

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y TÉCNICAS  
DEL AGUA Y DEL MEDIO AMBIENTE**

---

---

**TESIS DOCTORAL**

**METODOLOGÍAS DE CALIBRACIÓN DE BASES DE  
DATOS DE REANÁLISIS DE CLIMA MARÍTIMO**

---

---

**Presentada por: ANTONIO TOMÁS SAMPEDRO**

**Dirigida por: FERNANDO J. MÉNDEZ INCERA  
IÑIGO J. LOSADA RODRÍGUEZ**

**Mayo, 2009**

## **CAPÍTULO 9**

### **CALIBRACIÓN ESPACIAL DIRECCIONAL**

---



## 9.1. Introducción.

La metodología de calibración espacial direccional, como se ha comentado en el capítulo 8, se va a explicar mediante la aplicación a la zona del mar Mediterráneo señalada en la figura 8.3, calibrando la  $H_s$  de SIMAR-44 con la información instrumental de la boya exterior de Mahón y los datos de satélites mostrados en la figura 9.1 (GEOSAT, TOPEX/POSEIDON, GFO, JASON-1 y ENVISAT). Se ha prescindido de la utilización de las cuatro boyas costeras de Alicante, Cabo de Palos, Capdepera y Valencia, pues con la retropropagación direccional para llevar la información hasta profundidades indefinidas se distorsiona en cierta medida los datos y para esta aplicación se ha preferido utilizar sólo información en profundidades indefinidas. De hecho, para la aplicación presentada de la calibración espacial escalar se utilizaron las boyas costeras retropropagadas escalaramente porque sino sólo se tendría la información de la boya de Mahón para calibrar toda la zona, pues no se utilizaban los datos de satélites para calibrar, sólo para validar.

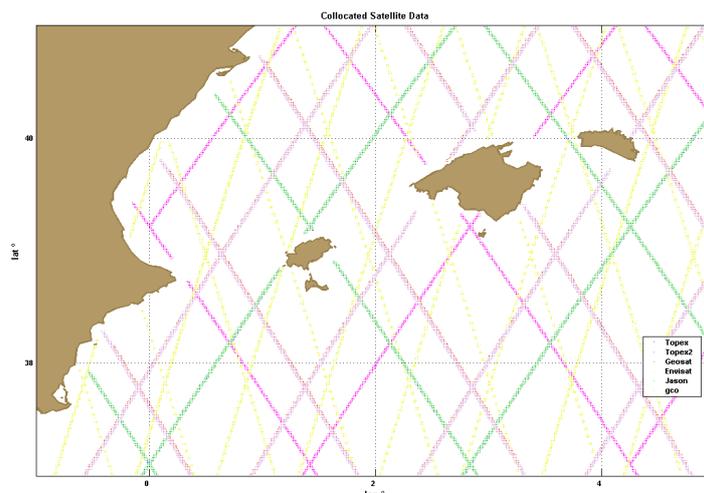


Figura 9.1. Situación de los datos de satélite ubicados dentro de la zona de calibración [37°N-41°N; 1°W-5°E].

La principal diferencia entre la calibración espacial escalar y la direccional es la forma de definir los regímenes medios para ser calibrados. Como ya se explicó, en la calibración escalar se definieron regímenes medios mensuales. En cambio para la direccional se van a definir regímenes medios direccionales, agregando los datos en sectores de 22.5°, definiéndose cada 11.25°, siendo en total  $n_{\phi} = 32$  sectores direccionales (igual que la calibración puntual  $QQ$  direccional, ver figura 5.11, del capítulo 5). Cada régimen medio direccional se va a ajustar a una función de distribución que representa mejor la rama medio-alta del oleaje que la Lognormal, en concreto la distribución generalizada de extremos (GEV). La explicación y justificación de esta elección se presenta a continuación en el apartado 9.2.

En líneas generales, la metodología de calibración espacial direccional es similar a la escalar. Primeramente se definen los regímenes direccionales para cada posición y sector direccional, denotándose de manera genérica por  $z(x, \varphi)$  a los distintos parámetros de ajuste de la función de distribución GEV. Posteriormente dichos parámetros se descomponen en modos EOFs. A continuación, con la parametrización de los primeros modos, se permite la distorsión de los regímenes medios direccionales de SIMAR-44 para aproximarse a lo registrado por boyas y satélites. Así, minimizando el error entre cuantiles de boyas y satélites y SIMAR-44 se calibran los regímenes medios direccionales. Cabe destacar que en esta ocasión la minimización del error se realiza mediante la comparación de cuantiles de  $H_s$ , no comparando los parámetros de ajuste de las funciones de distribución, como se realizó en el caso escalar.

