



Facultad de Educación

MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE  
EDUCACIÓN SECUNDARIA

## **Experiencias históricas en física. Interés pedagógico**

---

Historical experiences in Physics.  
Teaching interest

Alumno: Pablo Argos Cobo

Especialidad: Física, Química y Tecnología

Director: Julio Güémez Ledesma

Curso Académico: 2016/2017

Fecha: Octubre 2017

## **Resumen**

El desarrollo histórico de algunas de las ideas más importantes en física pueden tener un gran interés pedagógico ya que hace pasar a los alumnos por las mismas fases conceptuales que tuvieron que recorrer los grandes científicos a lo largo de la historia para llegar a lo que se sabe hoy puede ser una buena estrategia para la eliminación de ideas previas erróneas en la asignatura de física. Estas ideas dificultan el correcto aprendizaje de la materia y están muy extendidas entre el alumnado. En este trabajo se plantean diferentes temas de la materia de física en los que se hace un seguimiento desde sus orígenes de cómo los científicos fueron erradicando los preconceptos equivocados hasta que sus hipótesis cobraban sentido.

**Palabras clave:** física, preconceptos, historia, experimentos

## **Abstract**

The historical development of some of the most important ideas in physics can have a great pedagogical interest as it passes the students through the same conceptual phases that had to travel the great scientists throughout history to arrive at what is known today may be a good strategy for eliminating erroneous preconceptions on the subject of physics. These ideas hinder the correct learning of the subject and are very widespread among students. In this paper, different topics of the physics are presented, in which it is traced from its origins how scientists were eradicating the wrong preconceptions until their hypotheses became meaningful.

**Key words:** physics, preconceptions, history, experiments

# Índice

<b>1. Introducción</b> .....	1
<b>2. Marco teórico</b> .....	3
2.1. Investigación en educación en Física.....	3
2.2. Preconceptos.....	4
2.3. Formas de detectar preconceptos.....	11
2.4. Estrategias para eliminar preconceptos.....	12
2.5. Enseñanza basada en la historia.....	16
2.6. Temas históricos.....	21
<b>3. Objetivos</b> .....	22
<b>4. Metodología</b> .....	23
4.1. Choques.....	23
4.1.1. Colisiones. Inelásticas y elásticas.....	23
4.1.2. Choques inelásticos.....	25
4.1.3. Choques elásticos.....	25
4.2. Graves.....	30
4.2.3. Ideas de Galileo.....	31
4.2.4. Caída de graves.....	33
4.3. Primera ley de Newton.....	34
4.3.1. Inercia del reposo.....	34
4.3.2. Inercia del movimiento.....	36
4.3.3. Principio de Inercia de Galileo.....	36
4.3.4. Principio de relatividad en carril de Galileo.....	38

4.4. Ley de gravitación de Newton.....	38
4.4.1. Leyes y ecuaciones.....	39
4.4.1.1. Leyes de Kepler.....	39
4.4.1.2. Huygens. Aceleración centrípeta.....	39
4.4.1.3. Segunda ley de Newton.....	39
4.4.2. Caídas de manzana y luna.....	40
4.5. Principio de Arquímedes.....	42
4.5.1. Experimentos.....	44
4.5.2. Principio de flotación.....	44
4.5.3. Aplicación de la fuerza ascensional.....	47
4.5.4. Flotar entre dos líquidos.....	47
<b>5. Conclusiones.....</b>	<b>50</b>
<b>6. Referencias.....</b>	<b>51</b>

# 1. Introducción

No es nada nuevo la importancia que tiene la ciencia para el desarrollo económico de un país, por lo que las asignaturas de ciencias juegan un papel fundamental para el futuro. Pero a tenor de los datos arrojados por informes como PISA se puede ver que el nivel de nuestros estudiantes de secundaria en este campo no es el deseable. Si se busca la raíz del problema se puede encontrar, por ejemplo, que el aprendizaje de la asignatura de física tiene grandes dificultades para los alumnos de la Educación Secundaria Obligatoria, especialmente en lo relativo a los aspectos conceptuales. El sistema tradicional de transmisión de conocimientos de los docentes y los libros a los estudiantes se ha visto ineficaz para la correcta asimilación de estos conceptos. Según Pozo y Gómez Crespo (1998, p.18) la mayoría de los alumnos cometen este tipo de errores a la hora de analizar fenómenos científicos, y ya que está tan extendido se hace necesario utilizar un enfoque constructivista en las asignaturas de ciencias y evitar que los estudiantes simplemente reproduzcan lo que ven en clase.

Este trabajo se centra en las investigaciones llevadas a cabo acerca de la eliminación de las ideas previas erróneas, en adelante, preconceptos, que dificultan tanto las clases de física en la E.S.O. y, dentro de esas investigaciones, se ve que los preconceptos que tienen los estudiantes de hoy día tienen muchas similitudes con las ideas de pensamiento que ha habido a lo largo de la historia (Carrascosa, 1987). El hecho de que exista esta similitud plantea a los docentes una posible estrategia a implantar en el aula y producir un cambio en el pensamiento de los alumnos que favorezca el aprendizaje correcto de los conceptos ya que al conocer los errores que suelen cometer los alumnos se les puede guiar para que vean la idea errónea que tienen fruto del pensamiento basado en la intuición y a la falta de desarrollo de un razonamiento científico.

Klopfer (1969, p.89) afirma que el uso de la historia de la ciencia se puede utilizar para mejorar el entendimiento de ésta en el aula, por lo que el uso de la epistemología puede ser una herramienta para provocar una mejora del conocimiento científico.

En este trabajo se comenzará con una explicación de las ideas previas más comunes que hay entre los estudiantes de secundaria en diversos temas de física y sus causas. Se introducirán brevemente los temas tratados así como los métodos para tratar de detectarlos y finalmente como eliminarlos si es posible con la herramienta propuesta aquí: la historia de la física.

## **2. Marco teórico**

### **2.1. Investigación en educación en física**

La correcta asimilación de los conceptos físicos, su articulación en forma de ecuaciones y la forma en que se utilizan dichas ecuaciones para analizar diversas situaciones de interacción entre cuerpos físicos se ve condicionada por las ideas previas que los alumnos tienen interiorizadas y que han obtenido a través de un análisis erróneo y no muy riguroso de fenómenos que pueden ver en hechos cotidianos. Diversas investigaciones han encontrado pruebas de que cuando los alumnos se enfrentan al análisis de problemas científicos utilizan estas estrategias erróneas de razonamiento y metodologías superficiales (Carrascosa y Gil, 1985, p.185) o aplican métodos basados en su capacidad de observación de dudosa utilidad para trabajar con contenidos científicos (Pozo, Sanz, Gómez y Limón, 1991, p.83).

Los conceptos erróneos son extensibles a todos los alumnos que estudian física independientemente del grupo y el curso. No es de extrañar que muchas de las ideas que tienen los estudiantes de física son similares a las teorías de aquellos que, en algún momento de la historia, se han considerado grandes científicos o filósofos.

Los resultados obtenidos en este tipo de investigaciones han jugado, y jugarán en el futuro, un importante papel en el conocimiento de los preconceptos de los estudiantes y en cómo estos aprenden, lo que significa poner a disposición de los profesores un conocimiento muy importante, porque podrán utilizar estos estudios para diseñar actividades que ayuden a sus alumnos a lograr el aprendizaje de la materia. Por lo que una de las utilidades de la investigación en la enseñanza de la física estriba en detectar aquellos preconceptos (es decir, conceptos previos equivocados que los alumnos tienen antes de comenzar su educación en física). Además del currículo, la metodología, los experimentos, etc., a desarrollar y realizar en las clases de física, es importante conocer los preconceptos de los alumnos para que clases teóricas, problemas y experimentos vayan dirigidos, primero a eliminar dichos preconceptos y,

segundo, a conseguir que los alumnos integren de forma operativa en su forma de pensar los conceptos científicos correctos.

Investigar sobre estos preconceptos es importante para lograr mejorar los estilos y metodologías de aprendizaje así como la motivación de los alumnos (Schumayer y Scott, 2016)

## **2.2. Preconceptos**

Anteriormente, vistas que las teorías que se formulan los estudiantes a través de la percepción que tienen del mundo que les rodea provocan que tengan problemas a la hora de afrontar las asignaturas de ciencias, en especial las materias de física y química. Estas ideas, aunque se contradicen con una explicación científica, pueden no resultar del todo ilógicas y por lo general cumplen una función en el procesamiento de la información cotidiana (Carretero, 1996). Por este motivo estas ideas son muy persistentes y muy difíciles de eliminar (Pozo y Carretero, 1992). También se les suele infravalorar, pues la mayoría de los preconceptos ya existen antes de comenzar los cursos de física ya que los alumnos pueden manejarse bien con las ecuaciones y su manipulación matemática a pesar de mantener los preconceptos.

Según Voss, Wiley y Carretero (1995, p.155) se pueden resumir las características de los preconceptos en:

- *No son correctas desde el punto de vista científico.*
- *Son específicas del dominio.*
- *Suelen ser dependientes de la tarea utilizada para identificarlas/ evaluarlas.*
- *En general, forman parte del conocimiento implícito del sujeto*
- *Son construcciones personales.*
- *Suelen estar guiadas por la percepción, la experiencia y el conocimiento cotidiano del alumno.*
- *No todas poseen el mismo nivel de especificidad.*
- *Tienen un cierto grado de estabilidad.*
- *Tienen un grado de coherencia y solidez variable.*

El conocimiento de estos preconceptos y de sus características es muy importante para la labor docente, porque según Jones, Carter y Rua (1999) cuando un profesor conoce las ideas previas que tienen sus alumnos y sus características logrará que estos mejoren sus resultados. Por ello se van a comentar algunos de los preconceptos más comunes entre los estudiantes de física.

Para Ivowi (1984, p.279), cuando se investiga sobre las causas más comunes que provoca el origen de los preconceptos que tienen los estudiantes de física encontramos que aparecen en:

1. Enseñanza. Los profesores son la mayor fuente de los preconceptos que tienen los alumnos, con libros de texto y exámenes que contribuyen a los mismos.
2. Uso del lenguaje. Los libros de texto tratan ciertos temas de forma superficial y con el énfasis desplazado. Puesto que los estudiantes se fían de los libros de texto, un mal libro de texto daría lugar a preconceptos. En las definiciones de ciertos conceptos no se pone el cuidado necesario y se utilizan palabras coloquiales en sentido científico.
3. Experiencias cotidianas. Las experiencias cotidianas parecen conducir, para explicarlas, de manera natural, a una mentalidad aristotélica.

Algunos estudios en ciencia cognitiva parecen aportar alguna luz sobre la persistencia de los preconceptos. Se ha encontrado que el cerebro hace más determinaciones probabilísticas que cálculos exactos (Rideout, 2012, p.326). Los estudiantes, incluso con entrenamiento en física, vuelven a sus preconceptos debido a que el cerebro da alas a las consideraciones probabilísticas, basadas en sus evidencias cotidianas, cuanto trata de explicar un fenómeno.

Otras particularidades encontradas acerca de los preconceptos es que son internacionales, no importa de qué país o cultura sean los estudiantes, tienen esencialmente los mismos preconceptos cuando comienzan a impartir en esta materia.

Otro interesante resultado de la investigación sobre la enseñanza de la física es el de que incluso los alumnos de cursos avanzados de física tienen los mismos

preconceptos que los alumnos de cursos más generales de física y que muchos de estos preconceptos no se eliminan mediante la instrucción más básica (clases magistrales, resolución de problemas tipo, etc.) Según Peters (1982, p.501) si a estos alumnos avanzados se les presentan problemas no habituales y se les pide que razonen y den explicaciones escritas acerca de la solución que han dado al problema, se ve que vuelven a razonar con el preconcepto y no con el concepto moderno.

Como los problemas tipo no son suficientes para acabar con los preconceptos y aunque los alumnos resuelvan muchos problemas de libros de texto los preconceptos no desaparecen, se requiere un esfuerzo por parte del docente para plantear a los alumnos problemas más elaborados, cuya solución entre en conflicto con los preconceptos de los alumnos (Kim y Pak, 2002, p.759).

Los experimentos programados, en muchas ocasiones en forma de experiencias de cátedra, juegan un papel importante la hora de eliminar preconceptos. Sin embargo, se ha encontrado que, a menos que los alumnos participen activamente en dichos experimentos es poco más que un entretenimiento para los alumnos (Crouch, Fagen, Callan y Mazur, 2004, p.835).

### **Preconceptos sobre el método científico**

Incluso antes de comenzar el estudio de los primeros temas de física nos encontramos con que los alumnos (y el público en general) ya tienen preconceptos erróneos acerca del funcionamiento del método científico, porque piensan que es un procedimiento casi industrial que mediante la aplicación de una secuencia de pasos bien conocida es capaz de encontrar la solución de cualquier problema o la explicación de cualquier fenómeno. Por el contrario, el método científico se basa en el escepticismo para analizar los resultados experimentales y la perseverancia para proponer alternativas y contrastar resultados. Así, el núcleo del método científico es la relación entre teoría y evidencia experimental, en un entorno en el que se comparte la información y no se aplica ningún principio de autoridad.

Se pueden resumir los pasos que se suelen seguir en una investigación científica en: observación, explicación (teoría), más observación (o experimentación) y posible verificación, revisión o abandono de la teoría. Los últimos pasos se deben repetir hasta que la teoría pueda explicar todo lo que se observa.

### **Preconceptos en mecánica**

La física está considerada una materia difícil (Clement, 1982, p.66), y lo es más porque los alumnos se empeñan en aprender para reproducir y no para comprender (Pozo y Gómez Crespo, 2010).

Cuando se investigan las causas de las dificultades por las que pasan los estudiantes de física, se pueden identificar varios factores que contribuyen a ello:

- Lo abstracto del material
- El grado de precisión lógica que se requiere para resolver un problema
- Sofisticación en los tipos de razonamiento necesarios
- Las habilidades matemáticas
- Conceptos
  - Conceptos clave, tales como masa, aceleración
  - Principios fundamentales (leyes de Newton, etc...)
  - Modelos, modelo atómico, de conducción eléctrica, etc.

