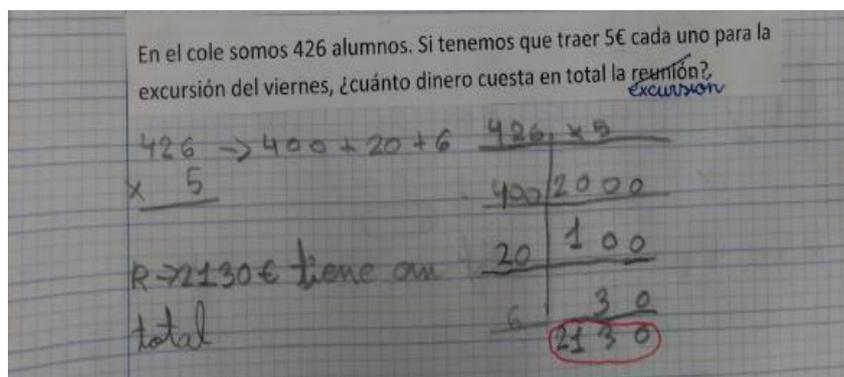


Figura 14. Problema 12, sesión IV

La parte de comprensión de este enunciado le resultó sencilla, de nuevo pude ver cómo colocaba sus dedos y decía en voz alta al tiempo que se tocaba cada uno “5 euros, 5 euros...”. La descomposición de este número de tres cifras la hizo bien y sin dudas.

En cuanto al cálculo mental ha avanzado mucho, antes se detenía a pensar para calcular con cada fila de la tabla (sobre todo porque no tenía las tablas aprendidas al cien por ciento) pero ahora lo hace con bastante rapidez. En este caso multiplica el 5 por la primera cifra y después coloca los ceros. También la colocación para la suma es buena.

En cuanto a la interpretación de la tabla no tiene dudas y mientras la completa va dando significado a los números que escribe: “primero cuánto dinero traen 400 alumnos, ahora cuánto van a traer 20 y ahora 6 alumnos. Y lo que me da es lo que van a traer 426 alumnos” Esas fueron sus palabras. Como no es de extrañar, se olvida de mirar si el resultado obtenido es lógico.

		D1			D2		D3			
Rasgos		Objetos tangibles/ no tangibles	incógnita	Tablas multiplicar	Tamaño números	Descomposición	Colocación	rellenado de tabla	Resultado	
Sesión 1	Problema 1	multiplicación razón.	T - B	B	B	B 3 cifras	B	B	M	B
	Problema 2	multiplicación razón.	NT - M	M	B	B 3 cifras	B	M	B	M
	Problema 3	multiplicación razón.	T - B	M	B	M 4 cifras	B	M	M	M
	Problema 4	multiplicación razón.	T - B	B	B	B 4 cifras	B	M	M	B
Sesión 2	Problema 5	multiplicación comparación. Doble	NT - M	M	B	B 2 cifras	B	B	M	B
	Problema 6	multiplicación comparación. Doble	T - B	B	B	B 4 cifras	B	B	B	B
Sesión 3	Problema 7	multiplicación comparación. Triple	T - B	B	B	B 3 cifras	B	B	B	B
	Problema 8	multiplicación comparación. Doble-Triple	NT - B	M *dos preguntas	B	B 2 cifras	B	B	B	M
Sesión 4	Problema 9	multiplicación razón	T - B	B	B	B 2 cifras	M	B	B	M
	Problema 10	multiplicación comparación doble	T - B	B *tres preguntas	B	B 2 cifras	B	B	B	B
"Test final"	Problema 11	multiplicación comparación triple	NT - M	M	-	-	-	-	-	-
	Problema 12	multiplicación razón	T - B	B	B	B 3 cifras	B	B	B	B

D1:	Dificultad en comprensión del lenguaje
D2:	Dificultad de cálculo
D3:	Dificultad en la interpretación de la tabla ABN y/o resultados

T= tangible	B= bien
NT= No tangible	M= no lo hace del todo bien

Tabla 1. Resultados obtenidos durante las cuatro sesiones ABN

Para analizar los datos obtenidos se sigue un método de investigación cualitativo, que se apoya en los comportamientos que la alumna va mostrando a la hora de resolver los distintos problemas que se le plantean. Lo importante de este método es que se analizan las distintas dificultades con las que se encuentra, si se repiten o no, y en cuál de los tres bloques (comprensión, cálculo o interpretación) aparece mayor número de errores.

