

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS,  
CANALES Y PUERTOS

---

---

**TESIS DOCTORAL**

**PATRONES DE CIRCULACIÓN OCEÁNICA EN EL  
LITORAL ESPAÑOL**

---

---

**Presentada por: MARÍA LISTE MUÑOZ**

**Dirigida por: RAÚL MEDINA SANTAMARÍA  
MAITANE OLABARRIETA LIZASO  
ALICIA LAVÍN MONTERO**

**Junio 2009**



## CAPÍTULO II:

# Modelo Oceánico de Circulación

A lo largo de todo el Capítulo I de ésta Tesis, dedicado a la descripción del estado del conocimiento actual, se ha puesto de manifiesto la necesidad de utilizar herramientas numéricas para comprender y predecir la circulación oceánica; éstas herramientas son los modelos de circulación oceánica, capaces de simular tridimensionalmente la evolución temporal de las corrientes, la temperatura y la salinidad del océano.

El principal objetivo de este capítulo es por tanto, describir las generalidades del modelo numérico utilizado: las ecuaciones de gobierno y el esquema numérico para su resolución.

Este capítulo se estructura en diversos apartados de forma que, el primero se dedica a la introducción, donde se presenta el modelo escogido para llevar a cabo las tareas a realizar para alcanzar los objetivos planteados en esta Tesis. En el segundo apartado se describen las ecuaciones de gobierno que resuelve el modelo y en el tercer apartado se muestra el esquema numérico y los modelos de cierre que utiliza el modelo para su resolución.

## 2.1 Introducción

El modelo que se ha escogido para el estudio de la circulación oceánica en el Atlántico Norte y el Mar Mediterráneo, es el Modelo *DieCAST* (Dietrich Center for Air Sea Technology). El *DieCAST* ha sido desarrollado por el investigador David Dietrich (D. Dietrich et al., 1987) y deriva del Modelo *SOMS* (Sandia Ocean Modeling System. Dietrich, et al, 1987; Dietrich, 1993).

La diferencia entre ambos estriba en que el *DieCAST*, tiene una mayor precisión en la resolución numérica de las ecuaciones, debido al esquema que utiliza y por tanto, reduce la difusión numérica.

Este hecho diferencial es lo que hace que sea adecuado para solventar los inconvenientes que presenta un estudio de estas características (imposibilidad de corregir los resultados del modelo con asimilación de datos medidos, ya que estos son puntuales y escasos), en los que existe la necesidad de realizar simulaciones a gran escala, con un prolongado tiempo de simulación.

El *DieCAST* es un modelo numérico tridimensional de escala oceánica en diferencias finitas, en el que se asume que el flujo es incompresible, hidrostático y que es válida la aproximación “*rigid-lid*”. En cuanto al esquema numérico, es un modelo parcialmente implícito y totalmente conservativo.

Resuelve el movimiento del flujo, tanto la componente barotrópica como la baroclínica, incluyendo los efectos de la aceleración de Coriolis, la variación de la temperatura por intercambio de calor con la atmósfera, la variación de la salinidad por evaporación y por precipitación y el efecto de la tensión tangencial en superficie por la acción del viento. Como resultado, el modelo proporciona series temporales de salinidad, temperatura y velocidad (componentes vertical y horizontal).

El Modelo *DieCAST*, ha sido previamente utilizado en diversos estudios e implementado y validado para su uso en la simulación de campos de corrientes para dominios extensos en diferentes regiones incluyendo el Golfo de México (Dietrich, 1997; Dietrich et al., 1997), la Corriente de California (Haney et al., 2001), el Mar Negro (Staneva et al., 2001), el Mar Adriático (Cushman-Roisin et al., 2003), el Mar Caribe (Sheng et al., 2003), la cuenca del Atlántico Norte (Dietrich et al., 2004), el Mar Mediterráneo (Fernández et al., 2005), la plataforma de Belice (Tang et al., 2006), la Bahía de Nueva Escocia (Wang et al., 2006), los lagos Bras d'Or en Canadá (Yang et al., 2007), la Bahía de Monterrey (Tseng et al., 2007) y el Estrecho de Luzon (Du et al., 2008).