En este caso el término preconcepto se utiliza para referirse a una construcción mental errónea que sustituye a un concepto básico que es clave para avanzar en el conocimiento de la física.

### **Cinemática**

Se ha demostrado que los alumnos cuando tienen que describir un movimiento tienen problemas a la hora de diferenciar entre posición y velocidad, además de que confunden el concepto de aceleración con el de velocidad (Kim y Pak, 2002, p.759). Según Peters (1982, p.501) se ve la problemática de la cinemática en el aula cuando los alumnos tienen que realizar diagramas para describir un movimiento, ya que al representar la gráfica posición-tiempo y velocidad-tiempo la mayoría de los estudiantes representan graficas semejantes.

## **Dinámica. Primera ley de Newton**

La mayoría de los alumnos tienen muy arraigada la idea aristotélica de que para que un cuerpo se mueva con velocidad rectilínea y uniforme se le debe aplicar una fuerza de continuo. Esto es debido a que no contemplan las fuerzas de rozamiento de forma operativa en su descripción de los fenómenos, ya que la experiencia cotidiana les dice que todos los cuerpos con una velocidad inicial acaban deteniéndose.

### **Fuerzas y su aplicación**

Cuando se plantea el estudio de un problema de choques, los alumnos consideran que la fuerza es una propiedad del cuerpo y tienen la idea errónea de que el cuerpo que se mueve a mayor velocidad, el que empuja, etc. ejerce mayor fuerza sobre el otro cuerpo que la que el otro cuerpo ejerce sobre el primero (Brown, 1989, p.353). Esta concepción de fuerza como una propiedad de un único objeto antes que como proveniente de una interacción entre objetos, se puede observar en situaciones estáticas y, en especial en situaciones dinámicas. Este preconceito sale a la luz cuando por ejemplo se plantea un problema de choques en el que una bola de bolera impacta a gran velocidad contra un bolo, pues la mayoría de los alumnos piensa que la bola ejerce mucha más fuerza sobre el bolo que la que el bolo ejerce sobre la bola.

Cuando pasamos a la aplicación de las fuerzas y se propone describir una situación cotidiana como por ejemplo una caja arrastrada de izquierda a derecha sobre una superficie horizontal tirando una persona de una cuerda atada a ella si se les pide a los alumnos que describan las fuerzas que actúan sobre cada parte del sistema, persona, cuerda, caja, suelo, se ve que tienen dificultades para describir las fuerzas pues la mayoría de alumnos no coloca correctamente (horizontal y hacia la derecha) las fuerzas que el suelo ejerce sobre el pie de la persona, confundiendo esta con la fuerza que el pie ejerce sobre el suelo (horizontal y hacia la izquierda).

### **Tercera ley de Newton**

La aplicación operativa de la tercera ley de Newton también presenta problemas para los alumnos. El reconocimiento de los pares de fuerzas que entran en una interacción entre cuerpos y de las fuerzas que se aplican de forma simultánea, reconocer que la misma fuerza se aplica en cuerpos diferentes y que la aplicación de la misma fuerza tiene efectos muy diferentes, en general, sobre cada cuerpo.

La redacción de esta ley en muchos libros también presenta un problema conceptual porque normalmente viene enunciada en términos de acción y reacción, lo que parece implicar una causa y un efecto y una aplicación no simultánea de las fuerzas. Pero aunque parece ayudar a su asimilación operativa cuando los estudiantes son preguntados en un contexto ligeramente diferente del habitual, vuelven al preconcepto de fuerzas iguales y opuestas que se aplican sobre el mismo cuerpo.

Para la eliminación de este tipo de preconceptos diversos autores (Stockmayer, Rayner y Gore, 2012, p.406) han propuesto que al enunciar las leyes de Newton la Tercera ley de Newton vaya la primera, seguida de la Segunda ley (ley de la dinámica) y de la Primera ley, o ley de la inercia.

En el contexto de la Tercera ley de Newton si analizamos el caso que se ha visto antes en los problemas que tienen los estudiantes con las fuerzas y sus aplicaciones en el que una caja era arrastrada por una persona que tiraba de ella con una cuerda, cuando al alumno se le preguntaba si era correcto decir que la caja se movía con velocidad uniforme debido a que la fuerza que ejerce la persona sobre la caja es igual a la fuerza que la caja ejerce sobre la persona la mayoría de los estudiantes creían que la afirmación era correcta, no reparaban en que es la fuerza de rozamiento aplicada sobre la caja la que es igual y de sentido contrario a la que la persona aplica sobre la caja. Esta sería una conclusión correcta de la aplicación del principio de inercia, basada en fuerzas incorrectas.

Para eliminar el preconcepto de que la fuerza es algo que pertenece a un cuerpo es necesario explicar mucho mejor la tercera ley de Newton. Un ejemplo característico de preconcepto se muestra cuando presentamos a los alumnos el

simple problema de una bola posada en una mesa (Hughes, 2002, p.381). Una vez que los alumnos admiten que la bola se encuentra en reposo sobre la mesa e identifican las dos fuerzas que se aplican sobre ella, se les pregunta dónde se aplica la fuerza de reacción de la fuerza que la Tierra ejerce sobre la bola. La respuesta más habitual es que esa reacción es la fuerza que la mesa ejerce sobre la bola. Si eliminamos la mesa y repetimos la pregunta, los alumnos se dan cuenta de que la fuerza del par de la tercera ley de Newton correspondiente a la fuerza que la Tierra aplica sobre la bola es la fuerza que la bola aplica sobre la Tierra, aplicada en el centro de la Tierra.

### **Energía potencial gravitatoria**

Se considera que la energía potencial gravitatoria que surge de la interacción que hay entre un cuerpo y una masa grande forma parte de la energía del cuerpo. Esta suposición no nos resulta un gran error de cálculo, pero conceptualmente sí que se trata de un error importante (Keepports, 2017). Si consideramos el cuerpo como sistema se tiene que la fuerza de la gravedad es una fuerza externa más y como realiza un trabajo resulta que hay una variación de su energía cinética. Si consideramos un sistema compuesto por el cuerpo más la Tierra la energía potencial gravitatoria es una energía interna de interacción. Si se produce una variación de la energía potencial gravitatoria se produce una variación de la energía cinética, ahora interna, del sistema, sin fuerzas externas aplicadas sobre el mismo. El resultado final puede ser el mismo, por ejemplo, la velocidad final del cuerpo, pero los pasos intermedios son conceptualmente muy diferentes.

### **Fuerza centrípeta**

Otro de los errores que cometen los estudiantes de física es que consideran que la fuerza centrípeta es una fuerza adicional que hay que aplicar sobre un cuerpo para que realice un movimiento circular. En este caso el error que comete la mayoría es que no reconocen que dicha fuerza centrípeta es la resultante de las fuerzas que se le aplican al cuerpo (Lan, 2002, p.361).

El preconcepto de fuerza centrífuga también se encuentra en muchos alumnos que analizan el movimiento circular. En este caso el error es más importante porque esta fuerza es ficticia, y su utilización se limita a cuando se quieren aplicar las leyes de Newton en un sistema de referencia no inercial.

### **2.3. Formas de detectar preconceptos**

La forma de estudiar preconceptos es la utilización de problemas con un mínimo de complejidad, de este modo se puede aislar la fuente que produce el error. Para detectar los preconceptos que tienen los alumnos se les pide que expliquen por escrito el razonamiento que han seguido para resolver unos determinados problemas.

Parte del trabajo de un profesor de física es asegurarse de que sus alumnos han conseguido superar toda una serie de preconceptos equivocados. Para tener una idea de los preconceptos que tienen sus alumnos y hacerse una idea de cómo debe planificar las clases para que se produzca el cambio conceptual puede recurrir a la realización previa de test con respuestas múltiples (Hestenes, Wells y Swackhamer, 1992, p.141), tales como el Force Concept Inventory (FCI), utilizado para ver el nivel que tienen los alumnos que cursan ingenierías a la hora de aplicar la mecánica de Newton, como por ejemplo, cuando se vio antes que los alumnos tienen dificultades a la hora de plantear el diagrama del cuerpo libre (free body diagram). La ventaja de este cuestionario con respecto a versiones previas como el Mechanics Diagnosis Test (MDT) es que además de determinar el grado de comprensión permite detectar y clasificar los errores conceptuales.

Una vez realizados los cuestionarios los resultados pueden mostrar cuales son los preconceptos equivocados y lo extendidos que están. De este modo se puede conseguir eliminar dichos preconceptos e inculcar toda una serie de conceptos físicos de forma operativa, tal que el alumno sea capaz de resolver y analizar los problemas que se le propongan. Una encuesta al final del tema, con preguntas semejantes a las de la primera encuesta, pero con las preguntas redactadas de forma más técnica, le puede permitir comprobar si la estrategia de eliminación de los preconceptos equivocados ha sido la adecuada.

Ejemplos de formas de detectar preconceptos y conceptos equivocados:

1. Cambiar de sistema de referencia. Cuando el mismo proceso se describe en un sistema de referencia distinto del habitual, se puede detectar la aplicación de conceptos equivocados.
2. Cambiar de sistema. Al analizar el movimiento de un coche dotado de un globo hinchado, los conceptos cambian en función de que se elija el coche-globo más el aire o sólo el coche-globo.
3. Inversión temporal. Imaginarse el mismo proceso moviéndose hacia atrás en el tiempo y su comparación con el proceso inverso real, permite detectar el uso equivocado de conceptos.
4. Realizar el experimento en otro planeta o en la Luna. Analizar un experimento desarrollado en la Tierra como si sucediese en la Luna, con sus similitudes y diferencias, permite eliminar conceptos equivocados.

#### **2.4. Estrategias para eliminar preconceptos**

Existen muchos conceptos (algunos son preconceptos) equivocados que los alumnos tienen cuando comienzan el estudio de la física. Se proponen diversas estrategias para su erradicación, en particular, el uso de los experimentos, o conjuntos de experimentos, importantes en la historia de la física y la realización de experimentos bien programados y realizados con materiales sencillos.

Una teoría sobre el cambio del pensamiento aplica la teoría de catástrofes (teoría del cambio discontinuo), en especial la catástrofe en cúspide (Boyes, 1988, p.105). Que conlleva la aceptación de la explicación sobre un hecho científico abandonando un conjunto de preconceptos. La catástrofe en cúspide se produce cuando el pensamiento, que depende de dos factores (parámetros de control), puede ser bimodal. Cuando uno de los parámetros va variando (por ejemplo, un tipo de experiencias cada vez más complejas), llega un momento en que la falta de sustentación experimental hace necesario cambiar de forma de pensar, produciéndose entonces el cambio brusco, pasándose de un preconcepto erróneo a la explicación convencional admitida. Al utilizar esta estrategia los

alumnos tienen que construir una idea nueva, presentarla, defenderla de las críticas y compararla con otras ideas, es decir, aplicar el método científico.

Si el cambio de paradigma mental se produce de esta forma, sería necesario organizar las experiencias de forma cuidadosa, emplear un nuevo lenguaje, organizar la información de forma más clara y cuantitativa, etc., para conseguir producir el cambio mental en el alumno.

Pero para Posner, Strike, Hewson y Gertzog (1982, p.211) este cambio mental en los alumnos no se va a producir a menos que se cumplan unas condiciones:

*a) Es preciso que exista insatisfacción con las concepciones existentes.*

*b) La nueva concepción debe ser inteligible, esto es, el alumno debe entender el modo en que la nueva concepción puede estructurar las experiencias anteriores.*

*c) La nueva concepción debe parecer inicialmente plausible.*

*d) La nueva concepción debería ser útil, es decir, debería sugerir nuevas posibilidades de exploración y debería proporcionar nuevos puntos de vista al alumno. La nueva concepción debe resolver los problemas creados por su predecesora y explicar nuevos conocimientos y experiencias.*

Para otros autores el cambio conceptual no será posible si no va ligado a un cambio metodológico (Carrascosa y Gil, 1985; Gil, 1994; Segura, 1991).

### **Problemas y experimentos que sorprendan**

Para Campanario (1998, p.439) una forma de detectar y eliminar los preconceptos de los estudiantes es a través del uso de problemas cuya solución es poco intuitiva o resulte sorprendente. La idea es que se les plantee a los alumnos un problema y que la solución choque y derribe las hipótesis que ellos

han planteado para solucionarlo y lograr así un aprendizaje significativo. (Fonseca, Hurtado, Lombana y Ocaña, 2003).

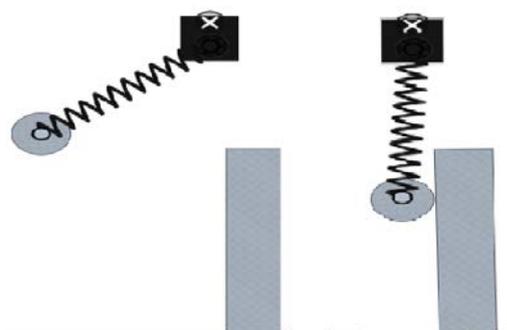
Siguiendo con la sorpresa como herramienta de aprendizaje, identificado un cierto preconcepto, es interesante presentar un cierto experimento y discutir lo que se espera que suceda, aplicando la teoría subyacente en el preconcepto. Y una vez realizado el experimento, comprobando que el resultado obtenido no es el esperado según la teoría expuesta, discutir la forma de explicar el resultado del experimento, introduciendo conceptos correctos y analizando experimentos previos. De este modo se logra que las ideas previas de los alumnos entren en conflicto y vean que el sentido común o lógica que aplican es errónea.

Muchas veces los profesores de física no están predispuestos a realizar pequeños experimentos de aula (no de laboratorio), que ayuden a aclarar algún aspecto de la física que en un momento dado están explicando a los alumnos a pesar de que se pueden preparar experiencias sin apenas materiales. Un ejemplo de experimento sencillo consiste en utilizar una pajita de refresco para beber por succión el líquido contenido en un vaso. Los estudiantes y el público en general suelen tener el preconcepto de que lo que hace ascender la columna de líquido es la fuerza de succión de quien lo realiza. McHugh y McCauley (2016, p.548) proponen un simple experimento utilizando dos pajitas huecas de refresco, una que conecta la boca con el líquido, sumergida en él, y otra que conecta la boca con el exterior del vaso. Aunque los estudiantes suponen que no va a variar el resultado se sorprenden al comprobar que el líquido no asciende. La explicación es que con la pajita abierta, la persona no consigue hacer vacío y la presión atmosférica no es capaz de elevar la columna de líquido.

