



GRADO EN ECONOMÍA

2016-2017

TRABAJO FIN DE GRADO

LA TEORÍA DE DECISIÓN MULTICRITERIO

**THE THEORY OF MULTI-CRITERIA
DECISION MAKING**

Autor: **ÁLVARO ZUNZUNEGUI SUÁREZ**

Directora: **PATRICIA GÓMEZ GARCÍA**

Septiembre 2017

ÍNDICE

RESUMEN.....	4
ABSTRACT.....	5
1. INTRODUCCIÓN.....	6
2. REVISIÓN DE LITERATURA.....	7
2.1 CONTEXTO HISTÓRICO.....	7
2.1.1 CONSOLIDACIÓN DEL ACTUAL MODELO MULTICRITERIO	9
2.2 INTRODUCCIÓN DE LA TEORÍA DE DECISIÓN MULTICRITERIO EN LA GESTIÓN DE EMPRESAS.....	11
2.2.1 MULTIPLICIDAD DE OBJETIVOS EN LA EMPRESA.....	12
3. EL MODELO DE DECISIÓN MULTICRITERIO.....	14
3.1 FILOSOFÍA GENERAL.....	14
3.1.1 SUJETOS DEL PROCESO DE DECISIÓN.....	14
3.1.2 CONCEPTOS Y HERRAMIENTAS BÁSICOS.....	15
3.1.3 SOLUCIÓN.....	18
4 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN.....	20
4.1 PROGRAMACIÓN MULTIOBJETIVO.....	20
4.1.1 EJEMPLO.....	21
4.1.2 LA MATRIZ DE PAGOS.....	23
4.2 MÉTODO DE LAS RESTRICCIONES.....	25
4.3 MÉTODO DE LAS PONDERACIONES.....	27
4.4 PROGRAMACIÓN COMPROMISO.....	28
4.5 PROGRAMACIÓN POR METAS.....	30
4.5.1 PROGRAMACIÓN POR METAS PONDERADA.....	32
5 CONCLUSIÓN.....	33
6 BIBLIOGRAFÍA.....	34
7 ANEXO.....	36

ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS

TABLA 3.1.....	19
FIGURA 4.1.....	22
TABLA 4.2.....	22
FIGURA 4.3.....	23
TABLA 4.4.....	24
TABLA 4.5.....	26
TABLA 4.6.....	28
TABLA 4.7.....	30
TABLA 4.8.....	31
TABLA 4.9.....	33

RESUMEN

Este trabajo busca profundizar en la teoría de decisión multicriterio, es decir, analizar aquellas situaciones en las cuales los objetivos que se pretenden alcanzar se encuentran en situación de conflicto debido a que la toma de decisiones está condicionada por múltiples criterios de selección.

Este estudio comienza revisando las primeras referencias, trabajos y publicaciones sobre la teoría de decisión multicriterio, desde su concepción hasta su consolidación en el ámbito matemático y científico. Así como la posterior introducción de dicho ámbito en la gestión de empresas y su progresiva aceptación.

A continuación, se introducirán los conceptos y terminología característicos así como las herramientas matemáticas necesarias para comprender y desarrollar los distintos modelos empleados en la búsqueda de soluciones óptimas en el marco de la programación multicriterio. Y finalmente se analizarán los distintos métodos de optimización más comúnmente empleados en la programación multicriterio utilizados para resolver los diferentes programas lineales.

El estudio se centra principalmente en aplicar los métodos anteriormente mencionados, a un caso de gestión empresarial que toma como ejemplo una planta cementera dedicada a la producción de dos productos: clínker y cemento. Los objetivos de dicha planta serán maximizar el margen bruto así como minimizar la cantidad de combustibles alternativos necesarios para compensar la contaminación generada como efecto colateral. El tratar de optimizar más de un objetivo, unido al conjunto de restricciones al que está sujeta la empresa (fuerza laboral, límite de producción, etc.) es lo que permite introducir esta situación en el marco de la teoría de decisión multicriterio.

La aplicación de dichos métodos nos permitirá comparar los diferentes conjuntos de soluciones obtenidas, algunas aportando soluciones eficientes mientras que otras caracterizadas por incorporar las preferencias del decisor en forma de ponderaciones tratarán de acercarse los más posible a dichas soluciones.

Palabras Clave: Decisión, criterio, objetivo, optimización, restricciones, programación lineal.

ABSTRACT

This paper focuses on the study of the multi-criteria decision making theory, that is, to analyze those situations in which the goals that are intended to be achieved are in a situation of conflict because the decision making process is conditioned by multiple selection criteria.

The study begins by reviewing the first references, papers and publications on multi-criteria decision making theory, from its conception to its consolidation in the mathematical and scientific field. As well as the subsequent introduction of this subject in business management and its progressive acceptance.

The following part focuses on the characteristic concepts and terminology that will be introduced as well as the mathematical tools necessary to understand and develop the different models used in the search for optimal solutions in the framework of multi-criteria programming. Finally, we will analyze the different optimization methods most commonly used in multi-criteria programming that are used to solve a variety of linear programs.

The study focuses mainly on applying the aforementioned methods, to a management case that takes as an example a cement plant dedicated to the production of two products: clinker and cement. The objectives of this plant will be to maximize the gross margin as well as to minimize the amount of alternative fuels that must be produced to compensate for the pollution generated as a side effect. The fact that we are to maximize more than one objective, together with the set of restrictions to which the company is subject to (labor force, production limit, etc.) is what allows to introduce this situation within the framework of multi-criteria decision theory.

The application of these methods will allow us to compare the different sets of solutions obtained, some providing efficient solutions while others characterize by incorporating the preferences of the decision maker in the form of weights, which will provide approximations of the desired solutions

Key Words: Decision, criteria, goals, optimization, restrictions, linear programming

1. INTRODUCCIÓN

La toma de decisiones forma parte de la actividad cotidiana de cualquier individuo. Sin importar que estas obedezcan al ámbito personal o profesional, enfrentarse a situaciones en las que nos vemos obligados a elegir entre múltiples opciones es una parte crucial en nuestras vidas. Si bien en cada decisión a la que nos enfrentamos somos conscientes de los objetivos que pretendemos lograr así como de las consecuencias futuras desde el primer momento, existirán un gran número de situaciones en las que dichos objetivos se encuentren en conflicto.

Es por tanto, la búsqueda de la manera más eficiente de enfrentarse a dicho dilema el propósito principal de este trabajo. Se analizarán los principales métodos que sirven de apoyo para la toma de decisiones que vienen determinadas por múltiples variables o criterios de selección. Partiendo de un análisis de una situación de gestión empresarial, se lleva a cabo un desarrollo de los principales métodos de optimización en programación lineal multicriterio, los cuales constituyen las herramientas básicas para ayudarnos a dar con la mejor elección de entre todas las posibles.

Dicho análisis consistirá en primer lugar en determinar el criterio bajo el cual se desea elegir la mejor alternativa, para luego definir el conjunto de restricciones que limitan la solución del problema. A continuación, se expondrán una serie de métodos englobados en tres ramas principales: programación multiobjetivo, programación compromiso y programación por metas. Se generarán las conocidas como soluciones eficientes, aquellas que cumplirán el conjunto de restricciones del programa lineal específico para cada caso y que representen los mejores valores para los criterios establecidos.

El segundo propósito de este trabajo consiste en ahondar en los diferentes conceptos utilizados en el marco de la teoría de decisión multicriterio ya que si bien muchos de ellos son considerados de uso común (meta, objetivo, criterio, etc.) adquieren un nuevo significado al ser aplicados en el ámbito de la optimización para la búsqueda de soluciones. Asimismo, es de vital importancia para comprender el significado y el uso de dichos conceptos establecer un contexto histórico que ilustre el desarrollo del estudio sobre la teoría de decisión multicriterio desde los primeros trabajos en los años cincuenta hasta su consolidación en la década de los setenta, finalizando con un ensayo sobre la introducción definitiva de dicho ámbito en la gestión empresarial.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, la estructura del trabajo consta de tres capítulos, el primero referente a la revisión de literatura, el segundo al modelo propiamente dicho de decisión multicriterio y el tercero a los métodos de optimización para la búsqueda de soluciones.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

Antes de abordar el estudio de la teoría de decisión multicriterio, en esta sección procederemos a realizar una revisión de la literatura pertinente. En el apartado 2.1 se incluye el contexto histórico sobre los orígenes de la teoría de decisión multicriterio conformado por sus principales autores y trabajos en este campo. Mientras que en el apartado 2.2 se analizará más detenidamente una rama ligada a la anterior, como es la introducción de la decisión multicriterio a la gestión de empresas.

2.1. CONTEXTO HISTÓRICO SOBRE LOS ORÍGENES DE LA TEORÍA DE DECISIÓN MULTICRITERIO

El análisis de problemas de decisión con criterios múltiples constituye probablemente el área de desarrollo más activo en los últimos años en el campo de las ciencias de decisión, en el que destacan los ámbitos de investigación operativa y gestión de recursos principalmente.

Pese a su importancia actual, el mayor periodo de expansión de esta disciplina es relativamente cercano en el tiempo. Muestra de ello es el hecho de que en el año 1975 el 3.5 % de los trabajos presentados al Congreso de las Asociaciones Europeas de Investigación Operativa estaban dedicados a temas multicriterio, aumentando dicho porcentaje de manera considerable hasta un 14 % una década después (Vincke 1986, citado en Barba-Romero. S, 1967, p 34).

Pese a que los economistas de finales del siglo XIX y principios del XX son considerados como los precursores del análisis multicriterio, debe también tenerse en cuenta un antecedente más antiguo, el cual data de la reflexión política en la Francia del siglo XVIII, denominado como problema de la elección social¹, el cual fue expuesto y estudiado por el Marqués de Caritat de Condorcet (1785). Cabe destacar que este ejemplo se puede considerar también como la primera aplicación práctica de la teoría de decisión multicriterio ya que el estudio de Condorcet fue ampliamente debatido en el seno de la Academia de Ciencias durante los años 1784-85, pese a que finalmente se adoptó otro método simple² para la elección de sus nuevos miembros (Black 1958, citado en Parada Gutierrez, 2009, p 26).

Habría que esperar hasta poco antes del comienzo de la segunda guerra mundial para que diversos factores económicos y políticos converjan en teorías tales como la elección social, el voto y el análisis multicriterio, cuyos elementos básicos son comunes. Esta síntesis de las dos corrientes se efectuó en el marco general de la microeconomía y fue llevada a cabo por numerosos economistas como Hicks, Bergson y Samuelson, fundadores de la conocida como 'nueva economía del bienestar'.

Von Neumann-Morgenstern (citado en Parada Gutierrez, 2009, p 32) inició una discusión muy activa sobre la racionalidad de las decisiones individuales en un ambiente de incertidumbre. El trabajo de dicho autor, realizado desde una perspectiva microeconómica no fue tan decisivo en su contribución al desarrollo de la decisión multicriterio como la de otros matemáticos contemporáneos, aunque aportó una

¹ Dicho problema toma como ejemplo de estudio una situación en la que n electores deben escoger, cada uno de acuerdo a sus propios criterios o motivaciones, un único elegido de entre m candidatos, llegándose a la conclusión de que los candidatos habrán de utilizar algún tipo de procedimiento muy próximo al análisis multicriterio.

² El método de Borda (1733-1799), de carácter menos teórico que Condorcet, proponía otro método simple de elección social.

ilustración más realista de los axiomas utilizados para obtener una representación más simple de las preferencias de los individuos, algo que contribuyó a facilitar el desarrollo de modelos de resolución posteriores.

Más cercano a la decisión multicriterio es el problema de las elecciones de un grupo de agentes o elección social. En este campo es destacable la labor de la escuela americana que cuenta con el teorema de Arrow³ (1951) como uno de sus máximos exponentes.

Fue precisamente a comienzos de los años 50, cuando comenzó lo que podría considerarse como un proceso de “revolución científica” en el campo de las ciencias de decisión, que sería sucedido por un momento histórico durante el cual el modelo multicriterio pasó a ser completamente aceptado por la comunidad científica.

En lo referente al primer período, el trabajo de Koopmans (1951, citado en Romero, C, 1993) donde se desarrolla el concepto de vector eficiente o no-dominado en el cual se lleva a cabo una deducción de las condiciones que garantizan la existencia de soluciones eficientes en un problema multiobjetivo constituyen el punto de partida de la revolución multicriterio.