## 2.2 Ecuaciones de Gobierno

El modelo resuelve las ecuaciones que gobiernan la dinámica de los fluidos geofísicos como la atmósfera o los océanos. Estas ecuaciones en derivadas parciales, se obtienen aplicando los principios de conservación de la mecánica y la termodinámica a un volumen de fluido. Puesto que no se dispone de una solución general para este conjunto de ecuaciones, salvo para ciertos tipos de flujos y situaciones muy concretas, no es posible hallar una solución analítica y se ha recurrido a la resolución numérica para determinar su solución.

Las ecuaciones que resuelve el modelo son la ecuación de conservación de la masa (Kundu, 1990), las ecuaciones de Navier Stokes para la conservación de la cantidad de movimiento, la ecuación de conservación de las propiedades escalares (por ejemplo la salinidad) y la ecuación de estado (Wright, D.G. 1996), asumiendo siguientes aproximaciones:

- la aproximación hidrostática (que implica que las aceleraciones verticales son despreciables en comparación con la aceleración de la gravedad, es decir, que el movimiento es netamente horizontal).
- y la aproximación de Boussinesq (que implica que las variaciones de densidad en el fluido se pueden despreciar, excepto en los términos multiplicados por el término de la gravedad,  $g$ ).

Las ecuaciones que resultan después de éstas simplificaciones, y que pueden ser utilizadas para su posterior discretización numérica, escritas en su forma conservativa son las siguientes:

*Ecuación de conservación de la masa*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad 2.1$$

*Ecuación de conservación del momento horizontal (componente u)*

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} - fv = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (A_h \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_h \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial u}{\partial z}) \quad 2.2$$

*Ecuación de conservación del momento horizontal (componente v)*

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(vu)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} + fu = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (A_h \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_h \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial v}{\partial z}) \quad 2.3$$

*Ecuación hidrostática*

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad 2.4$$

*Ecuación de conservación de propiedades escalares (por ejemplo la salinidad)*

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(Su)}{\partial x} + \frac{\partial(Sv)}{\partial y} + \frac{\partial(Sw)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_h \frac{\partial S}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_h \frac{\partial S}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_v \frac{\partial S}{\partial z}) \quad 2.5$$

*Ecuación de estado*

$$\rho = \rho(S, \theta, P) \quad 2.6$$

donde,  $u$ ,  $v$  y  $w$ , son las componentes de la velocidad para los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , respectivamente;  $f$ , es el parámetro de Coriolis;  $\rho$ , es la densidad;  $g$ , es la gravedad;  $P$ , es la presión;  $A_h$  y  $A_v$ , son la viscosidad de remolino horizontal y vertical, respectivamente;  $S$ , es la salinidad;  $K_h$  y  $K_v$ , son la difusividad de remolino horizontal y vertical, respectivamente;  $T$ , es la temperatura potencial.

## 2.3 Esquemas numéricos

### 2.3.1. Discretización Espacial

El modelo divide a la malla que conforma el dominio de estudio en un gran número elementos cúbicos denominados “volúmenes de control” o celdas (Figura 2.1.a, b y c), algunos de los cuales corresponden a zonas de agua y otros a zonas de tierra.

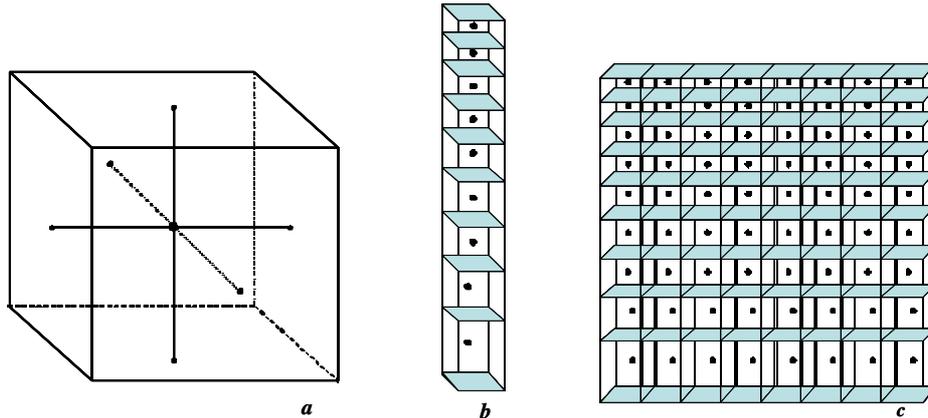


Figura 2.1. (a) Ejemplo de un volumen de control, (b), ejemplo de volúmenes de control verticales, y (c), ejemplo de una malla formada por volúmenes de control.