Otro ejemplo de preconcepto equivocado es aquel en el que los alumnos suponen que cuando se produce un choque inelástico la fuerza existente entre los cuerpos que chocan y quedan juntos es mayor que cuando los cuerpos chocan y rebotan (choque elástico). Este tipo de experimentos es más complicado de reproducir en un aula: fuerzas de rozamiento, dificultad para encontrar los materiales adecuados, etc. Para subsanar esas dificultades en la actualidad se disponen de programas de simulación como Algodoo (<http://www.algodoo.com>) con los que se pueden realizar pequeños

experimentos (bidimensionales) con gran precisión, tanto en la elección de las condiciones iniciales como en la obtención de los datos finales (Gregorcic, Bodin, 2017, p.25).

Con este simulador se puede hacer una recreación de un choque inelástico y otro elástico entre una bola y un bloque para tratar de corregir este preconcepto.



En la imagen se puede ver la recreación de un choque inelástico (bloque no cae) en el que la bola experimenta una variación de momento lineal de  $\Delta p = -mv$ , pues pasa de tener velocidad  $v$  a velocidad cero.

De acuerdo con la segunda ley de Newton,  $\vec{F} = m\vec{a}$ , la bola experimenta un impulso que es igual a la fuerza que ejerce el bloque sobre ella por el tiempo implicado en el choque  $Ft_0 = -mv$  y según la tercera ley de Newton el bloque experimenta una fuerza igual y de sentido contrario a la bola.

Sobre el bloque se ejerce un par  $\tau = Fd$ , donde  $d$  es la distancia en perpendicular del punto donde golpea la bola hasta el centro del bloque. Como, por la ecuación de la rotación  $Fdt_0 = I\omega$  si el impulso angular no es suficiente como para conseguir una gran velocidad angular  $\omega$ , el bloque oscila, pero no cae.

En el choque elástico la bola experimenta una variación de momento lineal de  $\Delta p = -2mv$ , pues pasa de tener velocidad  $v$  a una velocidad  $-v$ . En este caso, la fuerza que experimenta la bola debe ser  $\vec{F}t_0 = -2mv$  y  $\vec{F}dt_0 = I\bar{\omega}$  y el impulso angular puede ser ya suficiente como para adquirir una gran velocidad angular  $\bar{\omega}$ , y conseguir que el bloque caiga.

### Aprendiendo de los errores

Para Astolfi (1999) es muy importante que en los modelos constructivistas no se consideren los errores como algo fatal, sino que son indicadores de buenas

prácticas en el aula y que se deben aprovechar según van apareciendo, incluso provocándolos, para erradicar los preconceptos.

### **Desarrollo histórico de los conceptos**

Como se ha comentado antes muchos de los preconceptos que tienen los estudiantes de física provienen de la mentalidad aristotélica que tienen, es decir, la percepción de cómo ocurren los fenómenos y que les hace realizar análisis erróneos de estos. Parece lógico que para superar estos preconceptos deban pasar por las mismas fases que han pasado los científicos a lo largo de la historia para comprender, desarrollar y aplicar dichos conceptos, y parece conveniente que los mismos, al menos en sus inicios, se expongan del mismo modo que fueron desarrollados históricamente, para ver cómo unos conceptos iban contradiciendo otros hasta llegar al conocimiento actual.

Los profesores de física generalmente no contemplan las posibilidades y no utilizan la historia de la física, es decir, los experimentos que, precisamente, fueron desarrollados por los científicos que nos han precedido para diseñar y analizar fenómenos de la naturaleza para ayudar a comprender su auténtica naturaleza y que rompen en muchos casos las hipótesis que defendían sus antecesores pero que tenían algún fallo conceptual.

Si en las clases de física se incluye una perspectiva histórica que permita que los estudiantes comparen sus ideas con las que han estado presentes a lo largo de la historia de la física y que vean como cambiaron esos paradigmas, se abrirá una puerta a que se produzca el cambio conceptual y reconduzcan sus ideas (Rodríguez Pineda y González Flórez, 2002).

Este es la estrategia que se estudia en este trabajo para ayudar a eliminar los preconceptos.

### **2.5. Enseñanza basada en la historia**

Conocer la historia de la ciencia puede ser de ayuda para que los alumnos aprendan la materia de física. (Otero, 1985; Sánchez Ron, 1988; Nielsen y

Thomsen, 1990; Matthews, 1994). El docente debe ser capaz de hacer ver a los alumnos la importancia de la historia en el método científico. Muchos de los conceptos que se manejan hoy día vienen por las insatisfacciones que han tenido científicos más modernos con las concepciones establecidas por sus antecesores, lo que hoy puede parecernos la teoría correcta puede ser sustituida por otra que explique mejor un determinado fenómeno en el futuro. Por ejemplo, Isaac Newton llevó a cabo varios experimentos para comprobar si la relación entre la fuerza gravitacional y la fuerza inercial era la misma para todos los cuerpos. Llegar a sus conclusiones le llevo mucho trabajo y sin embargo no se establecieron inmediatamente, sino que durante un siglo se siguieron realizando experimentos para decidir entre su teoría y otras alternativas (Evans, 1996).

Gagliardi (1998, p.291) afirmaba que la enseñanza de las ciencias necesitaba una transformación para encararla desde la construcción de conocimientos y no desde la memorización y que la determinación de los obstáculos epistemológicos es de gran importancia para que los alumnos transformen su sistema cognitivo y su estructura lógica. Pero los profesores no pueden caer en el error de mostrar a los estudiantes simplemente los experimentos que lograron el éxito (Gagliardi y Giordan, 1986), hay que mostrarles que para llegar a ello a los científicos se les plantearon muchos problemas y que para llegar a cambiar una teoría hace falta algo más que una experiencia.

Pero la pregunta puede estar en ¿cómo lo aplicamos? Como se comentó en el apartado de preconcepciones es conveniente la realización de una actividad previa (como la realización de un cuestionario) para la detección de las ideas previas que el docente se va a encontrar.

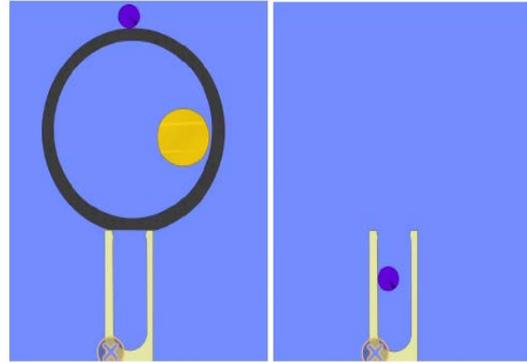
Todos los investigadores del campo de la física (Kepler, Galileo, Huygens, Leibnitz, Newton, etc.) cuando analizaron los primeros fenómenos sencillos (choques elásticos e inelásticos, caída de graves, etc.) tuvieron que ir eliminando toda una serie de preconcepciones, la mayoría provenientes de la Grecia clásica, con Aristóteles como principal filósofo natural de esa época, para avanzar en el desarrollo de las teorías. Es más que probable que los alumnos encuentren razonables muchas de las ideas históricas que coinciden con algunas de sus ideas previas, Withaker (1983, p.352) afirmaba que por ello los estudiantes tienen todavía una mentalidad aristotélica. Por ejemplo, muchos dan por válida

al principio de sus estudios de la asignatura la teoría medieval de Jean Buridan del ímpetus acerca del movimiento de un cuerpo, que decía que cuando se lanza un cuerpo al aire este subirá hasta que se le acabe el ímpetus que se le ha dado (si es que hay una resistencia) y entonces caerá. Una vez comparadas hay que centrarse en la evolución que los conceptos e ideas han sufrido con el paso del tiempo, como en el ejemplo del ímpetus nos da pie a explicar cómo se pasó al principio de inercia de Galileo y después a las teorías de Newton, de forma que el estudiante elimine el preconcepto y comprenda que en el conocimiento científico no hay teorías inamovibles. Es interesante presentar el desarrollo de los conceptos correctos en el mismo contexto en que los anteriores investigadores consiguieron superarlos, viendo el alumno cómo se han ido diseñando experimentos para ir eliminando mediante la evidencia experimental los preconceptos equivocados. Pero hay que dar la información justa, un exceso puede resultar contraproducente (Campanario, 1998, p.439).

Por ejemplo, el concepto de inercia del movimiento, o principio de inercia de Galileo aplicado en un sistema de referencia en el que un cuerpo se mueve con una cierta velocidad  $\vec{v}$  tal que si no se le aplica ninguna fuerza, mantiene la magnitud y sentido de la velocidad, tropieza con una serie de dificultades prácticas para poder observarlo. Puesto que la evidencia experimental indica que un cuerpo que inicialmente se mueve con cierta velocidad sobre una mesa termina por pararse, parece que no se cumple dicho principio de inercia, llegándose a la conclusión, también obtenida por Aristóteles, de que para que un cuerpo se mueva con velocidad uniforme es necesario aplicarle una fuerza.

Para conseguir entender lo que sucedía, Galileo desarrolló una serie de experimentos, mediante una rampa curva, que le permitieron mostrar de forma clara que para que un cuerpo se mantenga en movimiento uniforme no es necesario que se le aplique ninguna fuerza. Este tipo de experimentos a realizar con la rampa curva y regulable de Galileo, ayudarían a los alumnos a entender este sutil concepto de la inercia del movimiento.

Se puede acompañar la lección con un simple experimento o simulación. En la figura se muestra una recreación de un experimento que se utiliza para mostrar el principio de inercia de Galileo en su faceta de la inercia del reposo. Una bola descansa sobre la parte superior de un



aro rígido, situada justamente en la vertical de la boca de un vaso. Cuando se golpea el aro desde su interior (lo que en un aro real hace que se deforme adoptando una forma achatada por los polos), alejándolo del lugar, la bola permanece, por un instante en su posición (inercia del reposo), para luego caer libremente y, puesto que su posición horizontal no se ha visto modificada, y entrar en el vaso.

También es conveniente introducir ciertos conceptos básicos como masa, energía, etc., en un contexto histórico, tal y como los primeros científicos los enunciaron e interpretaron:

**Masa.** La masa es la medida de la cantidad de materia de un cuerpo. Su valor numérico es igual al producto de su volumen por su densidad (Brown, 1965, p.319).

**Energía.** La distinción entre energía mecánica, que, en general, no se conserva, y energía, que se conserva, y el desarrollo histórico de ambos conceptos puede ayudar a entender mejor conceptos relacionados con estos como los de trabajo y calor. Las discusiones al respecto del significado físico y matemático de estos conceptos también son muy útiles para clarificarlos ante el estudiante.

Una técnica interesante es desarrollar, en forma de ecuaciones, los conceptos históricos relativos a un tema de física y llevar a cabo los cálculos sobre sus predicciones, comparando dichas predicciones con las predicciones de las teorías modernas y con los experimentos. Por ejemplo, las ideas desarrolladas por Aristóteles en su libro Física, se pueden expresar en forma de principios y ecuaciones del movimiento y, mediante estas ecuaciones, analizar diversos procesos cotidianos.

Por ejemplo, el concepto de momento lineal  $\vec{p} = m\vec{v}$  y su carácter vectorial, se desarrolló en el marco del análisis de los choques elásticos e inelásticos entre cuerpos. Cuando la aplicación de la idea de conservación del momento lineal, (todavía sin forma vectorial) se aplicó al caso de choques de una partícula ligera contra una partícula pesada en reposo, se encontró que no funcionaba correctamente. Para salvar una idea tan importante como la conservación del momento lineal, se entendió que tanto a la velocidad como al momento lineal, se les debía asignar signo o dirección (positiva hacia la derecha, negativa hacia la izquierda) además de valor. Surge así, de una manera natural en el desarrollo de una teoría, el concepto de magnitud vectorial. Esta presentación puede ayudar a un alumno a entender de manera lógica la razón de empezar a utilizar vectores en física.

Las leyes de Kepler son de gran importancia histórica en el desarrollo de la física. Un buen entendimiento de dichas leyes es fundamental para cualquier alumno que comienza el estudio de la física. Un tema interesante en relación con las leyes de Kepler, y con la aplicación de la segunda ley de Newton, es la relacionada con la forma de las órbitas cerradas. La forma de la órbita depende de las condiciones iniciales.

La persistencia de preconceptos erróneos, por ejemplo el visto sobre el movimiento, en los estudiantes pone de manifiesto las enormes dificultades que encara un profesor cuando intenta inculcar los conceptos correctos a través de la enseñanza tradicional. El conocimiento de las ideas de los alumnos en relación a un cierto tema y el análisis de su relación con el desarrollo histórico de las ideas que llevaron al conocimiento actual. La técnica de la instrucción basada en la investigación se centra en presentar al alumno situaciones de física con las que esté familiarizado que éste debe ir analizando hasta poner de manifiesto el origen y el papel que juegan los preconceptos erróneos en ese tema.

Otra de las posibilidades para aplicar el uso de la historia en las aulas es la representación de roles. Por ejemplo, en la enseñanza de los fundamentos físicos básicos de las máquinas térmicas, los estudiantes llevan a cabo una representación teatral en la que aparecen distintos personajes científicos (Newcomen, Carnot, Stirling, Watt, etc.) que a la vez que presentan sus

aportaciones científicas ponen en el contexto de estas aportaciones lo que supuso la revolución industrial. De este modo se logra desarrollar un currículum docente más interdisciplinario que integrando contenidos científicos en un contexto social y tecnológico más amplio. Aunque esta técnica es más popular en otras actividades y contexto, apenas se ha utilizado en la enseñanza de la física.