Como se ve en la tabla 1, en la dificultad “comprensión del lenguaje” la alumna presenta una comprensión bastante buena de los enunciados, con tan solo tres errores o bloqueos de un total de doce que coinciden en problemas donde en el enunciado aparecen objetos no tangibles (NT).

En cuanto a la segunda parte de esta dificultad, la incógnita, que hace referencia a si comprende o no lo que tiene que resolver en el problema, qué es lo que le piden que haga, ha tenido más errores. De nuevo, la gran parte de ellos en problemas de objetos no tangibles (NT).

La “dificultad de cálculo” dividida en tres bloques: tablas de multiplicar, referido a si las operaciones son correctas, el tamaño de los números, su descomposición o la colocación para la suma, no son un problema para ella. Tan sólo encontramos errores en la primera sesión los cuales son de colocación y que se deben al aprendizaje del propio método ABN.

Por último, en la tercera dificultad “razonamiento en la interpretación de la tabla ABN y/o resultados” aparecen varios errores tanto en la columna de rellenado de tabla ABN como en la interpretación de resultados. Comentaremos que en la interpretación de la tabla solo aparecen errores en la primera sesión, lo cual podemos entender como algo normal por tratarse de un método nuevo para la alumna. La comprobación de resultados la pasa por alto a lo largo de las cuatro sesiones, independientemente del tipo de objetos del problema o el tamaño de los números.

Una vez analizada cada dificultad, vemos que a grandes rasgos el problema más claro se encuentra en el tipo de objetos o conceptos, si son tangibles o no.

Sin embargo, vemos también que eso únicamente influye en la comprensión del problema y que en el momento que lo entiende es capaz de seguir la resolución del mismo.

Hay que señalar que se aprecia un avance y mejoría a lo largo de las sesiones, a pesar de la diferencia de contenido entre ellas, la alumna parece haber entendido el procedimiento del método ABN y sus cálculos son buenos independientemente del tamaño de los números. No ocurre lo mismo con el tipo de objetos presentados en el enunciado siendo los NT los que le llevan al error.

Para acabar, es preciso señalar que el problema 11 no presenta datos completos y tan solo se hace mención a la “dificultad en comprensión de enunciados”. Tratándose de un problema del test final la alumna no cuenta con ayuda de ningún tipo y al no comprender el enunciado, no es capaz de ejecutar un plan y resolverlo. Vemos que el enunciado incluía objetos no tangibles y eso nos da pistas para conocer de dónde viene la dificultad del problema.

7. Conclusiones sobre el trabajo realizado

Con la finalización del Trabajo Fin de Grado y apoyándome en los objetivos de los que partía esta investigación, comento a continuación las conclusiones y reflexiones que de él han ido surgiendo.

En primer lugar, detallaré las conclusiones obtenidas gracias a los resultados y anotaciones extraídos de cada una de las sesiones y problemas con los que puedo dar respuesta a las siguientes cuestiones acerca del aprendizaje del nuevo método de cálculo ABN y las dificultades con las que se ha ido encontrando la alumna:

- ¿Depende del tamaño de los números en el enunciado?

Un rotundo “no” es la respuesta a esta pregunta. La alumna ha demostrado a lo

largo de las sesiones que la cantidad de cifras que tenga un número no supone una dificultad para entender el problema y resolverlo con el método ABN. Lo hemos visto en la descomposición de los diferentes números, en los cálculos dentro de la tabla ABN y en los resultados, y en ninguno de los casos la duda para realizar el problema ha venido dada por el tamaño de los números, sino más bien, por el lenguaje que los envolvía.