La unión entre los laterales en el fondo y los contornos de los volúmenes de control (siempre formando un ángulo recto), se produce mediante una “aproximación en escalera” (Figura 2.2).



Figura 2.2. Ejemplo de la unión mediante “aproximación en escalera”.

El modelo utiliza el sistema de coordenadas  $x$ - $y$ - $z$ :  $x$  representa la longitud y aumenta hacia el Este,  $y$  representa la latitud y aumenta hacia el Norte y  $z$  representa la profundidad y aumenta hacia el fondo (Figura 2.3.a).

En un volumen de control cualquiera,  $Dx$ , es el incremento longitudinal y es constante para cada uno de los volúmenes de control que conforman la malla, mientras

que  $Dy$  y  $Dz$  son los incrementos latitudinal y vertical respectivamente y son variables respecto a la latitud y la profundidad (Figura 2.3.b).

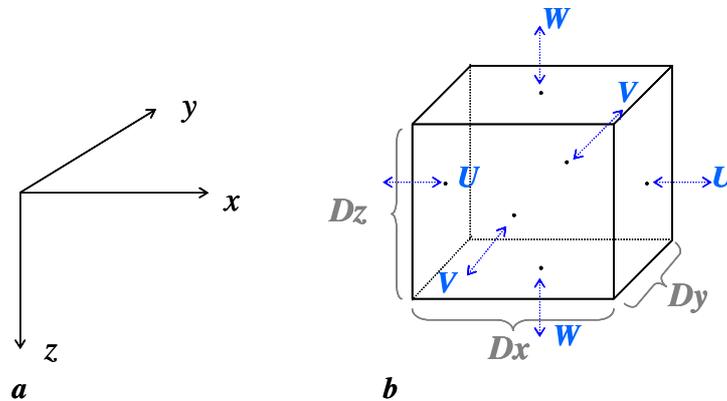


Figura 2.3. (a) Ejemplo del sistema de coordenadas  $x$  y  $z$  en los ejes, (b) Ejemplo de los incrementos longitudinal, latitudinal y vertical, en un volumen de control.

Tal y como se ha descrito anteriormente, las ecuaciones diferenciales iniciales son discretizadas en una serie de ecuaciones (en forma discreta), de manera que se puedan resolver numéricamente. Las aproximaciones numéricas de los términos más importantes de las ecuaciones de gobierno, tales como la advección y los términos horizontales del gradiente de presión, son de cuarto orden. Asimismo, las conversiones entre los promedios realizados en el centro del volumen de control y los promedios de las caras de las celdas, se calculan utilizando un esquema reducido de dispersión de cuarto orden (*Dietrich, D. E. 1997*), cuyo desarrollo se detalla de una manera exhaustiva en el Anejo I de ésta Tesis.

Con objeto de disminuir la dispersión numérica, el *DieCAST* realiza estas aproximaciones numéricas en una malla resultante de la combinación de dos tipos de mallas, una malla Arakawa “A” y una malla Arakawa “C”, utilizando una interpolación de cuarto orden para pasar variables de una malla a otra (Figura 2.4).

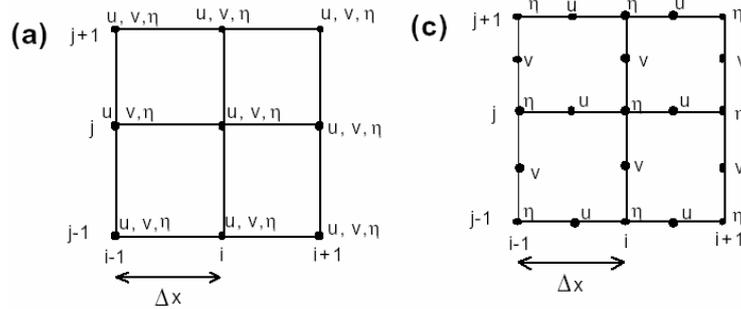


Figura 2.4. Mallas tipo Arakawa A (a) y Arakawa C (c). (Fuente: Numerical Modeling of Ocean Dynamics. Z. Kowalik, 1995).