Los estudiantes deberán buscar la información sobre los investigadores, y organizarse en grupos para la presentación que debe abarcar tanto la parte científica como la técnica. En el ejemplo de las máquinas térmicas la representación debería constar de las siguientes exposiciones:

**De la sociedad a la tecnología.** Se presenta un prototipo de máquina térmica de Stirling a toda la clase. El primer principio de la termodinámica, estudiado en lecciones previas, es utilizado para explicar cómo funciona la máquina.

**De la tecnología a la ciencia.** Se define el concepto de caballo de vapor, se explica cómo funciona un ciclo de Carnot y el concepto de rendimiento de una máquina térmica.

**De la ciencia a la tecnología y a la sociedad.** Científicos y técnicos describen sus máquinas a operarios de una fábrica para que las adopten en su trabajo. Los periodistas informan en sus periódicos sobre las decisiones de los obreros.

Al finalizar el profesor hace un repaso historiado de la actividad.

## **2.6. Temas históricos**

En este trabajo se van a estudiar los preconceptos siguientes asociados a su historia:

**1. Choques elásticos.** Principio de conservación del momento lineal, principio de conservación de la energía mecánica. Carácter vectorial de la velocidad y del momento lineal.

**2. Choques inelásticos.** Principio de conservación del momento lineal, principio de conservación de la energía total.

**3. Leyes de Kepler.** Las leyes de Kepler permitieron a Newton desarrollar los conceptos de la mecánica y algunas de sus leyes más importantes.

**4. Experimentos de Galileo en mecánica.** Experimentos con un plano inclinado.

**5. Aceleración centrípeta.** Huygens. El concepto de aceleración centrípeta, desarrollado por Christiaan Huygens, junto con las leyes de Kepler, permitieron a Newton obtener la ley de gravitación universal del inverso del cuadrado de la distancia.

**6. Experiencia de Arquímedes.** El análisis del experimento de Arquímedes para comprobar si la corona del rey Hiero de Siracusa era, o no, de oro, permite desarrollar ciertos conceptos experimentales interesantes.

### **3. Objetivos**

Los errores conceptuales son numerosos en los estudiantes de física de la E.S.O. y les cuesta mucho esfuerzo entender la asignatura. El problema es importante porque muchos son capaces de aprobar la asignatura y llegan a cursos de ingeniería donde se necesita una base sólida de física, sin ideas erróneas.

Con la realización de este trabajo se pretende dotar a los docentes de física de otra posible herramienta para ayudar a sus alumnos en la superación de sus problemas a la hora de afrontar la asignatura y que estos logren un aprendizaje significativo de la materia potenciando su capacidad de razonamiento por encima de la capacidad de memorizar, es decir, aplicando el método científico.

## **4. Metodología**

El trabajo aquí expuesto presenta una metodología poco utilizada por los profesores por lo laboriosa que puede resultar la preparación de las clases y lo meticuloso que hay que ser a la hora de dar la información.

Es indispensable conocer los preconceptos de los alumnos para tener una visión de donde tienen más problemas. Para conocerlos se puede recurrir a un cuestionario previo como el FCI, que plantea preguntas de forma sencilla para que los alumnos sean capaces de entenderlas sin dificultad. Con la información obtenida de los test el docente puede hacer una planificación de unidad didáctica acorde a la problemática que tienen los estudiantes.

Como la mayoría de los preconceptos que tienen los alumnos son los mismos que los que podía tener Aristóteles en la Grecia clásica se plantea hacer ver esto a los alumnos y desarrollar con ellos los procesos del método científico que aplicaron los investigadores para mejorar los planteamientos de sus antecesores. Como se ha visto en el apartado de enseñanza basada en la historia este desarrollo puede ser acompañado con experimentos realizados en el aula como simulaciones con Algodoo para apoyar las explicaciones y de este modo los alumnos reconduzcan su razonamiento de la materia.

Al término de la unidad se les repite el test FCI pero con un texto redactado de un modo más técnico para ver si se ha producido un aprendizaje significativo.

### **4.1. Choques**

Históricamente, el análisis de los choques, elásticos e inelásticos, condujo al concepto de conservación del momento lineal y, posteriormente, al concepto de energía cinética y su no conservación en los choque inelásticos.

#### **4.1.1. Colisiones. Inelásticas y elásticas**

Desde un punto de vista histórico, el estudio de las colisiones entre cuerpos, elásticas o inelásticas, permitió el desarrollo de la física, primero de la mecánica

y, posteriormente, de la termodinámica. Entre los alumnos es frecuente encontrar el preconcepto equivocado de que piensan que cuando se produce un choque inelástico la fuerza existente entre los cuerpos que chocan y quedan juntos es mayor que cuando los cuerpos chocan y rebotan (choque elástico).

La idea de conservación del momento lineal ha sufrido muchas variaciones desde que se planteó en la Edad Media. Las hipótesis fueron cambiando para poder explicar el funcionamiento de los choques ya que al inicio los cálculos no daban los resultados esperados. Como en este trabajo planteamos un enfoque histórico habría que plantear a los alumnos lo que esperan que ocurra cuando chocan dos bolas, a ver si tienen el mismo pensamiento que tenían en la antigüedad. Se hace un repaso a los problemas que se encontraron, así como los experimentos y razonamientos que hicieron científicos como Huygens o Leibnitz para llegar a conclusiones la necesidad de tratar el momento lineal como un vector, desarrollos y explicaciones que viene en los apartados siguientes.

Cuando se llevan a cabo experimentos en los que cuerpos con la misma forma, por ejemplo, una esfera, y de diversos materiales, chocan contra un mismo cuerpo, por simplicidad, que se encuentra en reposo, se constata que el efecto que sobre el cuerpo en reposo tiene el choque, es proporcional a la masa del cuerpo que incide sobre él y a la velocidad del mismo. Con experimentos de este tipo, los científicos fueron desarrollando la idea de que la magnitud  $p = mv$  producto de la masa del cuerpo por su velocidad (todavía no considerada una magnitud vectorial), posteriormente denominada *momentum* (momento lineal), jugaba un papel importante en el análisis de los choques.

Cuando un cuerpo rígido de masa  $m$ , moviéndose con rapidez  $v$ , golpea, en un choque colineal de sus centros, contra un cuerpo igual a él, inicialmente en reposo, se constata experimentalmente que el primero se detiene y que el segundo se mueve con la misma rapidez  $v$  del primero. Para explicar esta experiencia, se especuló con la idea de que debía existir una magnitud, denominada *momentum*  $p$ , e igual al producto de la masa por la rapidez,  $p = mv$  que se conservaba a lo largo de los procesos (Más adelante se describen los experimentos que llevaron a la conclusión de que tanto la velocidad y el momento lineal deben ser vectores).

### 4.1.2. Choques inelásticos

En el caso de un cuerpo de masa  $m_1$ , que moviéndose con rapidez  $v$  choca contra un cuerpo de masa  $m_2$ , inicialmente en reposo, quedando unidos ambos cuerpos y desplazándose conjuntamente con rapidez  $v$ , se pudo constatar que se cumplía la relación

$$m_1 v = (m_1 + m_2) \bar{v}.$$

Se llegó entonces a la conclusión de que para este tipo de choques inelásticos se podía anticipar el resultado del experimento admitiendo como hipótesis que para los mismos se cumplía el principio de conservación del *momentum*, es decir, que el momento lineal inicial, antes del choque, era igual al momento lineal final, después del choque. En el caso anterior se tiene  $p_i = m_1 v$ ,  $p_f = (m_1 + m_2) \bar{v}$  y que  $p_f = p_i$ . Por tanto, en este tipo de choques inelásticos se podía predecir el valor de la rapidez  $\bar{v}$  si se conocía la razón  $r$  entre las masas,  $r = m_1/m_2$ , y la rapidez inicial de la bola que incide contra la bola en reposo,  $v$ , con  $\bar{v} = (1 + r^{-1})^{-1} v$ .

A medida que  $r \rightarrow 0$ , se tiene que  $\bar{v} \rightarrow 0$ . Cuando el cuerpo de masa  $m_1$  choca inelásticamente contra una pared de masa cuasi-infinita  $m_2 \rightarrow \infty$ , aparentemente desaparece el momento lineal.

### 4.1.3 Choques elásticos

Cuando hubo que analizar choques elásticos entre cuerpos, por ejemplo, el caso de un cuerpo de masa  $m_1$ , que moviéndose con rapidez  $v$  choca contra un cuerpo de masa  $m_2$ , inicialmente en reposo, y moviéndose cada uno de ellos por separado, con su respectiva rapidez,  $\bar{v}_1$  y  $\bar{v}_2$ , se constató que se cumplía la relación

$$m_1 v = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 \quad (\text{Ecuación 4.1.3.1})$$

reforzándose la convicción de que podía tener sentido físico utilizar el principio de conservación del momento lineal.

Pero cuando se tiene una razón  $r = m_1/m_2 < 1$ , en un choque frontal el cuerpo 1 cambia el sentido de su rapidez y se tiene que  $m_1 v \neq m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2$ . La relación

anterior (Ec. 4.1.3.1) que describe la conservación del momento lineal en el choque elástico, se constató que se cumplía siempre si a la rapidez de un cuerpo se les asignaba signo, positivo o negativo, en función del sentido de su movimiento, hacia  $+x$  o hacia  $-x$  respectivamente, transformando el escalar rapidez  $v$  en el vector velocidad  $\vec{v}$ , así como asignando características vectoriales al momento lineal.

Es decir, esta observación permitió constatar que el momento lineal tenía sentido además de magnitud y que, por tanto, debía ser tratado como un vector, es decir:

$$\vec{p} = m\vec{v}, \text{ con } m_1\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \text{ (Ecuación 4.1.3.2)}$$

Esta constatación del carácter vectorial del principio de conservación del momento angular, constituyó un gran avance en el análisis de los choques.

### **Leyes de Newton**

En los choques, elásticos o inelásticos, de un cuerpo finito contra un cuerpo infinito, aparentemente no se cumple la conservación del momento lineal. Isaac Newton fue capaz de superar esta aparente contradicción entre un principio importante y las experiencias introduciendo dos leyes: la segunda ley de Newton (ya en notación vectorial),  $d\vec{p} = \vec{F}dt$ ; relacionando la variación de (vector) momento  $d\vec{p}$  con la fuerza (vector)  $\vec{F}$  que la pared ejerce sobre una bola que incida sobre ella y el (escalar) tiempo  $dt$  durante el que dicha fuerza se aplica, con el (vector) impulso  $\vec{I} = \vec{F}dt$ ; y la tercera ley de Newton, por la cual el cuerpo incidente ejerce sobre la pared un fuerza igual y de sentido contrario a la que la pared ejerce sobre él, y durante el mismo intervalo de tiempo, produciendo sobre la pared una variación de momento lineal igual y de sentido contrario al experimentado por la bola, aunque sin que se produzca variación en la velocidad de la pared. Aunque la pared experimenta una variación de momento igual y de sentido contrario al que experimenta el cuerpo, como la pared tiene una masa infinita, su velocidad es nula en todo momento.

Por tanto, el momento lineal de un sistema puede variar si sobre el mismo se ejerce un impulso. En el choque elástico de una bola contra una pared, se tendría

la segunda ley de Newton  $d\vec{p} = \vec{F} dt$  ; y la tercera ley de Newton,  $\vec{F}_{2/1} = -\vec{F}_{1/2}$ . En este caso, la bola elástica invierte su momento lineal inicial  $\vec{p}_f = -\vec{p}_i$  debido a su choque contra la pared, pared que varía su momento lineal, en  $-2\vec{p}_i$ , aunque sin variar el valor absoluto de su velocidad. Una bola que choca y rebota contra un cuerpo, ejerce sobre éste el doble de impulso que una bola de su misma masa y velocidad que choque inelásticamente contra el mismo cuerpo. Del mismo modo, cada cuerpo experimenta el doble de variación de su momento lineal en un choque elástico que en uno inelástico.

### **Energía cinética de traslación**

Aunque el cumplimiento de la Ec. 4.1.3.1 para choques elásticos podía ser comprobado, con sólo esta relación no se podrían predecir los valores de las velocidades de salida de los cuerpos en un choque elástico (una ecuación, dos incógnitas).

Christiaan Huygens (Taylor, 1959) avanzó la hipótesis de que en el caso de los choques elásticos, también se debería cumplir la relación entre masas y cuadrado de las velocidades (la bola 2 se encuentra inicialmente en reposo). Proponía que un choque elástico se podía considerar como un primer choque inelástico seguido de una división de los cuerpos de un modo que implicaba que se conservara la energía cinética del choque.

$$\frac{1}{2} m_1 \vec{v}^2 = \frac{1}{2} m_1 \vec{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v}_2^2$$

La magnitud  $K = \frac{1}{2} m v^2$  asociada a un cuerpo de masa  $m$  y rapidez al cuadrado  $v^2$  fue posteriormente denominada energía cinética del cuerpo. Gottlieb Leibnitz intuyó que la magnitud  $m v^2$  debía jugar un papel importante en mecánica, al igual que el producto de la fuerza por la distancia que se aplica. Pero fue Huygens el que relacionó el trabajo realizado por una fuerza con la variación de energía cinética y obtuvo el factor  $\frac{1}{2}$  para la misma. Como la velocidad se eleva al cuadrado, la energía cinética no es un vector, es un escalar. Posteriormente se introdujo el concepto de producto escalar de dos vectores, siendo entonces  $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$  un escalar.

Considerando ambos principios de conservación para los choques elásticos (dos ecuaciones, dos incógnitas), ya se pueden predecir, para choques unidireccionales, las velocidades de salida de las partículas 1 y 2, obteniéndose

$$\vec{v}_1 = \frac{r-1}{r+1} \vec{v}; \vec{v}_2 = \frac{2r}{r+1} \vec{v}$$

respectivamente, donde  $r = m_1/m_2$  sigue siendo la razón entre la masa de la partícula 1 y la masa de la partícula 2. El principio de conservación del momento lineal y el principio de conservación de la energía cinética, permiten predecir las velocidades de salida de las partículas en los choques elásticos. Como es fácil comprobar, cuando  $r < 1$ , la partícula incidente 1, en efecto, cambia de sentido su velocidad.