A partir de 1960, sin embargo, la decisión multicriterio se individualiza con su propia terminología y su problemática aplicada: el problema de seleccionar una alternativa en presencia de criterios múltiples.

Es especialmente relevante la década de 1960 a 1970, en la cual un cierto número de métodos que hoy en día están considerados como clásicos son propuestos. Destaca por su carácter crucial para el desarrollo del modelo multicriterio la programación por metas de Charnes y Cooper (citado en Guerras Martín. L.A, 1969) que aporta un concepto de solución en problemas multicriterio modelizados por medio de técnicas de programación lineal.

Durante el mismo período, son varios los investigadores que trabajaban en problemas multicriterio en el departamento de dirección científica de la SEMA, innovadora empresa francesa en el campo de las matemáticas aplicadas. Allí se desarrolla el concepto de relación de superación⁴ (Roy, 1968). Es también en la SEMA donde es propuesto el método interactivo POP (más tarde denominado STEP)⁵ para la programación lineal multiobjetivo.

En el año 1970 tuvo lugar en La Haya (Países Bajos), con motivo de la celebración del VII Congreso de Programación Matemática, el primer encuentro científico cuyo principal tema a tratar era el análisis multicriterio. Tuvo lugar en la misma, la introducción de un amplio panorama del estado del campo por Roy y los dos primeros métodos multicriterio interactivos: el POP anteriormente mencionado y el de Geoffrion (1972, citado en Romero. C, 1993).

³ El teorema de Arrow demuestra que, a partir de supuestos pausibles y de sentido común, no es posible construir un mapa de elección social a partir de preferencias individuales acerca del conjunto social sin impedir que algún individuo imponga sus preferencias a los demás (esto es, que se constituya en dictador) (Müller, A.E. 2000).

⁴ Este enfoque está basado en lo que Roy llama “*axioma fundamental de comparabilidad parcial*”. De acuerdo a este axioma se pueden modelar las preferencias mediante cuatro relaciones binarias: indiferencia, preferencia estricta, gran preferencia e incompatibilidad.

⁵ La bibliografía destaca en este campo los estudios de Benayoun y Tergny (1969).

Estas ideas pioneras presentadas por diversos investigadores, culminaron en la celebración de la I Conferencia Mundial sobre Toma de Decisiones Multicriterio (MCDM, por sus siglas en inglés), la cual fue organizada en 1972 en la Universidad de Columbia en Carolina del Sur por Cochrane y Zeleny (habiéndose ambos investigadores iniciado en el análisis multicriterio en la SEMA). Un posible indicativo del éxito de esta conferencia fue el hecho de que sus actas contengan la presentación de setenta trabajos.

No sólo son relevantes los avances en materia de investigación que fueron presentados, sino también las acciones que se llevaron a cabo, ya que en dicha conferencia se acordó constituir el Grupo Especial Interesado en Toma de Decisiones Multicriterio (*Special Interest Group on Multiple Criteria Decision Making*), que fue el precursor de la actual Sociedad Internacional de Toma de Decisiones Multicriterio⁶ (*International Society on Multiple Criteria Decision Making*).

Dichas sociedades se constituyeron con el principal objetivo de desarrollar, evaluar y aplicar diferentes metodologías para la resolución de problemas multicriterio así como para fomentar la interacción y la investigación en el campo científico del análisis multicriterio cooperando con otras organizaciones en el estudio de su mismo desarrollo desde una perspectiva cuantitativa. Cabe destacar su contribución al entorno académico permitiendo la colaboración entre universidades de Europa, Asia, África, Estados Unidos y América Latina así como el hecho de que contando con una comunidad de más de 2.000 miembros, este grupo haya organizado desde su creación 23 conferencias, habiéndose celebrado la última en Hamburgo en Agosto de 2015.

Es por lo tanto, tras el año 1972 cuando tiene lugar una verdadera expansión en el ámbito de la divulgación científica sobre temas multicriterio, estando presentes en prácticamente todas las publicaciones del campo de las ciencias de decisión, tanto artículos teóricos como aplicaciones prácticas. Finalmente, el indiscutible éxito y apoyo sociológico por parte de la comunidad científica al modelo multicriterio culminó con la aparición de una publicación dedicada exclusivamente a este tipo de temas, el *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*.

La progresiva consolidación de este campo contribuyó a la aceptación de dos contextos decisionales distintos: multicriterio y monocriterio.

2.1.1. Consolidación del actual modelo multicriterio

Fue precisamente la superación del paradigma o modelo monocriterio lo que supuso un mayor obstáculo a la hora de permitir una mayor expansión del enfoque multicriterio.

Cabe recordar que, pese a que el comienzo de la década de los setenta es considerada como clave en dicha expansión, no se debe olvidar que dicho proceso comenzó, como se ha mencionado anteriormente, de una manera mucho más gradual a lo largo de los años sesenta. El modelo dominante entonces era el de la investigación operativa clásica, el cual se proponía la búsqueda de un óptimo a partir de la maximización de una función económica. Lo cual supone, básicamente, adoptar un enfoque monocriterio. Roy (1987) describió este modelo como un paradigma que estaba principalmente inspirado en la física, habiendo sido también utilizado por economistas y que se encuentra presente en muchos ámbitos de las ciencias humanas, además de

⁶ Ver la página web de la Sociedad Internacional de Toma de Decisiones Multicriterio: <http://www.mcdmsociety.org>

predominar hoy en día en aplicaciones de ingeniería y en los programas de numerosas universidades.

El mismo Roy expresó en 1973 la necesidad de eliminar el criterio optimizador del modelo de gestión operativa⁷. La crítica de Roy se centra sobre tres puntos principales:

- La necesidad de un conocimiento total del conjunto de elección.
- Estabilidad, es decir, la razón por la cual la optimización es considerada como algo intangible
- La existencia de un orden completo definido sobre el mismo

No será hasta finales de los años setenta cuando comience a cuestionarse su validez, y se comience a considerar a la teoría de decisión monocriterio como un modelo superado por el nuevo enfoque multicriterio. A partir de entonces el enfoque monocriterio pasó a ser considerado como un caso particular de la teoría de decisión.

En Estados Unidos, durante los años 70, el debate en torno a la decisión multicriterio estuvo dominado por las discusiones sobre la actividad de las preferencias, cuya importancia ya había sido señalada en un primer momento por Leontief (1947), Debreu (1960) y Fishburn (1970)(citados en Romero. C, 1993). Los autores norteamericanos se dividen entre los partidarios de la teoría de utilidad aditiva⁸ y los pragmáticos, que se caracterizan por la utilización de diferentes métodos.

A partir de 1975, en Europa, las investigaciones adquieren cada vez un carácter más especializado. Como por ejemplo el estudio de las preferencias del individuo o el análisis multicriterio discreto, el cual se centraría en un conjunto de alternativas factibles finitas presentes en un número no muy elevado y que se conocen de manera explícita. Durante la misma época, se enuncian nuevos métodos, por ejemplo el de Vincke, o Steuer y Choo, (citados en Vitoriano. B, 2009) o se perfeccionan los ya existentes como es el caso de la programación por metas.

El elemento más relevante de los años 80 sería la introducción de la informática en el análisis multicriterio. Se encontró finalmente la manera de aplicar los métodos interactivos que habían sido propuestos en los años setenta y las posibilidades que la computación introdujo se convirtieron en un factor importante en el desarrollo de dichos métodos.

En el año 1985, los métodos multicriterio ya tenían difusión mundial y muchos países estaban ya representados. A las escuelas norteamericana y europea se sumó también la escuela del Pacífico.

Hoy en día la decisión multicriterio puede ser considerada como un campo de actividad en el que más allá de la teoría, las aplicaciones prácticas y la informática son elementos dominantes. Si bien es cierto que la investigación teórica sigue siendo una parte importante de la misma, pese a que suele estar más centrada en profundizar en los fundamentos. Las aplicaciones informáticas, a su vez, han ido perfeccionándose hasta

⁷ Los trabajos citan frecuentemente los estudios de Roy (1968,1976 y 1977).

⁸ Dicha teoría se centra en proporcionar una base formal para describir o prescribir elecciones entre alternativas cuyas consecuencias están caracterizadas por múltiples atributos relevantes (Keeney y Raiffa, citado en Barba-Romero. S, 1967).

nuestros días permitiendo no solo la mejora e introducción de nuevos métodos sino la aplicación de los mismos a contextos profesionales.

2.2. INTRODUCCIÓN DE LA TEORÍA DE DECISIÓN MULTICRITERIO EN LA GESTIÓN DE EMPRESAS

Un importante punto de inflexión en lo que a teoría de decisión multicriterio se refiere es el hecho de que la toma de decisiones no es entendida sólo como un problema humano. Este hecho nos permite por lo tanto, relacionar los aspectos generales de dicha teoría con otros ámbitos como por ejemplo la gestión de empresas.

Una noción importante a la hora de aplicar la teoría a este ámbito es la de adoptar una concepción sistemática de la empresa, mediante la cual se considera a la misma como un sistema constituido por un conjunto de elementos interrelacionados que persiguen un objetivo común según Bertalanffy (Citado en Howson. C, 2013).

La idea fundamental que aporta este concepto es el de la importancia de la interrelación entre los elementos de un sistema. Así, la empresa puede analizarse no sólo a través de sus elementos (empleados, recursos físicos, financieros, etc.), sino también, a través de las relaciones que se establecen entre ellos. La concepción de empresa como sistema supone, por lo tanto, una forma de entender las actividades de la misma y sus relaciones con el entorno. Este hecho permite que la introducción de nuevos instrumentos de gestión empresarial, como la decisión multicriterio, produzca resultados mucho más satisfactorios.

En la gestión de empresas, tanto la fijación de objetivos como la selección de medios implican, necesariamente, la toma de decisiones en la empresa. La adopción de decisiones hace necesario por lo tanto, un método en el que se llevan a cabo numerosos procesos de decisión, muchos de los cuales están interrelacionados entre sí cooperando hacia fines comunes. Dicho conjunto de procesos de decisión empresarial puede llegar a ser extremadamente complejo.

Simon (1982) se refiere a dicho conjunto de decisiones tomadas en la empresa como un proceso de decisión compuesto en el cual se considera que casi ninguna decisión tomada en una organización es tarea de un solo individuo.

Es de vital importancia, de cara a establecer el tipo de técnica a utilizar en los procesos de decisión, definir una clasificación sobre las decisiones en la empresa.

El propio Simon (1982) estableció una tipología que diferenciaba entre decisiones programadas y no programadas.

- Las decisiones programadas o estructuradas son aquellas que pueden aplicarse a problemas repetitivos o rutinarios que se presentan un gran número de veces a lo largo de la vida de la empresa. La determinación del nivel de producción para un cierto período o la formulación de un pedido de material cuando las existencias descienden por debajo de un cierto nivel son ejemplos de este tipo de decisiones.
- Por otro lado, las decisiones no programadas o no estructuradas consisten en aquellas que hay que tomar ante situaciones complejas, nuevas o no repetitivas, de modo que cada decisión es diferente a las demás, no pudiendo disponerse por lo tanto de reglas o procesos conocidos para tomar dichas decisiones. Una

fusión empresarial o el inicio de una nueva actividad diferente a la habitual pueden servir como ejemplo de este tipo de decisiones.

Por lo tanto, los tipos de técnicas utilizados para ambas categorías son considerablemente opuestos. En las decisiones programadas, por su propia naturaleza, se puede recurrir a modelos generalmente matemáticos que permiten una representación adecuada del problema sobre el que se trata de decidir. El modelo suele ser válido para las situaciones similares que se presenten a lo largo del tiempo, debiéndose incluir modificaciones para adaptarse a las circunstancias cambiantes.

Por el contrario, en las decisiones no programadas se hace necesaria la aplicación de métodos empíricos en lugar de matemáticos para llegar a la solución. Esto es debido a la novedad y complejidad de las mismas, distinguiendo entre técnicas tradicionales y modernas.

