



**Facultad de Educación**

**MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE  
EDUCACIÓN SECUNDARIA**

**Desarrollo de las habilidades de visualización espacial mediante  
el uso de las TIC: Propuesta didáctica**

**Development of spatial visualization skills through the use of  
ICT: a didactic proposal**

Alumno: Javier Blanco Lozano

Especialidad: Matemáticas

Directora: Irene Polo Blanco

Curso Académico: 2016/17

Fecha: Julio 2017

## RESUMEN

En este trabajo se plantea una propuesta didáctica para alumnos de Educación Secundaria y su objetivo es el desarrollo de las capacidades de visualización. Ponemos en ellas el foco ya que numerosos estudios muestran su influencia en amplios ámbitos educativos y, a pesar de ello, no se les presta una atención adecuada en el currículum de Secundaria. Para desarrollar las actividades planteadas en nuestra propuesta, utilizaremos herramientas tecnológicas, buscando *software* sencillo en su uso y gratuito. Se presentará, además, un análisis de las actividades propuestas desde el punto de vista de las investigaciones analizadas, con el fin de proporcionar información para el profesor sobre las habilidades que desarrolla cada una de ellas.

**Palabras clave:** Visualización – Propuesta Didáctica – TIC – Educación Secundaria

## ABSTRACT

In this paper, a didactic proposal is presented for secondary education students and its objective is the development of visualization skills. We focus on them as numerous studies show their influence in broad educational fields and, despite this, they are not given adequate attention in the educational curriculum. To develop the activities presented in our proposal, we will use technological tools, looking for simple software in its use and free of charge. An analysis of the activities proposed from the point of view of the investigations analyzed will also be presented in order to provide information to the teacher about the abilities developed by each of them.

**Key Words:** Visualization – Didactic Proposal – ICT – Secondary Education

## **ÍNDICE DE CONTENIDO**

<b>1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN .....</b>	<b>4</b>
<b>2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>7</b>
2.1 Concepto de visualización .....	7
2.2 Desarrollo de las habilidades de visualización y uso de las TIC.....	13
2.3 Visualización y herramientas tecnológicas en la LOMCE.....	15
<b>3. PROPUESTA DE DIDÁCTICA .....</b>	<b>16</b>
3.1 Objetivos.....	17
3.2 Competencias clave a desarrollar .....	18
3.3 Contenidos .....	18
3.4 Metodología de trabajo.....	18
3.5 Temporalización .....	19
3.6 Espacios y recursos .....	20
3.7 Atención a la diversidad .....	21
3.8 Actividades propuestas .....	21
Actividad 1: Identificación visual .....	22
Actividad 2: Reconocimiento de las relaciones espaciales.....	24
3.9 Evaluación .....	25
<b>4. Análisis de las actividades propuestas .....</b>	<b>26</b>
Actividad 1: Identificación visual .....	26
Actividad 2: Reconocimiento de las relaciones espaciales.....	35
Tabla resumen.....	47
<b>5. CONCLUSIONES Y PROPUESTAS .....</b>	<b>48</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>50</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>54</b>
ANEXO 1: Índice de tablas .....	54

ANEXO 2: Índice de ilustraciones ..... 54

## **1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN**

Este trabajo plantea una propuesta didáctica para alumnos de Secundaria que fomenta el desarrollo de las capacidades de visualización de los alumnos. Para el desarrollo de las actividades planteadas nos valemos de herramientas tecnológicas porque éstas se encuentran instaladas muy ampliamente tanto en hogares como en instituciones educativas y por la predisposición positiva de las nuevas generaciones. El *software* para desarrollar estas actividades sigue dos criterios fundamentales: tiene que ser gratuito y sencillo de utilizar. Con ello se busca eliminar barreras económicas y que el alumno se centre en la realización de la actividad, no en el manejo de la herramienta.

La Real Academia Española de la Lengua, en su diccionario, define *visualizar* como “formar en la mente una imagen visual de un concepto abstracto” (2014). A partir de esta definición, podemos imaginar el amplísimo campo en el que la visualización tiene una gran importancia durante toda la vida de una persona. Engloba conceptos tan libres como *imaginación*, tan abstractos como *imagen mental* o *capacidad espacial* y tan estructurados como *geometría*, entre otros muchos. Gutiérrez (1996) indica que una búsqueda de publicaciones nos mostraría fundamentalmente resultados de psicología y educación, “pero también se pueden encontrar títulos relacionados con ingeniería, arte, medicina, economía, química, conducción de coches y alguna otra especialidad sorprendente”. (pág. 4), lo que muestra la transversalidad y la importancia de la visualización.

Se puede pensar que las habilidades espaciales se encuentran en un escalón inferior a las habilidades matemáticas y verbales, pero incluso en éstas son necesarias habilidades espaciales en lo más básico: una misma forma puede significar cosas distintas dependiendo de su posición: “6”, “9”; un grupo de signos puede tener diferentes significados según se coloquen unos respecto de los otros. No es lo mismo “1+2-5” que “5-1+2”, ni “asco” lo mismo que “saco”.

Numerosos estudios indican que esta capacidad puede ser desarrollada mediante entrenamiento específico (Ben-Chaim, Lappan y Houang, 1988) y “hasta una simple sesión de entrenamiento espacial conduce a una mejora

significativa en ciertos problemas” (Cheng y Mix, 2014, pág. 7). Además, este desarrollo contribuye a otros, ya que los sujetos de su estudio con “puntuaciones altas o medias en capacidad espacial mostraron tanto un mayor nivel inicial en comprensión geométrica como una mayor mejora que el estudiante con menor puntuación” (Unal, Jakubowski y Corey, 2009, pág. 1009).

En la actualidad, la tecnología nos brinda muchas posibilidades dentro del campo educativo. Roschelle y otros (2001) muestran cómo su uso puede mejorar el aprendizaje desarrollando cuatro características fundamentales: (1) participación activa del alumno, (2) participación en grupos, (3) interacción y retroalimentación frecuentes, y (4) conexión con contextos del mundo real. Centrándonos en el desarrollo de las capacidades de visualización, encontramos numerosos estudios que utilizan tanto juegos (Okagaki y Frensch, 1994; De Lisi y Cammarano, 1996; Feng, Spence y Pratt, 2007), como aplicaciones de diseño asistido por ordenador (Gutiérrez, 1991; Pedrosa, Barbero y Miguel, 2014) para este fin. Por desgracia, actualmente es imposible abarcar todo el espectro de tareas relacionadas con la visualización sin recurrir a aplicaciones específicamente diseñadas, pero “es imprescindible que el modelo de digitalización de la escuela por el que se opte resulte económicamente sostenible” (MECD. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013, págs. 97865, Sec. I, XI) por lo que el coste del desarrollo de estas aplicaciones sería excesivo. Esto es tenido en cuenta a la hora de diseñar nuestra propuesta didáctica, ya que nos valemos del amplio catálogo de aplicaciones gratuitas y contamos con la implantación de infraestructuras informáticas en los centros educativos llevada a cabo en los últimos años. Éstos se han ido equipando con ordenadores, con una media de 3 alumnos por ordenador, y conexión a internet, 99.9% de los centros y 94.6% de las aulas en centros públicos de Educación Secundaria y FP, según datos del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2016). Como vemos en la siguiente tabla (INE. Instituto Nacional de Estadística, 2015, pág. 3) los alumnos tampoco son ajenos al uso de las TIC.

	Uso de ordenador	Uso de Internet	Disposición de móvil
<b>Total</b>	95,1	93,6	67,0
<b>Sexo</b>			
Hombres	95,3	93,0	64,4
Mujeres	94,9	94,2	69,8
<b>Edad</b>			
10	90,8	88,0	29,7
11	93,9	94,5	42,2
12	96,6	92,0	69,5
13	96,1	96,2	78,4
14	96,5	95,8	90,4
15	96,3	94,8	90,9

Tabla 1: Porcentaje de menores usuarios de las TIC por sexo y edad. Año 2015 (INE, 2015)

No se pretende sustituir otras herramientas tradicionales para desarrollar las capacidades espaciales, sino utilizar los ordenadores como una herramienta más para este desarrollo. “No debemos eliminar necesariamente todo el dibujo de bosquejos<sup>1</sup> en favor del modelado por ordenador en 3-D” (Sorby, 1999, pág. 29).

El presente trabajo se divide en cinco secciones. Tras ésta, de introducción y justificación de la propuesta, en la sección 2 se realiza una revisión bibliográfica de estudios previos relacionados con la visualización, su desarrollo mediante el uso de las TIC y su encaje dentro de la LOMCE. En la sección 3 se presenta la propuesta didáctica. La sección 4 contiene un análisis exhaustivo de las actividades que forman parte de la propuesta didáctica desde el punto de vista de las distintas habilidades que desarrolla y otros aspectos considerados en

---

<sup>1</sup> *sketching*

investigaciones previas. Finalmente, la sección 5 presenta las conclusiones y propuestas de futuro.

## **2. MARCO TEÓRICO**

A continuación, se presenta una revisión bibliográfica sobre aspectos relacionados con la visualización y el uso de la tecnología para su desarrollo. Se comenzará presentando distintas definiciones de visualización y sus componentes según diversos autores (§ 2.1). Posteriormente, se presentará, por un lado, una recopilación de estudios que muestran que, mediante entrenamiento, las habilidades de visualización pueden ser desarrolladas y, por otro, cómo las herramientas TIC pueden ser usadas para ello (§ 2.2). Finalmente se presenta una sección donde se refleja el tratamiento de los aspectos anteriores en el currículo de Secundaria de la LOMCE (§ 2.3).

### **2.1 Concepto de visualización**

Distintos autores nos presentan definiciones similares de conceptos como *capacidad espacial*, *visualización* o *pensamiento espacial*, que podemos considerar sinónimos: McGee (1979) indica la habilidad de manipular, rotar, girar o invertir mentalmente objetos representados; Lean y Clements (1981) incluyen además en estas habilidades el planteamiento de lo que llaman imágenes mentales, concepto que desarrollaremos más adelante; Gutiérrez (1996), enfocando la visualización hacia el campo de las matemáticas, introduce una finalidad a estas habilidades que son resolver problemas y probar propiedades.

Para este último autor, en su definición de un marco de referencia destinado a organizar el campo de la visualización en matemáticas (Gutiérrez, 1996), ésta se compone de cuatro elementos principales: (1) imagen mental, (2) representaciones externas, (3) procesos de visualización y (4) habilidades de visualización.

#### ***Imagen mental***

El objeto de trabajo en la visualización es la imagen que aparece en nuestra mente cuando nos hablan de un concepto sin que éste sea percibido por

nuestros sentidos. Diversos autores le dan diferentes nombres y definiciones, por citar algunos: Hebb (1972, citado por Lean y Clements, 1981), lo asocia a una actividad mental asociada a la percepción, pero sin estímulo físico; para Presmeg (1986), que lo llama *imagen visual*, es la representación mental de información visual; Gutiérrez (1991) especifica en esta información visual, además de los propios objetos físicos, las relaciones y conceptos espaciales.

Estas imágenes mentales se pueden clasificar en diferentes tipos. Presmeg (1986), mediante un estudio sobre cómo trabajan los adolescentes con imágenes visuales lo hace en: (1) Imágenes pictóricas concretas, que serían las representaciones de objetos físicos; (2) imágenes de patrones, las representaciones visuales de relaciones matemáticas; (3) imágenes de fórmulas, la representación mental de fórmulas o esquemas como una imagen, no como sus elementos relacionados; (4) imágenes cinestésicas o cinéticas, son las que necesitan el movimiento corporal para ser utilizadas, por ejemplo, mover la cabeza en ejercicios de rotación mental; (5) imágenes dinámicas, las que como en el caso anterior requieren movimiento, pero éste es únicamente mental.

En esta clasificación vemos dos grupos. Por un lado, el objeto representado (fórmula, patrón u objeto) y por otro, la forma de trabajar con la imagen (dinámica o cinestésica). Esto nos indica que cada imagen puede ser de dos tipos a la vez, Tomando un elemento de cada grupo.

### ***Representaciones externas***

“Es cualquier tipo de representación, verbal o gráfica, de conceptos o propiedades, incluidos imágenes, dibujos, diagramas, etc., que ayudan a crear o transformar imágenes mentales y a hacer razonamiento visual” (Gutiérrez, 1996, págs. 9-10).

En mayor o menor medida, es habitual que utilicemos una ayuda gráfica como soporte al razonamiento matemático. El mismo autor se pregunta si son estas representaciones las que son visuales o es la forma en la que son usadas. Menciona que esto tiene relación en la clasificación que hace Krutetskii (1976) de las diferentes formas de enfrentarse a la resolución de problemas matemáticos: (1) geométrica, fundamentada en la utilización de imaginería

visual, como esquemas, diagramas...; (2) analítica, siendo el razonamiento lógico y verbal la base en la resolución de los problemas; (3) armónica, que combina los dos tipos anteriores.

### ***Procesos de visualización***

“Es una acción física o mental donde las imágenes mentales están involucradas” (Gutiérrez, 1996, pág. 10).

Según Bishop (1989) consta de dos procesos: la interpretación visual de la información, que corresponde al procesamiento visual (VP) mediante el que se crean las imágenes mentales, y la interpretación de las imágenes mentales, correspondiente a la interpretación de imágenes figurativas (IFI), por el que se extrae información de las imágenes mentales.

### ***Habilidades de visualización***

Es el conjunto de habilidades que deben ser adquiridas y mejoradas “para realizar los procesos necesarios con imágenes mentales específicas para un problema dado” (Gutiérrez, 1996, pág. 10).