En la malla Arakawa “A”, las variables se representan en el centro de las celdas. El término de Coriolis y el término del gradiente de presión se calculan en la malla Arakawa “A”, así como la fricción en el fondo y la tensión tangencial por viento.

Si se expresa la ecuación de continuidad en un volumen de control discreto, se establece que la masa promediada en el volumen de control es modificada por el transporte de masa a través de las seis caras del volumen de control. Este transporte es representado a través de los flujos integrados en las caras. Por lo tanto, cada celda representa un volumen de control en el que se aplica la ecuación de conservación de la masa integrada en la celda.

Ya se ha comentado que el modelo asume que el flujo es incompresible, de forma que dentro del volumen de control, cuando se integran los flujos a través de las seis caras, no hay un flujo neto de masa. Para su cálculo es necesario conocer las velocidades  $U, W$  y  $V$ , integradas en las caras de las celdas, así como la temperatura,  $T$  y la salinidad,  $S$ , en las caras de las celdas, ya que el flujo a través de las caras modifica éstas variables en el interior de las celdas (Figura 2.5).

El modelo *DieCAST* obtiene de manera explícita las variables calculadas en el centro de las celdas, mientras que las variables calculadas en la malla Arakawa “C”, los valores promediados en las caras, se obtienen por interpolación de las velocidades centradas en la malla y se utilizan para calcular de forma implícita la presión barotrópica. De esta forma se garantiza que la ecuación de la continuidad se cumpla.

Un claro ejemplo de la ventaja de calcular variables en una malla resultante de la combinación de dos tipos de mallas (Arakawa “A” y Arakawa “C”), es el tratamiento del término de Coriolis. Si  $u$  y  $v$  (componentes de la velocidad en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente), están en el mismo punto (en el centro de una celda), la aceleración de Coriolis se calcula sin ningún error de truncamiento espacial. Por lo tanto, el único error en el cálculo de la aceleración de Coriolis es el error temporal del algoritmo del paso del tiempo.

El modelo DieCAST utiliza por tanto una malla Arakawa “A”, para el cálculo de la cantidad de movimiento y una malla Arakawa “C”, para el cálculo de la continuidad.

De esta manera, los valores proporcionados por el modelo son los promedios en los volúmenes de control de momento, temperatura y salinidad (Figura 2.5).

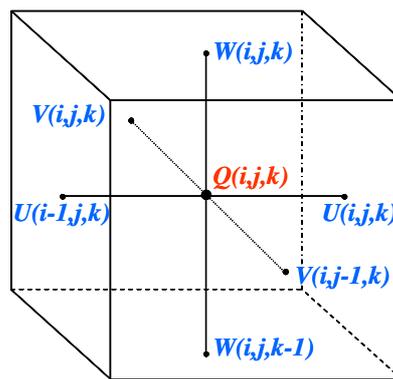


Figura 2.5. Volumen de control del Modelo *DieCAST*, donde  $Q(i,j,k)$  es cualquier cantidad hecha promedio en el centro de la celda ( $u, v, S, T, p$  y  $\rho$ ) y  $U, V, W$  son las cantidades promediadas en las caras.

### 2.3.2. Discretización Temporal

La interpolación temporal es diferente para cada término y depende directamente de sus propiedades físicas. Las correcciones debidas a la advección vertical y horizontal, así como a la presión baroclínica y los términos correspondientes a la difusión y la viscosidad, se calculan utilizando un esquema numérico de paso del tiempo denominado *Leapfrog* (Figura 2.6).

El *Leapfrog* es un esquema numérico explícito donde la integración del tiempo es alterna y en tres niveles, un nivel de tiempo antiguo ( $n-1$ ), un nivel nuevo de tiempo ( $n+1$ ) y un nivel de tiempo intermedio ( $n$ ).