Los resultados recogidos son claros, en total en los once problemas realizados ha tenido un 9,09% de error en la descomposición de los números pero simplemente con una llamada de atención indicándole que algo no estaba correcto, se percataba del fallo rápidamente.

Quizás puede pensarse que cuantas más cifras, mayor es la dificultad. En cierto modo así es, con el método de cálculo tradicional lo es, ya que las operaciones requieren mucha más atención. En el caso de la multiplicación por dos cifras en el multiplicador por ejemplo, significa operar primero en vertical multiplicando cada una de las cifras del multiplicador por cada una de las del multiplicando, que se colocan debajo de una línea en horizontal creando dos nuevos números colocados en fila, uno debajo de otro. Y una vez hecho esto, se vuelve a operar en vertical sumándolos. La opción de equivocarse es bastante mayor en este método que en el ABN, que permite al alumno/a operar con mayor facilidad al tratarse de cifras seguidas de ceros. El hecho de que en el CBC existan las llevadas supone más esfuerzo y suele ser uno de los focos de errores en los alumnos, sobre todo cuando comienzan a multiplicar porque tienen que recordarlas. Por el contrario, en el ABN no aparecen las llevadas.

Tengo que señalar aquí, que aunque ha sido poco tiempo de trabajo con la alumna ha aprendido a multiplicar con ABN, cosa que dudo que hubiese ocurrido con el método tradicional por su complejidad y características cognitivas de la estudiante.

- ¿Depende del tipo de problema razón o comparación?

Para contestar a esta pregunta, es necesario atender a dos variables distintas, por un lado, si se entiende la incógnita del problema, es decir, si la estudiante

entiende qué es lo que tiene que resolver en el enunciado. Por otro lado, la interpretación de la tabla ABN dando significado a los números que en ella va colocando.

Comenzaré por la comprensión del problema. En el caso de los problemas de razón entiende correctamente cinco de los seis enunciados. Sin embargo, en los enunciados de comparación no comprende dos de seis enunciados. He de señalar que no es un dato significativo puesto que la diferencia es mínima, además de que uno de los problemas de comparación lo dejó sin hacer por su dificultad. Por tanto, veremos los resultados de la interpretación de la tabla ABN para intentar así llegar a una conclusión clara.

Los aciertos en la interpretación y significado de los números en los enunciados de los problemas de razón son de un 50%, y de un 80% en los problemas de comparación (omitiendo el problema número 11 que quedó sin resolver y que, por tanto, no hay datos).

Con todo esto delante, podemos afirmar que la comprensión en ambos tipos de enunciados es similar y que no existe una diferencia clara que nos indique si las dificultades de la estudiante vienen dadas por el tipo de problema. Pero haciendo mención al propio método ABN, se puede ver cómo en este caso los problemas de comparación se han realizado con mayor facilidad. La alumna veía más sencillo en éstos asignar un significado a los números y relacionar el enunciado con la propia tabla, que en los problemas de razón.

Concluimos por tanto, señalando que las dificultades que han ido apareciendo durante la resolución de los diferentes problemas tampoco se deben a un tipo de problema concreto, sino que depende de otros factores y variables.

- ¿Depende del tipo de “objetos” (tangibles o no tangibles) que aparecen en el enunciado?

Los enunciados de los problemas trabajados han tenido dos tipos de objetos o conceptos, tangibles y no tangibles. En concreto, se han realizado ocho problemas cuyos objetos eran tangibles como cajas, paquetes, dinero o peces;

y cuatro problemas con no tangibles como minutos o edades.

La diferencia entre los dos tipos de objetos dentro de esta variable sí que ha dado errores significativos (ver Tabla 1) y parece que el grueso de las dificultades tiene su origen en el tipo de objetos que aparecen en los enunciados. Así, ha conseguido un 100% de aciertos en aquellos donde aparecen objetos tangibles y sólo un 25% de aciertos en los no tangibles.