Una clasificación propuesta por Del Grande (1987), usando aportaciones de Frostig y Horne (1964) para las cinco primeras y de Hoffer (1977) para las dos últimas, enumera las siguientes habilidades: (1) Coordinación motora de los ojos, que permite coordinar la visión con el movimiento del cuerpo o con la mano en el caso más concreto de la coordinación óculo-manual; (2) percepción figura-fondo o identificación visual, que permite identificar una figura aislándola de un fondo complejo; (3) conservación de la percepción, por la que se reconoce que algunas propiedades de un objeto son independientes del tamaño, color, textura u orientación del mismo; (4) percepción de las posiciones en el espacio, por la que se relaciona la posición de un objeto, dibujo o imagen mental con el propio observador u otro objeto que es usado como referencia; (5) percepción de las relaciones espaciales, por la que se relacionan varios objetos entre ellos, o conjuntamente con el observador, situados en el espacio; (6) discriminación visual, por la que se comparan varios objetos siendo capaz de encontrar similitudes o diferencias entre ellos; (7) memoria visual, que permite recordar las características y posición de un objeto, tras cambiar de posición o desaparecer

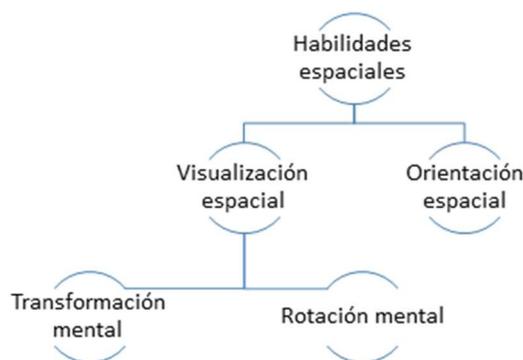
de la vista, con respecto a otros objetos. Esta clasificación la utilizaremos más adelante en la clasificación de las actividades de la propuesta didáctica.

En el campo de las matemáticas, Gutiérrez (1996) toma de la clasificación anterior la identificación visual, la conservación de la percepción, la percepción de las posiciones en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales y la discriminación visual y a las que añade la rotación mental, por la que se genera imágenes mentales y visualiza su configuración en movimiento.

Maier (1996) distingue lo que él llama *cinco elementos de la inteligencia espacial* que deben ser específicamente entrenados: (1) percepción espacial, que requiere la localización de la posición horizontal o vertical a pesar de información que distraiga; (2) visualización espacial, que comprende la capacidad de visualizar una configuración en la cual haya movimiento o desplazamiento (interno) de sus partes; (3) rotaciones mentales, que implica la capacidad de rotar rápida y precisamente figuras de dos o tres dimensiones; (4) relaciones espaciales, que indica la capacidad de entender la configuración espacial de objetos o partes de un objeto y su relación entre ellos; (5) orientación espacial, que es la capacidad de orientarse uno mismo física o mentalmente en el espacio.

Vemos que, siguiendo criterios propios, cada autor nos indica conceptos similares con distintas denominaciones y rangos, solapándose o incluyéndose. Por ejemplo, podemos interpretar que la percepción de la posición de un objeto respecto al observador está conectado a la memoria visual, o que la orientación se relaciona con la percepción de las relaciones espaciales de los objetos que rodean al observador.

Otro punto de vista es el que propone Tartre (1990, citado por Sorby, 1999) utilizando los procesos mentales que vayan a ser utilizados para realizar las tareas dadas. En la clasificación que se muestra en la *Ilustración 1* distingue dos categorías: la visualización espacial, donde se mueve mentalmente el objeto, y la orientación espacial, donde el objeto no se mueve y lo hace el punto de vista del sujeto. También divide la visualización en rotación mental, donde se mueve el objeto completo, y transformación mental, donde solo lo hace parte de él.



*Ilustración 1: Clasificación de habilidades espaciales propuesta por Tartre (1990)*

Con el fin de desarrollar estas habilidades espaciales, cada autor propone una serie de tareas a llevar a cabo. Unificando criterios, Gonzato, Fernández y Díaz (2011) proponen una clasificación de estas tareas tras analizar varias de esas propuestas. Cabe señalar que, aunque la clasificación se centra en contextos tridimensionales, algunas tareas pueden ser aplicadas en equivalentes bidimensionales, por lo que la utilizaremos para analizar las actividades de nuestra propuesta. Se diferencian tres familias de tareas: (1) orientación estática del sujeto y de los objetos, (2) interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales y (3) orientación del sujeto en espacios reales.

En la orientación estática del sujeto y de los objetos, se establecen relaciones posicionales de objetos o personas que se encuentran inmóviles. Para evitar que surjan ambigüedades, los autores plantean tareas con elementos cuya orientación relativa es clara: el cuerpo humano o un coche en contraposición a una botella o un balón. Son temas que, según indican los autores, son tratados mayormente en edad preescolar.

Las actividades de interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales requieren interpretar y elaborar representaciones planas de objetos y su inverso, es decir, crear objetos a partir de sus representaciones, y el cambio de punto de vista del observador respecto al objeto, que incluyen las rotaciones mentales. En algunos casos para estas representaciones planas es necesario tener cierto conocimiento de los códigos empleados en ellas, lo que se imparte en las asignaturas de dibujo.

Las acciones que indican necesarias para resolver las tareas son: (1) cambiar el tipo de representación; (2) rotar, ya sean objetos o partes de ellos; (3) plegar y desplegar, objetos y desarrollos planos; (4) componer y descomponer en partes, y (5) contar elementos de objetos. Como vemos, y de acuerdo al enunciado de los autores, estas acciones están pensadas para espacios tridimensionales, aunque algunas de ellas (rotar, componer y descomponer en partes, contar elementos) pueden ser utilizadas en el espacio bidimensional. Estas acciones son aplicadas a lo que los autores llaman *estímulo inicial*, que es la presencia o ausencia del objeto físico a analizar en la tarea, y en qué circunstancias aparece (fijo o en movimiento cuando está presente, o la forma en la que aparece representado cuando no lo está). En nuestro caso, el objeto no será físico sino virtual.

Los tipos de respuesta a estas tareas, la forma de presentar la solución, son enunciados como: (1) construcción del objeto tridimensional; (2) dibujo de una representación plana de un objeto tridimensional; (3) identificación de la respuesta correcta entre varias opciones presentadas; (4) respuesta verbal o numérica no contemplada en los tipos anteriores. Si bien en un entorno bidimensional podemos hablar de construcción de figuras mediante piezas planas, por ejemplo, utilizando *Tangram*, y de dibujo de figuras planas sin ser representación de objetos, en un entorno virtual como el que vamos a utilizar no aparecería la construcción de un objeto físico sino virtual de estos objetos.

Las tareas de orientación del sujeto en espacios reales son las que requieren que se comprenda la situación y orientación en un espacio o en su representación (plano, maqueta...) y ser capaz de describir y representar ese espacio o el movimiento dentro de él.

Las acciones indicadas en este caso serían: (1) explorar el espacio mientras nos desplazamos en él; (2) observar el espacio de forma estática, (3) interpretar información gráfica, (4) relacionar el espacio con una representación espacial. En este caso, el estímulo inicial dependería si se llevan a cabo en (1) un espacio real sin el apoyo de representaciones de éste, si se realizan (2) mediante la representación espacial del espacio donde va a realizar la acción o si, combinando las anteriores, (3) espacio real y representación del espacio físico,

cuenta con la representación del espacio físico donde ha de realizar la acción requerida.

El tipo de respuestas a estas tareas pueden ser: (1) de representación de espacios o trayectos, (2) de localización de elementos en un mapa o plano, (3) de descripción de itinerarios o posiciones o (4) una respuesta física, por ejemplo, seguir un trayecto o encontrar elementos en un entorno real.

## **2.2 Desarrollo de las habilidades de visualización y uso de las TIC**

Estas tareas indicadas en la sección anterior desarrollan la capacidad espacial, pero este no es su fin último, o, al menos, no el único. Hoffer (1977, citado por Del Grande, 1987) relaciona directamente el aprendizaje de la geometría y la mejora de la capacidad espacial. Pero no sólo la geometría. La relación de las matemáticas con las capacidades espaciales está ampliamente documentada. Cheng y Mix (2014) enumeran una serie de investigaciones que relacionan la habilidad espacial con distintos aspectos de las matemáticas. Pribyl y Bodner (1987) establecen esta relación, en química orgánica, con las tareas de manipulación de moléculas representadas en dos dimensiones y de resolución de problemas. Wai, Lubinski y Benbow (2009) en un estudio con datos acumulados de 50 años establecen la fuerte influencia de la habilidad espacial en el ámbito de STEM<sup>2</sup>.

Una vez establecida la relación del desarrollo de la capacidad espacial con la mejora del rendimiento en diversos campos académicos, necesitamos averiguar de qué manera ésta puede entrenarse. Para ello, el entrenamiento tiene que ser efectivo, sus resultados tienen que perdurar y si puede ser aplicado a otros aspectos relacionados. Si bien, en experimentos como el de Morgan, Bartram y Clarke (1984), la transferencia del entrenamiento no ha podido ser demostrada, Uttal y otros (2013) dan una respuesta afirmativa a las tres partes con una última evaluación del efecto positivo un mes después del entrenamiento. Ben-Chaim, Lappan y Houang (1988) incluso comprueban que la duración del efecto del entrenamiento llega a un año y las mejoras se dan en ambos sexos a pesar de

---

<sup>2</sup> Science, Technology, Engineering, Mathematics

las diferencias iniciales. El paso final, la aplicación a campos afines, la vemos en cómo el desarrollo de las habilidades espaciales consigue la mejora en el aprendizaje de las matemáticas, idea ya previamente planteada, por ejemplo, por Bishop (1980), que es comprobado por Cheng y Mix (2014) aunque manifiestan la necesidad de continuar investigando con diferentes tipos de entrenamiento espacial.

Los materiales usados en los entrenamientos efectuados a lo largo de las investigaciones han sido muy variados. A parte de elementos tradicionales, tanto materiales manipulables como impresos, con la aparición y auge de ordenadores y dispositivos electrónicos en los que se simulan entornos en dos y tres dimensiones, era lógico que los investigadores intentasen averiguar qué utilidad tendrían en el desarrollo de las capacidades espaciales. Para ello se han aproximado tanto por una vertiente seria, usando aplicaciones informáticas, por ejemplo, *Hypercard*, *Phoenix 3D*, *3D Images* (Gutiérrez, 1991) o *ILMAGE\_SV* (Pedrosa, Barbero y Miguel, 2014), como una vertiente más lúdica con la utilización de diferentes juegos electrónicos, por ejemplo, *Tetris* (Okagaki y Frensch, 1994), *Blockout* (De Lisi y Cammarano, 1996) o *Medal of honor: Pacific Assault* (Feng, Spence y Pratt, 2007) por citar algunos.

Pedrosa, Barbero y Miguel (2014) indican que apenas hay diferencia entre la instrucción tradicional respecto al uso de programas de ordenador, aunque esto último es más efectivo en estudiantes con baja capacidad espacial. Este aspecto, sumado al ya indicado de la ausencia de costes de materiales e infraestructura por contar ya con ellos, nos hace decantarnos por diseñar las actividades de la propuesta didáctica a través del uso de las TIC.

Un problema para la adopción de la utilización de herramientas informáticas en la enseñanza es la diferente relación que tienen con la tecnología los actuales alumnos, *nativos digitales*, y los docentes, *inmigrantes digitales*, que puede suponer la necesidad de adaptación de estos últimos. Estos términos son introducidos por Prensky (2001) para crear un paralelismo con el uso del lenguaje, siendo los alumnos “hablantes nativos del lenguaje digital de ordenadores, videojuegos e Internet”. Éstos detectan el “acento” de los docentes en este lenguaje digital y, como señala el mismo autor (Prensky, 2007), las

distintas velocidades en la aceptación de la tecnología de ambos grupos pueden restar fluidez a los mecanismos de aprendizaje. Por este motivo, la elección de herramientas y el diseño de tareas muy sencillas es importante para evitar esta brecha.

### **2.3 Visualización y herramientas tecnológicas en la LOMCE**

Desde la planificación de la escenografía de una obra teatral en Artes Escénicas hasta la pirámide de población en Geografía e Historia, la visualización es sin duda una materia transversal en el currículum de Secundaria.

El núcleo de estas habilidades espaciales se sitúa, hablando de competencias, en la *Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología* donde se utiliza el pensamiento lógico y espacial para describir la realidad:

“El espacio y la forma: incluyen una amplia gama de fenómenos que se encuentran en nuestro mundo visual y físico: patrones, propiedades de los objetos, posiciones, direcciones y representaciones de ellos; descodificación y codificación de información visual, así como navegación e interacción dinámica con formas reales, o con representaciones.” (MECD. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2015, págs. 6993, Sec. I)

En este aspecto hacen énfasis las asignaturas del campo de las Matemáticas, con sus diferentes especialidades y del Dibujo, en sus diferentes etapas.

Tantas asignaturas implican gran cantidad de instrucción, procedimientos y normativas en cuanto a conceptos, representaciones y construcciones. Pero lamentablemente, en la mayoría de los casos se dejan de lado las capacidades espaciales de los alumnos. Un alumno recibe instrucción, no desarrolla su potencial, es decir, aprende cómo hacer algo y después de algunos ejemplos se pasa al siguiente tema. Se delega en los contenidos y en el esfuerzo del alumno el desarrollo de sus capacidades espaciales.