### **Cambio de referencial para describir el choque**

Para un observador en un referencial  $\bar{S}$  que se mueve con velocidad  $V$  respecto del referencial  $S$  anterior, se tendrán las velocidades iniciales  $u_1$  y  $u_2$  de las partículas 1 y 2, respectivamente, con velocidades finales  $\bar{u}_1$  y  $\bar{u}_2$  para cada una de ellas, y para él se deben cumplir las ecuaciones correspondientes

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 \bar{u}_1 + m_2 \bar{u}_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \bar{u}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{u}_2^2$$

### **Transformaciones de Galileo**

Con las transformaciones entre velocidades

$$u_2 = -V,$$

$$u_1 = v - V = v + u_2,$$

$$v = u_1 - u_2,$$

se obtienen las velocidades  $\bar{u}_1$  y  $\bar{u}_2$  y de salida en  $\bar{S}$  en función de las velocidades iniciales  $u_1$  y  $u_2$ , como (Taylor, 1959)

$$\bar{u}_1 = \bar{v}_1 - V = \frac{r-1}{r+1} u_1 + \frac{2}{r+1} u_2,$$

$$\bar{u}_2 = \bar{v}_2 - V = \frac{2r}{r+1}u_1 + \frac{r-1}{r+1}u_2,$$

pudiéndose comprobar que se cumplen las dos ecuaciones de conservación en  $\bar{S}$ .

### Choque inelástico. Disipación de energía cinética

Una vez introducido el principio de conservación de la energía cinética para explicar los choques elásticos, se comprueba que cuando se produce un choque inelástico, aunque se conserva el momento lineal, desaparece energía cinética, pues en este choque

$$\Delta K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\bar{v}^2 - \frac{1}{2}m_1\bar{v}^2 = -\frac{1}{2}\frac{1}{r+1}m_1v^2 < 0$$

En los choques inelásticos siempre se pierde energía cinética inicial. Cuando  $r = 1$ , se pierde la mitad de la energía cinética inicial y cuando  $r \rightarrow \infty$ , toda la energía cinética inicial de la partícula 1 se pierde en el choque inelástico. Esta variación de la energía cinética es un invariante relativista, pues es la misma en el referencial S y en el referencial  $\bar{S}$ . Con

$$m_1\bar{u}_1 + m_2\bar{u}_2 = (m_1 + m_2)\bar{u}$$

y las transformaciones de velocidad de Galileo, se comprueba que

$$\Delta K' = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\bar{u}^2 - \left[ \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \right] = -\frac{1}{2}\frac{1}{r+1}m_1v^2 < 0$$

Como se querían explicar estos procesos también en términos de principios de conservación, se adoptó la solución de admitir que existen formas de energía diferentes de las energías mecánicas y que, superando el principio de conservación de la energía mecánica, existe un principio de conservación de la energía total. Con el tiempo se produjo una de las primeras unificaciones de la física y la energía cinética disipada en los choques elásticos se identificó con la energía interna cuyas variaciones se pueden producir por intercambio de calor con el entorno.

De aquí se demuestra que para un sistema dado, formado por varios cuerpos que interaccionan entre ellos mediante choques elásticos o inelásticos, sobre el que no se ejercen fuerzas externas el momento lineal total del sistema, se

conserva a lo largo del tiempo. Para el mismo sistema, su energía cinética sólo se conserva si todos los choques son elásticos.

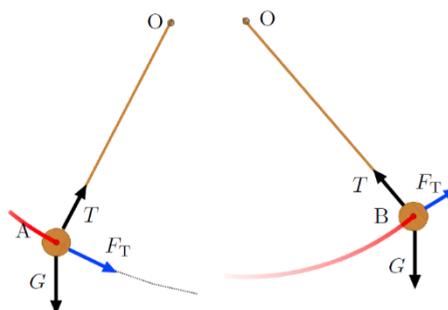
El momento lineal es una consecuencia directa de la tercera ley de Newton y con la velocidad una magnitud vectorial. Si se aplica a un cuerpo cuya masa no varía, es equivalente a la primera ley de Newton.

## 4.2 Graves

### Preconceptos

Para estudiar un preconcepto hay que aislar la fuente que provoca ese preconcepto, y eso se puede lograr estudiando problemas con un mínimo de complejidad. Dentro de las preguntas que se pueden realizar a los alumnos se tienen varios casos típicos:

El primer caso es pedir a los alumnos que dibujen todas las fuerzas que actúan en el movimiento de un péndulo que oscila indicando la dirección y sentido de cada fuerza que actúa sobre la bola del péndulo sin dibujar la fuerza neta resultante.



En general los alumnos suelen equivocarse al dibujar una fuerza tangente a la trayectoria que no existe tanto en la posición A como la posición B.

Otro caso típico donde detectar preconceptos es el lanzamiento vertical de una moneda. Si les pedimos dibujar las fuerzas que actúan sobre la moneda cuando es lanzada hacia arriba en vertical y atrapada cuando vuelve a llegar al suelo. Vuelven a dibujar una fuerza que no existe, en este caso vertical y hacia arriba.

Clement (1982, p.66) describe la típica situación de este último caso en clase:

Un estudiante afirma:

*Por lo tanto, hay una fuerza hacia arriba y está la fuerza de la gravedad empujando hacia abajo. Y la gravedad es menor puesto que la moneda está todavía subiendo antes de llegar a C [Se dibuja una flecha mayor*

*hacia arriba, (nombrada, fuerza de empuje) y una flecha menor hacia abajo (gravedad) en el punto B]...y si la moneda continúa subiendo, la fuerza de empuje se hace cada vez menor, debido a la gravedad, que empuja y empuja hacia abajo.*

*P. En el punto B, la fuerza de empuje ¿es más fuerte que la de la gravedad o menos fuerte?*

*E. Es más fuerte, pues la moneda todavía continúa ascendiendo en contra de la gravedad, que quiere hacerla descender.*

Otro estudiante sobre el lanzamiento de la moneda

*En el punto B hay dos fuerzas en las que pensar. La fuerza hacia arriba original, que es la que hace que la moneda vuele en el aire (echa hacia arriba en B) ... y la gravitacional (flecha hacia abajo). Pero la razón por la que la moneda asciende es porque la original es mayor que la gravitacional.*

#### **4.2.3. Ideas de Galileo**

Clement (1982) contrasta las ideas de los estudiantes con las ideas que exponía Galileo en *De Motu* (Sobre el Movimiento):

*El cuerpo se mueve hacia arriba debido a que la fuerza que se le ha proporcionado es mayor que la resistencia del peso. Pero tal fuerza impresa, tal y como se ha visto, se va debilitando paulatinamente; finalmente, ella es tan débil, que ya no puede superar el peso del cuerpo y no puede conseguir que el cuerpo supere el punto más alto.*

*A medida que la fuerza impresa característica continúa disminuyendo, el peso del cuerpo empieza a predominar, y en consecuencia, el cuerpo empieza a caer.*

*Esta es la que yo considero que es la verdadera causa de la aceleración del movimiento.*

Es interesante destacar lo similares que son los argumentos de dos personas separadas por más de 300 años, un científico que comenzaba a poner las bases de la mecánica moderna y un estudiante que comienza sus estudios de física.

Esta idea de que 'movimiento implica fuerza aplicada', está presente en algunos escritos de Galileo y parece ser un preconceito natural en las personas, junto con una falta de entendimiento del papel de las fuerzas de rozamiento en muchos experimentos. Esta comparación histórica hace menos sorprendente la alta tasa de estudiantes que tienen este preconceito.

La teoría del impetus inicial impreso en el cuerpo es esencialmente correcta, pero no se produce a través de una fuerza que actúa sobre la moneda que se lanza sino en forma de una velocidad inicial a la que se opone una aceleración debida a la fuerza de la gravedad. El problema puede reducirse a uno esencialmente cinemático antes que dinámico.

Existen varios preconceitos que predominan principalmente:

- 1- El movimiento, incluso con velocidad constante, implica una fuerza en la dirección del movimiento. Se puede eliminar este preconceito mediante la rampa de Galileo.
- 2- Incluso cuando es evidente que existe una fuerza que se opone al movimiento, se continúa pensando que hay una fuerza que produce el movimiento, siendo mayor que la primera.
- 3- Se considera que tal fuerza puede desaparecer, o crearse, para explicar los cambios observados en la velocidad del cuerpo.

Estos preconceitos sugieren que ellos son la mayor fuente de dificultades para que los estudiantes entiendan los principios físicos subyacentes a la ecuación  $F = ma$ . Los estudiantes tienen dificultades para resolver problemas básicos cuando el sentido del movimiento no coincide con el sentido de aplicación de la fuerza neta resultante.

#### 4.2.4. Caída de graves

Otro gran preconceito clásico es cuando planteamos el problema de qué objeto cae más rápido, una pluma o una bola. Como es típico este preconceito viene de lejos ya que según el filósofo griego Aristóteles, una piedra grande caería más rápido que una piedra pequeña si ambas fueran dejadas caer desde la misma altura. Galileo Galilei razonó de la siguiente manera para mostrar que Aristóteles estaba equivocado en este punto: se toma la piedra grande y se rompe con cuidado en dos trozos pequeños; si ahora se vuelven a dejar caer desde la misma altura la piedra pequeña y la grande, que ahora es la suma de dos pequeñas, las piedras que forman la piedra grande debería retrasarse ligeramente respecto a cómo caía la piedra grande original. Sin embargo, dice Galileo que esta conclusión es absurda. La piedra grande debe caer siempre de la misma manera, con independencia de cómo haya sido dividida. En conclusión, el razonamiento de Aristóteles no es correcto y (en condiciones ideales) *todas las piedras caen siguiendo la misma ley.*

Para Newton sobre una piedra de masa  $m$  que cae cerca muy de la superficie de la Tierra, de radio  $R_T$  y masa  $M_T$ , se ejerce una fuerza, casi constante,

$$F_G = G \frac{M_T m}{R_T^2} = mg$$

Por la segunda ley de Newton, el movimiento de esta piedra sería

$$mg = ma$$

Por tanto, y con independencia de su masa, una piedra desciende en vertical con aceleración  $a = g$ . En sus experimentos en rampas con raíles, Galileo logra ralentizar esta aceleración.

En ausencia de rozamiento debido al aire, todos los cuerpos, más exactamente sus centro-de-masas, caen cerca de la superficie de la Tierra siguiendo la misma ley. Por la segunda ley de Newton

$$F_G = G \frac{M_T m}{R_T^2}$$

se tiene una aceleración de caída libre

$$a = -g,$$

y las velocidades alcanzadas y alturas recorridas

$$v_{f,cm} = v_{i,cm} - gt_0,$$

$$h_{f,cm} = h_{i,cm} - (v_{i,cm}t_0 + \frac{1}{2}gt_0^2),$$

y, para  $v_{i,cm} = 0$ , y altura inicial  $h_{cm}$

$$v_f = \sqrt{2gh_{cm}},$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h_{cm}}{g}},$$

donde  $t_0$  es el tiempo transcurrido en el descenso, y como se ve es independiente de la masa del objeto, lo que desmonta este preconceito. Ahora se podría plantear a los alumnos que ocurriría en un escenario con una aceleración de la gravedad distinta, por ejemplo en la Luna.

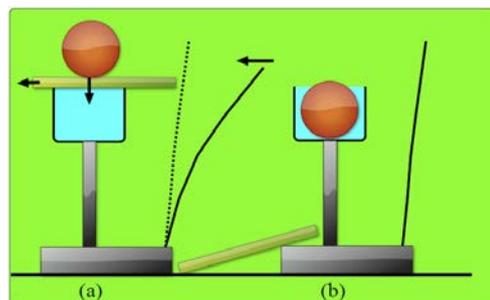
### 4.3. Primera ley de Newton

Principio de Inercia de Galileo.

Un cuerpo mantiene su estado, de reposo o de velocidad constante, si sobre el mismo no actúa ninguna fuerza o la resultante vectorial de las fuerzas que actúan es cero.

#### 4.3.1. Inercia del reposo

En la Figura se muestra un esquema de un proceso en el que una barrita de acero, previamente flexionada con ayuda de un dedo y que se deja libre (a), (b) la bola ha caído), golpea una cartulina que cierra una cazoleta y, a la vez, soporta una bola justo



encima de la bola de la cazoleta. Si la barra en su flexión ha adquirido una energía elástica

$$E = \frac{1}{2} \kappa \theta^2,$$

donde es una constante elástica de la Ley de Hooke,  $F = \kappa \theta$  y  $\theta$  el ángulo que flexiona la barrita, admitiendo que en el golpe con la cartulina, de masa  $m$  le transmite toda esa energía, se tiene que la energía cinética de la cartulina proviene de la energía elástica de la barrita

$$\frac{1}{2} \kappa \theta^2 = \frac{1}{2} m v^2.$$

Si  $L$  es la distancia que ha de recorrer la cartulina debajo de la bola, de masa  $M$ , tardará un tiempo en pasar debajo de la cartulina (admitiendo que no se ve frenada por la bola)

$$t = \frac{L}{v} = \frac{L m^{1/2}}{(\kappa \theta^2)^{1/2}}$$

y la cartulina ejerce una fuerza de rozamiento  $f = \mu M g$  sobre la bola, se tendría por la segunda ley de Newton que

$$\mu M g t = M v_B$$

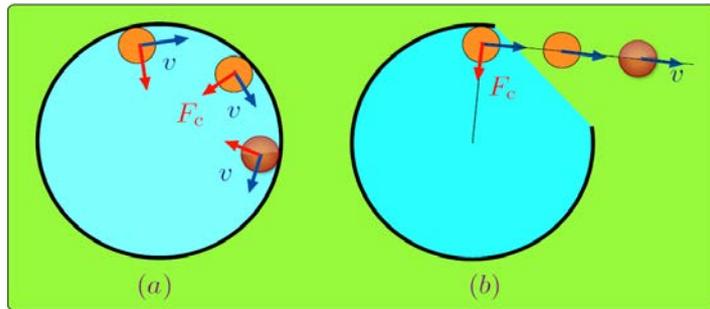
La velocidad de salida de la bola será

$$v_B = \frac{\mu g L m^{1/2}}{(\kappa \theta^2)^{1/2}}$$

Si lo que se desea es que la bola caiga en la cazoleta, con  $v_B \approx 0$ , hay que utilizar, una cartulina de poca masa, lo más corta posible, casi sin rozamiento con la bola, y una barrita muy rígida y que se doble un ángulo grande. En este análisis, la masa de la propia bola no parece influir (su contribución a la fuerza de rozamiento se compensa con su contribución a la inercia). La bola también girará (una moneda, no), moviéndose hacia atrás respecto del desplazamiento de la cartulina, lo que favorece que caiga en la cazoleta.