Otro de los elementos clave por el cual se hizo necesaria la introducción de la teoría de decisión multicriterio en la gestión empresarial radica en la forma en la que se establecen los objetivos en las empresas. Los objetivos representan un elemento fundamental en la organización empresarial, ya que constituyen un elemento muy útil tanto en la definición de estrategias de la empresa como en su posterior control. De alguna forma, podemos decir que los objetivos proporcionan un punto de referencia necesario para que la dirección de la empresa decida hacia dónde quiere ir.

En los planteamientos clásicos del estudio de la empresa se consideraba el beneficio como el objetivo empresarial por excelencia. Esta idea ha ido perdiendo peso con el paso de los años debido a la aparición tanto de nuevos modelos teóricos de comportamiento como a la introducción de nuevos métodos de gestión empresarial. Es por ello, que el planteamiento del beneficio como objetivo clásico presenta algunas limitaciones. En primer lugar el concepto mismo de beneficio, ya que este puede ser medido en valores absolutos monetarios o relativos. En este caso habría que preguntarse cuál es la magnitud de referencia para obtener una comparación. Por otro lado, la aparición en la empresa de otros objetivos empresariales no estrictamente ligados al concepto de beneficio, hecho que reduce el protagonismo de éste en las estrategias empresariales.

2.2.1. Multiplicidad de objetivos y criterios en la empresa

En este sentido, la evolución de las empresas hacia el modelo de gran corporación ha producido una situación en la que la propiedad y la dirección de la empresa han quedado separadas, dando lugar a una situación en la que se plantean múltiples objetivos por ambas partes. La dirección de la empresa, haciendo uso de su considerable capacidad de decisión, tiende a aproximar los objetivos de la misma hacia los suyos propios, lo que hace que los recursos de la misma se centren por lo general más en potenciar el crecimiento. Sin embargo, no sólo los directivos tienen capacidad de influir en la fijación de los objetivos generales. Otros grupos sociales también disponen, en mayor o menor medida, de dicha capacidad. Los trabajadores, por ejemplo, disponen de mecanismos importantes (huelga, sindicalización, etc.) para aproximar los objetivos empresariales hacia sus propios intereses.

En este contexto, los objetivos generales de la empresa se formulan a partir de una negociación entre las distintas partes económicas y sociales que en ella participan. Como consecuencia, se alcanza una situación de equilibrio cuando los objetivos empresariales integran, en la medida de lo posible, los de los grupos participantes.

Es por todo ello que podemos considerar el proceso de fijación de objetivos en la empresa, como una pirámide en la que los objetivos más generales se van desglosando en otros más específicos.

En cuanto a la clasificación de dichos objetivos, han sido diversas las propuestas presentadas por numerosos autores. Una de las clasificaciones más completas es la realizada por Ansoff (Citado en Ramos. A, 1993)), en la que distingue entre objetivos económicos, sociales y responsabilidades y restricciones.

- Los objetivos económicos buscan optimizar la eficiencia del proceso de transformación de recursos de la empresa, pudiendo clasificarse a su vez en objetivos a largo plazo, corto plazo y de flexibilidad, es decir, aquellos más concretos o precisos.
- Los objetivos sociales, tratan de dar respuesta a las aspiraciones de los miembros de la empresa y pueden tener motivaciones económicas o no económicas (fondos de pensiones, jornada laboral, convenios, etc.).
- Las responsabilidades y restricciones hacen referencia a las obligaciones autoimpuestas por la propia empresa con motivo de acciones sociales (fundaciones, apoyo a la cultura, etc.), mientras que las segundas obedecen a las condiciones que el sistema político-social impone a las empresas, limitando su capacidad de decisión (salario mínimo, jornada laboral, legislación, etc.).

Una vez que se ha establecido la existencia de múltiples objetivos en la gestión empresarial, se debe analizar el hecho de que para todos y cada uno de esos objetivos existen diversos criterios que condicionan el proceso de toma de decisiones. Siendo dichos criterios utilizados para evaluar las distintas alternativas disponibles.

Como ejemplo, en la gestión de empresas, una decisión sujeta a múltiples criterios sería decidir la localización de una nueva planta de producción. En esta decisión se pueden tener en cuenta criterios tales como el mercado al cual se quiere atender, la facilidad de comunicación con dicho mercado, el coste del terreno, disponibilidad de mano de obra, ventajas fiscales de la zona geográfica, etc.

La multiplicidad de criterios, por lo tanto, ha de ser tenida en cuenta. Sólo en pocas situaciones alguno de los criterios se convierte en fundamental y determina la elección. Riggs (Citado en Guerras Martin. L.A, 1969) recoge este pensamiento cuando afirma que “raramente existe una situación en la que sea suficiente afirmar que el objetivo es reducir costes; la reducción de costes puede estar sujeta a un gasto máximo, o a un límite de tiempo o a otros factores. Estos factores son también criterios objetivos”.

Una vez que se acepta la existencia simultánea de varios criterios en la mayor parte de las decisiones que deben adoptarse, existen dos maneras diferenciadas de afrontar la situación:

- La primera consiste en tratar de reducir, en la medida de lo posible, los diferentes criterios presentes en las decisiones que deben adoptarse, mediante alguna forma de valoración, generalmente en términos de beneficio o de coste.
- Una segunda alternativa consistiría en afrontar el problema sobre el que se trata de decidir con la consideración simultánea de varios criterios.

En el caso de la gestión empresarial, la primera solución plantea varios problemas en el sentido de que resulta prácticamente imposible englobar en una sola función todos los criterios presentes desde los diversos ámbitos de la empresa.

Zeleny (Citado en Romero. C, 1993) apuntaba que “no hay toma de decisión si no se tienen presentes al menos dos criterios. Si solamente existe un criterio, basta con una mera medición y búsqueda para adoptar una decisión”. Esta reflexión recoge lo expuesto anteriormente sobre la multiplicidad de criterios derivados del gran número de objetivos fijados por las empresas en su actividad, cualquiera que ésta sea. Es por lo tanto esta cadena de consecuencias lo que ha hecho de la teoría de decisión multicriterio un elemento inherente de la actividad empresarial.

3. EL MODELO DE DECISIÓN MULTICRITERIO

Con el fin de profundizar en mayor medida en el estudio de la teoría de decisión multicriterio, a continuación se lleva a cabo una exposición de los conceptos y terminología empleados en la misma y necesarios para su comprensión, que serán empleados más adelante en lo concerniente a los métodos de optimización.

3.1. FILOSOFÍA GENERAL

El hecho de que la teoría de decisión multicriterio se extienda a distintos ámbitos, afecta no sólo a los contenidos y desarrollos de la misma sino también a los conceptos y terminología utilizados. Ello ha dado lugar a que se haya creado una terminología específica con el fin de definir nuevos conceptos que, sin serlo, adquieren un nuevo significado cuando se aplican a dicho área de estudio.

El conjunto de conceptos expuestos a continuación atiende a una clasificación en tres categorías principales: sujetos que participan en el proceso de toma de decisiones, objetivos y términos relacionados y, finalmente, alternativas y soluciones.

3.1.1. Sujetos del proceso de decisión

Los sujetos más relevantes que participan en el proceso de decisión son el decisor y el analista.

a) Decisor

En lo que a la definición de decisor se refiere, ésta puede ser más compleja de lo que parece. Sin embargo y para los aspectos que proponemos destacar, puede ser suficiente la propuesta por Chankong y Haimés (citado en Romero. C, 1993). Para estos autores, el decisor es “un individuo o grupo de individuos que directa o indirectamente proporciona el juicio de valor final que puede ser usado para jerarquizar las alternativas posibles con el fin de escoger la mejor elección”.

De esta definición se pueden destacar algunas ideas importantes. En primer lugar, aunque el término “decisor” se utilice habitualmente en singular, no está restringido a la identificación de un solo individuo. El decisor puede ser considerado como un grupo de individuos que actúan colectivamente, es decir, es el grupo como institución el que adquiere el papel de decisor. De este modo, quedan diferenciadas las situaciones de decisión con un único decisor (sea éste un individuo o un grupo) de aquéllas con múltiples decisores. Este último caso puede plantear situaciones específicas como la resolución de conflictos entre los posibles decisores acerca de la propia decisión.

El segundo aspecto que debe ser destacado en dicha definición hace referencia al papel a desempeñar por el decisor en el proceso de toma de decisiones. Dicho papel es el de decidir. Pese a que esta afirmación pueda parecer obvia en un primer momento, su importancia es crucial ya que implica que el decisor formula los juicios de valor necesarios para conocer la alternativa más adecuada. Por lo tanto, la alternativa que se seguirá dependerá de la información que el decisor haya aportado al proceso. Esta información, en forma de juicios de valor, es principalmente subjetiva y obedece a la estructura de preferencias que el decisor tiene.

Cabe destacar el aspecto subjetivo de la toma de decisiones, ya que ante una misma situación de decisión, dos decisores pueden seguir cursos de acción totalmente diferentes. Por todo ello, en la teoría de decisión multicriterio, la búsqueda de soluciones siempre se llevará a cabo atendiendo a la previamente mencionada estructura de preferencias del decisor, dado el papel protagonista que le corresponde en este caso.

b) Analista

El otro sujeto que participa en el proceso de decisión es el analista. La figura del analista puede pasar a veces desapercibida, pese a su importancia en el proceso de toma de decisiones. Su aportación al mismo es esencialmente de carácter técnico, analizando el problema y ayudando al decisor a elegir una alternativa.

Al contrario que en el caso del decisor, el papel del analista en la toma de decisiones se caracteriza por su objetividad. Proporcionando información al decisor acerca de la estructura del problema sobre el que trata de decidir. Del mismo modo, traslada la información subjetiva aportada por el decisor al modelo, con el fin de modelizar la situación concreta objeto de estudio, y en última instancia hacer las recomendaciones relativas a la selección final.

Los papeles desempeñados por el decisor y el analista en el proceso de toma de decisiones son totalmente complementarios y fundamentales. Lo que significa que nunca podrán intercambiarse. Es necesario establecer dicha delimitación con el fin de que la responsabilidad de cada decisión recaiga en el decisor y no en el analista.

La relación entre ambos sujetos se establece en el marco de un proceso de toma de decisiones que varía en términos de los flujos de información y su sentido, definiendo así las estrategias que permiten la utilización de técnicas diferentes para resolver el problema.

Hoy en día, es frecuente el hecho de que el sujeto intente reemplazar al analista por un programa informático. La interacción entre dicho programa y el decisor permite a éste último suministrar los datos que, una vez en el programa, son procesados con el fin de facilitar la toma de decisión. Esta nueva situación, sin embargo, provoca que recaiga sobre el decisor todo el peso del análisis, al ser los programas informáticos capaces de ofrecer un único modelo predefinido. La labor del ordenador consiste pues en ofrecer un soporte para la modelización, la memorización y la reflexión.

3.1.2. Conceptos y herramientas básicos

Los términos que seguramente se repiten con mayor frecuencia en toda la literatura sobre teoría de decisión multicriterio son aquellos que tratamos de precisar adecuadamente en este apartado. Es necesaria por tanto la delimitación conceptual no

sólo de los términos más específicos sino también de aquellos de carácter más general, dado que constituirán conceptos clave en desarrollos posteriores.

a) *Conjunto de elección*

En primer lugar, el conjunto de elección está comprendido por el conjunto finito de alternativas disponibles para el decisor. En cada situación concreta, dichas alternativas serán proyectos, ofertas, ubicaciones, etc., entre los que habrá que elegir. Las alternativas serán siempre consideradas como diferentes, excluyentes y exhaustivas. Estas hipótesis implican que el decisor no pueda escoger una solución mixta, es decir, intermedia entre dos alternativas. Se le prohíbe también escoger una alternativa que no pertenezca al conjunto de elección de estudio y por último, en caso de que se introduzca una alternativa no perteneciente a dicho conjunto, será necesario recomenzar el análisis con el nuevo conjunto de elección constituido.

b) *Atributos*

El término “atributo” en la teoría de decisión multicriterio hace referencia a las características que describen cada una de las alternativas disponibles en una situación de decisión. Dicho concepto fue definido en el marco del análisis multicriterio por Hwang y Masud (Citado en Munda. G, 2004) los cuales precisaron que: “los atributos son las características, cualidades o parámetros de comportamiento de las alternativas”.