En pleno siglo XXI la introducción de herramientas tecnológicas en el aula también está fomentada desde la propia Ley de Educación:

“La incorporación generalizada al sistema educativo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) [...] por una parte, servirá para el refuerzo y apoyo en los casos

de bajo rendimiento y, por otra, permitirá expandir sin limitaciones los conocimientos transmitidos en el aula.” (MECD. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013, págs. 97865, Sec. I, XI)

También se hace mención, en relación a las competencias clave, a la *Competencia digital*:

“...que implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación para alcanzar los objetivos relacionados con el trabajo, la empleabilidad, el aprendizaje, el uso del tiempo libre, la inclusión y participación en la sociedad” (MECD. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2015, págs. 6995, Sec I).

### **3. PROPUESTA DE DIDÁCTICA**

A continuación, se presenta la propuesta didáctica para fomentar las habilidades de visualización basada en el uso de las TIC. Cabe resaltar que esta propuesta se centra en el desarrollo de las habilidades de visualización y no en el aprendizaje de contenido geométrico, aunque se manejarán conceptos básicos de geometría, dibujo técnico e informática. Por ello, puede estar dirigida a cualquier curso. En este caso la propuesta es para 1º de ESO ya que consideramos que, debido a la utilidad de estas habilidades en tantos aspectos académicos y profesionales, el curso de comienzo de la Educación Secundaria es el más idóneo en esta etapa.

Como sostienen muchas investigaciones, por ejemplo, la de Pedrosa, Barbero y Miguel (2014), la utilización de medios tecnológicos no es significativamente superior a otro tipo de entrenamiento más tradicional, pero sí se ha mostrado superior a la ausencia de entrenamiento, es decir, “incluso un mínimo entrenamiento puede mejorar el razonamiento espacial en hombres y mujeres, niños y adultos” (Uttal, y otros, 2013, pág. 370). Los motivos de elegir medios tecnológicos frente a otros más tradicionales son (1) la disponibilidad del soporte físico en hogares y colegios, accesible a los alumnos; (2) la mejora en el aprendizaje que proporciona si se usa de forma eficaz; y (3) la buena actitud de las nuevas generaciones ante la tecnología. Otro criterio que se ha tenido en cuenta son los costes, por lo que los programas utilizados son gratuitos y fácilmente accesibles y no añaden ningún coste extra para ser utilizados por familias o centros educativos.

### **3.1 Objetivos**

Lo que se busca con estas actividades es desarrollar las capacidades visuales de los alumnos y ampliar el rango de actividades de los equipos informáticos. Habitualmente son utilizados como herramienta de consulta en el aula o con fines lúdicos o como procesador de texto en el hogar, pero en nuestro caso concreto buscamos qué nos ofrecen para desarrollar las habilidades de visualización y orientación espacial.

Contamos con el componente motivacional de la introducción de tareas novedosas en el aula. Además, al plantear las actividades para realizar en grupo y las estrategias de resolución diversas, deseamos que se desarrolle un aprendizaje entre iguales en la que los alumnos enriquezcan con su punto de vista a sus compañeros.

Como deseamos que las tareas trasciendan el centro educativo, la utilización de tareas relativamente cortas puede favorecer su utilización como descanso activo, una vez que salimos del espacio del aula. El cerebro pierde rendimiento tras largas sesiones de concentración y se recomienda “cambiar de aires” cada cierto tiempo. En este sentido, las tareas planteadas sirven para realizar este descanso necesario.

También entendemos que la vida escolar y extraescolar de los alumnos de hoy está saturada por lo que buscamos que nuestra propuesta sea entendida por los alumnos más de una forma lúdica que como una tarea escolar más. La forma distendida que buscamos en la realización de la actividad se pretende que sea la puerta de entrada a la búsqueda de otras tareas similares que profundicen en el desarrollo de las habilidades espaciales de los estudiantes.

En resumen, se busca alcanzar los siguientes objetivos:

1. Desarrollar las habilidades de visualización propuestas por Del Grande (1987). Concretamente, en las tareas presentadas se hace énfasis en *identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de relaciones espaciales* y, en menor manera, *discriminación visual*. La *coordinación motriz de los ojos* nos la aporta la propia herramienta utilizada.

2. Trabajar las acciones de visualización propuestas por Gonzato, Fernández y Díaz (2011) y extendiéndolas, además, al espacio bidimensional. En las tareas propuestas se da la mayor importancia a las de *contar elementos y componer y descomponer en partes*, apareciendo, además, *cambiar el tipo de representación y rotar*.

Por los límites de este trabajo, las tareas propuestas sólo desarrollan parte de estos objetivos, por lo que en el futuro pueden ser ampliadas y corregidas para que el entrenamiento abarque todas las habilidades y actividades propuestas por los autores.

### **3.2 Competencias clave a desarrollar**

Como se desarrolla en la *Sección 2.3*, son la *competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología*, donde se trata de interpretación de información visual, y la *competencia digital*, en cuanto al uso de las TIC.

### **3.3 Contenidos**

Los contenidos curriculares implicados en estas actividades según el Decreto 38/2015 (Gobierno de Cantabria, 2015), todos ellos introducidos durante la educación primaria, se centran en las asignaturas de *Matemáticas y Educación Plástica, Visual y Audiovisual*. En la primera asignatura, dentro del bloque 3: Geometría (pág. 3294), se tratan figuras planas básicas, como triángulos y cuadriláteros, sus relaciones, propiedades y clasificaciones, y el uso de herramientas informáticas para estudiar formas y relaciones. En la segunda, dentro del bloque 2: Comunicación audiovisual (pág. 3528), el contenido referente al Lenguaje Multimedia menciona el empleo de programas de pintura y retoque fotográfico; en el bloque 3: Dibujo técnico (págs. 3528-3531), se mencionan clasificaciones de triángulos y cuadriláteros y tipos de perspectivas.

### **3.4 Metodología de trabajo**

Las tareas planteadas a los alumnos buscarán fortalecer la observación, la representación y la comunicación en relación a las habilidades espaciales. La

observación, o cómo interpreta el alumno la información visual que ofrece la actividad en cualquier forma que se presente. Para la representación, con la utilización de herramientas sencillas para tareas sencillas buscamos alejarnos de las complicaciones que en algunos casos presentan los alumnos con el dibujo y que, al mismo tiempo, nos sirve de base para la introducción de herramientas más complejas usadas en otras asignaturas. Finalmente, con la comunicación, ya que las actividades están pensadas para realizar en grupo tanto el desarrollo como la corrección, se fomentará el desarrollo de la verbalización de conceptos visuales (formas, giros, posiciones...).

Siempre que haya posibilidad se buscará un aprendizaje entre iguales, donde los diferentes puntos de vista enriquecerán al grupo. Para ello, las actividades contienen tareas individuales y de grupo. En las primeras los alumnos desarrollarán sus capacidades de observación y representación, añadiendo la comunicación en las tareas de grupo. Con estas tareas de grupo se busca más el planteamiento de estrategias efectivas de resolución de la tarea que la propia resolución ya que ésta es una tarea más mecánica que visual.

### **3.5 Temporalización**

La actividad global se divide en tres bloques de instrucción: rotación de objetos, composición de objetos y orientación. Los dos primeros constarían de dos partes separando el espacio bidimensional del tridimensional. Las actividades propuestas (§ 3.7) corresponden al bloque de composición.

Las sesiones tendrán una duración de 55 minutos y se programarán la primera semana de cada mes a lo largo de todo el curso. También se incluyen en la planificación una evaluación previa (primera sesión) y una evaluación del progreso (última sesión). Esto nos deja un margen por si fuese necesario reforzar o ampliar alguno de los contenidos.

Las tareas están pensadas para ser realizadas durante la primera sesión de clase de la semana. Al realizarse en un entorno distendido y colaborativo buscamos crear un ambiente relajado, para conseguir una predisposición positiva hacia la clase y una introducción más progresiva a la actividad escolar semanal.

### 3.6 Espacios y recursos

Para la realización de las actividades necesitaremos un aula con ordenadores personales y conexión a internet. El *software* que utilizaremos para desarrollar las actividades consta de las siguientes aplicaciones:

*Paint.net*<sup>3</sup> (Windows). Programa de dibujo multicapa muy sencillo. El trabajo que vamos a realizar con él es equivalente a cortar, colorear y unir papel.

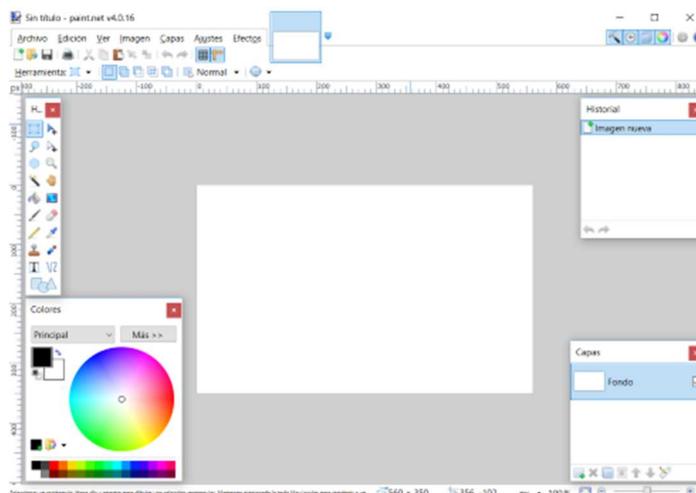


Ilustración 2: Programas de dibujo Paint.net

*Isometric Drawing Tool*<sup>4</sup> (Multiplataforma). Es una rejilla isométrica virtual que permite dibujar cubos, caras o líneas.

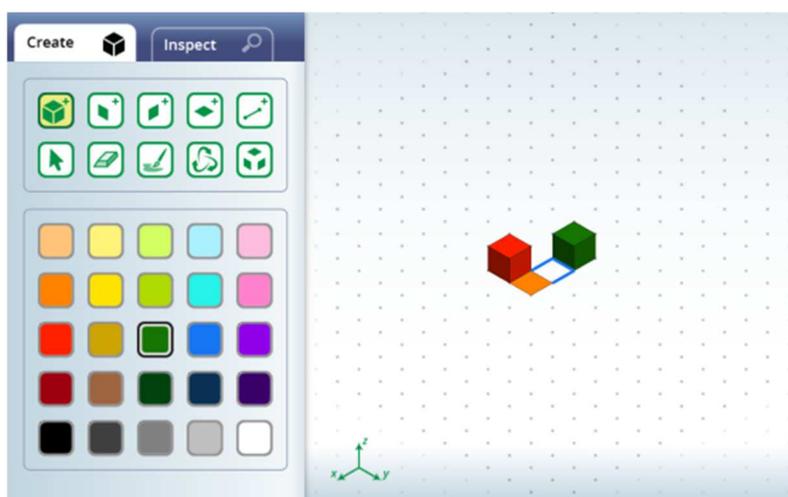


Ilustración 3: Editor isométrico Isometric Drawing Tool

<sup>3</sup> <http://www.getpaint.net/index.html>

<sup>4</sup> <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4182>

*VoxelShop*<sup>5</sup> (Multiplataforma). Es un editor de *voxels* (píxeles en 3D) sencillo. Presenta las vistas de planta, alzado y perfil, además de una vista de cámara personalizada. Su forma básica de trabajo es equivalente a utilizar bloques de construcción.

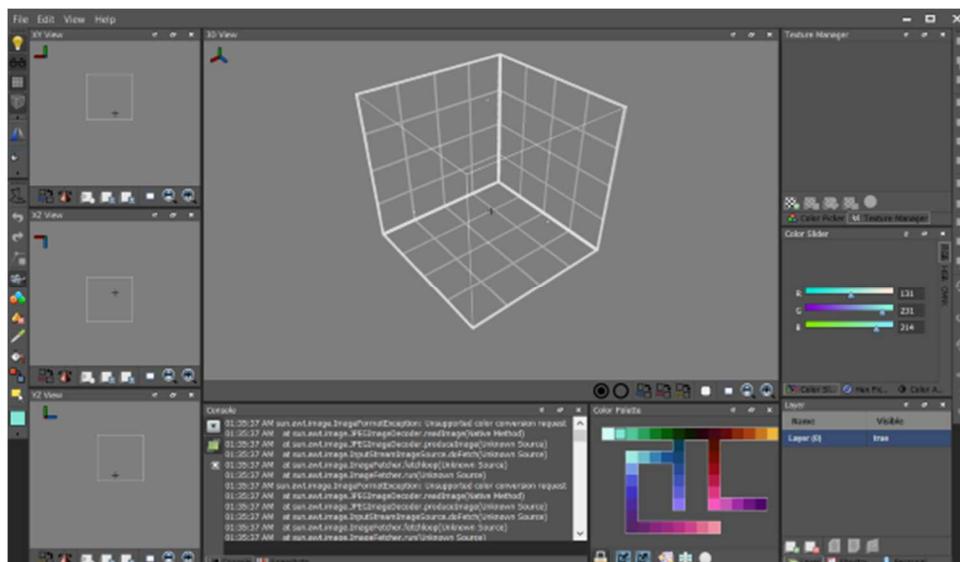


Ilustración 4: Programa de edición de voxels *VoxelShop*

### 3.7 Atención a la diversidad

Las tareas se presentan de forma progresiva y, como suponemos que es la primera vez que los alumnos se enfrentan a este tipo de actividades, empezando por tareas básicas. Aun así, la dificultad de cada una de las tareas puede ser modificada fácilmente para adaptarse a las necesidades de diversidad de los alumnos. Estas modificaciones están especificadas en el apartado correspondiente de cada una de las tareas de la *Sección 4*.