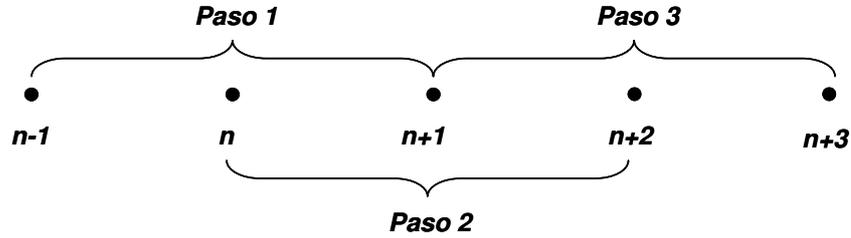


Figura 2.6. Esquema de paso de tiempo en el Método Leapfrog.

Por ejemplo, la ecuación de momento horizontal para la componente  $u$  (ecuación 2.2), integrada sobre un sólo paso del tiempo para el esquema numérico *Leapfrog*, se convierte en:

$$\frac{u^{n+1} - u^{n-1}}{\Delta t} = \left( -\nabla \cdot uV - \frac{\partial p}{\partial x} \right)^n + \frac{1}{2} f (v^{n+1} + v^{n-1}) + \nabla_h \cdot A_h \nabla_h u^{n-1} \quad 2.7$$

donde  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$ , es el gradiente tridimensional y  $\nabla_h = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}$ , es su

componente horizontal.

El desarrollo del esquema numérico *Leapfrog* se detalla en el Anejo II de ésta Tesis.

### 2.3.2.1. Cálculo de la presión

Integrando la ecuación de conservación del momento horizontal para la componente  $u$  (ecuación 2.2), en el tiempo y en un volumen de control, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \frac{u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n-1}}{\Delta t} = & - \left( \frac{U_{i,j,k}^n u_{i+1/2,j,k}^n - U_{i-1,j,k}^n u_{i-1/2,j,k}^n}{\Delta x_j} \right) \\
 & - \left( \frac{V_{i,j,k}^n u_{i,j+1/2,k}^n - V_{i,j-1,k}^n u_{i,j-1/2,k}^n}{\Delta y_j} \right) \\
 & - \left( \frac{W_{i,j,k+1}^n u_{i,j,k+1/2}^n - W_{i,j,k}^n u_{i,j,k-1/2}^n}{\Delta z_k} \right) \\
 & - \left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right)_{i,j,k}^n + \text{coriolis} + \text{disipación}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

El término de la *disipación*, explica las tensiones viscosas y la tensión tangencial en el fondo. En la capa superficial se puede aplicar la tensión tangencial en superficie por viento para las ecuaciones de la conservación del momento (ecuaciones 2.2 y 2.3), (si es en el fondo, se incluye la tensión tangencial en el fondo), y en el caso de las ecuaciones de las propiedades escalares (ecuación 2.5), es necesario un término adicional en el lado derecho de la ecuación, para explicar los cambios en la temperatura y la salinidad en la capa superficial, debido a los flujos aire-océano.

El campo de presiones de cada celda, se determina a través de la ecuación hidrostática utilizando una primera aproximación de la presión como presión en la *rigid-lid* y puede ser expresado en términos de la presión en la capa superior superficial,  $p_s$ , más el peso del fluido entre la capa superior superficial y la profundidad  $z$  (aproximación hidrostática), de la forma que sigue:

$$\begin{aligned}
 p &= p_s + p_b \\
 p_b &= \int_z^0 \rho dz
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Por lo tanto el término  $\bar{p}^n$  (ecuación 2.8), es una primera estima del campo de presión, que utiliza un valor dado por una primera aproximación de la presión, en la capa superficial  $\left( \bar{p}^n = p_s^{n-1} + p_b^n \right)$ . Esta primera aproximación en cada instante de tiempo, es igual a la presión superficial en el instante de tiempo anterior.

Después de determinar sobre todo el dominio el campo de presión  $\bar{p}^n$ , mediante la ecuación de la hidrostática, se utiliza la ecuación (2.8) para calcular los valores de  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{v}$ ,  $T$  y  $S$ , en el nivel nuevo del tiempo  $(n+1)$ .