Estas características o atributos pueden ser objetivos, lo cual significa que pueden ser percibidos por cualquier sujeto de modo similar, o subjetivos lo que implica que sean percibidos de manera diferente según el sujeto que los observe. Pese a esta última característica, Zeleny (1982) consideraba que los atributos asociados a diferentes alternativas “pueden ser identificados y medidos con una relativa independencia de las necesidades y deseos del decisor”.

Los atributos asociados a las distintas alternativas tienen una especial importancia cuando su número es finito. Cabe destacar por lo tanto, el hecho de que los atributos supongan una primera e importante fuente de información para el decisor en el proceso de toma de decisiones.

c) *Objetivos*

Este concepto está íntimamente asociado a los deseos y preferencias del decisor, introduciendo éstos en el proceso de toma de decisiones por primera vez.

Es por tanto válida la definición aportada por Ignizio (1982) para el cual un objetivo es “una afirmación relativamente general (en términos narrativos o cuantitativos) que refleja los deseos del decisor”.

Es notable la aportación de Zeleny (1982), la cual relaciona el concepto de atributo con el de objetivo cuando escribe: “los objetivos están estrechamente

relacionados con las necesidades y deseos del decisor, representando direcciones de mejora o preferencia de los atributos individuales o grupos de ellos". Aparte de la diferenciación entre atributos y objetivos, otra cualidad puede ser recogida de la definición anterior: la idea de objetivo como "dirección de mejora". Es decir, el objetivo recoge los deseos del decisor indicando en qué dirección debe dirigirse para llegar a la alternativa adecuada.

Por último, cabe destacar el hecho de que los objetivos se corresponden con una estructura jerárquica, es decir, los objetivos globales o más generales pueden ser desglosados en otros más específicos los cuales son denominados comúnmente como "subobjetivos". Esta jerarquía adquiere una mayor expresión desde la perspectiva de toma de decisiones en el ámbito empresarial.

d) *Metas*

De entre todas las definiciones que podemos encontrar⁹, podemos considerar la de Ignizio (1982) como la más completa. Dicho autor establece que la idea de meta implica tanto la de objetivo como la de nivel de aspiración: "un objetivo en conjunción con su nivel de aspiración se denomina meta". A su vez, define el nivel de aspiración como "un valor específico asociado con un nivel deseado o aceptable de consecución de un objetivo".

La diferenciación establecida entre objetivo y nivel de aspiración obedece a la necesidad de establecer a su vez una división entre los conceptos de objetivo y meta. Esto surge del hecho de que ambos conceptos implican que la consecución de un objetivo concreto se hace en términos de optimización y el nivel de aspiración corresponde a alcanzar una determinada satisfacción respectivamente en el proceso de toma de decisiones.

Como consecuencia del razonamiento anterior, se utilizan indistintamente los términos objetivo y meta en lo que a la teoría de decisión multicriterio se refiere.

e) *Criterios*

Este término es el de carácter más general de entre todos los expuestos anteriormente. Esto se debe al hecho de que engloba los conceptos de atributo, objetivo y metas haciendo referencia a todos ellos. Desde un punto de vista general, Zeleny (1982) define los criterios como "medidas, reglas y estándares que guían la decisión". Más concretamente, "criterios son todos aquellos atributos, objetivos o metas que han sido juzgados relevantes en una situación dada por un decisor particular".

Con el fin de facilitar una mayor comprensión de los conceptos expuestos anteriormente, podemos adaptar dicha terminología a la resolución de programas lineales.

Consideremos una situación donde el objetivo planteado sea doble: por un lado obtener el mayor margen bruto posible (ingresos menos costes) y por el otro disminuir el daño generado al medio ambiente en el proceso de producción. Se tratará de maximizar el primero y de minimizar el segundo. Por lo tanto, los objetivos toman la forma de funciones matemáticas sujetas a procesos de maximización o minimización.

⁹ La bibliografía también destaca los trabajos de Hwang y Masud (1979) y Zeleny (1982) en este ámbito.

En este contexto, el margen bruto puede ser considerado como un atributo y su maximización como un objetivo. Por último, la meta hace referencia a situaciones como la siguiente: se quiere alcanzar un margen bruto de al menos una determinada cantidad.

Finalmente el término criterio puede ser considerado en el marco de la programación lineal como una síntesis de los conceptos anteriores. Por lo tanto, los criterios comprenden los diferentes objetivos, metas o atributos de importancia en la resolución de un programa lineal. Es precisamente este último aspecto el rasgo característico de la teoría de decisión multicriterio, la agrupación simultánea de diferentes objetivos, metas o atributos.

3.1.3. Solución

En la teoría de decisión multicriterio, todos los conceptos expuestos anteriormente cumplen una importante función en el sentido de que intervienen en la búsqueda de una alternativa factible por parte del decisor.

Es precisamente de la noción de alternativa de la que se deriva un primer concepto de solución, el de solución factible, que comprende a un conjunto de alternativas estable, generalmente finito. Dichas alternativas o soluciones factibles serán aquellas que cumplan las restricciones planteadas. Se asume que cada una de ellas puede ser calculada, si bien pueden no ser necesariamente conocidas de forma exacta debido al método de optimización empleado pudiéndose obtener una aproximación.

Una vez establecida la noción de solución factible, esta puede ser ampliada gracias a la teoría de optimalidad paretiana.

En 1896, el economista Vilfredo Pareto introdujo dentro del marco de la economía del bienestar un concepto de optimalidad que hoy en día es considerado crucial en economía. Pareto consideraba que un colectivo se encuentra en un estado óptimo si ninguna persona de dicho colectivo es capaz de mejorar su situación sin que empeore la situación de cualquier otra persona perteneciente al mismo. Esta clase de óptimo es también conocido como *eficiencia paretiana*.

Aplicando dicha teoría al concepto de solución factible, nos encontramos con que ésta puede ser definida de la siguiente manera: “una solución es eficiente o Pareto óptima si toda solución que propone una mejora en un atributo produce un empeoramiento en al menos otro de los atributos”.

De esta definición, se deriva a su vez la de solución dominada o no eficiente como una solución para la que existe otra cuyos atributos son iguales y/o mejores que la primera.

Con el fin de ilustrar el desarrollo anterior, supongamos como ejemplo una situación en la que el decisor, en este caso una determinada empresa, se plantea ampliar su participación en una de sus filiales extranjeras. Establece para ello tres objetivos: maximizar su patrimonio neto, maximizar el valor de las infraestructuras y minimizar los gastos de administración.

La siguiente tabla muestra dichos atributos así como el objetivo que se pretende alcanzar para cada uno:

Tabla 3.1

Objetivos:	Maximizar	Maximizar	Minimizar
Atributos:	Patrimonio Neto	Valor de las infraestructuras	Gastos de Administración
Opción A	700	300	75
Opción B	350	300	80
Opción C	350	400	65

Fuente: Elaboración propia.

*Las unidades se miden en miles de Euros

De acuerdo a la eficiencia paretiana, la solución B no es eficiente al estar dominada por la A. Sin embargo, la solución C sí puede ser considerada como eficiente al no estar dominada por la A, ya que pese a ser inferior en lo que al Patrimonio e infraestructuras se refiere, es superior en términos de gastos administrativos.

Por último, el concepto de optimalidad paretiana está estrechamente ligado a otro elemento de suma importancia en el campo de la teoría de decisión multicriterio: la *tasa de intercambio* entre dos criterios, también conocida como “*trade-off*” o *coste de oportunidad*.

La tasa de intercambio entre criterios representa lo que se está dispuesto a empeorar de un objetivo por mejorar en una unidad otro objetivo. Al encontrarnos ante dos soluciones eficientes, que podemos denominar como x^a y x^b , la tasa de intercambio T_{jk} entre dos criterios será igual a:

$$T_{jk} = \frac{f_j(x^a) - f_j(x^b)}{f_k(x^a) - f_k(x^b)}$$

Fuente: (Carlos Romero, *Teoría de la decisión multicriterio*, 1993)

Donde:

T_{jk} = Tasa de intercambio entre los criterios j-ésimo y k-ésimo.

$f_j(x)$ = Expresión matemática del atributo j.

$f_k(x)$ = Expresión matemática del atributo k.

De esta forma, en el ejemplo empresarial expuesto anteriormente, podremos calcular la tasa de intercambio entre dos criterios, por ejemplo entre el patrimonio neto y el valor de las infraestructuras, tomando los valores de la tabla 3.1.2 dicha tasa sería igual a:

$$T_{patrimonio,infraestructura} = \frac{700 - 350}{300 - 250} = 7$$

Este resultado puede ser explicado como que por cada millar de Euros en que el valor de la infraestructura sea incrementado, el patrimonio neto de la empresa aumentará en 7.000 Euros.

Finalmente se debe indicar que en el caso de obtenerse un número negativo, se debería interpretar el resultado como el coste de oportunidad de un criterio en términos de otro.

4. MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN

En este último apartado se exponen algunos de los principales métodos de optimización utilizados para la resolución de problemas en la teoría de decisión multicriterio. El estudio se centra en los tres enfoques principales: la programación multiobjetivo, la cual comprende los métodos de las ponderaciones y de las restricciones, la programación compromiso y por último la programación por metas.

4.1. PROGRAMACIÓN MULTI OBJETIVO

La programación multiobjetivo, también conocida como optimización vectorial, constituye un enfoque multicriterio de gran utilidad cuando el problema de decisión se compone de un determinado número de objetivos a optimizar que deben satisfacer un conjunto de restricciones. Debido a que no es posible tratar de optimizar todos los objetivos, debido al grado de conflicto que normalmente existe entre ellos durante el proceso de toma de decisiones, este enfoque trata de establecer un conjunto de soluciones eficientes o Pareto óptimas en lugar de un óptimo único.

La estructura general de un problema multiobjetivo puede plantearse de la siguiente manera:

$$\text{Maximizar/Minimizar } [f_1(x_1), \dots, f_i(x), \dots, f_q(x)]$$

Donde:

$f_q(x)$ hace referencia la función *objetivo* q -ésima
 x designa a cada variables de decisión

Es necesario indicar que la búsqueda de las conocidas como soluciones eficientes se lleva a cabo mediante la maximización del atributo considerado como mejor, o también la minimización de dicho atributo si el problema así lo requiere.

Por último se debe destacar que la programación multiobjetivo aborda la tarea de búsqueda de soluciones eficientes utilizando para ello información estrictamente técnica (expresiones matemáticas de los atributos, restricciones, etc.) nunca incorporando información acerca de las preferencias del decisor

Con el fin de explicar de manera clara y concisa los métodos comprendidos en la programación multiobjetivo, junto con varios conceptos y herramientas característicos de la misma se propone a continuación un ejemplo ilustrativo que facilitará la comprensión de los posteriores desarrollos.

4.1.1. Ejemplo

Supongamos el problema de planificar la producción de una planta cementera de propiedad privada en la que se fabrican dos productos: clínker y cemento. Las variables x e y representan las toneladas máximas diarias que pueden ser producidas de ambos elementos respectivamente. Las capacidades máximas de producción se estiman en 200 y 400 toneladas al día de clínker y cemento respectivamente. Cada tonelada producida requiere de un trabajador, estando la plantilla de la planta conformada por un total de 600 trabajadores. El margen bruto (ingresos menos costes variables) por tonelada de clínker obtenida se estima en 700 euros al día mientras que en el caso del cemento éste será de 6000 euros diarios. Los costes fijos de las instalaciones ascienden a un total de 600.000 euros diarios, deseándose la planta cubrir al menos dichos costes.

Por último, la cantidad de combustibles alternativos que se deben producir para compensar la producción de dióxido de azufre (SO_2) es de 2 unidades por tonelada en el caso del clínker y de 4 unidades por tonelada en el caso del cemento.

El objetivo que se pretende alcanzar en este caso será doble. Por un lado se tratará de maximizar el margen bruto de la compañía. Por el otro, se pretende minimizar la cantidad de combustibles alternativos que se deben producir como consecuencia de la contaminación del proceso de producción.