### 4.3.2. Inercia del movimiento

Si la inercia del reposo no es difícil de admitir, la inercia del movimiento de Galileo Galilei no es nada evidente. En la Figura se muestra un esquema de un proceso en



el que una bola rueda sin rozamiento por el interior de un aro metálico. El aro ejerce una fuerza centrípeta sobre la bola, perpendicular a su velocidad en cada momento, que hace que ésta cambie constantemente de dirección sin variar el módulo de su velocidad (a). Si en un momento dado una parte del aro es retirada (b), al llegar la bola al punto en el que el aro se interrumpe, se puede pensar que:

- 1- La bola seguirá la trayectoria curva, por cierta inercia del movimiento circular (Grecia clásica)
- 2- La bola seguirá en línea recta, por el principio de inercia.
- 3- Sin fuerza centrípeta sobre ella, saldrá hacia afuera del aro.

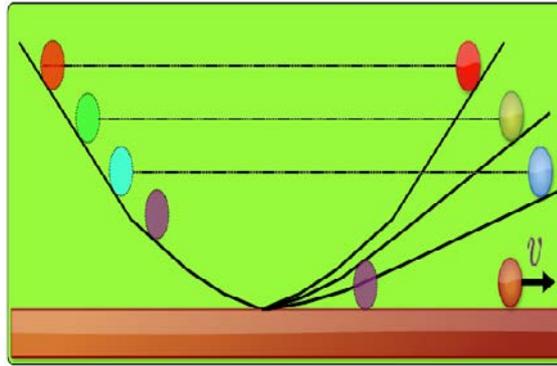
Lo que sucede es que la fuerza centrípeta del aro deja de ejercerse sobre la bola y la bola continúa su movimiento en línea recta con el mismo módulo de velocidad que tenía al salir del aro. No hay nada semejante a la (una especie de) inercia del movimiento circular.

### 4.3.3. Principio de Inercia de Galileo

Muchos estudiantes de física tienen el mismo pensamiento que tenía, Aristóteles que decía que para que para un cuerpo abandone su lugar natural es necesario que sobre él actúe una fuerza. Si por ejemplo le pegamos una patada a un balón este se mueve y nadie está detrás empujándolo. Buridán fue el primero en contradecir a Aristóteles, pero la solución la encontró Galileo.

Principio de inercia de Galileo: *Si no se le aplica ninguna fuerza, un cuerpo en movimiento permanece moviéndose con velocidad constante.*

En la Figura se muestra un esquema de un experimento (del que no hay constancia de que llegara a realizarse) que tal vez permitió a Galileo descubrir el principio de la inercia en su variante de la inercia del movimiento.



Inercia en raíl de Galileo: Se dispone de un carril, con forma de parábola, por el que una bola puede moverse rodando y cumpliendo la condición de rodadura. La parte izquierda del carril puede inclinarse, haciendo que se pierda la simetría derecha-izquierda. Cuando el lado derecho del carril es horizontal, la bola se mueve con velocidad constante  $v$ .

Con el carril simétrico, si se deja libre una bola a una altura  $h$  de la parte izquierda, descendería primero y luego ascendería hasta alcanzar la misma altura  $h$ . En ausencia de rozamiento se tiene el principio de conservación de la energía mecánica (que, de acuerdo con su análisis, Galileo debió intuir), primero con

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{12}{25}Mv^2 = Mgh$$

hasta alcanzar la parte más baja del carril y luego a la inversa.

Si se abate un poco el lado derecho del carril, una bola dejada libre en la izquierda alcanzara la misma altura en la parte derecha,

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{12}{25}Mv^2$$

En este proceso, el recorrido en horizontal será mayor en la parte derecha que en la izquierda. A medida que la parte derecha del carril se inclina más y más hacia la horizontal, mayor será el recorrido de la bola en la parte derecha respecto de su recorrido en la parte izquierda mientras busca alcanzar la cota inicial. Cuando la parte derecha del carril sea perfectamente horizontal, a partir de su abandono de la parte izquierda la bola se moverá con velocidad constante, durante tiempo indefinido (en ausencia de rozamiento), por lo que mantendría su velocidad sin que se ejerza ninguna fuerza en horizontal sobre ella

$$v^2 = \frac{2gh}{1 + 2/5}$$

#### 4.3.4. Principio de relatividad en carril de Galileo

Aunque aparentemente hay dos principios de inercia, del reposo y del movimiento, el principio de relatividad va a mostrar que, en realidad, se trata de un único principio.

Como la velocidad es una magnitud con un valor relativo, depende del observador, la inercia del reposo o la inercia del movimiento no son tampoco conceptos absolutos sino relativos. Para un observador que se mueve con velocidad  $v$  respecto de la rampa, la bola que se mueve en horizontal para aquel observador para el que la rampa no se mueve, permanecerá para él en reposo, por lo que él describirá el proceso como una manifestación de la inercia del reposo. Cuando para este observador la bola se encuentra arriba de la parte izquierda del raíl, se mueve con velocidad  $-v$ , sobre ella se ejerce una fuerza  $\vec{N}$ , tal que en vertical equilibra el peso  $\vec{G}$ , por lo que la bola no acelera en vertical y llega a la base con velocidad vertical nula, y en horizontal le ejerce una fuerza  $\vec{F}_x$ , que la va frenando hasta alcanzar una velocidad nula, justo cuando abandona el contacto con el carril, con

$$0 = -v + F_x t_0 \quad (\text{Las fuerzas } \vec{N} \text{ y } F_x \text{ no van a ser constantes}).$$

Para una bola en reposo respecto del carril, dicho observador en movimiento describirá el proceso como una manifestación de la inercia del movimiento.

#### 4.4. Ley de gravitación de Newton

Isaac Newton debió utilizar varias leyes del movimiento, incluida su segunda ley, para justificar su hipótesis de que la ley de gravitación universal entre cuerpos dotados de masa según la cual, la fuerza de atracción que se establece entre estos cuerpos es proporcional al inverso del cuadrado de la distancia.

#### 4.4.1. Leyes y ecuaciones

En la época en que Newton enuncia su ley de gravitación universal como ley del inverso del cuadrado de la distancia, él ya disponía de varias leyes y ecuaciones que le permitían justificar dicha propuesta.

##### 4.4.1.1. Leyes de Kepler

**Primera ley de Kepler.** Las orbitas de los planetas que se mueven alrededor del Sol son elipses, con el Sol ocupando uno de los focos de dicha elipse.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Si los semiejes de la elipse son iguales, con  $a = b$ , la elipse se convierte en una circunferencia. Marte es el planeta que presenta mayor excentricidad.

**Tercera ley de Kepler.** Para los planetas que orbitan alrededor del Sol, el cubo de su distancia media dividido por el cuadrado de su periodo es una constante.

$$\frac{D_1^3}{T_1^2} + \frac{D_2^3}{T_2^2} = Cte$$

##### 4.4.1.2. Huygens. Aceleración centrípeta

Christiaan Huygens establece que la aceleración necesaria para mantener un cuerpo en movimiento circular de radio  $r$  y velocidad  $v$  es

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

##### 4.4.1.3. Segunda ley de Newton

Isaac Newton establece que la fuerza necesaria para ejercer una aceleración  $a$  sobre un cuerpo es  $F = ma$

Para el movimiento circular de un cuerpo de masa  $m$ , la fuerza centrípeta será

$$F_c = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$

Se admite que el movimiento de un planeta alrededor del sol es, esencialmente, una circunferencia. El radio de la órbita para dicho planeta es la distancia  $D$ . Para

un planeta que tiene un período  $T$  para su órbita alrededor del Sol, se tiene que su velocidad  $v$  viene dada por

$$T = \frac{2\pi D}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi D}{T}$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton, la fuerza centrípeta que el Sol debe aplicar sobre este planeta para mantener su movimiento circular es

$$F_c = m_p a_c \rightarrow F_c = m_p \frac{v^2}{D}$$

de acuerdo con la expresión de Huygens para la aceleración centrípeta. Sustituyendo la velocidad, se tiene

$$F_c = m_p \frac{4\pi^2 D}{T^2}$$

Y aplicando la tercera ley de Kepler, se tiene que

$$F_c = m_p \frac{4\pi^2 D}{D^3 Cte} \propto \frac{1}{D^2}$$

Es decir, la fuerza centrípeta que ejerce el Sol sobre un planeta para mantenerle en su órbita circular de radio  $D$  es inversamente proporcional a  $D^2$ .

#### 4.4.2. Caídas de manzana y Luna

Aceleraciones de caída de la manzana y de la Luna. Como la Luna se encuentra a una distancia 60 veces mayor del centro de la Tierra que la distancia a la que se encuentra la manzana del centro de la Tierra, la Luna 'cae' con una aceleración que es 3600 veces menor que la aceleración con que cae la manzana.

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g_{TL} = G \frac{M_T}{R_{TL}^2}$$

Como  $R_{TL} \approx 60R_T$ ,

$$g = 9,81 \text{ ms}^{-2},$$

$$a_L = \frac{g}{60^2} = 0,0027 \text{ ms}^{-2}$$

Aceleración centrípeta de la Luna

$$a_L = \frac{v_L^2}{D_{TL}}$$

Con  $D_{TL} = 60R_T$  y  $R_T \approx 6500 \text{ Km}$ , la velocidad de la Luna es

$$v_L = \frac{2\pi D_{TL}}{T_L},$$

con el período de su órbita alrededor de la Tierra  $T_L \approx 30$  días, se tiene

$$a_L \approx \frac{4\pi^2 \cdot 60 \cdot 6500 \cdot 10^3}{30 \cdot 24 \cdot 3600} = 0,0030 \text{ ms}^{-2}$$

Por comparación

$$\frac{9,81}{60^2} = 0,0030 \text{ ms}^{-2}$$

### **Distancias de caída de la manzana y de la Luna**

Como la Luna se encuentra a una distancia 60 veces mayor del centro de la Tierra que la distancia a la que se encuentra la manzana del centro de la Tierra, la Luna 'cae' en 1 minuto (60 segundos) la misma distancia que cae una manzana en 1 segundo en la superficie de la Tierra. La altura que cae la Luna en 1 segundo es

$$h_L = \frac{1}{2} g_L 60^2$$

Sustituyendo su valor de  $g_L$

$$h_L = \frac{1}{2} G \frac{M_T}{60^2 R_{TL}^2} 60^2 = \frac{1}{2} g_T 1^2 = h_T(1)$$

La Luna tarda unos 28 días en completar una vuelta alrededor de la Tierra (recorrer  $2\pi$  radianes).

$$\alpha = \frac{2\pi}{28 \cdot 24 \cdot 3600} 60 \approx 1,56 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$(60R_T + h_L)^2 = (60R_T)^2 + (60R_T \text{sen}\alpha)^2$$

$$(60R_T + h_L)^2 = (60R_T)^2 + (60R_T \alpha)^2$$

Por tanto, se tiene que

$$h_L = \frac{60R_T \alpha^2}{2}$$

Sustituyendo valores conocidos por Newton

$$h_L = \frac{60 \cdot 6500 \cdot 10^3 (1,56 \cdot 10^{-4})^2}{2} = 4,75 \text{ m}$$

Por comparación, una manzana cerca de la superficie de la Tierra cae una altura de

$$h_T(1) = \frac{1}{2} 9,81^2 = 4,9 \text{ m en } 1 \text{ m}$$

La Luna 'cae', hacia la Tierra, en 1 minuto la misma distancia que la manzana cae, hacia la Tierra, en 1 segundo.

#### 4.5. Principio de Arquímedes

La física de los fluidos es muy poco intuitiva. El principio de Arquímedes determina que, para un cuerpo homogéneo, su densidad (un concepto que los niños suelen confundir con masa) es la única magnitud que determina si un cuerpo flota o se hunde en un fluido: si su densidad es menor que la del fluido, flota; si su densidad es mayor que la del fluido, se hunde. Para analizar procesos en los que intervienen fluidos en movimiento hay que utilizar el principio de Bernoulli.

El principio de Arquímedes es una de las primeras leyes de la física. Algunos preconceptos típicos de los estudiantes de secundaria (Yadav, 2014, p.523) son:

- 1- Piensan que los cuerpos muy pesados se hundan y los muy ligeros flotan.
- 2- Utilizan pesado cuando deberían usar denso porque desconocen el concepto de peso específico.
- 3- Piensan que un cuerpo pesa menos en el agua que en el aire.

Todo cuerpo, de volumen  $V$ , sumergido en un fluido de densidad  $\rho$ , experimenta, cerca de la superficie de la Tierra, un empuje hacia arriba  $\vec{A}$  que es igual al peso del fluido desalojado  $\vec{A} = -V\rho\vec{g}$ . Una piedra extraída del fondo de un lago resulta más liviana cuando está sumergida que cuando está fuera del agua. Esto es así porque el agua ejerce sobre la piedra una fuerza que se opone a su peso y que recibe el nombre de *fuerza de empuje o empuje ascensional*. Este hecho experimental, observado en los fluidos, en general, fue descubierto por Arquímedes de Siracusa (287 -212 a.C.) cuando intentaba comprobar si la corona del rey Herón era de oro puro. De acuerdo con la tradición, Arquímedes gritó ¡Eureka! (¡Lo he encontrado!) cuando comprendió que todo cuerpo completamente sumergido en un fluido desaloja un volumen de fluido igual al volumen del cuerpo) La historia parece sugerir que la forma en la que Arquímedes pensaba descubrir si la corona era de oro o de una mezcla de oro y plata sería pesar una cantidad de oro igual al peso de la corona, sumergir el oro puro en agua y la corona en agua y comprobar si la corona desalojaba más volumen de agua que el oro puro. Una corona de 1 kg de masa hecha de oro puro (densidad del oro  $\rho_{Au} = 19290 \text{ Kg m}^{-3}$ ) tiene un volumen de  $V_{Au} = 5,183 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ , mientras que una corona de la misma masa pero con el 10% de plata (densidad de la plata  $\rho_{Ag} = 10500 \text{ Kg m}^{-3}$ ) tendría un volumen de  $V_{Au} = 5,430 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ , por lo que la diferencia en volumen será de unos  $2,5 \text{ cm}^3$ , un volumen muy pequeño como para que Arquímedes pudiera medirlo sin error. Sin embargo, si una balanza de platos equilibrada con la corona en un plato y la masa de oro puro en el otro se sumerge en un recipiente con agua de tal forma que oro y corona queden sumergidos, se desequilibrara si la corona no es de oro. El empuje de Arquímedes será mayor sobre el objeto que tenga mayor volumen, por lo que si la corona no fuera de oro, el plato del oro se hundiría.