### 3.8 Actividades propuestas

A continuación, presentamos las actividades diseñadas, indicando brevemente el proceso a seguir con el *software* con el que se van a llevar a cabo, así como cada una de las tareas que las componen. Un análisis pormenorizado de las actividades se muestra en la *Sección 4*.

<sup>5</sup> <https://blackflux.com/node/11>

Debido a los límites del estudio nos centraremos en el desarrollo de actividades cuyas acciones principales son composición y descomposición en partes y contar elementos, tanto en dos como en tres dimensiones.

### **Actividad 1: Identificación visual**

En la siguiente actividad vamos a resolver unos problemas visuales en los cuales tendremos que encontrar las figuras que nos piden, triángulos y cuadrados. En este caso, las tareas se realizarán en un espacio bidimensional y para ello vamos a trabajar con el programa *Paint.net*.

Para estas tareas, utilizaremos la herramienta “Cubo de pintura”, representada con el icono . Necesitamos además trabajar con capas que se muestran en el panel específico situado en la parte inferior derecha, que vemos en la *Ilustración 5*:



*Ilustración 5: Panel de capas de Paint.net*

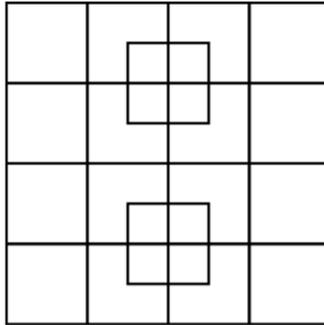
De las herramientas de capa (barra inferior en la *Ilustración 5*) usaremos  **Duplicar la capa** y  **Eliminar la capa**. El  que aparece a la derecha de cada capa sirve para mostrar o esconder esa capa. Al estar marcado, la capa es visible. También en la *Ilustración 5* vemos una capa que muestra el fondo azul. Esto indica que esta es la capa en la que estamos trabajando, es decir, donde tendrán efecto las acciones que realicemos. La visibilidad de las capas simula las hojas de un libro, por lo que las capas que aparecen más arriba en este panel ocultan las inferiores.

Una tarea de ejemplo sería: “*Seleccionar los triángulos que aparecen en la figura dada*”. Para resolverla, duplicamos la capa original, que sería la única al ser un archivo nuevo; seleccionamos la nueva capa, que aparece sobre la original; seleccionamos la herramienta “Cubo de pintura”; una vez elegido un color a nuestro gusto, pinchamos en todas las partes que forman la figura que nos piden (así se ha creado el triángulo naranja en el ejemplo mostrado en la

*Ilustración 5).* Repetimos el proceso hasta finalizar la tarea, ocultando previamente las capas modificadas para evitar confusiones.

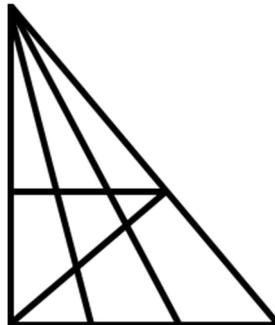
A continuación, se presentan las tareas a realizar en la Actividad 1:

**Tarea 1.1:** En parejas, encontrad todos los cuadrados diferentes que aparecen en la figura del archivo ***acertijo1.pdn***



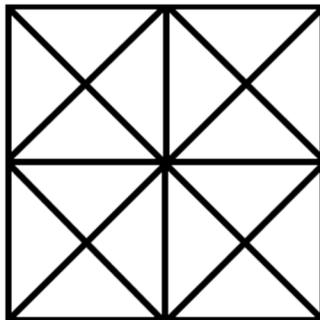
*Acertijo1.pdn*

**Tarea 1.2:** En parejas, encontrad todos los triángulos que aparecen en la figura del archivo ***acertijo2.pdn***



*Acertijo2.pdn*

**Tarea 1.3:** Ayudados por el equipo de vuestro lado, encontrad triángulos y cuadrados en la figura del archivo ***acertijo3.pdn***



*Acertijo3.pdn*

## **Actividad 2: Reconocimiento de las relaciones espaciales**

Para esta actividad nos movemos al espacio tridimensional y necesitaremos utilizar las herramientas *Isometric Drawing Tool* y *VoxelShop*. La forma de trabajar con ambas simula virtualmente el trabajo con bloques de construcción, que desplazamos y colocamos mediante acciones del ratón. La principal diferencia entre ambas herramientas es que mientras la primera tiene un punto de vista fijo y usa una representación de la proyección isométrica, con los tres ejes ortogonales formando un ángulo de 120°, en la segunda el punto de vista es escogido por el usuario. En las tareas planteadas jugaremos con estas capacidades de las aplicaciones para que los alumnos sean conscientes de la información, tanto presente como ausente, de las diferentes representaciones y puntos de vista y, al mismo tiempo, vayan desarrollando las habilidades espaciales.

Las herramientas que utilizaremos en *Isometric Drawing Tool* serán “crear cubo” ( Create Cube) y “borrador” ( Eraser) en caso de equivocación para eliminar los cubos erróneos. En el caso de *VoxelShop*, las herramientas que utilizaremos serán “dibujar voxel” ( Draw Voxel (2)), en caso de error, “borrar voxel” ( Erase Voxel (3)) y “cámara” ( Camera (1)) para cambiar el punto de vista. Los movimientos de la cámara se hacen mediante movimientos del ratón, incluyendo el zoom que se realiza con la rueda. En ambas herramientas, a la hora de colocar un cubo o voxel, se presenta un cubo “fantasma” de distinta apariencia a los cubos “definitivos” que se va moviendo por la rejilla de dibujo. Una vez se pulsa el botón izquierdo del ratón, el cubo “fantasma” pasa a ser “definitivo”. Hay que señalar que los cubos no se pueden colocar “en el aire”, es decir, si no existen otros cubos en la rejilla el nuevo cubo se colocará forzosamente en el plano del suelo, y, si ya hay otros cubos, el nuevo se podrá colocar en el plano del suelo o pegado a cualquier cara libre de los cubos existentes.

Aquí presentamos los enunciados de las tareas de la Actividad 2:

**Tarea 2.1:** Representa con *Isometric Drawing Tool* un cuerpo sólido cuya forma exterior corresponda a las representadas en la *Figura 1* y la *Figura 2*:

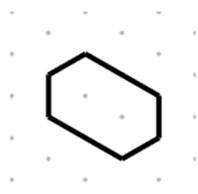


Figura 1

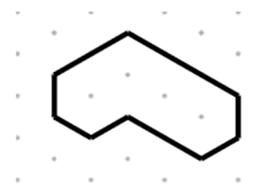


Figura 2

**Tarea 2.2:** En parejas, representad con *Isometric Drawing Tool* cuerpos sólidos cuya forma exterior corresponda a las representadas en la *Figura 3* y la *Figura 4* (al menos dos cuerpos sólidos diferentes en cada figura):

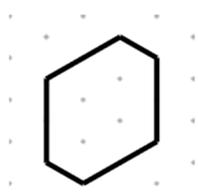


Figura 3

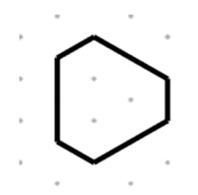


Figura 4

**Tarea 2.3:** En parejas y utilizando *VoxelShop*, representad al menos dos cuerpos sólidos de cada una de las representaciones obtenidas en la tarea anterior.

**Tarea 2.4:** En parejas y utilizando *VoxelShop*, diseñad una figura de entre 15 y 20 cubos. En grupos de ocho, intercambiad con otro grupo las figuras creadas y contad los cubos de las figuras creadas por vuestros compañeros. ¿Es un número exacto o estimado? Indicad con la máxima precisión posible el número de cubos.

Nota: Todos los cubos deben estar unidos por al menos una cara con los demás y la figura no debe exceder los 4 cubos en cualquiera de sus dimensiones.

### 3.9 Evaluación

Como se trata de evaluar capacidades, no se busca sólo el rendimiento sino la evolución de éste. Por un lado, utilizaremos herramientas objetivas con los test realizados en las sesiones primera y última, mediante los que

comprobaremos la efectividad de nuestro entrenamiento. Estos test estarán compuestos por actividades similares a las realizadas en las sesiones de entrenamiento. Por otro lado, evaluaremos la actitud de los alumnos y la resolución, participación y cooperación en las actividades mediante observación sistemática.

#### **4. Análisis de las actividades propuestas**

El análisis de estas actividades seguirá una estructura similar a la utilizada por Fernández (2011) indicando los objetos y procesos implicados, ejemplos de soluciones expertas, dificultades esperadas, adaptación a la diversidad, acciones necesarias para su resolución, con las descritas por Gonzato, Fernández y Díaz (2011), y habilidades que se ponen en juego en su resolución, utilizando el listado de enunciado por Del Grande (1987).

##### ***Actividad 1: Identificación visual***

La dificultad de las tareas se plantea de forma progresiva con el fin de abarcar la diversidad de las capacidades de los alumnos. Las tareas son modificaciones de la planteada por Gutiérrez (1991, pág. 46) respecto a la identificación visual en las que se varía la imagen a analizar o la complejidad de la pregunta. Las imágenes para las dos primeras tareas se encuentran en varios sitios web, y se han distribuido por redes sociales tanto la tarea 1.1<sup>6</sup> como la tarea 1.2<sup>7</sup>.

La planificación temporal de esta actividad se estructura por tareas. Las dos primeras, al ser una introducción al desarrollo de las habilidades y, por tanto, más sencillas, tendrán una duración de 15 minutos a cada una. Para la tercera, la más compleja para hacer en clase, la duración será de 25 minutos.

Para adaptarnos a las diferentes capacidades de los alumnos planteamos variaciones de las actividades, simplificando o aumentando la complejidad de la figura con el fin de acercarnos a las distintas necesidades de los alumnos.

---

<sup>6</sup> <http://humor.atresmedia.com/liopardo/memes/cuantos-cuadrados-ves-en-esta-imagen>

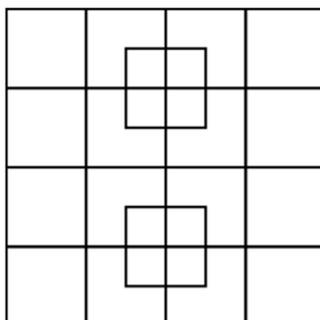
<sup>7</sup> <http://humor.atresmedia.com/liopardo/memes/cuantos-triangulos-puedes-ver-en-esta-imagen-hay-muchos-mas-de-10>

El agrupamiento de los estudiantes para las tareas más sencillas será en parejas y en grupos de cuatro para la más compleja. Este agrupamiento busca que los diferentes puntos de vista de los alumnos contribuyan a la estrategia enfocada a la resolución del problema. La propia discusión de esta estrategia contribuye al desarrollo de las capacidades de visualización de cada alumno.

Teniendo en cuenta los aspectos de la clasificación de tareas según Fernández (2011), las que componen esta *Actividad 1* presentan las siguientes características comunes: involucran objetos en el espacio de dos dimensiones, tienen como estímulo inicial la presencia de objetos fijos y el tipo de respuesta esperado es dibujo.

A continuación, se presenta un análisis más detallado de cada una de las tareas:

**Tarea 1.1:** En parejas, encontrad todos los cuadrados diferentes que aparecen en la figura del archivo *acertijo1.pdn*



### Identificación de objetos y procesos:

Lenguaje:

- Verbal (términos y expresiones): Cuadrado.
- Gráfico: Cuadrícula con cuadrados de diferentes longitudes de lado.

Conceptos:

- Cuadrado, lado, vértice, longitud.

Propiedades/Proposiciones:

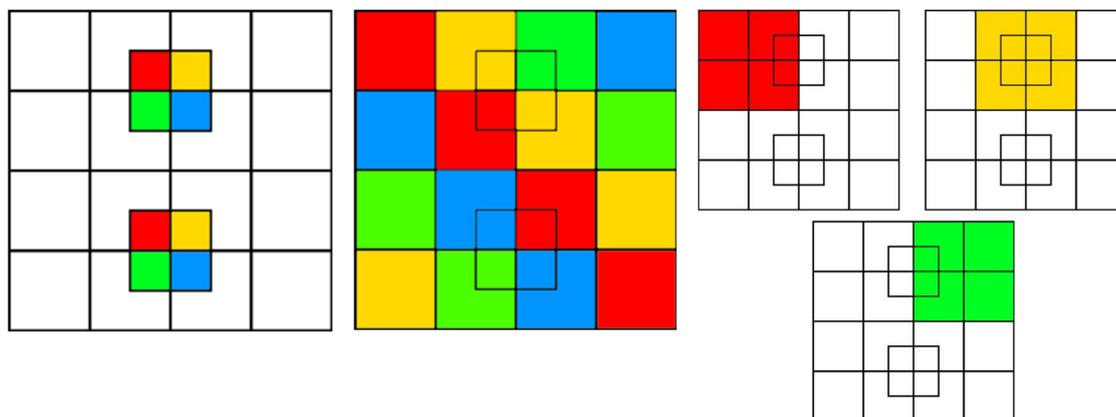
- El cuadrado tiene sus cuatro lados de igual longitud y sus cuatro ángulos rectos.
- La posición y tamaño de un cuadrado no afecta a su definición

Procedimiento:

- (1) Visualizar cuadrados de diferente tamaño (longitudes de lado posibles  $\frac{1}{2}$ , 1, 2, 3 y 4, considerando como la unidad el lado del cuadrado de la cuadrícula).
- (2) Establecer un orden y una sistematización en el recuento de cuadrados variando la longitud del lado.
- (3) Llevar la cuenta marcando cada cuadrado de la figura con distintos colores.
- (4) Comprobar que no existen cuadrados repetidos.