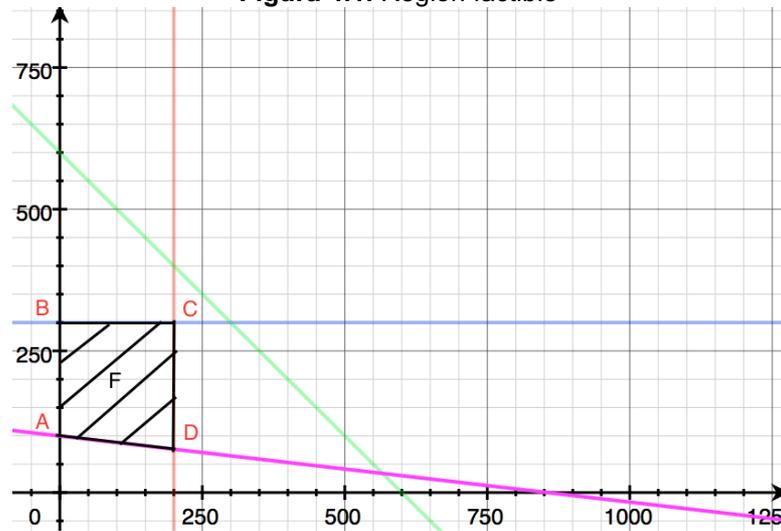
A la vista de estos datos, la estructura matemática del modelo multiobjetivo sería la siguiente:

Objetivo: *Maximizar* $700x + 6000y$
Minimizar $2x + 4y$

$$\begin{aligned}x &\leq 200 \\y &\leq 300 \\x + y &\leq 600 \\700x + 6.000y &\geq 600.000 \\x, y &\geq 0\end{aligned}$$

Como en nuestro ejemplo sólo tenemos dos variables de decisión, así como dos funciones objetivo, podremos interpretar y resolver gráficamente el correspondiente problema multiobjetivo.

Figura 4.1. Región factible



Fuente: Elaboración propia.

La figura 4.1. representa la región factible del problema. El dominio F, delimitado por la poligonal ABCD, recoge el conjunto de soluciones posibles que corresponden a las restricciones expuestas anteriormente.

Dichos puntos nos aportan también información sobre los valores que alcanzan los objetivos en cada uno de ellos, los cuales quedan reflejados en a continuación:

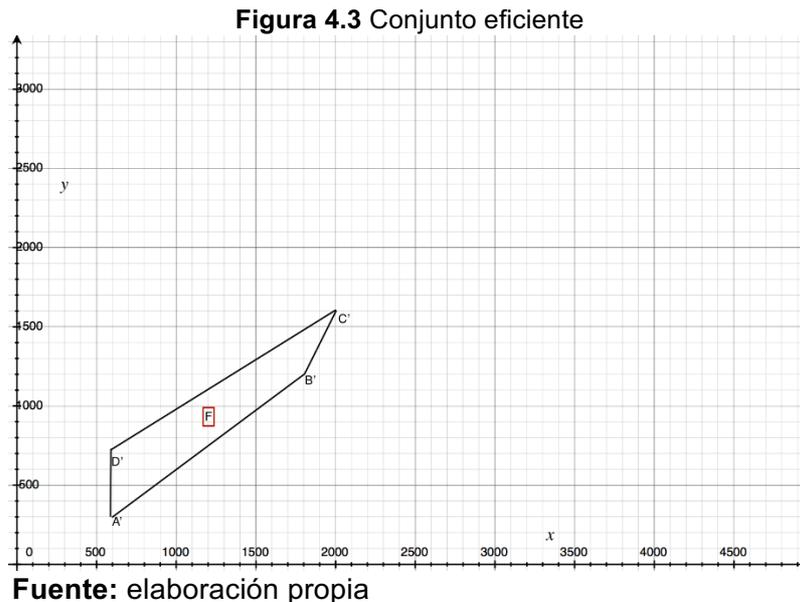
Tabla 4.2 Coordenadas de los puntos extremos.

Puntos Extremos	Variables de decisión		Funciones objetivos	
	Producción de clínker (Toneladas al día)	Producción de cemento (Toneladas al día)	Margen bruto (Euros al día)	Cantidad de combustibles alternativos (unidades al día)
A	0	100	600.000	400
B	0	300	1.800.000	1.200
C	200	300	1.940.000	1.600
D	200	76,7	600.200	707

Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, el valor que las funciones objetivo toman para cada punto extremo nos permite a su vez obtener nuevos puntos extremos. De esta forma, el primer punto A' viene dado por las coordenadas (600.000,400) y los puntos B', C' y D' por el resto de los valores de las funciones objetivo en cada caso.

La figura 4.3 representa el conjunto eficiente definido por dicha poligonal de puntos:



En este caso, el nuevo conjunto F obtenido representa el conjunto eficiente, el cual queda definido por la poligonal A'B'C' o por la poligonal ABC en la región factible. Los puntos interiores son considerados como no eficientes, debido a que pese a mantener los valores de margen bruto para la primera función objetivo, la segunda función tomará valores mayores lo cual se traduce en un incremento de la cantidad de combustibles alternativos producidos provocando una situación contraria a la deseada.

Para problemas con más de dos variables de decisión y/o de funciones objetivo, no es posible recurrir a métodos de resolución gráfica. Serán necesarias otras técnicas de resolución.

4.1.2. La matriz de pagos

La matriz de pagos es una matriz construida a partir de los óptimos individuales de cada uno de los objetivos y permite cuantificar el nivel de conflicto existente entre ellos. La matriz se construye a partir de las soluciones que optimizan independientemente a cada objetivo. Con cada solución obtenida se construye un vector formado por los valores que toman las funciones objetivo en esa solución.

Se obtiene así una matriz cuadrada en cuya diagonal principal se encuentra el conocido como *punto ideal*, formado por los valores óptimos de cada uno de los objetivos. Este punto en general es inalcanzable salvo en el caso de que los objetivos no se encuentren

en conflicto. Por otra parte, el peor elemento de cada columna de la matriz de pagos se denomina *punto anti-ideal*.

Con nuestro ejemplo, los objetivos que se pretenden alcanzar son maximizar el margen bruto y minimizar la cantidad producida de combustibles alternativos. Obtendremos los valores que forman las filas de la matriz resolviendo los siguientes programas lineales. En primer lugar:

$$\text{Maximizar } f_1 = 700x + 6.000y$$

$$\begin{aligned} x &\leq 200 \\ y &\leq 300 \\ x + y &\leq 600 \\ 700x + 6000y &\geq 600.000 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

Las soluciones óptimas obtenidas son: $x= 200$ ton/día, $y= 300$ ton/día, $f_1 = 1.940.000$ Euros/día, $f_2 = 1.600$ unidades/día.

En segundo lugar:

$$\text{Minimizar } f_2 = 2x + 4y$$

$$\begin{aligned} x &\leq 200 \\ y &\leq 300 \\ x + y &\leq 600 \\ 700x + 6000y &\geq 600.000 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

Las soluciones a dicho programa serán en este caso: $x= 0$ ton/día, $y= 100$ ton/día, $f_1 = 600.000$ Euros/día, $f_2 = 400$ unidades/día. Definimos por lo tanto la matriz de pagos:

Tabla 4. 4 Matriz de pagos.

	Margen Bruto (Euros/día)	Cantidad de combustibles Alternativos (Unidades/día)
$x=200, y=300$	1.940.000	1.600
$x=0, y=100$	600.000	400

Fuente: Elaboración propia.

Como sucede en todo problema multiobjetivo, los objetivos (margen bruto y combustibles) se encuentran en situación de conflicto. De tal forma que el máximo margen bruto es sólo compatible con una cantidad de combustibles alternativos cuatro veces superior a la que corresponde a su nivel mínimo. Por otra parte, la cantidad de combustibles alternativos mínima es sólo compatible con un margen bruto del 31% del margen bruto máximo.

Como podemos observar en la tabla 4.4 el *punto anti-ideal* en nuestro caso se corresponde a 600.000 euros al día de margen bruto y a 1.600 unidades diarias de combustibles alternativos, mientras que el *punto ideal* comprende un margen de 1.940.000 euros al día y una producción de combustibles de 400 unidades diarias.

Todo ello nos permitirá conocer para cada función su rango de variación dentro del conjunto factible, el cual supone un elemento muy útil para a la hora de desarrollar algunos de los métodos de optimización a continuación expuestos, como el de las restricciones.

4.2. MÉTODO DE LAS RESTRICCIONES

El método de las restricciones es una técnica que permite generar soluciones eficientes a partir de un método similar en cierta medida al método de las ponderaciones

El método se centra en optimizar una sola de las funciones objetivo mientras todas las demás están restringidas o limitadas a tomar determinados valores. El modelo obtenido será de programación simple y podemos expresarlo de la siguiente forma:

$$\text{Maximizar } f_k(x)$$

$$\text{Sujeto a: } \begin{aligned} x &\in F \\ f_k(x) &\geq L_j \quad j = 1, \dots, k-1, k+1, \dots, q \end{aligned}$$

Fuente: (Carlos Romero, *Teoría de la decisión multicriterio*, 1993)

Se maximiza una de las funciones objetivo. Para el resto de objetivos se establece una restricción, de modo que el valor que tome el objetivo ha de superar o no rebasar (dependiendo de que se trate de una función a maximizar o minimizar) un nivel fijado e igual a L_j .

Teniendo en cuenta todos estos factores, el caso que buscamos resolver plantearse de la siguiente manera:

$$\text{Maximizar } 700x + 6.000y$$

$$\begin{aligned} x &\leq 200 \\ y &\leq 300 \\ x + y &\leq 600 \\ 700x + 6000y &\geq 600.000 \\ x, y &\geq 0 \\ 2x + 4y &\leq L_1 \end{aligned}$$

La solución óptima del problema será eficiente siempre que se cumplan dos condiciones:

- El nivel mínimo establecido (L_j) debe ser elegido de tal forma que no conduzca a soluciones no factibles.
- Las restricciones impuestas a los objetivos resultan ser igualdades. En caso de ser una desigualdad y existir óptimos alternativos para resolver el problema alguna de las soluciones obtenidas podrá no ser eficiente.

Modificando los valores para la función objetivo $f_2(L_1)$, pueden plantearse distintos modelos, de modo que se obtendrá una solución eficiente para cada uno de ellos. El parámetro L_1 se mueve en un intervalo determinado por el valor ideal y anti-ideal de la función objetivo.

Para conseguir que el subconjunto generado sea lo más aproximado posible al real, es necesario elegir y modificar los valores de L_1 de modo que se trate de cubrir todo el posible campo de variación de dichos valores. En nuestro caso L_1 variará entre las 1.600 y las 400 unidades de acuerdo a los valores obtenidos. Para un incremento de 200 unidades a partir de éste último valor, podremos generar siete programas lineales diferentes.

Tabla 4.5 Puntos eficientes generados por el método de las restricciones

L_1	Combustibles alternativos (ton/día)	Margen Bruto (Euros/día)	Cemento (y) (ton/día)	Clinker (x) (ton/día)
1.600	1.600	1.940.000	200	300
1.400	1.400	1.870.000	100	300
1.200	1.200	1.800.000	0	300
1.000	1.000	1.500.000	0	250
800	800	1.200.000	0	200
600	600	900.000	0	150
400	400	600.000	0	100

Fuente: Elaboración propia.

El cuadro anterior muestra los puntos obtenidos, los puntos correspondientes a las filas primera, tercera y séptima de dicho cuadro corresponden a los puntos C, B y A en la región factible.

4.3. MÉTODO DE LAS PONDERACIONES

El método de las ponderaciones es, quizás, el método más sencillo y antiguo dentro del campo de la decisión multicriterio.

Dicho método se basa en utilizar una única función objetivo, la cual se compone de las distintas funciones objetivos del modelo, que en nuestro caso serán dos, cada una de ellas ponderada de diferente manera. De acuerdo a esto, el modelo puede expresarse de la siguiente manera:

$$\text{Maximizar } w_1f_1(x) + w_2f_2(x) + \dots + w_qf_q(x)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a:} \quad & x \in F \\ & w_{\geq 1} \geq 0, \dots, w_q \geq 0 \end{aligned}$$

Fuente: (Carlos Romero, Teoría de la decisión multicriterio, 1993)

Entendemos que las distintas funciones objetivo tienen el carácter de maximización. La solución óptima de este modelo será eficiente siempre que los coeficientes de ponderación cumplan la condición de ser no negativos, pudiendo aparecer soluciones no eficientes (Cohon 1979, citado en Barba-Romero, S., 1987, p 60).