### 4.5.1. Experimentos

Cuando se dispone de varios cuerpos, todos ellos con densidades menores que la del agua, si se colocan en un recipiente con agua, todos ellos flotan. Pero como la cantidad de líquido que cada cuerpo necesita desalojar para conseguir un empuje igual a su peso es diferente, el equilibrio se alcanza de forma diferente para cada cuerpo (Rowland, 2003, p.380)

Si realizamos una simulación con Algodoos se puede demostrar que los cuerpos más ligeros alcanzan mayor altura sobre el nivel del agua.

Sin embargo, cuando a un conjunto de alumnos, que tienen experiencia en relación a cuerpos que flotan, se le presenta la siguiente cuestión:

Se dispone de cinco cuerpos de diferentes densidades. Si el segundo más ligero flota justo en la superficie del agua (sólo sobresale por encima de la superficie una porción minúscula de su volumen) y el más pesado está hundido, (¿dónde se encuentran los otros cuerpos? la mayoría de los alumnos dispone los cuerpos hundidos no en el fondo sino en posiciones intermedias entre la superficie y el fondo, según su densidad (Scherr, 2003, p.113)

Conclusión los cuerpos más densos alcanzan el fondo.

### 4.5.2. Principio de flotación

La aplicación del principio de Arquímedes a cuerpos que flotan, el principio de flotación, indica que un cuerpo homogéneo, de densidad  $\rho_c$ , que flota, desaloja un volumen de líquido igual a su propio peso,  $V_L \rho_L = V_c \rho_c$  tal que  $V_L < V_c$ . Cuanto menos denso es el cuerpo respecto del líquido, menor porcentaje de su volumen permanecerá bajo la superficie del líquido.

Se dispone de un vaso de papel con 50 g de agua. Otro vaso semejante contiene una piedra, tal que la suma de la masa del agua del primer vaso más la masa de la piedra es de 100 g. Cuando se hace la pregunta Si el vaso con la piedra se coloca en un recipiente con agua, ¿flotaría o se hundiría? Un porcentaje significativo de estudiantes opina que se hundiría (en realidad, flota) (Yadav, 2014). La confusión parece provenir de asociar flotación a volumen de fluido

desalojado menor o igual que el volumen del cuerpo que flota, aunque esté en un vaso y sea más denso que el fluido.

Para demostrar este principio a partir de las leyes de Newton se necesita conocer que para un fluido, de acuerdo con el Teorema de Bernoulli, la presión  $P_F$  debida al propio fluido aumenta con la profundidad  $h$  como

$$P_F(h) = \rho_F gh;$$

Donde  $\rho_F$  es la densidad del fluido. Si sobre la parte superior del fluido se ejerce una presión externa  $P_0$ , la presión a la profundidad  $h$ ,  $P(h)$  será

$$P(h) = P_0 + \rho_F gh$$

Por simplicidad, supóngase un cuerpo homogéneo de dimensiones  $a$ ,  $b$  y  $c$  que flota sobre un líquido de densidad  $\rho_L$ . Una cara  $ab$  del cuerpo se encuentra sumergida y la altura  $c$  se encuentra sumergida hasta  $c'$ . Esto significa que sobre el cuerpo sumergido, en su cara inferior se ejerce una presión

$$P(c') = \rho_L g c',$$

y una fuerza igual a dicha presión multiplicada por la sección  $A = ab$  de dicha cara,  $F = AP(c') = abc' \rho_L g$ . Siendo  $V_L = abc'$  el volumen del líquido desalojado, se tiene que la fuerza que se aplica sobre el cuerpo sumergido es igual al peso  $\rho_L V_L g = m_L g$  del líquido desalojado. Si este empuje ascensional igual el peso del cuerpo sumergido,  $V \rho g = abc \rho g$ , con  $c' < c$ , entonces  $\rho < \rho_L$ . Si la densidad del cuerpo es mayor que la del fluido, el peso del líquido desalojado no podría compensar el peso del cuerpo y este se hundirá. Si hay una presión externa,  $P_0$ , la fuerza aplicada en la parte inferior será  $AP_0 + m_L g$ , pero la aplicada en la parte superior será  $AP_0$ , con lo que el resultado final es el mismo.

¿Cómo saber si un huevo se encuentra en mal estado aplicando el principio de Arquímedes? Cuando se quiere cocinar un huevo, siempre es necesario saber si se encuentra en mal estado. Y eso, sin necesidad de romperlo. Si, efectivamente, el huevo se encontrara en mal estado, al romperlo tendríamos un problema serio debido al penetrante olor a huevos podridos que impregnaría nuestra cocina.

Para evitar esta fétida eventualidad, vamos a comentar brevemente los fundamentos físicos que nos permitirán despejar la duda de si un huevo se encuentra en mal estado.

Desde un punto de vista físico, un huevo consta de una masa  $m$  encerrada en un recipiente rígido de volumen  $V$ . La masa es materia orgánica, en estado (más o menos) líquido, y también hay una pequeña cámara de aire en uno de los casquetes del cuerpo oblongo que es el huevo. Sobre esta masa (incluyendo la masa de la cáscara) la gravedad ejerce una fuerza  $F = mg$ . Cuando el huevo se sumerge completamente en un líquido de densidad, experimenta un empuje hacia arriba (empuje de Arquímedes) igual al peso del líquido desalojado  $FA = V\rho g$ . Si el huevo se hunde en el líquido significa que la masa del mismo es tal que

$$mg > V\rho g$$

Cuando un huevo se encuentra en mal estado, se producen procesos químicos tales que se genera (entre otros) el gas  $\text{SH}_2$  (anhídrido sulfúrico). Este gas es capaz de atravesar la cáscara del huevo, que tiene pequeños poros para que, en su caso, respire el pollito que se está formando en su interior, proporcionándole el olor característico a huevos podridos al huevo en mal estado (valga la redundancia). A medida que los procesos de descomposición avanzan, más gas va saliendo al exterior del huevo y menos masa va teniendo éste.

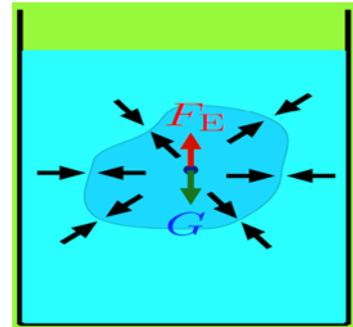
Una vez que el empuje de Arquímedes sea mayor que el peso del huevo, éste flotaría. Y flotará con más volumen por encima de la superficie del líquido en cuanto peor estado se encuentre el huevo:

$$(V - dV)\rho g = (m - dm)g$$

Mayor volumen sobresaliendo  $dV$ , mayor es la pérdida de masa del huevo  $dm$  y en peor estado se encuentra.

### 4.5.3. Aplicación de la fuerza ascensional

En la figura se muestra un esquema para demostrar que la fuerza ascensional se aplica en el centro de gravedad del líquido desalojado. Cuando el líquido se encuentra en reposo, el peso del volumen de agua que luego va a ser desalojado, apuntando hacia abajo, debe equilibrarse con las fuerzas que sobre él ejerce



el resto del líquido, fuerzas de empuje que actúan hacia arriba. Tampoco deben producirse torques que harían girar el volumen de líquido.

Por tanto, cuando se sitúa un objeto en el lugar del volumen de líquido, el efecto del resto del líquido sigue siendo el mismo, ejerciendo la fuerza ascensional en el mismo punto, el centro de gravedad del líquido desalojado. Si el cuerpo sumergido tiene su centro de gravedad situado en un lugar diferente del centro de empuje, se pueden producir torques que den lugar al movimiento del cuerpo.

### 4.5.4. Flotar entre dos líquidos

Un objeto de volumen  $V$  y densidad  $\rho$  flota sobre un líquido de densidad  $\rho_1$ . Sobre el líquido se añade otro líquido, inmiscible con el primero y de densidad  $\rho_2$ , menor que la del sólido. ¿Cómo varía la parte sumergida del sólido en el primer líquido? ¿Aumenta o disminuye? Sea  $V_1$  el volumen sumergido del cuerpo en el primer líquido. Por tanto, el peso del sólido  $F_s = V\rho_s g$  debe ser igual al peso del líquido desalojado  $F_{F1} = V_1\rho_1 g$ . Como la densidad del líquido segundo es menor que la del sólido, éste permanecerá sumergido entre los dos líquidos. Sea  $V'_1$  el nuevo volumen sumergido en el primer líquido y  $V_2 = V - V'_1$  el volumen sumergido, por tanto, en el segundo líquido. Ahora

$$V\rho_s g = V'_1\rho_1 g + V_2\rho_2 g$$

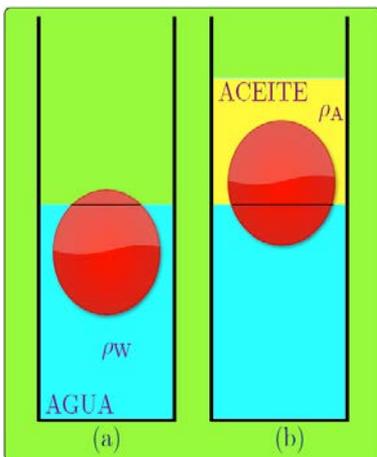
De donde se obtiene

$$V'_1 = V \frac{\rho_s - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = V_1 \frac{\rho_1 \rho_s - \rho_2}{\rho_s \rho_1 - \rho_2} = V_1 \frac{1 - \rho_2/\rho_s}{1 - \rho_2/\rho_1}$$

Puesto que  $\rho_1 > \rho_s > \rho_2$ , entonces  $V'_1 < V_1$

$1 < V_1$  y el objeto asciende algo. Naturalmente, si el segundo líquido es menos denso que el agua pero más denso que la bola flotante, entonces la bola saldría del agua y ascenderá hasta la superficie del segundo líquido.

Por tanto, aunque la intuición parece indicar que la bola sumergida en el aceite mineral sufrirá una mayor presión, hundiéndose más, lo que sucede es que el volumen desalojado por el aceite mineral ejerce su empuje de Arquímedes, por lo que la bola debe hundirse menos en el agua para conseguir flotar sobre la misma. El mismo efecto se da con el aire, pero al ser su densidad tan pequeña, el efecto es inapreciable.



En la Figura (a) se muestra un líquido A, de densidad  $\rho_A = (1,02 \pm 0,01) \cdot 10^3 \text{ Kg m}^{-3}$ , en el que flota una pelota P de radio  $r_p = (0,173 \pm 0,002) \text{ m}$ , y densidad  $\rho_p = (0,946 \pm 0,009) \cdot 10^3 \text{ Kg m}^{-3}$ .

Sobre este sistema se añade un líquido B, inmisible con A y que no disuelve el material de que está compuesta la pelota P, figura (a), de densidad  $\rho_B = (0,889 \pm 0,009) \cdot 10^3 \text{ Kg m}^{-3}$ .

1. Obtener la fracción  $x$  del volumen total de la pelota que sobresale de la superficie del líquido A en la situación de equilibrio mostrada en la figura (a).
2. Obtener la fracción y del volumen total de la pelota que sobresale de la superficie del líquido A en la situación de equilibrio mostrada en la figura (b).

Cuando una esfera de radio  $r_p$  y densidad  $\rho_p$  flota sobre un líquido de densidad  $\rho_A$ , el Principio de Arquímedes (que se obtiene aplicando el Teorema de Bernoulli) indica que el peso de la esfera,  $F = V_p \rho_p g$  se iguala al empuje  $E$  debido al líquido desalojado, por lo que

$$F = \frac{4}{3} \pi r_p^3 \rho_p g = V_s \rho_A g = E$$

Siendo  $V_s$  el volumen sumergido de la esfera. Por tanto, la fracción  $x_s$  sumergida de la esfera será  $x_s = V_s/V_p = \rho_p/\rho_A$ , y la fracción  $x$  que sobresale será

$$x = 1 - x_s = 1 - \frac{\rho_P}{\rho_A}$$

Cuanto más semejantes sean las densidades de la esfera y del líquido, menor será la fracción de esfera que sobresale del líquido. Una fracción negativa indica que la esfera se hunde por completo en el líquido.

Si sobre el equilibrio anterior se añade un nuevo líquido, si la densidad del segundo líquido es menor que la de la esfera  $P$ , ésta permanecerá sumergida entre los dos líquidos. Sea  $V'_S$  el nuevo volumen sumergido en el primer líquido  $A$  y  $V_2 = V_P - V'_S$  el volumen sumergido, por tanto, en el segundo líquido  $B$ . Ahora, el peso de la esfera se compensa con los empujes debidos a los dos líquidos desalojados:

$$V_P \rho_P g = V'_S \rho_A g + V_2 \rho_B g = V'_S \rho_A g + (V_P - V'_S) \rho_B g$$

De donde se obtiene

$$V'_S = V_P \frac{\rho_P - \rho_B}{\rho_A - \rho_B},$$

Siendo

$$x'_s = \frac{\rho_P - \rho_B}{\rho_A - \rho_B},$$

la nueva fracción de la esfera sumergida en el líquido  $A$  y

$$y = 1 - x'_s = \frac{\rho_A - \rho_P}{\rho_A - \rho_B},$$

la nueva fracción de la esfera que sobresale del líquido  $A$ .