Por lo tanto la cantidad  $\tilde{u}^{n+1}$  (ecuación 2.8), es una primera aproximación de la velocidad media integral, renovada o actualizada, con los términos advectivos, el término de Coriolis y la disipación, pero todavía tiene que ser corregida para que cumpla la ecuación de la continuidad. Esta corrección se realiza de la siguiente manera:

El campo final de velocidades  $U^{n+1}$  y  $V^{n+1}$ , debe satisfacer la ecuación de conservación de la masa (ecuación 2.1), y por lo tanto, divergencia de la velocidad horizontal verticalmente integrada, es igual a la velocidad vertical del fluido en superficie y en el fondo, es decir, integrando la ecuación de conservación a lo largo de la columna de agua, se obtiene que la divergencia o convergencia de las velocidades debe ser compensada con una velocidad vertical.

Dicho de otra manera, si integramos la ecuación de conservación de la masa (ecuación 2.1) en vertical, obtenemos:

$$\int_0^D \left( \frac{\partial U^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial V^{n+1}}{\partial y} \right) dz = W^{n+1}(0) - W^{n+1}(D) \quad 2.10$$

donde,  $U^{n+1} = \bar{U}^{n+1} + \Delta\bar{U}$  y  $V^{n+1} = \bar{V}^{n+1} + \Delta\bar{V}$ . Sustituyendo dichos valores en la ecuación 2.10, obtenemos:

$$\int_0^D \left( \frac{\partial \bar{U}^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta\bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta\bar{V}}{\partial y} \right) dz = E - P \approx 0 \quad 2.11$$

Utilizando  $\bar{U}^{n+1}$  y  $\bar{V}^{n+1}$ , la presión de la capa superficial puede ser ajustada de forma que, la divergencia o convergencia de la velocidad horizontal verticalmente integrada, coincida con un valor establecido que puede ser o una fuente, o un sumidero de masa (este valor se representa como  $E-P$ , en la ecuación 2.11).

$$\int_0^D \left( \frac{\partial \bar{U}^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}^{n+1}}{\partial y} \right) dz + \int_0^D \left( \frac{\partial \Delta \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \bar{V}}{\partial y} \right) dz = 0 \quad 2.12$$

Además,  $\Delta \bar{U}$  y  $\Delta \bar{V}$ , no dependen de la profundidad (ya que derivan de  $\Delta p$ ), y por lo tanto se puede decir que:

$$\Delta \bar{U} = -\Delta t \frac{\partial \Delta \bar{p}}{\partial x} \quad 2.13$$

$$\Delta \bar{V} = -\Delta t \frac{\partial \Delta \bar{p}}{\partial y} \quad 2.14$$

Se puede definir la presión  $\Delta \bar{p}$ , como el cambio de la presión en el *rigid-lid*, que es independiente de la profundidad. Esto implica que cualquier cambio en la presión superficial, se transfiere a toda la columna de agua y por lo tanto, se puede expresar como:

$$\underbrace{\int_0^D \left( \frac{\partial \bar{U}^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}^{n+1}}{\partial y} \right) dz}_{\text{conocido}} + \underbrace{\int_0^D -\Delta t \left( \frac{\partial^2 \Delta \bar{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta \bar{p}}{\partial y^2} \right) dz}_{\text{independiente de la profundidad}} = 0 \quad 2.15$$

El primer término de la ecuación 2.15 es conocido y el segundo término es independiente de la profundidad, por lo que la ecuación 2.15 se puede escribir como:

$$\int_0^D \left( \frac{\partial \bar{U}^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}^{n+1}}{\partial y} \right) dz = -\Delta t \left( \frac{\partial^2 \Delta \bar{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta \bar{p}}{\partial y^2} \right) (0 - D) \quad 2.16$$

Si se reordena la ecuación 2.16, se obtiene la ecuación 2.17. Esta ecuación es la ecuación de Poisson en dos dimensiones.

$$\frac{1}{D \Delta t} \int_0^D \left( \frac{\partial \bar{U}^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}^{n+1}}{\partial y} \right) dz = \left( \frac{\partial^2 \Delta \bar{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta \bar{p}}{\partial y^2} \right) \quad 2.17$$

Esta ecuación diferencial (ecuación de Poisson), es la que finalmente se resuelve para ajustar la presión en la *rigid-lid*, mediante un eficiente *EVP elliptic solver* (Roache, 1995).