Finalmente, dentro de la metodología de calibración direccional se incorpora la calibración de las series temporales, pues tras lograr tener calibrados los regímenes medios direccionales de oleaje, en general es necesario corregir las series de  $H_s$  en cada posición de la zona calibrada. Pero en este caso no va a ser necesario hacer simulaciones de Monte Carlo, como en el caso escalar, pues se aprovechan las correcciones de los regímenes medios direccionales para definir un modelo paramétrico potencial que calibre direccionalmente  $H_s$ , de manera análoga a las calibraciones puntuales  $QQ$  direccionales.

Así, para explicar la metodología de calibración direccional, este capítulo se ha separado en tres partes. En la primera, se argumenta la elección de la función de distribución GEV para ajustar los regímenes medios direccionales; posteriormente, se explica cada una de las fases de la metodología de calibración espacial direccional y finalmente, se presentan los resultados y validaciones para la zona de estudio.

## 9.2. Regímenes medios direccionales.

Anteriormente, cuando se ajustaron los regímenes medios mensuales a una función de distribución, se ajustaron a la Lognormal, pues es la que mejores resultados ofrece para el ajuste de  $H_s$  para el régimen medio (hasta probabilidades próximas al 99%). Ahora, para ajustar los regímenes medios direccionales, se podría también utilizar la función de distribución Lognormal para ajustar los datos de  $H_s$  de cada sector direccional. Pero como se comprobó anteriormente, la Lognormal presenta carencias para representar correctamente los oleajes más energéticos. Por eso y para demostrar la versatilidad del método de calibración espacial, se van a estudiar funciones de distribución definidas para todo el intervalo de

probabilidades y que caractericen lo mejor posible la rama medio-alta del régimen medio de  $H_s$ .

En el Anejo I se explican las cuatro funciones de distribución utilizadas, sus papeles probabilísticos y la definición, relaciones y características de los parámetros que las definen; y que son las siguientes:

- Función de distribución biparamétrica Lognormal:  $F(x; \mu^*, \sigma^*)$  es la más utilizada para caracterizar el régimen medio de  $H_s$  y  $T_m$ , pues con sólo dos parámetros representa correctamente el régimen medio hasta probabilidades de no excedencia del orden del 99%.
- Función de distribución biparamétrica Gumbel de máximos:  $F(x; \mu, \psi)$  es frecuentemente utilizada para caracterizar la rama superior del régimen medio de  $H_s$ .
- Función de distribución triparamétrica Weibull de mínimos:  $F(x; A, B, C)$  es muy utilizada para caracterizar el régimen medio de  $H_s$  y  $T_m$ , pues presenta un comportamiento bastante estable de la parte superior del régimen medio.
- Función de distribución triparamétrica GEV (*Generalized Extreme Value*):  $F(x; \mu, \psi, \xi)$  normalmente se utiliza para caracterizar el régimen extremal y engloba las familias de distribución de Frechet, Gumbel y Weibull. De hecho  $\xi$  controla la parte más extrema del régimen; para  $\xi = 0$  coincide con la función de distribución Gumbel de máximos ( $F(x; \mu, \psi)$ ), para  $\xi > 0$  tiene un comportamiento Frechet y para  $\xi < 0$  se comporta como Weibull.

Estas cuatro funciones de distribución se van a utilizar para ajustar los regímenes medios de cada uno de los 32 sectores direccionales de  $22.5^\circ$  en el mar mediterráneo, realizando el ajuste a los 30 cuantiles equiespaciados en  $-\log[-\log(\text{Pr})]$  desde el 15% hasta el 99.999%, utilizando únicamente los que verifican  $\text{Pr} < 1 - 5/n$ . Para comparar los resultados de las distintas funciones de distribución utilizadas se evalúa el *RMS* (ver ecuación 3.58) del ajuste de todos los cuantiles direccionales de cada posición.

A continuación, se presentan los ajustes de estas funciones de distribución a los regímenes medios direccionales de  $H_s$  y  $T_m$ , pues aunque en este apartado únicamente se van a presentar resultados de la calibración espacial direccional de  $H_s$ , en otras aplicaciones es necesario calibrar espacialmente  $T_m$  para caracterizar el clima marítimo.