La importancia de las ponderaciones (w_i) radica en que existirá un modelo de programación lineal que al ser resuelto generará una solución eficiente del problema de programación multiobjetivo, lo que permite generar tantas soluciones eficientes como combinaciones de valores w_i se establezcan.

Sin embargo, es precisamente la importancia de dichos valores lo que constituye a su vez el mayor problema a la hora de aplicar este método, ya que no se genera una representación exacta, sino aproximada del conjunto de soluciones eficientes. Para ello la elección de los valores de cada peso de ponderación ha de hacerse de siguiendo algún criterio sistemático. En nuestro caso se puede observar como la ponderación de la segunda función objetivo (w_2) es considerablemente mayor que en la primera y se mantiene así para cada tanda de valores.

Siendo todo ello tenido en cuenta, la aplicación de este método al ejemplo propuesto da lugar al siguiente programa:

$$\text{Maximizar } w_1(700x + 6.000y) - w_2(2x + 4y)$$

$$\begin{aligned} x &\leq 200 \\ y &\leq 300 \\ x + y &\leq 600 \\ 700x + 6000y &\geq 600.000 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

La resolución de dicho programa, tomando tres valores diferentes para las dos ponderaciones establecidas (w_1 y w_2), generarán los puntos que conforman las soluciones eficientes recogidas en la tabla 4.6.

Tabla 4.6 Puntos generados por el método de las ponderaciones

w_1	w_2	Combustibles alternativos (ton/día)	Margen bruto (Euros/día)	Clínker (x) (ton/día)	Cemento (y) (ton/día)
1	100	1.600	1.780.000	200	300
1	1.000	1.200	600.000	0	300
2	2.000	1.200	1.200.000	0	300

Fuente: Elaboración propia.

En definitiva, éste método puede ser útil para generar soluciones eficientes que sirvan como punto de partida para otros métodos más completos. Una ventaja adicional es que puede aplicarse a la resolución de problemas de programación multiobjetivo no lineal.

4.4. PROGRAMACIÓN COMPROMISO

El término “programación compromiso” (Zeleny, 1982, citado en B. Vitoriano.,2007, p 64) se emplea para designar una técnica multiobjetivo basada en la minimización de distancias.

El punto de referencia no será en este caso la solución satisfactoria para el propio decisor, sino la conocida como *solución ideal*, la cual está compuesta por los mejores valores o valores óptimos de todos y cada uno de los objetivos. Recibe el nombre de “ideal” precisamente porque siendo los objetivos incompatibles entre sí, no es posible alcanzar esta solución que sería la mejor se todas u óptima en sentido estricto.

La programación compromiso se define por la racionalidad que existe en su planteamiento, aquel de que la optimización es la única manera de aproximarse o alcanzar los objetivos. Para ilustrar ésta afirmación es útil referirse al “axioma de elección” enunciado por Zeleny: “Las alternativas que están más cerca del ideal son preferidas a aquellas que se encuentran más alejadas. Aproximarse lo más posible al ideal es la racionalidad de la elección humana” (Zeleny, 1982, citado en Munda G., 2004, p 43).

(La obtención de la llamada solución ideal para un problema concreto obedece a un proceso relativamente sencillo. Bastará con obtener los óptimos correspondientes a cada objetivo. Estos se obtienen resolviendo el problema con uno solo de los objetivos.)

La distancia a minimizar entre los valores alcanzados ($f_j(x)$) y los óptimos ideales (f_j^*) puede medirse según las distintas métricas existentes.

La cuestión ahora es definir el grado de proximidad d_j entre el objetivo j-ésimo y su valor ideal de la siguiente manera:

$$d_j = |f_j^* - f_j(x)|$$

Fuente: (Carlos Romero, *Teoría de la decisión multicriterio*, 1993)

A continuación se deben incluir en dicha expresión los grados de proximidad que engloben a todos los objetivos del problema. Este paso consistirá en normalizar los objetivos, ya que al estar éstos medidos en diferentes unidades resulta imposible sumar los grados de proximidad. También hay que evitar soluciones favorables a objetivos de mayor magnitud. La expresión utilizada de manera más frecuente es la siguiente:

$$d_j = \frac{|f_j^* - f_j(x)|}{|f_j^* - f_j^0|}$$

Fuente: (Carlos Romero, *Teoría de la decisión multicriterio*, 1993)

donde f_j^0 representa el valor anti-ideal asociado al objetivo. Cabe destacar también que el valor de la distancia d_j estará acotado entre 0 y 1. Alcanzándose el primero en caso de obtener el valor ideal de la solución y 1 en el caso de obtener el anti-ideal.

El decisor podrá hacer explícitas sus preferencias mediante la definición de un sistema de ponderaciones, atribuyendo a la desviación de cada objetivo una ponderación w_j . La distancia entonces será:

$$L_p = \left[\sum_{j=1}^q w_j^p \frac{|f_j^* - f_j(x)|^p}{|f_j^* - f_j^0|^p} \right]^{\frac{1}{p}}$$

Fuente: (Carlos Romero, *Teoría de la decisión multicriterio*, 1993)

Por lo tanto, la información facilitada por el decisor se reduce en la Programación Compromiso a la elección de la métrica (L_p) a utilizar para medir y posteriormente minimizar la distancia y en la definición del sistema de ponderaciones.

Llegados a este punto, se puede proceder a la elección de la correspondiente métrica. Con el fin de simplificar la resolución del programa lineal, se ha optado por utilizar la métrica L_1 que será aquella para la que el valor de p en el exponente sea igual a 1.

Aplicando la técnica de la Programación Compromiso nuestro programa lineal adoptará la siguiente estructura:

$$\text{Minimizar } L_1 = w_1 \frac{1.940.000 - f_1(x)}{1.940.000 - 600.000} + w_2 \frac{f_2(x) - 400}{1.600 - 400}$$

$$\begin{aligned} x &\leq 200 \\ y &\leq 300 \\ x + y &\leq 600 \\ 700x + 6000y &\geq 600.000 \end{aligned}$$

$$x, y \geq 0$$

Para la optimización de este programa se deben tener en cuenta los valores asignados a las ponderaciones w_1 y w_2 . Las soluciones generadas se recogen a continuación en la tabla 4.7.

Tabla 4.7 Soluciones generadas utilizando la métrica L_1

w_1	w_2	Combustibles alternativos (ton/día)	Margen bruto (Euros/día)	Clínker (x) (ton/día)	Cemento (y) (ton/día)
1	1	1.200	1.800.000	0	300
1	1.000	400	60.000	0	100
2	2.000	400	60.000	0	100

Fuente: Elaboración propia

En el caso de la Programación Compromiso, y más concretamente cuando se emplea la métrica L_1 la mejor solución se corresponderá con un punto extremo eficiente.

4.5. PROGRAMACIÓN POR METAS

La Programación por metas fue utilizada por primera vez por Charnes y Cooper (1955) y se centra en incorporar la información como una acción de decisor o centro decisor. Esta información se traduce en preferencias que el mismo decisor mantiene y que considera como "ideales" partiendo así del enfoque planteado por la Programación compromiso.

Si bien durante los primeros años tras su planteamiento esta técnica tuvo principalmente un carácter teórico, a comienzo de los años sesenta se tiene constancia de la primera aplicación práctica del mismo, concretamente en el campo de la ingeniería, en un proyecto desarrollado por Ignizio (1962) con el fin de introducir mejoras en los sistemas de comunicación en los viajes espaciales.

El método consiste en asignar un valor a cada uno de los objetivos, el cual representará su nivel de aspiración, es decir, lo que se desea alcanzar como mínimo o bien no se desea superar, e incluso, en algunos casos, lo que se desea alcanzar exactamente, para el correspondiente objetivo.

Después, se introducirán las llamadas variables de desviación, conjugando así el objetivo y el nivel de aspiración para obtener la expresión de lo que se conoce como meta:

$$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$$

Fuente: (Carlos Romero, *Teoría de la decisión multicriterio*, 1993)

Donde:

$f_i(x)$ = Objetivo que se desea maximizar o minimizar..

n_i = Variable de desviación negativa.

p_i = Variable de desviación positiva.

t_i = Nivel de aspiración establecido.

Así pues, la resolución se llevará a cabo atendiendo a la metas impuestas y a los niveles de aspiración establecidos,

Aplicando este método al ejemplo propuesto, podemos seleccionar una de las funciones objetivo del problema, en este caso la correspondiente a la producción de combustibles alternativos, estableciendo un nivel de aspiración $t_i= 600$ unidades e incluyendo las correspondientes variables de desviación (n_1 y p_1) podremos obtener la meta:

$$2x + 4y + n_1 - p_1 = 600$$

Si suponemos que para este caso la solución elegida es $x= 150$, $y= 50$, esto implica:

$$500 + n_1 - p_1 = 600 , \text{ donde } n_1 = 100, p_1 = 0$$

La interpretación del resultado obtenido será que la cantidad de combustibles alternativos producida ha quedado 100 unidades por debajo de su nivel de aspiración.

Como no puede ocurrir a la vez quedar por debajo de un nivel de aspiración y sobrepasarlo, al menos una de las dos variables de desviación será igual a cero. Por otra parte si la meta alcanza el nivel de aspiración deseado el valor de ambas variables será igual a cero.

Dependiendo de la meta propuesta, se minimizará una o todas las variables de desviación. Por ejemplo, en el caso de que no se desee que la producción de combustibles alternativos sobrepase el nivel de aspiración $t_i= 600$ unidades, se querrá sobrepasar ese nivel lo menos posible, por lo que se minimizará la variable p_1 . Este proceso queda recogido a continuación, en la tabla 4.8:

Tabla 4.8 Metas y variables de desviación

Forma inicial de la meta	Forma de la meta transformada	Variable de desviación a minimizar
$f_i(x) \geq t_i$	$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$	n_i
$f_i(x) \leq t_i$	$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$	p_i
$f_i(x) = t_i$	$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$	$n_i + p_i$

Fuente: (Carlos Romero, *Teoría de la decisión multicriterio*, 1993)

Podemos aplicar esta teoría al ejemplo utilizado para definir un modelo de programación por metas. El primer paso, será establecer los distintos niveles de aspiración que el decisor desea satisfacer.

En nuestro ejemplo, fijaremos para la cantidad de combustibles alternativos producidos un nivel de aspiración de 600 unidades, mientras que para el margen bruto dicho nivel será de 700.000 euros. El nivel de aspiración de los demás atributos será igual al valor del término independiente.

Nos encontramos por lo tanto ante el siguiente programa:

$$\begin{aligned} g_1 &= 2x + 4y + n_1 - p_1 = 600 \\ g_2 &= 700x + 6.000y + n_2 - p_2 = 700.000 \\ g_3 &= x + y + n_3 - p_3 = 600 \\ g_4 &= x + n_4 - p_4 = 200 \\ g_5 &= y + n_5 - p_5 = 300 \end{aligned}$$

El último paso será definir las variables de decisión no deseadas

Para la meta g_1 la variable no deseada será p_1 ya que se tratará de producir la menor cantidad de combustibles permitida. La variable no deseada para la meta g_2 será en este caso n_2 ya que estamos tratando de alcanzar el mayor margen bruto posible. En el caso de g_3 partimos de la suposición de que la empresa deseará el número de trabajadores más exacto posible en la planta por lo que tanto n_3 como p_3 serán variables no deseadas.

Si suponemos también que no es eficiente que la planta supere la cantidad de producción fijada para cada producto, p_4 y p_5 serán también variables no deseadas.

El último paso para definir un modelo de programación por metas será tratar de minimizar dichas variables.

4.5.1. Programación por metas ponderadas

La minimización de la suma de las variables de desviación es la forma más eficiente de minimizar dichas variables.

$$\text{Minimizar } p_1 + n_2 + n_3 + p_3 + p_4 + p_5$$

Sin embargo, este no es un paso directo hacia la solución ya que las variables de decisión sumadas están expresadas en diferentes unidades (euros, toneladas, trabajadores, etc.). Además los valores absolutos de los niveles de aspiración son diferentes por lo que la obtención de soluciones estará condicionado/influido por aquellas metas que presenten mayores niveles de aspiración.

La solución a estos problemas consiste en minimizar sobre una serie de desviaciones porcentuales.

En último lugar, al igual que en casos anteriores debemos considerar el hecho de que para el decisor no todas las metas serán igual de importantes, por lo que se asignarán diferentes ponderaciones (w_i) a cada una.