La literatura, las palabras utilizadas en los enunciados son claves en muchas ocasiones para comprenderlo y el no entendimiento de una de ellas puede hacer que el lector ignore qué es lo que tiene que hacer para resolver el problema. Con la alumna se dio en el concepto de “par” por ejemplo (véase problema 3, sesión I), que por no saber lo que quería decir no pudo resolver el problema.

Para finalizar e intentando llegar a una conclusión concreta del objetivo que tiene el estudio: conocer cuáles son las dificultades con las que se encuentra una estudiante de Cuarto Curso en la resolución de problemas de multiplicar a través del método ABN, diré que como se ha comprobado el origen de todas esas dificultades viene de la comprensión del problema, pues sin entender el enunciado no puede realizarse. Por su parte, una vez iniciado el proceso de resolución, el cálculo también es otro foco de dificultades y errores: saber las tablas de multiplicar, saber descomponer números independientemente de su tamaño o colocarlos adecuadamente para operar con ellos, son el tipo de dificultades que hemos visto durante las sesiones.

En lo que respecta al propio método de cálculo ABN puedo afirmar que ha sido muy útil para la enseñanza del algoritmo de la multiplicación así como para los problemas en cuestión. La facilidad del método ha permitido a la estudiante mejorar no solo en el cálculo, sino también en la comprensión de enunciados, ya que cada número colocado en la tabla ABN adquiere un significado concreto y hace referencia a la situación que se plantea en el problema permitiendo que los razonamientos sean más claros.

Es preciso comentar que el cálculo mental de la alumna, cuya mejora formaba

parte de los objetivos específicos de este trabajo, ha tenido unos resultados muy positivos a lo largo del mismo. Hemos comprobado que los cálculos cada vez eran más rápidos, las tablas de multiplicar no eran un problema y la unidad seguida de ceros tampoco (lo cual no sabía hacer al principio de las sesiones). Esto ha permitido a la estudiante rellenar las tablas ABN sin problemas derivados por el cálculo, de modo que las interpretaciones eran más claras, sin que fuera necesario dedicar un momento de bloqueo al cálculo mental.

Ya lo he comentado, pero si se hubiese tratado del método CBC o tradicional creo que no hubiese sido posible enseñar a la alumna a realizar ejercicios como los que se han llevado a cabo con solo tres sesiones; y mucho menos, haber podido realizar un test final donde ella se enfrenta a los distintos problemas sin ningún tipo de ayuda. En este caso consiguió un 75% de aciertos. El método CBC se centra en la memoria y la repetición de distintos procedimientos para la resolución de problemas, así como para la realización de los diferentes algoritmos. Sin embargo, el ABN ofrece al alumno/a la facilidad de tantear y estimar, de jugar con los números para llegar a un resultado. Los pasos para llegar a él serán diferentes en cada alumno/a. Además, el estudiante es consciente del significado de cada uno de los números que va colocando, que a diferencia del método tradicional, el ABN no los divide en cifras sin significado.

Así bien, para realizar esta misma investigación con el método tradicional sería necesario más tiempo que permitiese al estudiante memorizar los pasos a seguir para realizar el algoritmo de la multiplicación. Éste se compone de una serie de pasos donde se opera en vertical y horizontal y que genera dificultades en el alumnado, ya que supone un esfuerzo mayor que la tabla ABN.

8. Bibliografía y webgrafía

Alfaro Carvajal, C. y Barrantes Campos, H. (2008). *¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense.*

- Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. UNED. Año 3, N°4, pp. 83-98.
- Alonso, J. (2012). *El Método Pólya para resolver problemas matemáticos*. Vestigium. Cuaderno de Investigación en Lógica Computacional. Recuperado de: <http://www.glc.us.es/~jalonso/vestigium/el-metodo-de-polya-para-resolver-problemas/>
- Benito Alonso, M. (2015) *El método ABN. Algoritmos. Abiertos Basados en Números*. Facultad de educación Valladolid. (Trabajo Fin de Grado). Recuperado de: <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/14652/1/TFG-G%201429.pdf>
- Blanco Nieto, L. J. y Pino Ceballos, J. (2015) *La resolución de problemas de matemáticas en la formación inicial en profesores de Primaria. “¿Qué entendemos por problema de matemáticas?”* Universidad de Extremadura. Colección de manuales UEX-98. Cap. 5, p. 81.
- Educación 3.0 (2016). *Metodo ABN para matemáticas: cómo trabajar el cálculo y la numeración de forma diferente*. Recuperado de: <http://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/metodo-abn-como-trabajar-el-calculo-y-la-numeracion-de-forma-diferente/32132.html>
- Escalante Martínez, S.B. (2015). *Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos*. Universidad Rafael Landívar. Facultad de Humanidades. (Tesis de Grado). Carnet 21590-12, pp. 7-10.
- Inostroza, F. (2012). *Dificultades en la resolución de problemas matemáticos y su abordaje pedagógico. Un desafío pendiente para profesores y estudiantes*, p.13-18.
- Ley de Cantabria, Decreto 27/2014 de 5 de junio, en el artículo 8. BOC extraordinario, Núm. 29
- Martínez, J., (2000). *Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI*. Bilbao: CISSPraxis
- Martinez Montero, J. (2010). *Algoritmos ABN. El cálculo del futuro*. Clave XXI. Reflexiones y experiencias de educación. CEP Villamartín. ISSN: 1989-9564, N°2, pp. 1-7.
- Martinez, J. (2011). *El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados*

- basados en cifras (CBC)*. Bordón. Revista de Pedagogía, ISSN 0210-5934, ISSN-e 2340-6577. Vol. 63, N°4, pp. 95-110.
- Martinez Montero, J. y Sanchez Cortés, C. (2013). *Resolución de problemas y método ABN*. Educación Infantil y Primaria. Wolters Kluwer
- Pi Gonzalez, R.M. (2014). *El método ABN en primero de Primaria. Propuesta de intervención*. Universidad Internacional de La Rioja Facultad de Educación. (Trabajo Fin de Grado). Recuperado de: **<http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2274/Pi-Gonzalez.pdf?sequence=1>**
- Puig Espinosa, L. y Cerdán Pérez, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N°8.
- Real Academia Española de la Lengua (2017). *Problema*. Recuperado de: **<http://dle.rae.es/?id=UELp1NP>**
- Vila Corts, A. y Callejo de la Vega, M.L. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid, Narcea Ediciones.

9. Anexos

Anexo 1, problema 1

HOJA DE REGISTRO.	Sesión: I MULTIPLICACIÓN - RAZÓN	Problema: (1)
DIFICULTADES Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)	<ul style="list-style-type: none"> - Comprende bien el problema después de leer el enunciado un par de veces. - Se ayuda de los dedos para simular que son cajas. Coloca 5 dedos y al tiempo que se los toca va diciendo "155" en cada uno. 	
Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)	<ul style="list-style-type: none"> - Descomposición sin fallos y sin pensar mucho. - Tabla del 5. No tiene fallos - Unidad seguida de ceros → prefiere separar en cifras 5 x 100 	
Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)	<ul style="list-style-type: none"> - Coloca bien los números pero no es capaz de darles significado en la tabla ABN. 	
Otras observaciones	Objetos tangibles. <u>3 cifras</u>	

Anexo 2, problema 2

HOJA DE REGISTRO. Sesión: I. MULTIPLICACIÓN RATÓN Problema: ②

HOJA DE REGISTRO.	Sesión: I. MULTIPLICACIÓN RATÓN	Problema: ②
<p>DIFICULTADES</p> <p>Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)</p>	<p>El enunciado da lugar a error por el hecho de que aparece el concepto de "minutos", que le hace pensar en horas y segundos sin sentido. Lo lee más veces y no lo entiende. Intervengo → ¿cuanto tardaré en 2 noches?. Comprende</p>	
<p>Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)</p>	<p>- Cálculos buenos - Toge de atención para la unidad seguida de ceros. - Descomposición bien. - <u>No</u> cobra bien los números para la suma.</p>	
<p>Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)</p>	<p>- Tabla bien - Resultado no, no lo comprueba y escribe "1112" tardaré en una noche"</p>	
<p>Otras observaciones</p>	<p>Objetos no tangibles "minutos". <u>3 cifras</u> "no se hacer lo de las horas los minutos ni nada de eso"</p>	

Anexo 3, problema 3

Sesión: I. MULTIPLICACIÓN RÁPIDA Problema: 3

HOJA DE REGISTRO.