### Ejemplo de solución experta:

Ordenar las posibles medidas de lados de menor a mayor. Para cada longitud de lado, avanzar por los vértices de la cuadrícula, de izquierda a derecha y de arriba abajo, considerando el vértice superior izquierdo del cuadrado de la medida escogida. En la *Ilustración 6* se muestran algunos ejemplos de cuadrados de lados de medida  $\frac{1}{2}$ , 1 y 2.

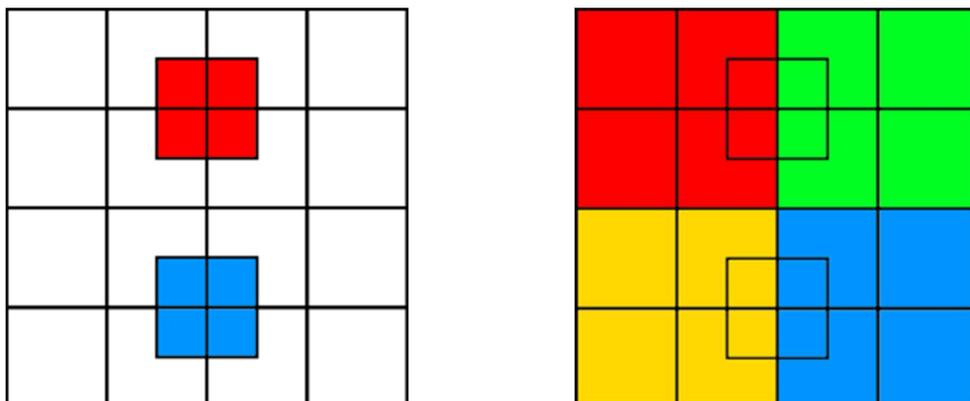


*Ilustración 6: Ejemplo de resolución: cuadrados de lado  $\frac{1}{2}$  (izquierda), algunos cuadrados de lado 1 (centro) y algunos cuadrados de lado 2 (derecha).*

### Dificultades esperadas:

- (1) Falta de sistematización y de orden en el proceso de recuento, resultando en la no identificación de algunos cuadrados.
- (2) Falta de correspondencia entre vértices exteriores de la figura y vértices de cuadrados, resultando en la no identificación de algunos cuadrados.
- (3) Omisión de cuadrados de lado 1 no pertenecientes a la cuadrícula (*Ilustración 7, izquierda*).

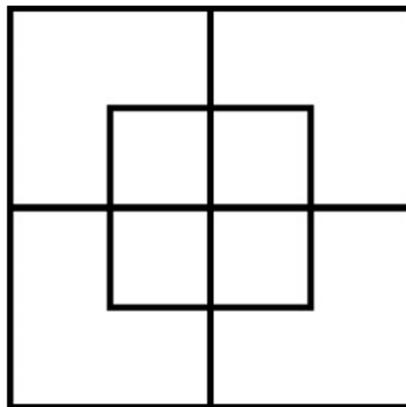
- (4) Considerar la totalidad de cuadrados de lado 2 los mostrados en la *Ilustración 7, derecha*.



*Ilustración 7: Ejemplos de errores en la tarea 1.1: Posibles cuadrados de lado 1 olvidados en el conteo (izquierda) y resolución para lado 2 aparentemente completa (derecha).*

### **Adaptación a la diversidad:**

En caso de ser necesario, podríamos utilizar una rejilla menos compleja, como la que aparece en la *Ilustración 8*. En este caso no nos interesaría aumentar la complejidad, ya que esta va aumentando en las tareas siguientes.



*Ilustración 8: Tarea 1.1. Ejemplo de figura de menor complejidad*

### **Acciones necesarias para su resolución:**

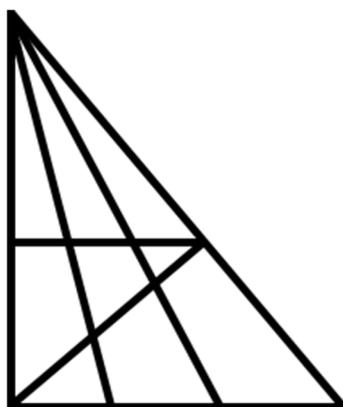
En este caso, las acciones necesarias son: *componer* y *descomponer en partes*, ya que tenemos que descomponer una figura compleja, prescindiendo de los segmentos innecesarios, de forma que sólo nos queden los lados del cuadrado que buscamos; y *contar elementos*, ya que la identificación de los polígonos solicitados (cuadrados) se realiza por el número de lados.

## Habilidades puestas en juego:

Se utiliza la habilidad de *identificación visual* para reconocer diferentes elementos en un entorno complejo, la *coordinación motriz de los ojos* al mover el puntero del ratón por la pantalla y *conservación de la percepción* que indica que la forma del cuadrado no varía, aunque haya variado su posición, tamaño, ruido gráfico...

\*\*\*\*\*

**Tarea 1.2:** En parejas, encontrad todos los triángulos que aparecen en la figura del archivo *acertijo2.pdn*



## Identificación de objetos y procesos:

Lenguaje:

- Verbal (términos y expresiones): Triángulo.
- Gráfico: Rejillas con polígonos de diferentes tamaños, posiciones y número de lados.

Conceptos:

- Polígono, triángulo, lado, vértice.

Propiedades/Proposiciones:

- El triángulo es un polígono de tres lados y tres ángulos.
- La posición, forma y tamaño de un triángulo no afecta a su definición.

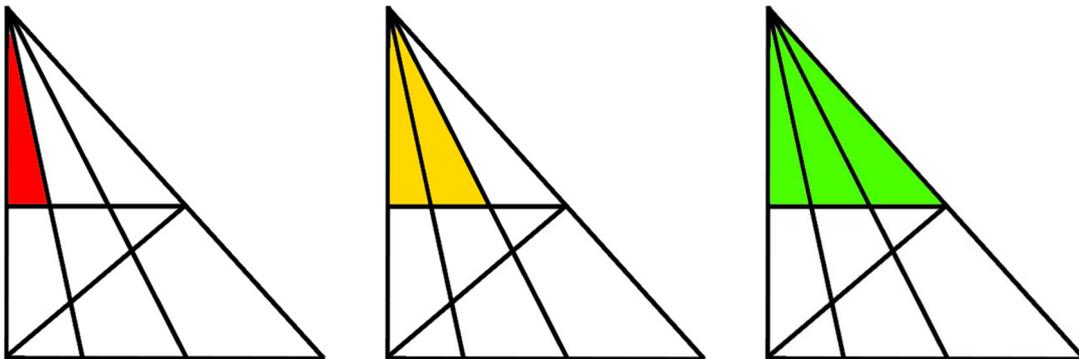
Procedimiento:

- (1) Visualizar triángulos de diferentes tamaños, tipos y posiciones.
- (2) Establecer un orden y una sistematización en el recuento de triángulos variando el vértice de análisis y el número de segmentos internos.

- (3) Llevar la cuenta marcando cada triángulo de la figura con distintos colores.
- (4) Comprobar que no existen triángulos repetidos.

**Ejemplo de solución experta:**

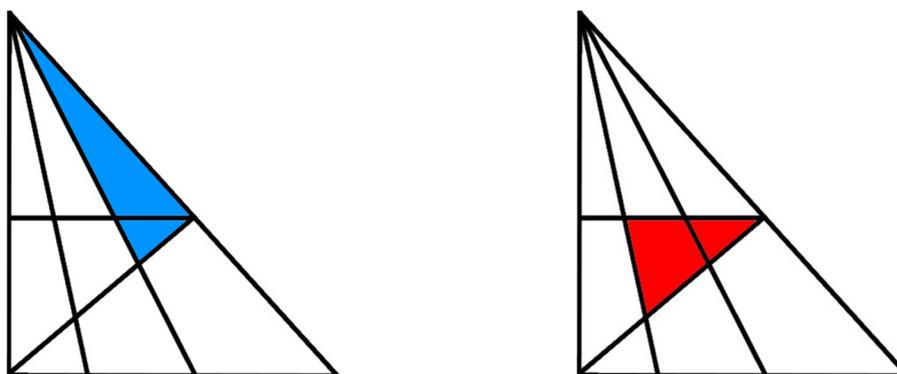
Establecer un orden y una idoneidad en los vértices para el análisis. En cada uno de ellos, progresar de acuerdo al aumento de segmentos internos que contenga el triángulo a marcar. En la *Ilustración 9* se muestran algunos ejemplos de triángulos con diferente número de segmentos internos.



*Ilustración 9: Ejemplo de solución: triángulo sin segmentos internos (izquierda), triángulo con 1 segmento interno (centro) y triángulo con 2 segmentos internos (derecha).*

**Dificultades esperadas:**

- (1) Falta de sistematización y de orden en el proceso de recuento, resultando en la no identificación de algunos triángulos.
- (2) Falta de idoneidad en los vértices escogidos, resultando en la repetición en la identificación de algunos triángulos.
- (3) Presencia de triángulos en posiciones no canónicas, resultando en la no identificación de alguno de ellos (*Ilustración 10*).



*Ilustración 10: Ejemplos de triángulos en posiciones no canónicas*

### **Adaptación a la diversidad:**

Como en la tarea anterior, podemos reducir la complejidad de la tarea si fuese necesario. En este caso, eliminando alguna de las líneas interiores que parten del vértice superior. Tampoco en este caso nos interesa aumentarla, ya que la siguiente tarea es más compleja.

### **Acciones necesarias para su resolución:**

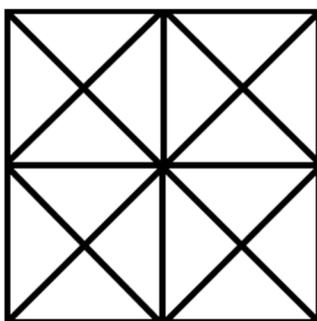
Al igual que en la tarea anterior, las acciones necesarias son: *componer* y *descomponer en partes*, volvemos a descomponer una figura compleja, prescindiendo de los segmentos innecesarios, de forma que solo os queden los lados de cada triángulo que buscamos; y *contar elementos*, ya que la identificación de los polígonos solicitados (triángulos) se realiza por el número de lados.

### **Habilidades puestas en juego:**

Se utiliza la habilidad de *identificación visual* para reconocer diferentes elementos en un entorno complejo, la *coordinación motriz de los ojos* al mover el puntero del ratón por la pantalla y *conservación de la percepción* que indica que la forma del triángulo no varía, aunque haya variado su posición, tamaño, ruido gráfico...

\*\*\*\*\*

**Tarea 1.3:** Ayudados por el equipo de vuestro lado, encontrad triángulos y cuadrados en la figura del archivo ***acertijo3.pdn***



### **Identificación de objetos y procesos:**

Lenguaje:

- Verbal (términos y expresiones): Cuadrado, triángulo.

- Gráfico: Rejillas con polígonos de diferentes tamaños, posiciones y número de lados.

Conceptos:

- Polígono, cuadrado, triángulo, lado, vértice, longitud, diagonal, cateto, hipotenusa.

Propiedades/Proposiciones:

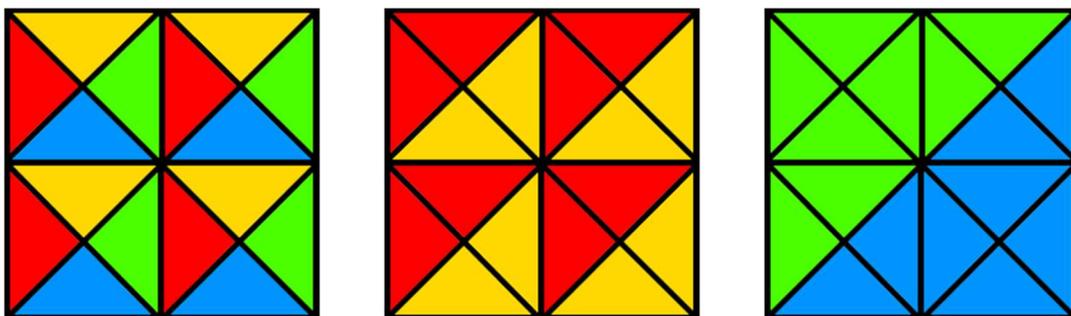
- El triángulo es un polígono de tres lados y tres ángulos.
- El cuadrado tiene sus cuatro lados de igual longitud y sus cuatro ángulos rectos.
- La posición y tamaño de un polígono no afectan a su definición.

Procedimiento:

- (1) Visualizar cuadrados y triángulos de diferentes tamaños y posiciones.
- (2) Visualizar patrones más complejos repetidos dentro de la estructura.
- (3) Establecer un orden y una sistematización en el recuento de polígonos (cuadrados, triángulos, longitud del lado, posición) variando cada uno de estos aspectos.
- (4) Llevar la cuenta marcando cada cuadrado y triángulo de la figura con distintos colores.
- (5) Comprobar que no existen cuadrados o triángulos repetidos.