### 9.2.1. Regímenes medios direccionales de altura de ola significativa.

En la figura 9.2 se presenta la distribución espacial de *RMS* de los ajustes de las cuatro funciones de distribución a los regímenes medios direccionales de  $H_s$  en la mitad occidental del mar Mediterráneo. Se puede comprobar que las dos funciones de distribución triparamétricas (GEV y Weibull de mínimos) son las que menores errores cometen, siendo la Gumbel de máximos la que peores resultados presenta, fundamentalmente en las costas del Levante Español.

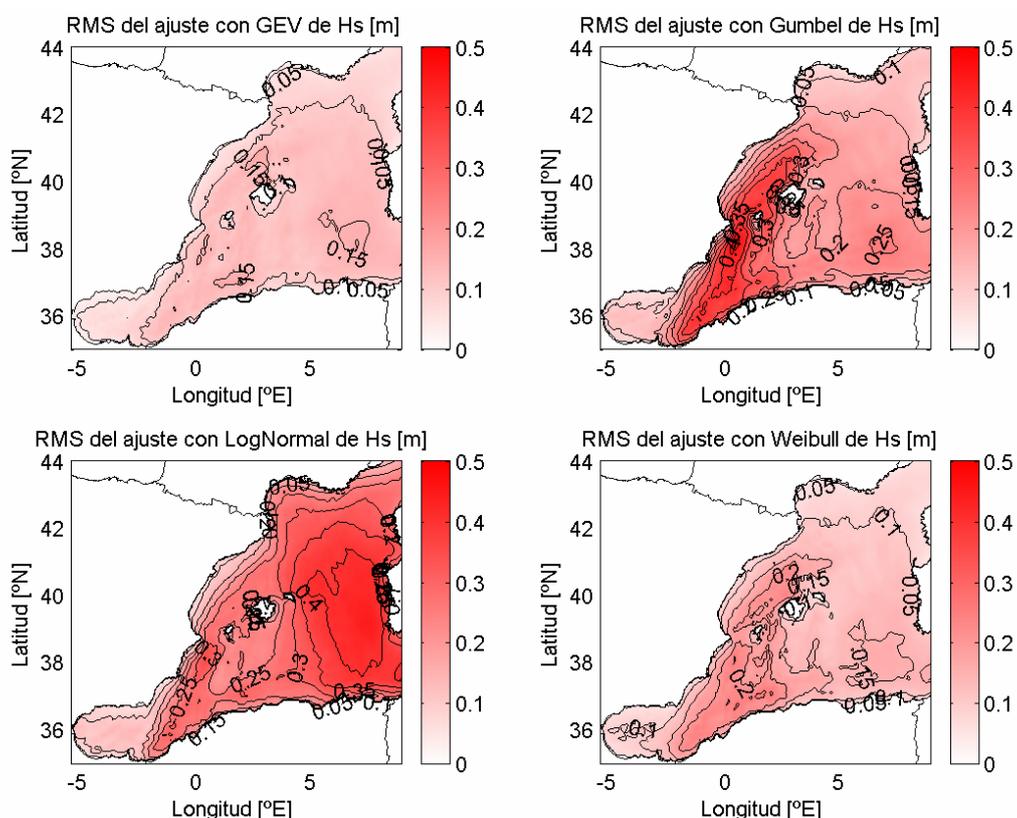


Figura 9.2. Distribución espacial del *RMS* de los ajustes de las funciones de distribución GEV, Gumbel de máximos, Lognormal y Weibull de mínimos a los regímenes medios direccionales de  $H_s$  de SIMAR-44 en el mar Mediterráneo.

Para poder constatar las diferencias entre las distintas funciones de distribución, en la figura 9.3 se toma como referencia la GEV (verde), restando del *RMS* de cada función de distribución el *RMS* de la GEV. Se puede comprobar que Gumbel de máximos y Lognormal presentan errores máximos del orden del doble de los de GEV, fundamentalmente en la zona de Levante para Gumbel de máximos y al Este de las islas Baleares para Lognormal. En cambio los errores de la Weibull de mínimos respecto de la GEV son similares, presentando siempre mejores resultados la GEV, salvo la zona al Noreste de las islas Baleares.

Para comparar los diferentes ajustes, en la figura 9.3 se señalan cuatro posiciones significativas de las que posteriormente se van a presentar los ajustes de todas las funciones de distribución a los datos de un sector direccional de ejemplo.