Con todos estos elementos, la expresión final será:

$$\text{Minimizar } w_1 \frac{p_1}{600} + w_2 \frac{n_2}{700.000} + w_3 \frac{n_3 + p_3}{600} + w_4 \frac{p_4}{200} + w_5 \frac{p_5}{300}$$

$$\begin{aligned} g_1 &= 2x + 4y + n_1 - p_1 = 600 \\ g_2 &= 700x + 6.000y + n_2 - p_2 = 700.000 \\ g_3 &= x + y + n_3 - p_3 = 600 \\ g_4 &= x + n_4 - p_4 = 200 \\ g_5 &= y + n_5 - p_5 = 300 \end{aligned}$$

El modelo anterior es el conocido como *programación por metas ponderadas* la cual se corresponde a su vez con la estructura de un programa lineal tradicional. Para diferentes sistemas de pesos se generarán distintas soluciones. Si en nuestro caso suponemos que $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = w_5 = 1$, es decir, el decisor asigna la misma importancia a cada meta, se obtendrá la siguiente solución óptima:

Tabla 4.9 Solución óptima en programación por metas ponderadas

$n_1 = 0$	$n_2 = 0$	$n_3 = 406,52$	$n_4 = 113,04$	$n_5 = 193,48$	$x = 86,95$
$p_1 = 0$	$p_2 = 0$	$p_3 = 0$	$p_4 = 0$	$p_5 = 0$	$y = 106,52$

Fuente: Elaboración propia

La solución obtenida permite la realización completa de las metas g_1 (combustibles) y g_2 (producción de clínker y cemento) En cuanto a la meta g_3 no se utilizan 406,52 trabajadores de los 600 disponibles.

Cabe destacar que los análisis basados en programación por metas pueden adaptarse a la estructura de preferencias del decisor en función de las ponderaciones establecidas, permitiendo obtener la solución óptima más adecuada a dichas preferencias.

5. CONCLUSIÓN

Tras la realización de este trabajo, hemos podido comprobar la importancia de los Procesos de Toma de Decisiones. No sólo como un elemento cotidiano de las actividades diarias de todos los individuos pero también como un instrumento clave en el análisis matemático y la gestión empresarial, la cual ha evolucionado a lo largo de la historia hasta llegar a la toma de decisiones basadas en el razonamiento, estudio y análisis de la información que se posee.

Es precisamente este desarrollo constante a lo largo de los años lo que ha permitido reducir el riesgo al tomar una decisión, si bien éste nunca podrá ser del todo erradicado. Tras analizar el comienzo, evolución y aplicaciones de la Teoría de Decisión Multicriterio podemos llegar a la conclusión de que el modelo multicriterio supone un importante avance en el campo de la teoría de decisión en el sentido de que elimina las limitaciones impuestas por otros planteamientos, como el monocriterio, al considerar más de un criterio en la toma de la decisión, lo que permite tener en cuenta todos los aspectos que influyen en el proceso y suprimir las restricciones, que eran rígidas e inflexibles y condicionaban la solución obtenida.

El análisis histórico del modelo multicriterio, nos ha permitido descubrir como éste se convierte en una ciencia (década de los 70), gracias a la investigación científica aplicada a temas sociales y económicos. Tras su consolidación como ciencia, ha experimentado un gran desarrollo, en parte gracias al avance de los programas informáticos, sin los que hoy en día la aplicación práctica de los métodos multicriterio sería imposible.

Un aspecto importante del avance y progresiva aceptación de éste ámbito es la creación de asociaciones dedicadas a promover la investigación y aplicaciones del modelo multicriterio, como la Sociedad Internacional de Toma de decisiones (MCDM por sus siglas en inglés) y en el caso de España, el Grupo Español de Decisión Multicriterio (GEDM). Dicho grupo, compuesto por un total de 180 investigadores tiene como objetivo fomentar la formación académica en materia de toma de decisiones, así como promover sus aplicaciones en distintas líneas de investigación como la gestión eficiente de energía, modelos de prevención de riesgo, selección de carteras o economía de los recursos naturales entre muchos otros.

Se ha profundizado también en el conocimiento de las características y metodología de diferentes modelos de optimización: el método de las restricciones, el método de las ponderaciones, la programación compromiso y la programación por metas. Su singularidad radica en ser capaces de poner fin a la situación de conflicto existente entre los objetivos con el fin de obtener soluciones eficientes.

Por todo ello podemos afirmar que el modelo multicriterio aporta un mayor nivel de racionalidad en el esfuerzo por mejorar tanto la calidad de las decisiones como el proceso mediante el cual se toman. Es por lo tanto un hecho innegable el que desde un punto de vista ya no individual, sino organizativo, la decisión multicriterio es ampliamente aceptada, y en consecuencia más eficaz, ya que recoge la aspiración de todos los individuos de que sus opiniones y convicciones serán tenidas en cuenta.

6. BIBLIOGRAFÍA

ARROW, K. – *Elección social y valores individuales* – Planeta-Agostini – 1994

BALLESTERO, E., & COHEN, D. (1998). *Metodología multicriterio en las decisiones empresariales*. Dirección y Organización, (19).

BARBA-ROMERO, S. (1987). *Panorámica actual de la decisión multicriterio discreta*. Investigaciones Económicas, 11(2), 279-308.

BARBERIS, G. F., GONZÁLEZ, E. R. F., CERVANTES, E. L., LÓPEZ, P. A., INIESTRA, J. G., CRUZ, M., ... & DIAZ, B. R. *La Decisión Multicriterio y la Inteligencia Artificial: dos disciplinas científicas en mutua colaboración*.

BELLVER, J. A., & MARTÍNEZ, F. G. (2012). *Nuevos Métodos de Valoración. Modelos Multicriterio*. Editorial Universitat Politècnica de València.

BERUMEN, S. A., & LLAMAZARES REDONDO, F. (2007). *La utilidad de los métodos de decisión multicriterio (como el AHP) en un entorno de competitividad creciente*. Cuadernos de administración, 20(34), 65-87.

BOCCO, M., SAYAGO, S., & TÁRTARA, E. (2002). *Modelos multicriterio: una aplicación a la selección de alternativas productivas*. Agricultura Técnica, 62(3), 450-462.

CABALLERO, E., & MOLINA, J. (2003). *Programación Multiobjetivo mediante un procedimiento de búsqueda tabú*. In Universidad de Oviedo, España: Actas del II Congreso Español de Metaheurísticas y Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados: MAEB (pp. 153-159).

GUERRAS MARTÍN, L. A. (1989). *Gestión de empresas y programación multicriterio*. ESIC, DL.

HOWSON, C. (2013). *Successful business intelligence: Unlock the value of BI & big data*. McGraw-Hill Education Group.

IGNIZIO, J. P. (1976). *Goal programming and extensions*. Lexington Books.

Investigaciones Económicas, Vol. XI, No2, pp. 279-308.

MARTÍNEZ, E., & ESCUDEY, M. (1998). *Evaluación y decisión multicriterio: reflexiones y experiencias*. Unesco.

MUNDA, G. (2000). *Teoría de Evaluación Multicriterio: una breve perspectiva general*. Universidad Autónoma de Barcelona, s/r.

MUNDA, G. (2004). *Métodos y procesos multicriterio para la evaluación social de las políticas públicas*. Revibec: revista iberoamericana de economía ecológica, 1, 31-45.

PACHECO, J. F., & CONTRERAS, E. (2008). *Manual metodológico de evaluación multicriterio para programas y proyectos*.

PARADA GUTIÉRREZ, Ó. (2009). *Un enfoque multicriterio para la toma de decisiones en la gestión de inventarios*. Cuadernos de Administración, 22(38).

ROMERO, S. B., & POMEROL, J. C. (1997). *Decisiones multicriterio: fundamentos teóricos y utilización práctica*. Universidad de Alcalá.

RAMOS, A. (1993). *Investigación operativa y optimización*.

RODRÍGUEZ, Z. (2000). *Teoría de la decisión multicriterio: un enfoque para la toma de decisiones*. *Economía y Desarrollo*, 126(1), 40-57.

ROMERO, C. (1993). *Teoría de la decisión multicriterio: conceptos, técnicas y aplicaciones* (No. 338 ROM).

ROMERO, C. (1996). *Análisis de las decisiones multicriterio* (No. 14). Madrid: Isdefe.

ROY, B. (2013). *Multicriteria methodology for decision aiding* (Vol. 12). Springer Science & Business Media.

SCHRAGE, L. E. (2006). *Optimization modeling with LINGO*. Lindo System.

SIMON, H. A. (1959). *Theories of decision-making in economics and behavioral science*. *The American economic review*, 49(3), 253-283.

VITORIANO, B. (2007). *Teoría de la decisión: decisión con incertidumbre, decisión multicriterio y teoría de juegos*. Universidad Complutense de Madrid, 3-104.

Páginas Web:

Página de la Sociedad Internacional de la Toma de Decisiones Multicriterio:

<http://www.mcdmsociety.org>

Página web del Grupo Español de Decisión Multicriterio:

<https://multicriterio.es/>

7. ANEXO

LINGO (Linear, INteractive, and General Optimizer) es un lenguaje de modelación matemática, que provee un entorno en el cual poder interactuar con modelos matemáticos. Es una herramienta especialmente útil para desarrollar y resolver modelos de optimización tanto lineal como no lineal.

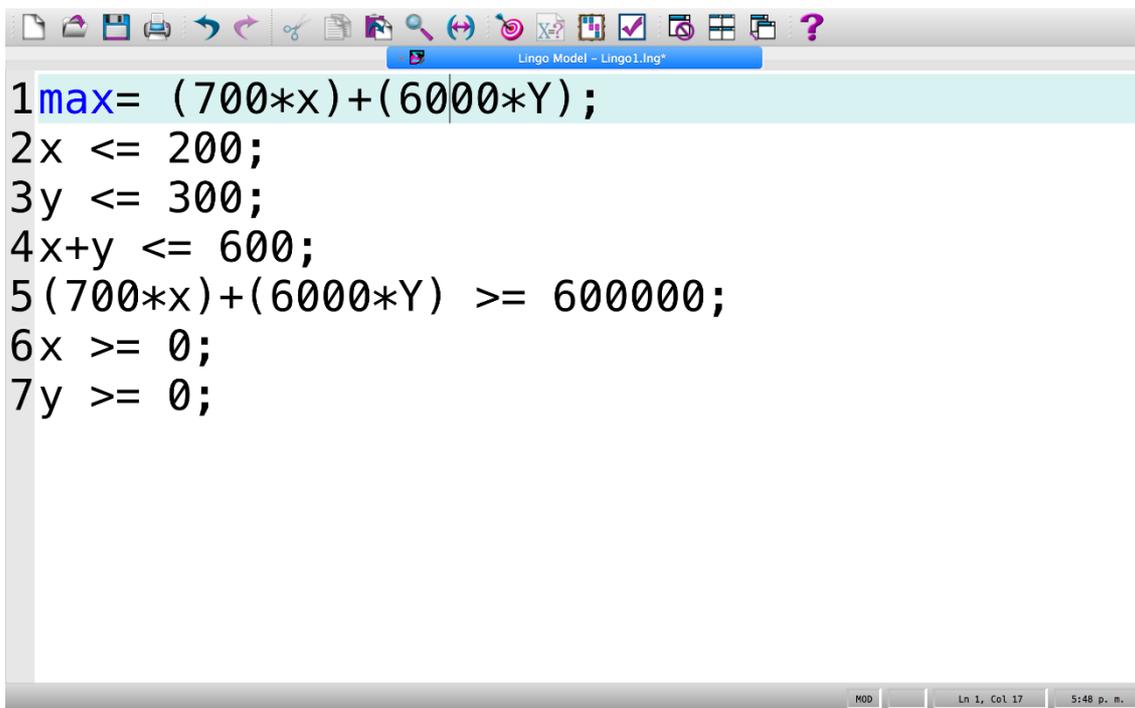
El programa LINGO se caracteriza por permitir introducir numerosas restricciones en los modelos, utilizándolas como conjuntos y resolviéndolos así de la manera más eficiente

posible. El hecho de que sea posible introducir una gran variedad de restricciones en unas pocas líneas de texto hace de este programa una herramienta ideal para utilizar modelos complejos y en especial programas multiobjetivo, en los que las funciones objetivo (y variaciones de las mismas) son empleadas de manera frecuente como restricciones.