**Ejemplo de solución experta:**

Ordenar las acciones de acuerdo a: tipo de polígono (cuadrado o triángulo), longitud del lado (1, 2, ...) y posición (por ejemplo, en los cuadrados, posición canónica; en los triángulos, hipotenusa horizontal y vértice de ángulo recto bajo la hipotenusa, etcétera). En la *Ilustración 11* se muestran algunos ejemplos de triángulos y en la *Ilustración 12*, ejemplos de cuadrados.



*Ilustración 11: Ejemplo de triángulos de diferentes tamaños*

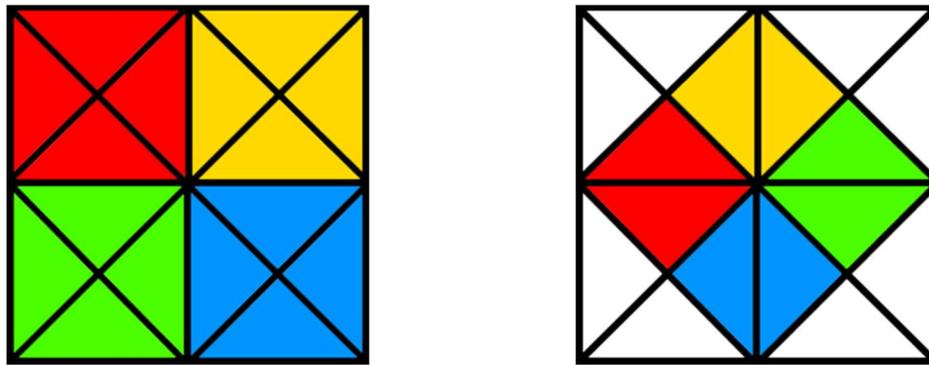


Ilustración 12: Ejemplo de cuadrados de diferentes tamaños

La localización de patrones más complejos que se repitan dentro de la rejilla nos permitirá extrapolar los resultados sin necesidad de repetir el proceso. Ejemplos de estos patrones se pueden ver en la *Ilustración 13*.

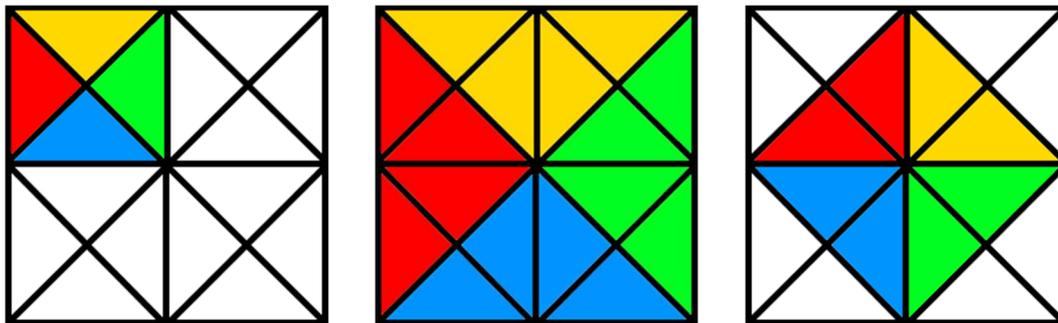


Ilustración 13: Ejemplos de patrones complejos que se repiten en la rejilla

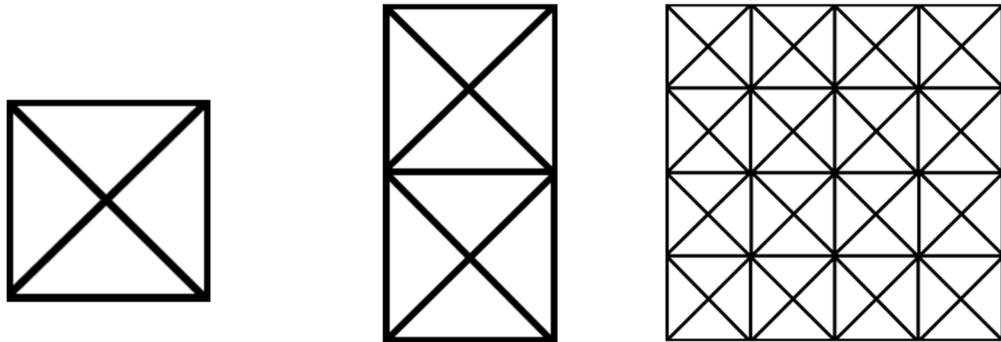
#### Dificultades esperadas:

- (1) Falta de sistematización y de orden en el proceso de recuento, resultando en la no identificación de algunos cuadrados.
- (2) Falta de correspondencia entre vértices exteriores de la figura y vértices de los polígonos solicitados, resultando en la no identificación de ellos.
- (3) Presencia de triángulos y cuadrados (algunos ejemplos se muestran en la *Ilustración 11* y la *Ilustración 12, derecha*, respectivamente) en posiciones no canónicas, resultando en la no identificación de alguno de ellos.
- (4) Considerar un subconjunto como la totalidad, por ejemplo, de triángulos con cateto de longitud 1 o 2 los mostrados en la *Ilustración 11, centro y derecha*, respectivamente.

- (5) Considerar como la totalidad sólo la agregación de los patrones encontrados.

### **Adaptación a la diversidad:**

El diseño modular de la rejilla utilizada en esta tarea permite que su dificultad sea fácilmente adaptable a las diversas necesidades que presenten los alumnos (*Ilustración 14*).



*Ilustración 14: Tarea 1.3. Ejemplos de variaciones de menor (izquierda) a mayor (derecha) complejidad.*

### **Acciones necesarias para su resolución:**

Profundizando en las tareas anteriores, las acciones necesarias son: *componer y descomponer en partes*, volvemos a descomponer una figura más compleja, buscando cuadrados y triángulos; y *contar elementos*, ya que la identificación de los polígonos solicitados se realiza por el número de lados.

### **Habilidades puestas en juego:**

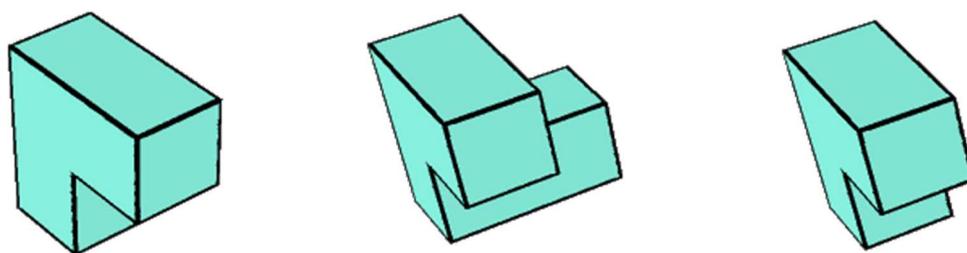
Se utiliza la habilidad de *identificación visual* para reconocer diferentes figuras (triángulos, cuadrados) en un entorno complejo, la *coordinación motriz de los ojos* al mover el puntero del ratón por la pantalla y *conservación de la percepción* que indica que la forma de triángulos y cuadrados no varían, aunque haya variado su posición, tamaño, ruido gráfico...

\*\*\*\*\*

### **Actividad 2: Reconocimiento de las relaciones espaciales**

Las dos primeras tareas son modificaciones de una actividad propuesta por Malara (1998, pág. 242) y tiene cierta similitud con las tareas del *Gestalt Completion Test*, que nos pide identificar imágenes a pesar de la falta de

información. Lo que perseguimos es que se desarrolle una originalidad en el pensamiento visual porque, gracias a los problemas de pérdida de información de la proyección isométrica no sólo existen varias representaciones para la forma exterior, sino que para la misma representación pueden existir varias piezas diferentes. La modificación del punto de vista, ya sea mentalmente o mediante las aplicaciones usadas, nos hará ampliar la información gráfica con la que contamos.



*Ilustración 15: Representación isométrica (izquierda) que representa dos figuras diferentes por problema de perspectiva*

Nuevamente, la dificultad de las tareas se plantea de forma progresiva ya que es muy probable que los alumnos nunca hayan realizado tareas parecidas. De esta forma también buscamos que los alumnos se vayan introduciendo en la actividad y desarrollando su habilidad.

La planificación temporal de esta actividad se planifica por tareas. La primera, más sencilla y que sirve como introducción y familiarización con la herramienta, tendrá una duración de 10 minutos. La segunda, más compleja, tendrá una duración de 20 minutos. La tercera tarea es una profundización de lo visto en la tarea anterior por lo que será más sencilla, a pesar del cambio de aplicación usada, y tendrá una duración de 10 minutos. La última tarea es la puesta en práctica de lo aprendido en las tareas anteriores y tendrá una duración de 15 minutos.

El agrupamiento de los estudiantes será individual en la primera tarea, en parejas las siguientes, excepto la segunda parte de la última tarea, que será en grupos de 8 alumnos. Son tareas donde la imaginación es tan importante que es conveniente diversificar las fuentes, ya que es muy fácil comprobar como nuestro

cerebro nos condiciona, véase ejemplos del *Gestalt Completion Test* o imágenes de espacio negativo y como tras conocer la solución es difícil abstraerse de ella. Buscamos que aparezcan diferentes puntos de vista de las figuras, a lo que contribuye la imaginación de los alumnos. Todos, incluso los docentes, pueden enriquecerse con el punto de vista de otros compañeros.

Es una actividad relativamente compleja por lo que puede darse el caso de no poder imaginar ni siquiera una figura. La posibilidad de prueba y error de los programas utilizados facilita el acercamiento del alumno, primero fortuito, después razonado, a la manipulación de figuras tridimensionales.

Utilizando el mismo criterio de la actividad anterior, basándonos en Fernández (2011), las tareas que componen esta *Actividad 2* presentan las siguientes características comunes: las tareas involucran objetos en el espacio de tridimensional, tienen como estímulo inicial la presencia de objetos fijos y el tipo de respuesta esperado es una construcción virtual, añadiendo una respuesta verbal en la tarea cuatro.

\*\*\*\*\*

**Tarea 2.1:** Representa con *Isometric Drawing Tool* un cuerpo sólido cuya forma exterior corresponda a las siguientes figuras:

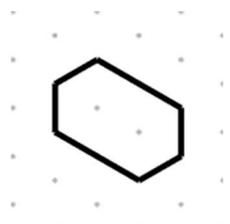


Figura 1

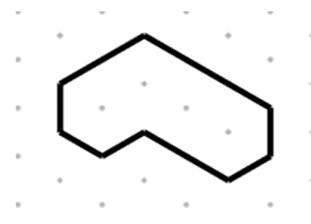


Figura 2

### Identificación de objetos y procesos:

Lenguaje:

- Verbal (términos y expresiones): Cuerpo sólido, forma exterior, representar.
- Gráfico: Construcción virtual de figura multicubo utilizando una plantilla de representación isométrica.

Conceptos:

- Cuerpo sólido, cubo, arista, figura multicubo, proyección isométrica.

Propiedades/Proposiciones:

- Previas: Todas las caras de un cubo son iguales. Todas las aristas de un cubo tienen la misma longitud.
- Emergentes: En proyección isométrica, la forma exterior de un cubo es un hexágono. La proyección isométrica tiene una pérdida de información visual importante.

Procedimiento:

- (1) Visualizar la representación de un único cubo y su forma exterior como vemos en la *Ilustración 16*.

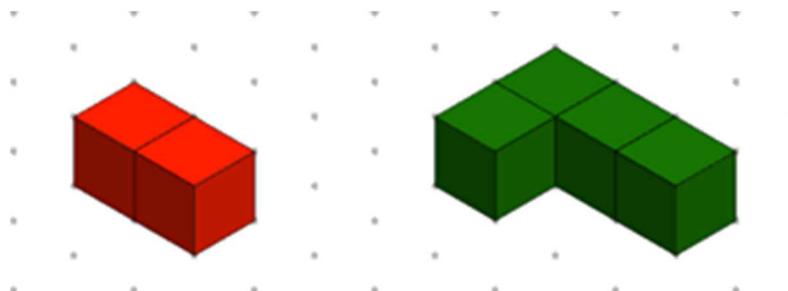


*Ilustración 16: Representación de un cubo y su forma exterior en proyección isométrica*

- (2) Ayudados por las marcas de la plantilla, analizar la longitud de los lados de la forma exterior de la figura a considerar.
- (3) Extender la representación hasta conseguir la forma exterior solicitada

**Ejemplo de solución experta:**

Partimos de la representación de un único cubo al que asignamos que su arista mide una unidad. Vemos que es la misma longitud que separa de los puntos de la plantilla. Analizamos la figura más sencilla y vemos que una de sus dimensiones corresponde a dos unidades, mientras las otras dos dimensiones corresponden a una unidad, por lo que colocamos un segundo cubo en la dirección deseada. Del mismo modo actuamos en la segunda figura, cuyas dimensiones son 2x3x1 respecto a los ejes x, y, z.



*Ilustración 17: Solución a la tarea 2.1*

**Dificultades esperadas:**

- (1) Falta de comprensión de la proyección isométrica, resultando en la no identificación de la forma exterior como el contorno del cubo.
- (2) Falta de comprensión de la plantilla, resultando en la no identificación o la identificación incorrecta de las dimensiones de la forma exterior.

**Adaptación a la diversidad:**

En este caso, como tarea introductoria, la complejidad es mínima. El tiempo sobrante a partir de la resolución de la tarea se dedicará a la libre investigación con la herramienta utilizada.

**Acciones necesarias para su resolución:**

Aunque cambiamos del espacio bidimensional al tridimensional, queremos profundizar en las acciones utilizadas en la *Actividad 1: componer y descomponer en partes*, ya que en este caso mediante cubos componemos la figura cuyo perfil exterior nos han dado; y *contar elementos*, ya que este perfil exterior tiene unas dimensiones que debemos respetar.