DIFICULTADES Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)	"un par de muebles" → no comprende. Le explico.
Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)	4 cifras → error en la descomposición y colocación para la suma.
Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)	- Interpretación no es buena → se lía entre dinero y muebles. "primero voy a ver cuanto cuestan 1000 muebles" ↓ Al final se da cuenta ella sola.
Otras observaciones	o lo amontona todo. o Objetos tangibles.

Anexo 4, problema 4

Sesión: I. MULTIPLICACIÓN RAZÓN Problema: 4

HOJA DE REGISTRO.

<p>DIFICULTADES</p> <p>Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)</p>	<p>Das lectoras y lo comprende</p>
<p>Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)</p>	<p>-Descomposición <u>NO</u> bien pero en la tabla si <u>¿Das descomposiciones?</u></p> <p>- Colocación de los números no es buena, lo amontara y eso hace que se espigone en el resultado.</p> <p>- Cálculo mental bien</p>
<p>Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)</p>	<p>- Rellenado con significado no es bueno</p> <p>- Si comprueba el resultado, parece lógico.</p>
<p>Otras observaciones</p>	<p><u>4 cifras</u> . Objetos tangibles .</p>

Anexo 5, problema 5

HOJA DE REGISTRO.	Sesión: II. MULTIPLICACIÓN - COMPARACIÓN DOBLE Problema: 5	
DIFICULTADES Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)	- Tres lectors para comprender quien tiene el doble de edad de quien, el tío o el padre.	
Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)	- Descomposición bien. - Cálculos buenos y rápidos. Sin fallos.	
Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)	- No sabe interpretar los números descompuestos → Intervengo "Imagino que tengo 20 años, después imagino que tiene 6 y luego calcula el doble de cada uno y lo suma todo" ↪ Ella prefiere pensarla así.	
Otras observaciones	Objetos no tangibles. <u>2 cifras</u>	

Anexo 6, problema 6

Problema: 6

Sesión: II. multiplicación-comparación.. DOBLE

HOJA DE REGISTRO.

DIFICULTADES	
<p>Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)</p>	<p>- Enunciado largo, lo comprende. - Anota los datos del problema.</p>
<p>Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)</p>	<p>- Descomposición, cálculo y colocación buenos. Ningún error. - Cálculo mental cada vez mejor.</p>
<p>Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)</p>	<p>- Interpretación de la tabla ABN buena, en voz alta. - Números con significado. - "voy a ver cuanto es el doble de 4000, luego de 900... y cuando tenga todo lo sumo y es el doble de 4950, lo que se gasta". Resultado no lo mira.</p>
Otras observaciones	<p>Objetos tangibles. <u>4 cifras</u></p>

Anexo 7, problema 7

Problema: 7

Sesión: III MULTIPLICACIÓN - COMPARACIÓN - TRIPLE

HOJA DE REGISTRO.

DIFICULTADES	
<p>Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)</p>	<p>- Comprende bien y sin problemas con quien tiene el triple de € de quien.</p>
<p>Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)</p>	<p>- Descomposición bien y rápida. - Cálculos buenos todos</p>
<p>Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)</p>	<p>Interpretación: duda al principio en el sdo. de los números pero luego bien. Entiende que la suma de todo es lo ahorrado de David. - Resultado 10 lo mira y comprueba que 10 ^{Noa} tiene menos dinero que David.</p>
<p>Otras observaciones</p>	<p>- Me sorprende que este problema le saliese a la primera y el ⑤ le costara, siendo parecidos en el contenido. - 3 <u>cifras</u> Objetos tangibles.</p>