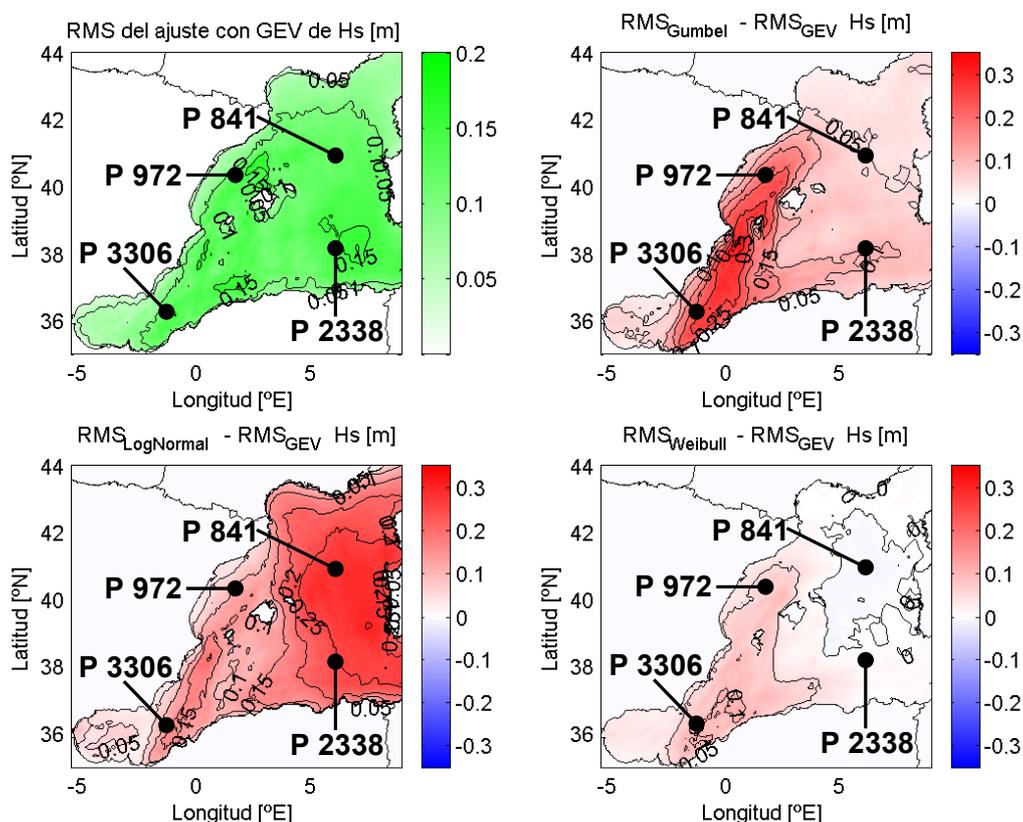


Figura 9.3. Distribución espacial del RMS del ajuste de la función de distribución GEV y de la diferencia de Gumbel de máximos, Lognormal y Weibull de mínimos menos la GEV, para los regímenes medios direccionales de  $H_s$  de SIMAR-44 en el mar Mediterráneo.

En la figura 9.4 se presentan los ajustes de cuatro regímenes direccionales a las cuatro funciones de distribución. Dichos gráficos se representan en el papel probabilístico Gumbel de máximos, de forma que la familia de ajustes de Gumbel de máximos serán rectas. Por este mismo motivo, la GEV para  $\xi = 0$  será recta, siendo una curva cóncava para  $\xi > 0$  y convexa para  $\xi < 0$ .

A la vista de los resultados parece claro que la única función de distribución que se ajusta correctamente a todas las distribuciones de datos es la GEV. Pues la Lognormal sólo se ajusta correctamente (y no para la rama alta) para los casos con  $\xi > 0$  de la GEV (ver punto 972). En cambio la Weibull de mínimos se ajusta bien para casos con  $\xi < 0$  de la GEV, como es lógico, de hecho en ocasiones ajusta mejor la Weibull de mínimos que la GEV, ver punto 841.