**Habilidades puestas en juego:**

Se utiliza la habilidad de *identificación visual* para reconocer los cubos que forman la figura, el *reconocimiento de relaciones espaciales* que permite establecer la posición relativa de unos cubos respecto a otros, la *coordinación motriz de los ojos* al mover el cubo fantasma a través de la rejilla y *conservación de la percepción* que nos hace reconocer que la figura está formada por cubos a pesar de la imagen real que perciben nuestros ojos.

\*\*\*\*\*

**Tarea 2.2:** En parejas, representad con *Isometric Drawing Tool* cuerpos sólidos cuya forma exterior corresponda a las representadas en la *Figura 3* y la *Figura 4* (al menos dos cuerpos sólidos diferentes en cada figura):

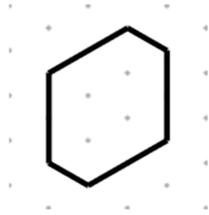


Figura 3

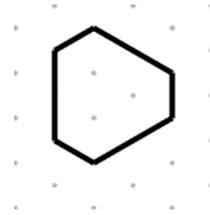


Figura 4

### Identificación de objetos y procesos:

Lenguaje:

- Verbal (términos y expresiones): Cuerpo sólido, forma exterior, representar.
- Gráfico: Construcción virtual de figura multicubo utilizando una plantilla de representación isométrica.

Conceptos:

- Cuerpo sólido, cubo, arista, figura multicubo, proyección isométrica.

Propiedades/Proposiciones:

- Previas: Todas las caras de un cubo son iguales. Todas las aristas de un cubo tienen la misma longitud.
- Emergentes: En proyección isométrica, la forma exterior de un cubo es un hexágono. La proyección isométrica tiene una pérdida de información visual importante. En proyección isométrica, las aristas de dos cubos en diferentes planos pueden formar una línea recta. En proyección isométrica, una forma exterior de un sólido puede corresponder a varios cuerpos sólidos diferentes. En proyección isométrica, la representación de un cuerpo sólido puede corresponder a varios cuerpos sólidos diferentes.

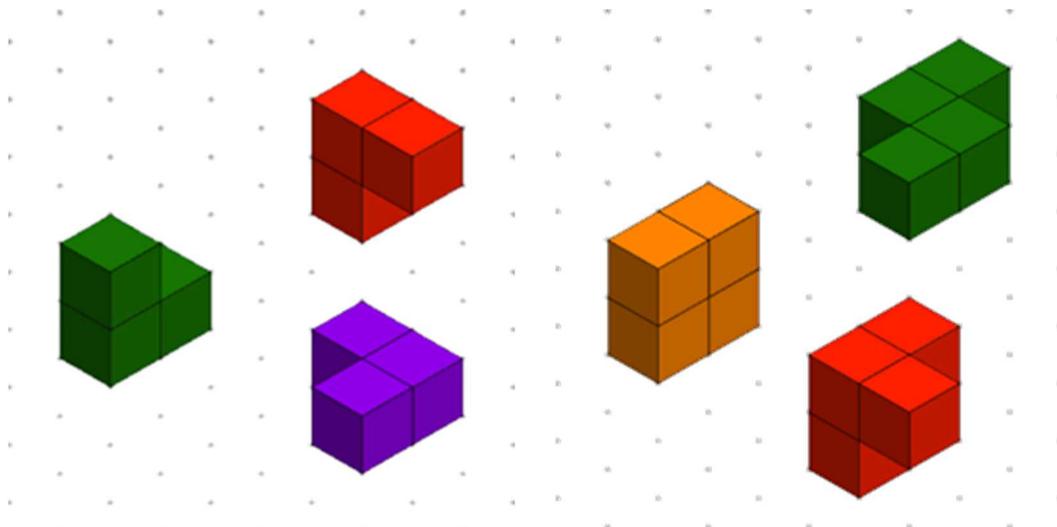
Procedimiento:

- (1) Visualizar la representación de un único cubo y su forma exterior.

- (2) Ayudados por las marcas de la plantilla, analizar la longitud de los lados de la forma exterior de la figura a considerar.
- (3) Fijando la longitud de una de las dimensiones, analizar posibles colocaciones de cubos que formen la figura pedida.
- (4) Extender el paso anterior a cada una de las dimensiones.
- (5) Comprobar que los objetos no se repiten

### **Ejemplo de solución experta:**

Contando con la base establecida en la tarea anterior, analizamos las dimensiones de cada figura. Fijando el tamaño de una de las dimensiones y el número de cubos que la constituyen, buscamos la correspondencia en las otras dos dimensiones del contorno exterior de la figura analizada.



*Ilustración 18: Ejemplo de soluciones de la tarea 2.2*

### **Dificultades esperadas:**

- (1) Falta de comprensión de la proyección isométrica, resultando en la no identificación de la forma exterior como el contorno del cubo.
- (2) Falta de comprensión de la plantilla, resultando en la no identificación o la identificación incorrecta de las dimensiones de la forma exterior.
- (3) Falta de atención, resultando en la búsqueda de una única solución.
- (4) Falta de sistematización, resultando en la no identificación de soluciones.
- (5) Falta de acción exploratoria (prueba y error), resultando en la no identificación de soluciones.

### **Adaptación a la diversidad:**

En esta tarea se fomentará la comunicación entre los alumnos para que aquellos que tengan dificultades para visualizar algunas figuras puedan ponerlas en común con sus compañeros y escuchar explicaciones de los distintos procesos que se han seguido en la identificación de las mismas. Puede darse el caso de que alumnos con soluciones parciales tengan soluciones diferentes e igualmente correctas por lo que en esos casos la comunicación fluirá en ambas direcciones. Como indicamos en la introducción de la actividad, la herramienta utilizada invita a la investigación mediante prueba y error.

### **Acciones necesarias para su resolución:**

Insistimos en las acciones desarrolladas en la tarea anterior: *componer y descomponer en partes*, ya que en este caso mediante cubos componemos la figura cuyo perfil exterior nos han dado; y *contar elementos*, ya que este perfil exterior tiene unas dimensiones que debemos respetar. Se añade la acción de *rotar* ya que es necesario modificar mentalmente el punto de vista para crear nuevas figuras con la misma forma exterior.

### **Habilidades puestas en juego:**

Se utiliza la habilidad de *identificación visual* para reconocer los cubos que forman la figura, el *reconocimiento de relaciones espaciales* que permite establecer la posición relativa de unos cubos respecto a otros, la *coordinación motriz de los ojos* al mover el cubo fantasma a través de la rejilla y la *conservación de la percepción* que nos hace reconocer que la figura está formada por cubos a pesar de la imagen real que perciben nuestros ojos.

\*\*\*\*\*

**Tarea 2.3:** En parejas y utilizando *VoxelShop*, representad al menos dos cuerpos sólidos de cada una de las representaciones obtenidas en la tarea anterior.

### **Identificación de objetos y procesos:**

Lenguaje:

- Verbal (términos y expresiones): Cuerpo sólido, representación.

- Gráfico: Construcción virtual de figura multicubo utilizando una herramienta de diseño 3D.

Conceptos:

- Cuerpo sólido, cubo, arista, figura multicubo, proyección isométrica, proyección en perspectiva.

Propiedades/Proposiciones:

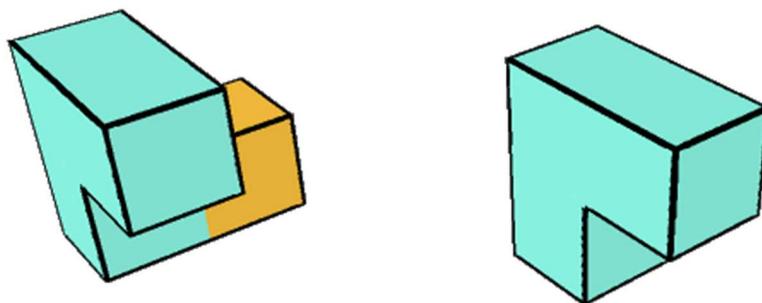
- Previas: La proyección isométrica tiene una pérdida de información visual importante. En proyección isométrica, una forma exterior de un sólido puede corresponder a varios cuerpos sólidos diferentes. En proyección isométrica, la representación de un cuerpo sólido puede corresponder a varios cuerpos sólidos diferentes.
- Emergentes: Con el cambio del punto de vista se recupera parte de la información visual perdida en una representación con punto de vista fijo.

Procedimiento:

- (1) Representar las figuras de la tarea anterior mostrando sólo los cubos visibles.
- (2) Analizar los espacios que ocultan los cubos representados.
- (3) Ocupar los espacios ocultos haciéndolos visibles mediante el cambio del punto de vista.

### Ejemplo de solución experta:

Debido a que la herramienta proporciona una vista en perspectiva libre, dependiendo de la posición donde comencemos a representar los cuerpos sólidos de la tarea anterior vamos a poder ver los espacios ocultos por los cubos presentes en la imagen, o, en cualquier caso, mediante un movimiento de cámara significativo en cualquier dirección conseguiremos el mismo resultado.



*Ilustración 19: Ejemplo de solución de la tarea 2.3. En amarillo, cubo oculto*

**Dificultades esperadas:**

- (1) Falta de precisión en el cambio de perspectiva, impidiendo llevar a cabo la tarea.
- (2) Falta de comprensión de la perspectiva y en el uso de la rejilla, resultando en la no identificación o la identificación incorrecta de las dimensiones de figuras y zonas visibles/ocultas.
- (3) Falta de acción exploratoria (movimiento de cámara), resultando en la no identificación de soluciones.

**Adaptación a la diversidad:**

Al igual que en la tarea anterior la comunicación de los resultados, procesos y técnicas usados por cada uno de los alumnos ayudará a sus compañeros a ver diferentes posibles soluciones.

**Acciones necesarias para su resolución:**

Hacemos énfasis en las acciones básicas desarrolladas en la tarea anterior: *componer y descomponer en partes*, ya que copiamos las figuras creadas en una aplicación en la otra, descomponiéndola mentalmente para componerla en la nueva herramienta; *contar elementos*, para que por una parte la figura replicada tenga los mismos cubos y que su modificación los tenga diferentes. En este caso, como la rotación no es mental, la acción necesaria es *cambiar el tipo de representación*, ya que cambiamos el punto de vista sobre la figura para conseguir ocultar partes de la ésta no mostradas en las soluciones de la tarea anterior.

**Habilidades puestas en juego:**

Se utiliza la habilidad de *identificación visual* para reconocer los cubos que forman la figura, el *reconocimiento de relaciones espaciales*, que permite establecer la posición relativa de unos cubos respecto a otros, la *discriminación visual*, que permite diferenciar los objetos que son iguales a pesar de cambiar la perspectiva, la *coordinación motriz de los ojos* al mover el cubo fantasma a través de la rejilla y la *conservación de la percepción* que nos hace reconocer que la figura está formada por cubos a pesar de la imagen real que perciben nuestros ojos o en el cambio de punto de vista.

\*\*\*\*\*

**Tarea 2.4:** En parejas y utilizando *VoxelShop*, diseñad una figura de entre 15 y 20 cubos. En grupos de ocho, intercambiad con otro grupo las figuras creadas y contad los cubos de las figuras creadas por vuestros compañeros. ¿Es un número exacto o estimado? Indicad con la máxima precisión posible el número de cubos.

Nota: Todos los cubos deben estar unidos por al menos una cara con los demás y la figura no debe exceder los 4 cubos en cualquiera de sus dimensiones.

### **Identificación de objetos y procesos:**

Lenguaje:

- Verbal (términos y expresiones): Cuerpo sólido, cubo, cara, dimensión.
- Gráfico: Construcción virtual de figura multicubo utilizando una herramienta de diseño 3D.

Conceptos:

- Cuerpo sólido, cubo, arista, cara, figura multicubo, proyección en perspectiva.

Propiedades/Proposiciones:

- Las representaciones de sólidos en perspectiva tienen pérdida de información visual importante.

Procedimiento:

- (1) [Creación] Insertar el número requerido de cubos asegurando que alguno esté oculto.
- (2) Contar el número de cubos visibles.
- (3) Analizar los espacios que ocultan los cubos representados.
- (4) Estimar el mínimo y máximo número de cubos posibles.

### **Ejemplo de solución experta:**

La parte de creación puede ser de una forma pseudo-aleatoria con la salvedad de que cumpla las condiciones dadas. Serán el ingenio y la competitividad de los propios alumnos lo que aumente la complejidad de las figuras. Cuantas más zonas ocultas presente la figura mayor será la dificultad de

dar un número exacto. A la hora de contar los cubos, ayudados por la rejilla, se contarán en un primer momento los cubos visibles y posteriormente los ocultos. Para facilitar el conteo se deben hacer grupos de cubos.