A modo de resumen, cabe destacar que lo que hace el modelo en cada paso de tiempo es ajustar la presión  $\bar{p}$ , y corregir las velocidades obtenidas tras una primera aproximación  $U^{n+1}$  y  $V^{n+1}$ , y de esta forma calcular las variaciones de la velocidad en el centro de cada celda  $\Delta\bar{U}$  y  $\Delta\bar{V}$ , para obtener la velocidad final promediada en cada celda, que será utilizada en el siguiente paso de tiempo.

### 2.3.3. Modelos de Cierre

Con objeto de solucionar numéricamente las ecuaciones que resuelve el modelo DieCAST, es necesario establecer modelos de cierre para los términos tales como la fricción en el fondo y la viscosidad de remolino vertical.

A continuación se describen dichos modelos de cierre, así como los términos que se resuelven en ellos:

#### 2.3.3.1. Modelo de cierre para la fricción en el fondo

El modelo utiliza para relacionar la fuerza de arrastre del fondo, la ley de la tensión tangencial cuadrática:

$$F_D = -C_D |U|U \quad 2.18$$

El coeficiente de arrastre es constante e igual a  $C_D=0.002$ . El arrastre del fondo actúa sólo en la celda inmediatamente adyacente al fondo y las celdas superiores de la columna de agua sienten la fricción del fondo a través de la viscosidad de remolino vertical,  $A_v$ .

### 2.3.3.2. Modelo de cierre para la viscosidad de remolino vertical

Los modelos computacionales de sistemas de fluidos geofísicos están limitados por su resolución espacial. Son incapaces de resolver las fluctuaciones turbulentas o movimientos que sean más pequeños que el tamaño de la malla de cálculo. De una u otra manera, se debe incorporar este efecto global a la resolución del flujo. Este proceso se denomina parametrización a escala de submalla.

El principal efecto de la turbulencia de los fluidos y de los movimientos a escala submalla (pequeños remolinos y ondulaciones), es la disipación. Por lo tanto, se puede representar el efecto de estos movimientos sin resolver, como una especie de viscosidad. Esto se hace de manera resumida mediante la sustitución de la viscosidad molecular de un fluido por una viscosidad de remolino mucho mayor, definida por los términos de turbulencia y las propiedades de malla.

Sin embargo, la parametrización reconoce la anisotropía de un campo de fluido y por eso son tratadas de manera diferente las direcciones horizontal y vertical y se les asigna distintas viscosidades de remolino,  $A_h$ , en horizontal y  $A_v$ , en vertical. Debido a que los movimientos turbulentos y el tamaño de la malla cubren distancias más largas en horizontal que en vertical,  $A_h$ , tiene mucho más espacio de movimiento sin resolver y necesita ser significativamente más grande que  $A_v$ .

La difusión turbulenta de sal o calor considera los efectos de la dispersión e introduce los parámetros  $K_h$  y  $K_v$ , difusividad de remolino horizontal y vertical respectivamente. En la componente horizontal, el  $K_h$ , utiliza el mismo tamaño que el  $A_h$ , porque los movimientos turbulentos y los procesos de submalla dispersan el calor o la sal de forma tan eficaz como el momento (Cushman-Roisin, B. and Beckers, JM., 2009). En la componente vertical sin embargo, es diferente la manera de introducir la dispersión de la energía por el momento y por eso se define el término de la  $K_v$  que es totalmente diferente al de  $A_v$ . Esta diferencia resulta del comportamiento de la turbulencia específica para cada una de las variables.

La mezcla vertical utilizada en el modelo, viene dada por el esquema desarrollado por Pacanowski y Philander (1981):

$$A_v = 0.02 + \min(10, 100R^2) + R|W|dz / Re \quad 2.19$$

$$K_v = 0.02 + R \min(10, 100R^2) + R|W|dz / Re \quad 2.20$$

$$R = \frac{1}{1 + 5Ri} \quad 2.21$$

donde  $|W|$ , es la magnitud de la velocidad vertical,  $dz$  es el incremento vertical de la malla,  $Ri$  es el gradiente del número de Richardson,  $Re$  es el número de Reynolds. La constante 0.02 es la difusión laminar. El segundo término de las ecuaciones 2.19 y 2.20 es la parametrización estándar de la mezcla de Pacanowski y Philander (1981).