Puesto que  $\rho_A > \rho_P > \rho_B$ , entonces  $V'_S < V_S$  e  $y > x$ , por lo que la esfera asciende algo. Naturalmente, si el líquido  $B$  fuera menos denso que el líquido  $A$  pero más denso que la esfera, entonces la bola saldrá por completo del líquido  $A$  y ascenderá hasta la superficie del líquido  $B$ .

## 5. Conclusiones

Los alumnos que pasan por nuestras aulas tienen grandes dificultades a la hora de afrontar la asignatura de física, están llenos de ideas fruto de lo que perciben de su entorno en su día a día, los llamados preconceptos en su acepción de ideas previas equivocadas. Actualmente los profesores de física no hacen uso de la historia en sus clases, y para algunos autores no hay ninguna garantía de que sea la herramienta más adecuada para eliminar los preconceptos, pero una vez hecho un cuestionario para conocer las dificultades que tienen los estudiantes puede ser interesante su aplicación para eliminar alguna de las ideas erróneas que tienen los alumnos.

El uso de la historia nos da pie a introducir un tema y captar la atención de los estudiantes. Cuando participan en las clases y dan su opinión acerca de cómo piensan que va a responder un determinado fenómeno salen a la luz sus ideas aristotélicas. A través de la historia, sin necesidad de extenderse demasiado, se puede hacer una evolución de los conceptos a estudiar junto con los alumnos haciéndoles partícipes del funcionamiento del método científico, lo que sin duda será más estimulante. Las explicaciones deben seguir el orden histórico de los avances que se dieron en la materia para ir desmontando los preconceptos uno a uno.

Este trabajo no pretende sustituir las actuales metodologías utilizadas en las aulas sino presentarla como una técnica que puede complementar y reforzar las existentes para ayudar a erradicar los preconceptos.

Al repasar los diferentes temas se aprecia que los científicos fueron tan resistentes a los cambios de preconceptos como los estudiantes.

Hay que dedicar más tiempo a los fundamentos de la física newtoniana.

Se pueden eliminar preconceptos de varias maneras, por ejemplo Galileo utilizó el método de los diálogos para enseñar física eliminando preconceptos.

Los preconceptos pueden ayudar a diseñar experimentos que permitan adquirir los conceptos.

## 6. Referencias

- Astolfi, J. P. (1999) *El error, un medio para enseñar*. Sevilla, Diada. Editora <https://es.scribd.com/document/55636596/El-error-un-medio-para-enseñar>
- Boyes, E. (1988) *Catastrophic misconceptions in science education*, Phys. Educ. 23 105-109. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/23/2/006>
- Brown, D. E. (1989). *Students' concept of force: the importance of understanding Newton's third law*. Physics Education, 24(6), 353–358. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/24/6/007>
- Brown, G. B. (1965) *Fundamental Misconceptions in physics*, Phys. Educ. 1 319-320 <https://doi.org/10.1088/0031-9112/16/8/006>
- Campanario, J. M. (1998). *Using counterintuitive problems in teaching physics*. The Physics Teacher, 36(7), 439–441. <https://doi.org/10.1119/1.879917>
- Campanario, J.M. y Moya, A. (1999) *¿Cómo enseñar las ciencias? Principales tendencias y propuestas*. Enseñanza de las Ciencias, 17(2). <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21572/21406>
- Campanario, J. M. y Otero, J. C. (2000). *Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias meta cognitivas de los alumnos de Ciencias*. Enseñanza de las Ciencias, 18 (2), 155-169. <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21652/21486>
- Carrascosa, J. (1987). *Tratamiento didáctico en la enseñanza de las ciencias, de los errores conceptuales*. Tesis doctoral. Valencia: Servei de Publicacions de la Universitat de Valencia.
- Carrascosa, J. y Gil, D. (1985). *La "metodología de la superficialidad" y el aprendizaje de las ciencias*. Enseñanza de las Ciencias, 3, pp. 113-120.

- Carretero, M. (1996). *Introducción a la psicología cognitiva*. Buenos Aires: Aique. <https://es.scribd.com/doc/244497698/Introduccion-a-la-Psicologia-Cognitiva-Carretero-Mario-pdf>
- Clement, J. (1982). *Students' preconceptions in introductory mechanics*. American Journal of Physics, 50(1), 66–71. <https://doi.org/10.1119/1.12989>
- Covián Regales, E., Celemín Matachana, M. (2008). *Diez años de evaluación de la enseñanza-aprendizaje de la mecánica de Newton en escuelas de ingeniería españolas. Rendimiento académico y presencia de preconceptos*. Enseñanza de las ciencias 26 (1). <http://ddd.uab.cat/record/39812>
- Crouch, G. H., Fagen, A.P., Callan, J.P, Mazur, E. (2004) *Classroom demonstrations: learning tolos or entertainment*, Am. J. Phys. 72 835-838 <http://dx.doi.org/10.1119/1.1707018>
- Duschl, R. A. (1995). *Más allá del conocimiento: los desafíos epistemológicos y sociales de la enseñanza mediante el cambio conceptual*. Enseñanza de las Ciencias, 13(1), 3-14. <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21388>
- Fonseca, M., Hurtado, A., Lombana, C. y Ocaña, O. (2003) *Una colisión que sorprende y choca con los preconceptos*. Revista Colombiana de física, Vol.35, Nº1. [http://fisica.udea.edu.co/publicaciones/vol35\\_1/articulos/pdf/3501099.pdf](http://fisica.udea.edu.co/publicaciones/vol35_1/articulos/pdf/3501099.pdf)
- Furió, C. Y Guisasola, J. (1997). *Deficiencias epistemológicas en la enseñanza habitual de los conceptos de campo y potencial eléctrico*. Enseñanza de las Ciencias, 15 (2):259-271. <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21496>
- Gagliardi, R. *Cómo utilizar la historia de las ciencias en la enseñanza de las ciencias*. Enseñanza de las ciencias, 1988, 6 (3), 291-296 <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/51106>

- Gil, D. (1994). *Relaciones entre conocimiento escolar y conocimiento científico*. Investigación en la Escuela, 23, pp. 17-32.  
[http://www.investigacionenlaescuela.es/articulos/23/R23\\_2.pdf](http://www.investigacionenlaescuela.es/articulos/23/R23_2.pdf)
- Gil-Pérez, D. y Carrascosa, J. (1985). *Science learning as a conceptual and methodological change*. European Journal of Science Education, 7(3), 231-236.
- Gil-Pérez, D., Carrascosa, J., Furió, C. y Martínez Torregrosa, J. (1991). *La enseñanza de las ciencias en la educación secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Gregorcic, B., y Bodin, M. (2017). *Algodo: A Tool for Encouraging Creativity in Physics Teaching and Learning*. The Physics Teacher, 55(1), 25–28.  
<https://doi.org/10.1119/1.4972493>
- Ivowi, U.M.O. (1984) *Misconceptions in physics amongst Nigerian secondary school students*, Phys. Educ. 19 279-285. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/19/6/307>
- Hestenes, D., Wells, M., Swackhamer, G., (1992) *Force concept inventory*, Phys. Teach. 30 141-158.  
<http://ptc.weizmann.ac.il/Uploads/dbsAttachedFiles/1852FCI.pdf>
- Hewson, P. W. y Beeth. M. E. (1995). *Enseñanza para un cambio conceptual: ejemplos de fuerza y de movimiento*. Enseñanza de las Ciencias, 13 (1), 25-35.  
<http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21390>
- Hughes, M.J. (2002) *How I misunderstood Newton's third law*, Phys. Teach. 40 381-382. <http://dx.doi.org/10.1119/1.1511603>
- Jones, M., Carter, G. y Rua, M. (1999). *Children`s Concepts: tools for transforming science teachers` knowledge*. Ciencias de la Educación, 83, pp. 545-557. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-237X\(199909\)83:5<545::AID-SCE3>3.0.CO;2-U](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1098-237X(199909)83:5<545::AID-SCE3>3.0.CO;2-U)
- Keeports, D. (2017). *Locating gravitational potential energy*. Physics Education, 52. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/52/1/013007>

- Kim, E., y Pak, S.-J. (2002). *Students do not overcome conceptual difficulties after solving 1000 traditional problems*. American Journal of Physics, 70(7), 759–765. <https://doi.org/10.1119/1.1484151>
- Klopfer, Leopold E. (1969) *The teaching of science and the history of science*. *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 6, Issue 1, pp.87-95  
<http://dx.doi.org/10.1002/tea.3660060116>
- Lan, B.L. (2002). Overcoming students' misconception of centripetal force  
*Physics Education*, 37(4), 361. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/37/4/605>
- Limón, M. y Carretero, M. (1997). *Las ideas previas de los alumnos. ¿Qué aporta este enfoque a la enseñanza de las Ciencias?* En M. Carretero, *Construir y enseñar las Ciencias Experimentales* (pp. 3-18). (2ª ed.) Buenos Aires: Aique.  
[https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/68976/mod\\_resource/content/4/TA\\_Limon-Carretero\\_Unidad\\_3.pdf](https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/68976/mod_resource/content/4/TA_Limon-Carretero_Unidad_3.pdf)
- McHugh, M., y McCauley, V. (2016). *Getting Hooked on Physics! The Physics Teacher*, 54(9), 548–550. <https://doi.org/10.1119/1.4967896>
- Nielsen, H.; Thomsen, P. V. (1990) *History and philosophy of science in Physics education*. *International Journal of Science Education*, 12, 308-316. <http://dx.doi.org/10.1080/0950069900120310>
- Peters, P. C. (1982). *Even honors students have conceptual difficulties with physics*. American Journal of Physics, 50(6), 501–508.  
<https://doi.org/10.1119/1.12797>
- Posner, G.J., Strike, K.A., Hewson, P.W. y Gertzog, W.A. (1982). *Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change*. *Science Education*, 66, pp.211-227.  
<http://dx.doi.org/10.1002/sce.3730660207>
- Pozo, J.I. y Carretero, M. (1992), *Casual theories, reasoning strategies, and conflict resolution by experts and novices in Newtonian mechanics* En Demetriou, A, Shayer, M. y Efklides, A. *Neo-piagetian theories of*

*cognitive development Implications and applications for education.*

Londres: Routledge and Kegan Paul.

Pozo, J. I., y Gómez Crespo, M. A. (1998). *Aprender y enseñar ciencia. Del conocimiento cotidiano al conocimiento científico.* Madrid: Morata.

[http://www.terras.edu.ar/biblioteca/6/TA\\_Pozo\\_Unidad\\_3.pdf](http://www.terras.edu.ar/biblioteca/6/TA_Pozo_Unidad_3.pdf)

Pozo, J. A., Sanz, A., Gómez, M. A. y Limón, M. (1991). *Las ideas de los alumnos sobre las ciencias: una interpretación desde la psicología cognitiva.* Enseñanza de las Ciencias, 9(1), 83-94.

Pozo, J. I., y Gómez Crespo, M. A. (2010). *Por qué los alumnos no comprenden la ciencia que aprenden.* Alambique. Didáctica de las Ciencias Experimentales, 66, 73–79.

[http://iespomán.cat.infed.edu.ar/sitio/upload/Por\\_que\\_los\\_alumnos\\_no\\_comprenden\\_Pozo.PDF](http://iespomán.cat.infed.edu.ar/sitio/upload/Por_que_los_alumnos_no_comprenden_Pozo.PDF)

Oliva, J. M. (1999). *Algunas reflexiones sobre las concepciones alternativas y el cambio conceptual.* Enseñanza de las Ciencias, 17(1), 93-107. <https://es.scribd.com/document/157418762/Algunas-Reflexiones-Sobre-Las-Concepciones-Alternativas-y-El-Cambio-Conceptual>

Otero, J.C. (1985) *Assimilation problems in traditional representations of scientific knowledge.* European Journal of Science Education, 7, 361-369. <http://dx.doi.org/10.1080/0140528850070404>

Rideout, K., (2012) *Why do they keep thinking that (wrong) way?* Phys. Teach. 50, 326. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4064470>

Rodríguez Pineda, D.P., González Flórez, J. (2002) *La historia de la ciencia como herramienta para la construcción de significados en los cursos de física universitarios: Un ejemplo en fuerza y movimiento.* Revista pedagógica edu.co nº12

<http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/5965>

Rowland, D. R. (2003) *Alternative conceptions versus intuitive rules,* Phys. Teach. 41 380 <http://dx.doi.org/10.1119/1.1616473>

- Sánchez Ron, J.M. (1988) *Usos y abusos de la historia de la Física en la enseñanza*. Enseñanza de las Ciencias, 6, 179-188.
- Scherr, R. E. (2003) *An implementation of Physics by Inquiry in a large-enrollment class*, Phys. Teach. 41 113-118  
<http://www.physics.umd.edu/perg/papers/scherr/ScherrPbITPT.pdf>
- Schumayer, D., y Scott, T. F. (2016). *Misconceptions indeed*. Physics Education, 51(6). <https://doi.org/10.1088/0031-9120/51/6/066503>
- Stockmayer, S., Rayner, J. P., y Gore, M. M. (2012). *Changing the Order of Newton's Laws—Why & How the Third Law Should be First*. The Physics Teacher, 50(7), 406–409. <https://doi.org/10.1119/1.4752043>
- Segura, D. (1991). *Una premisa para el cambio conceptual: El cambio metodológico*. Enseñanza de las Ciencias, 9, pp. 175-180.
- Taylor, L. W., (1959) *Physics*. The Pioneer Science. Volume I. Mechanics. Heat. Sound, Dover, New York.
- Voss, J.F., Wiley, J., y Carretero, M. (1995). *Acquiring intellectual skills*. Annual Review of Psychology, 46, 155-181.
- Whitaker, R.J. (1983). *Aristotle is not dead: student understanding of trajectory motion*. American Journal of Physics, 51, pp. 352-357.
- Yadav, M. K. (2014) *Clarifying the misconception about the principle of floatation*, Phys. Educ.49 523-525