Las principales medidas que se deben adoptar a la hora de generar un modelo en LINGO para su posterior resolución son las siguientes:

- La función objetivo se introduce precedida de $\text{Max} =$ o de $\text{Min} =$.
- Para introducir una desigualdad, éstas se expresarán de la forma \leq o \geq , pudiéndose abreviar como $<$ o $>$.
- Si hemos seleccionado la opción "Variables Assumed Non-Negative" no es necesario introducir las condiciones de signo.
- Cada instrucción termina obligatoriamente con $;$.
- Los signos de multiplicación $*$ no pueden ser omitidos.
- Es posible insertar líneas de comentarios (es decir, líneas que LINGO no leerá) comenzado con un signo $!$.

LINGO: Cómo llevar a cabo la optimización de programas lineales



The screenshot shows the LINGO software interface with a text editor window titled "Lingo Model - Lingo1.ing*". The text in the editor is as follows:

```
1 max= (700*x)+(6000*Y);  
2 x <= 200;  
3 y <= 300;  
4 x+y <= 600;  
5 (700*x)+(6000*Y) >= 600000;  
6 x >= 0;  
7 y >= 0;
```

The status bar at the bottom of the window shows "MOD", "Ln 1, Col 17", and "5:48 p. m.".

Imagen 1: Maximización de $f_1(x)$. Elaboración propia (pág 24).

Global optimal solution found.

Objective value:	1940000.
Infeasibilities:	0.000000
Total solver iterations:	0
Elapsed runtime seconds:	0.06

Model Class: LP

Total variables:	2
Nonlinear variables:	0
Integer variables:	0
Total constraints:	7
Nonlinear constraints:	0
Total nonzeros:	10
Nonlinear nonzeros:	0

Variable	Value	Reduced Cost
X	200.0000	0.000000
Y	300.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1940000.	1.000000
2	0.000000	700.0000
3	0.000000	6000.000
4	100.0000	0.000000
5	1340000.	0.000000
6	200.0000	0.000000
7	300.0000	0.000000

Imagen 2: Soluciones para maximización de $f_1(x)$ (pág 24).

```

1 min = (2*x) + (4*y);
2 x <= 200;
3 y <= 300;
4 x + y <= 600;
5 (700*x) + (6000*y) >= 600000;
6 x >= 0;
7 y >= 0;
    
```

Imagen 3: Minimización de $f_2(x)$. Elaboración propia (pág 24).

Global optimal solution found.
 Objective value: 400.0000
 Infeasibilities: 0.000000
 Total solver iterations: 1
 Elapsed runtime seconds: 0.07

Model Class: LP

Total variables: 2
 Nonlinear variables: 0
 Integer variables: 0

Total constraints: 7
 Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 10
 Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value	Reduced Cost
X	0.000000	1.533333
Y	100.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	400.0000	-1.000000
2	200.0000	0.000000
3	200.0000	0.000000
4	500.0000	0.000000
5	0.000000	-0.6666667E-03
6	0.000000	0.000000
7	100.0000	0.000000

Imagen 4: Soluciones para minimización de $f_2(x)$ (pág 24).

```

1 max = (700*x) + (6000*Y);
2 x <= 200;
3 y <= 300;
4 x+y <= 600;
5 (700*x)+(6000*Y) >= 600000;
6 (2*x)+(4*y) <= 400;
7 x >= 0;
8 y >= 0;
    
```

Imagen 5: Maximización para el método de las restricciones (Caso $L_1=400$).
 Elaboración propia (pág 25)

Global optimal solution found.

Objective value: 600000.0
 Infeasibilities: 0.000000
 Total solver iterations: 0
 Elapsed runtime seconds: 0.07

Model Class: LP

Total variables: 2
 Nonlinear variables: 0
 Integer variables: 0

Total constraints: 8
 Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 12
 Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value	Reduced Cost
X	0.000000	2300.000
Y	100.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	600000.0	1.000000
2	200.0000	0.000000
3	200.0000	0.000000
4	500.0000	0.000000
5	0.000000	0.000000
6	0.000000	1500.000
7	0.000000	0.000000
8	100.0000	0.000000

Imagen 6: Soluciones para el método de las restricciones (pág 25).

```

1 max= 1*((700*X)+(6000*Y))-100*((2*X)+(4*Y))
2 X <= 200;
3 Y <= 300;
4 X+Y <= 600;
5 (700*X)+(6000*Y) >= 600000;
6 X >= 0;
7 Y >= 0;
    
```

Imagen 7: Maximización para el método de las ponderaciones (Caso $w_1 = 1$, $w_2 = 100$). Elaboración propia (pág 27).

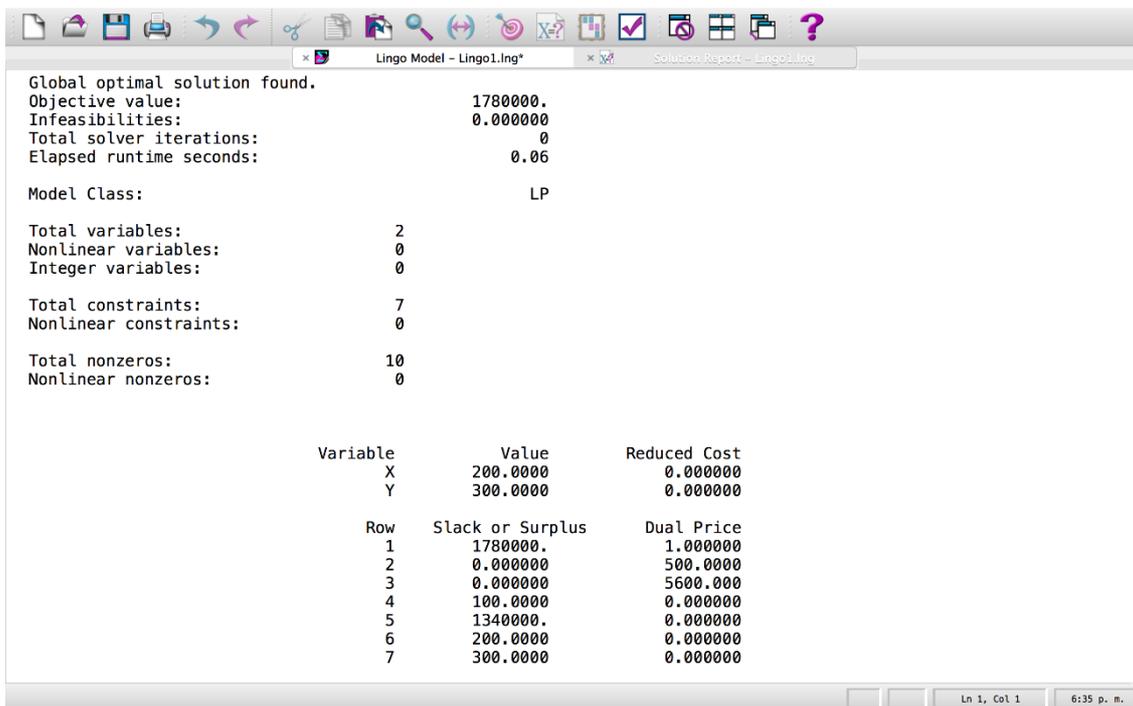


Imagen 8: Soluciones para el método de las ponderaciones (pág 27).

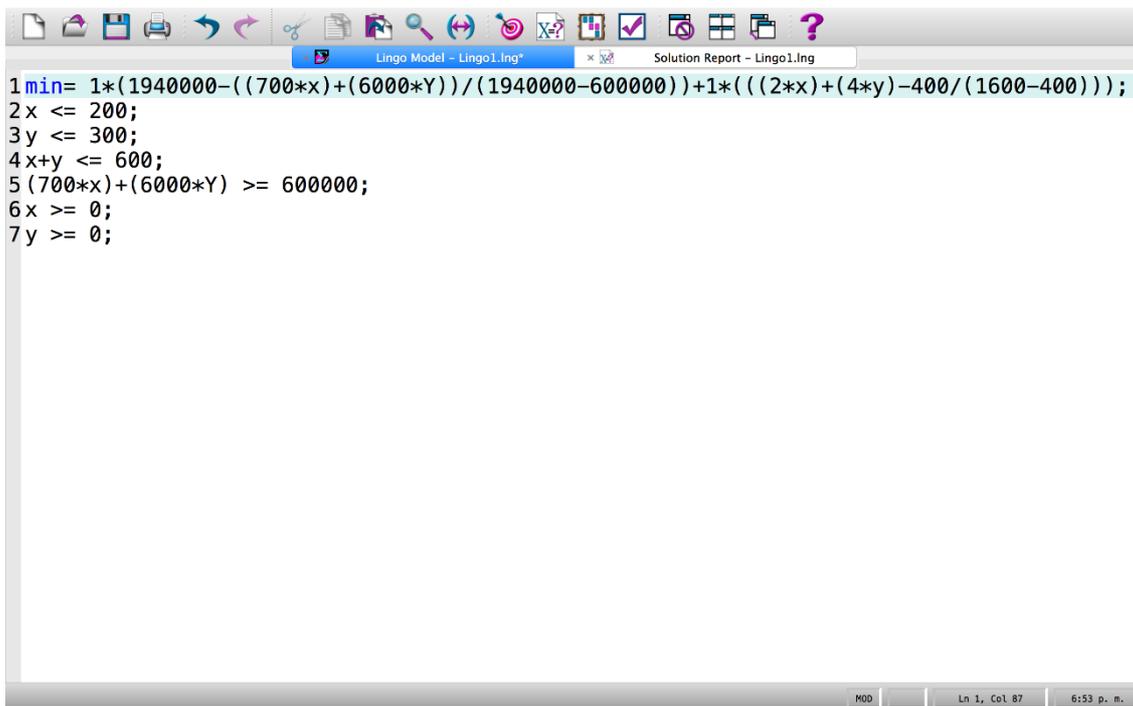


Imagen 9: Minimización en programación compromiso (Caso $w_1 = 1$, $w_2 = 1$). Elaboración propia (pág 29).

Global optimal solution found.
 Objective value: 1940399.
 Infeasibilities: 0.000000
 Total solver iterations: 1
 Elapsed runtime seconds: 0.05

Model Class: LP

Total variables: 2
 Nonlinear variables: 0
 Integer variables: 0

Total constraints: 7
 Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 10
 Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value	Reduced Cost
X	0.000000	1.533333
Y	100.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1940399.	-1.000000
2	200.0000	0.000000
3	200.0000	0.000000
4	500.0000	0.000000
5	0.000000	-0.6659204E-03
6	0.000000	0.000000
7	100.0000	0.000000

Imagen 10: Soluciones en programación compromiso (pág 29).

```

1 min= (p1/600)+(n2/700000)+((n3+p3)/600)+(p4/200)+(p5/300);
2 2*x + 4*y + n1 - p1= 600;
3 3700*x + 600*y + n2 - p2= 700000;
4 4*x + y + n3 - p3= 600;
5 5*x + n4 - p4= 200;
6 6*y + n5 - p5= 300;
    
```

Imagen 11: Minimización en programación por metas ponderadas (Caso $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = w_5 = 1$). Elaboración propia (pág 33).

Global optimal solution found.
Objective value: 1.340476
Infeasibilities: 0.000000
Total solver iterations: 4
Elapsed runtime seconds: 0.07

Model Class: LP

Total variables: 12
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 0

Total constraints: 6
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 24
Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value	Reduced Cost
P1	0.000000	0.1035714E-02
N2	53000.0	0.000000
N3	350.0000	0.000000
P3	0.000000	0.3333333E-02
P4	0.000000	0.3595238E-02
P5	0.000000	0.3333333E-02
X	200.0000	0.000000
Y	50.00000	0.000000
N1	0.000000	0.6309524E-03
P2	0.000000	0.1428571E-05
N4	0.000000	0.1404762E-02
N5	250.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1.340476	-1.000000
2	0.000000	0.6309524E-03
3	0.000000	-0.1428571E-05
4	0.000000	-0.1666667E-02
5	0.000000	0.1404762E-02
6	0.000000	0.000000

Imagen 12: Soluciones en programación por metas ponderadas (pág 33).