Anexo 8, problema 8

HOJA DE REGISTRO.	Sesión: III. MULTIPLICACIÓN-COMPARACIÓN TRIPLE Problema: 8
<p>DIFICULTADES</p> <p>Comprensión de enunciados (lo entiendo a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)</p>	<p>- Intervengo para ayudarle a entender el problema. Vamos leyendo poco a poco, primero dando respuesta a una pregunta y luego a la otra.</p>
<p>Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)</p>	<p>- Se espavoca y empieza otra vez. - Operaciones bien hechas. - Cálculo mental bien.</p>
<p>Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)</p>	<p>- No empezó bien (la interpretación y sob. de los números en la tabla ABN) así que le pido que eche un vistazo al problema 5. Entonces sí supo explicar lo que iba haciendo. y el sob. de los números.</p>
<p>Otras observaciones</p>	<p>- Pereta - 2 preguntas. - 2 cifras objetos no tangibles.</p>

Anexo 9, problema 9

HOJA DE REGISTRO.	Sesión: <u>IV Test final.</u>	Problema: <u>9</u>
DIFICULTADES Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)	- "Pecara". Lo entiende muy bien y sabe resolverlo sin dificultades.	
Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)	- Cálculos muy buenos <u>Peso</u> descomposición mal: $15 = 100 + 50$ y con esto rellena la tabla.	
Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)	- No se extraña con esas cantidades y lo interpreta bien pero no comprueba el resultado, que no tiene sentido con los datos del enunciado.	
Otras observaciones	Objetos Tangibles <u>Dos cifras</u>	

Anexo 10, problema 10

Sesión: IV Test final Problema: 10

HOJA DE REGISTRO.

DIFICULTADES	
<p>Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)</p>	<p>- Dos lecturas. - Apunta los datos y dibujo - Responde primero a una y luego a otra pregunta. Paso a paso</p>
<p>Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)</p>	<p>- Algoritmo multiplicación $\begin{array}{r} 14 \rightarrow 10 + 4 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ y $\begin{array}{r} \times 7 \\ 14 \\ \hline \end{array}$ (ABN) (CBC) ¿Hecho numérico? o ¿combina ambos métodos?</p>
<p>Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)</p>	<p>- Interpreta bien el sob. de los números y comprueba el resultado de cada pregunta leyendo de nuevo el problema. y se da cuenta de que falta una respuesta. La hace bien.</p>
<p>Otras observaciones</p>	<p>3 preguntas / <u>2 cifras</u> / Objetos tangibles.</p>

Anexo 11, problema 11

HOJA DE REGISTRO.	Sesión: IV Test final	Problema: 11
<p>DIFICULTADES Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)</p>	<p>"No entiendo nada"</p>	
<p>Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)</p>	<p>X</p>	
<p>Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)</p>	<p>X</p>	
<p>Otras observaciones</p>	<p>Deja el problema sin hacer porque no lo entiende. Es un problema complejo por tener un dato que sobra para resolverlo y se además por tener que calcular el triple de los días para luego multiplicarlo por los minutos. Muy complejo y antes no hemos hecho otro igual.</p>	

Anexo 12, problema 12

HOJA DE REGISTRO.	Sesión: <u>IV Test final</u>	Problema: <u>12</u>
DIFICULTADES Comprensión de enunciados (lo entiende a la primera y sabe explicarlo, necesita leerlo varias veces, necesita hacer dibujos,...)	- Sencillo de comprender - Usa los dedos para comprender qué es lo que tiene que hacer para resolver el problema.	
Cálculos (tablas de multiplicar, cálculos rápidos, descomposición de números, cálculo mental con la unidad seguida de ceros,...)	- Cálculo mental muy bueno → tablas unidad seguida de ceros.	
Interpretación de la tabla de ABN (es capaz de ir contando oralmente los pasos que va siguiendo, rellena correctamente cada número en su lugar,...)	- Interpretación buena y sin dudas. Lo explica en alto dando sdo. a los números. - Resultado no lo comprueba.	
Otras observaciones	objetos tangibles / <u>3 cifras</u>	