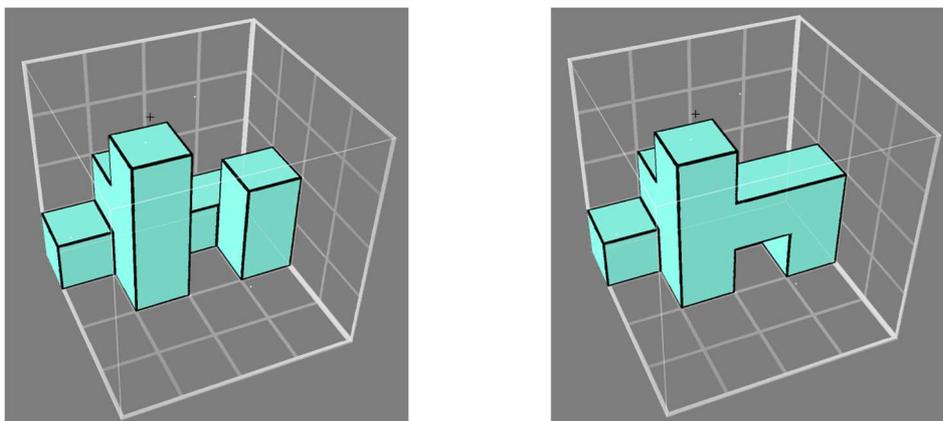


Ilustración 20: Figuras posibles con un solo cubo de diferencia

### **Dificultades esperadas:**

- (1) Falta de sistematización al contar, resultando en errores por repetición u omisión de elementos.
- (2) Falta de comprensión de la perspectiva y en el uso de la rejilla, resultando en la no identificación o la identificación incorrecta de las dimensiones de figuras y zonas visibles/ocultas.
- (3) Falta de comprensión de las instrucciones, resultando en la creación de una figura incorrecta.

### **Adaptación a la diversidad:**

La complejidad de la tarea se puede variar modificando el tamaño de la rejilla y/o el número de cubos que formen la figura.

### **Acciones necesarias para su resolución:**

Insistimos en las acciones básicas desarrolladas en las tareas anteriores: *componer* y *descomponer en partes*, ya que en la fase de creación componemos la figura y la descomponemos en la de resolución; *contar elementos*, para dar una solución exacta o aproximada en la fase de resolución. En esta tarea, también son necesarias las acciones de *rotar*, para rotar mentalmente la figura

en la fase de resolución, y *cambiar el tipo de representación*, ya que en la fase de creación podemos mover el punto de vista a nuestra conveniencia.

### **Habilidades puestas en juego:**

Se utiliza la habilidad de *identificación visual* para reconocer los cubos que forman la figura, el *reconocimiento de relaciones espaciales*, que permite establecer la posición relativa de unos cubos respecto a otros, la *identificación visual*, en el caso de que descompongamos la figura compleja en otras más simples para facilitar el conteo de cubos, la *coordinación motriz de los ojos* al mover el cubo fantasma a través de la rejilla y la *conservación de la percepción* que nos hace reconocer que la figura está formada por cubos a pesar de la imagen real que perciben nuestros ojos o el cambio de punto de vista.

\*\*\*\*\*

### **Tabla resumen**

Para finalizar, se presenta una tabla resumen donde relacionamos las tareas con las habilidades (Del Grande, 1987) que se desarrollan y las acciones (Gonzato, Fernández y Díaz, 2011) que se llevan a cabo:

		Habilidades espaciales (Del Grande, 1987)						
		Coordinación motriz de los ojos	Identificación visual	Conservación de la percepción	Reconocimiento de posiciones en el espacio	Reconocimiento de las relaciones espaciales	Discriminación visual	Memoria visual
Acciones (Gonzato, Fernández, & Díaz, 2011)	Cambiar el tipo de representación	2.3	2.3	2.3		2.3	2.3	
	Rotar	2.4	2.4	2.4		2.4		
	Plegar y desplegar							
	Componer y descomponer en partes	1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4	1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4	1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4		2.1, 2.2, 2.3, 2.4		
	Contar elementos	1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4	1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4	1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4		2.1, 2.2, 2.3, 2.4		

Tabla 2: Resumen de tareas en relación con habilidades y acciones

## 5. CONCLUSIONES Y PROPUESTAS

Aunque numerosos estudios demuestren su utilidad en el futuro académico y profesional de los alumnos (Cheng y Mix, 2014; Pribyl y Bodner, 1987; Wai,

Lubinski y Benbow, 2009), el desarrollo de las habilidades de visualización no tiene la atención necesaria en el currículum de Educación Secundaria.

El uso de las TIC en educación, en muchos casos, se circunscribe a contenidos muy específicos indicados en el currículum de Educación Secundaria, lo que supone la infrautilización de una de las herramientas más versátiles con las que se cuenta actualmente. El diseño de actividades usando las TIC no depende tanto de la existencia de recursos económicos sino, en gran medida, del conocimiento de cómo llevarlo a cabo.

En el diseño de las actividades planteadas en nuestra propuesta didáctica, se han utilizado herramientas de diseño asistido por ordenador para resolver acertijos visuales y de esta forma entrenar las capacidades espaciales dentro del aula. Visto que existen muchos estudios que utilizan juegos de ordenador con la misma finalidad (Okagaki y Frensch, 1994; De Lisi y Cammarano, 1996; Feng, Spence y Pratt, 2007), sería interesante captar el componente motivacional intrínseco en estos juegos y, escogiendo adecuadamente sus características, diseñar actividades que sumen al ocio de los alumnos un componente educativo y de desarrollo de sus capacidades espaciales. Se ha realizado además un análisis de las actividades de la propuesta desde el punto de vista de las investigaciones analizadas (Del Grande, 1987; Gonzato, Fernández y Díaz, 2011). De esta manera el profesor puede tener información sobre qué actividades son más adecuadas para trabajar los distintos tipos de habilidades de visualización.

Debido a los límites en el formato de este trabajo, no se ha podido extender la propuesta didáctica a todas las habilidades de Del Grande (1987) y las acciones de Gonzato, Fernández y Díaz (2011). Tampoco se ha podido sacar partido al avance en la portabilidad de los ordenadores (*smartphones, tablets...*) que nos daría la oportunidad de disponer de un entrenamiento de las habilidades de visualización en cualquier sitio. Ambos aspectos, así como la eficacia de la propuesta, serían de interés su desarrollo en futuros trabajos de investigación.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1988). The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25(1), 51-71.
- Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education: A review. *Educational Studies in Mathematics*, 11(3), 257-269.
- Bishop, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7-16.
- Cheng, Y. L., & Mix, K. S. (2014). Spatial training improves children's mathematics ability. *Journal of Cognition and Development*, 15(1), 2-11.
- De Lisi, R., & Cammarano, D. M. (1996). Computer experience and gender differences in undergraduate mental rotation performance. *Computers in Human Behavior*, 12(3), 351-361.
- Del Grande, J. J. (1987). Spatial perception and primary geometry. *Learning and teaching geometry K-12*, 126-135.
- Feng, J., Spence, I., & Pratt, J. (2007). Playing an Action Video Game Reduces Gender Differences in Spatial Cognition. *Psychological Science*, 18(10), 850-855.
- Fernández, T. (2011). Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial. (*Tesis doctoral*).
- Frostig, M., & Horne, D. (1964). *The Frostig Program for the Development of Visual Perception*. Chicago: Follett Publishing Co.
- Gobierno de Cantabria. (13 de Junio de 2015). Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria. (*BOC*) *Boletín Oficial de Cantabria*(Extraordinario 39), 2711-3784.
- Gonzato, M., Fernández, M., & Díaz, J. J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 99-117.

- Gutiérrez, Á. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. *Memorias del 3er Congreso Internacional sobre Investigación en Educ. Mat.*, (págs. 44-59). Valencia.
- Gutiérrez, Á. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. *PME CONFERENCE. 1*, págs. 3-17. THE PROGRAM COMMITTEE OF THE 18TH PME CONFERENCE.
- Hebb, D. O. (1972). *Textbook of Psychology, 3rd edition*. Philadelphia: W. B. Saunders & Co.
- Hoffer, A. R. (1977). *Mathematics Resource Project: Geometry and Visualization*. Palo Alto, California: Creative Publications.
- INE. Instituto Nacional de Estadística. (1 de Octubre de 2015). *Encuesta sobre Equipamiento y Uso de TIC en los hogares*. Recuperado el 1 de Octubre de 2016, de <http://www.ine.es/prensa/np933.pdf>
- Krutetskii, V. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. *University of Chicago Press*.
- Lean, G., & Clements, M. K. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 267-299.
- Maier, P. H. (1996). Spatial geometry and spatial ability – How to make solid geometry solid? *Selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics*, 63-75.
- Malara, N. (1998). On the difficulties of visualization and representation of 3D objects in middle school teachers. *PME Conference*, 3, págs. 239-246.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological bulletin*, 86(5), 889-918.
- MECD. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (10 de diciembre de 2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial de Estado (BOE)*(295), 97858-97921.

- MECD. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (29 de enero de 2015). Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado (BOE)*(25), 6986-7003.
- MECD. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (12 de agosto de 2016). *Enseñanzas no universitarias. Sociedad de la información y la comunicación en los centros educativos. Curso 2014-2015.*
- Morgan, M., Bartram, D., & Clarke, A. D. (1984). The control of training and transfer effects in the Minnesota Spatial Relations and other tasks. *British journal of developmental psychology*, 2(2), 113-122.
- Okagaki, L., & Frensch, P. A. (1994). Effects of Video Game Playing on Measures of Spatial Performance: Gender Effects in Late Adolescence. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 15(1), 35-58.
- Pedrosa, C. M., Barbero, B. R., & Miguel, A. R. (2014). Spatial Visualization Learning in Engineering: Traditional Methods vs. a Web-Based Tool. *Educational Technology & Society*, 17(2), 142-157.
- Prensky, M. (2001). Digital Natives, Digital Immigrants Part 1. *On the Horizon*, 9(5), 1-6.
- Prensky, M. (2007). How to teach with technology: Keeping both teachers and students comfortable in an era of exponential change. *Emerging technologies for learning*, 2(4), 40-46.
- Presmeg, N. (1986). Visualisation in High School Mathematics. *For the learning of mathematics*, 6(3), 42-46.
- Pribyl, J. R., & Bodner, G. M. (1987). Spatial ability and its role in organic chemistry: A study of four organic courses. *Journal of research in science teaching*, 24(3), 229-240.
- Real Academia Española. (1 de Octubre de 2014). *Diccionario de la lengua española - Edición del Tricentenario*. Recuperado el 1 de Octubre de 2016, de <http://dle.rae.es/>

- Roschelle, J., Pea, R. D., Hoadley, C. M., Gordin, D. N., & Means, B. (2001). Changing How and What Children Learn in School with Computer-Based Technologies. *The Future of Children*, 10(2), 76-101.
- Sorby, S. A. (1999). Developing 3-D Spatial Visualization Skills. *Engineering Design Graphics Journal*, 63(2), 21-32.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial skills, gender, and mathematics. En E. H. Fennema, & G. C. Leder, *Mathematics and Gender* (págs. 27-59). New York: NY: Teachers College Press.
- Unal, H., Jakubowski, E., & Corey, D. (2009). Differences in learning geometry among high and low spatial ability pre-service mathematics teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(8), 997-1012.
- Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The Malleability of Spatial Skills: A Meta-Analysis of Training Studies. *Psychological Bulletin*, 139(2), 352-402.
- Wai, J., Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2009). Spatial Ability for STEM Domains: Aligning Over 50 Years of Cumulative Psychological Knowledge Solidifies Its Importance. *Journal of Educational Psychology*, 101(4), 817-835.

## **ANEXOS**

### **ANEXO 1: Índice de tablas**

Tabla 1: Porcentaje de menores usuarios de las TIC por sexo y edad. Año 2015 (INE, 2015) .....	6
Tabla 2: Resumen de tareas en relación con habilidades y acciones .....	48

### **ANEXO 2: Índice de ilustraciones**

Ilustración 1: Clasificación de habilidades espaciales propuesta por Tartre (1990) .....	11
Ilustración 2: Programas de dibujo Paint.net.....	20
Ilustración 3: Editor isométrico Isometric Drawing Tool.....	20
Ilustración 4: Programa de edición de voxels VoxelShop.....	21
Ilustración 5: Panel de capas de Paint.net .....	22
Ilustración 6: Ejemplo de resolución: cuadrados de lado $\frac{1}{2}$ (izquierda), algunos cuadrados de lado 1 (centro) y algunos cuadrados de lado 2 (derecha). .....	28
Ilustración 7: Ejemplos de errores en la tarea 1.1: Posibles cuadrados de lado 1 olvidados en el conteo (izquierda) y resolución para lado 2 aparentemente completa (derecha).....	29
Ilustración 8: Tarea 1.1. Ejemplo de figura de menor complejidad.....	29
Ilustración 9: Ejemplo de solución: triángulo sin segmentos internos (izquierda), triángulo con 1 segmento interno (centro) y triángulo con 2 segmentos internos (derecha).....	31
Ilustración 10: Ejemplos de triángulos en posiciones no canónicas .....	31
Ilustración 11: Ejemplo de triángulos de diferentes tamaños .....	33
Ilustración 12: Ejemplo de cuadrados de diferentes tamaños .....	34
Ilustración 13: Ejemplos de patrones complejos que se repiten en la rejilla.....	34

Ilustración 14: Tarea 1.3. Ejemplos de variaciones de menor (izquierda) a mayor (derecha) complejidad. ....	35
Ilustración 15: Representación isométrica (izquierda) que representa dos figuras diferentes por problema de perspectiva.....	36
Ilustración 16: Representación de un cubo y su forma exterior en proyección isométrica .....	38
Ilustración 17: Solución a la tarea 2.1 .....	38
Ilustración 18: Ejemplo de soluciones de la tarea 2.2 .....	41
Ilustración 19: Ejemplo de solución de la tarea 2.3. En amarillo, cubo oculto ..	43
Ilustración 20: Figuras posibles con un solo cubo de diferencia.....	46