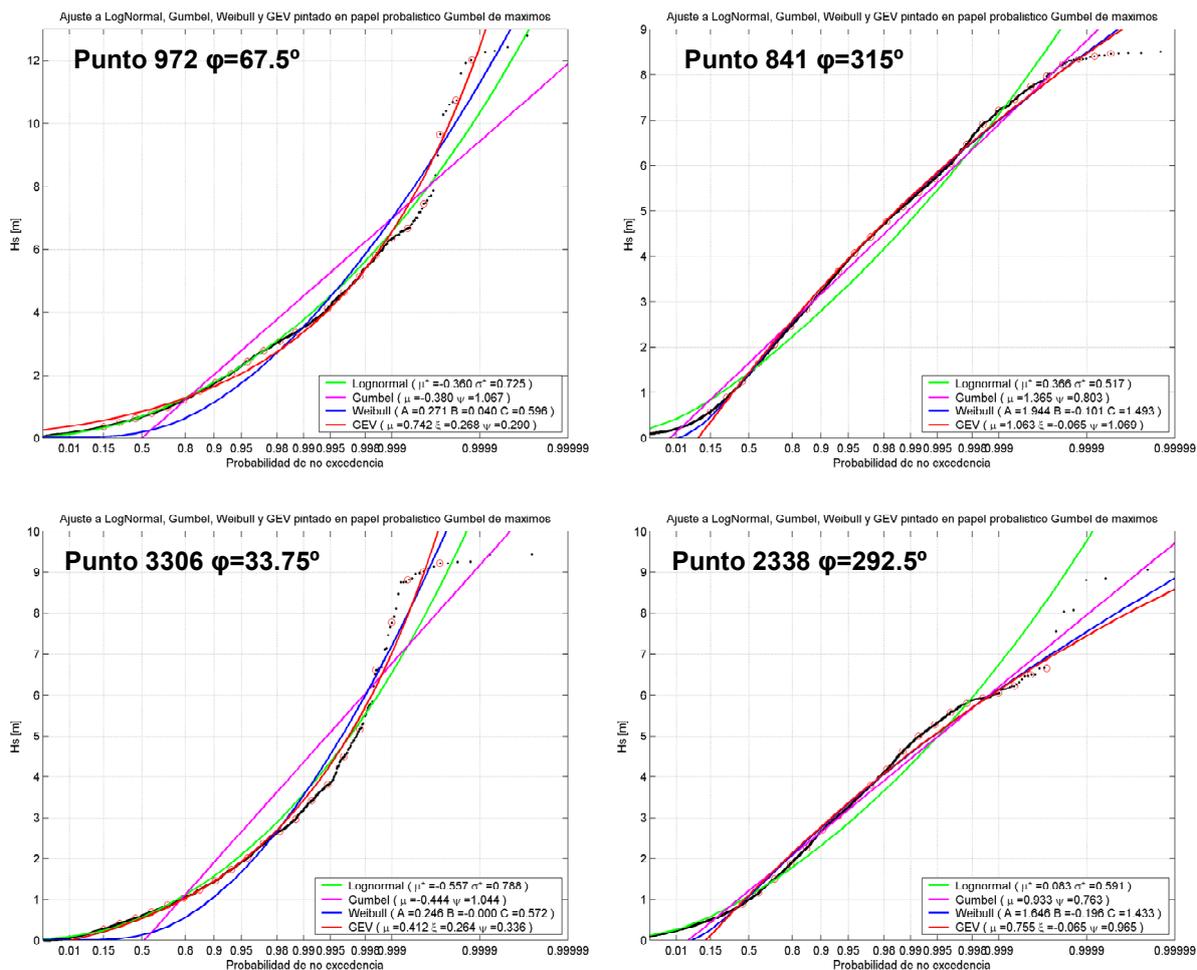


Figura 9.4. Ejemplo del ajuste de la función de distribución GEV, Gumbel de máximos, Lognormal y Weibull de mínimos a los regímenes medios de un sector direccional de  $H_s$  en las cuatro posiciones de SIMAR-44 señaladas en la figura 9.3.

### 9.2.2. Regímenes medios direccionales de periodo medio.

De la misma manera que como se realizó para los regímenes medios direccionales de  $H_s$ , en la figura 9.5 se presenta la distribución espacial de  $RMS$  de los ajustes de las cuatro funciones de distribución a los regímenes medios direccionales de  $T_m$  en la mitad occidental del mar Mediterráneo. Se puede comprobar que la función de distribución GEV es la que menos errores comete, siendo la Gumbel de máximos la que peores resultados presenta, fundamentalmente al Este de las islas Baleares. En esta zona es dónde también presenta peores ajustes la Lognormal. En cambio, la Weibull de mínimos se ajusta relativamente bien a los datos de esta zona, obteniendo los peores resultados para la zona del mar de Alborán.

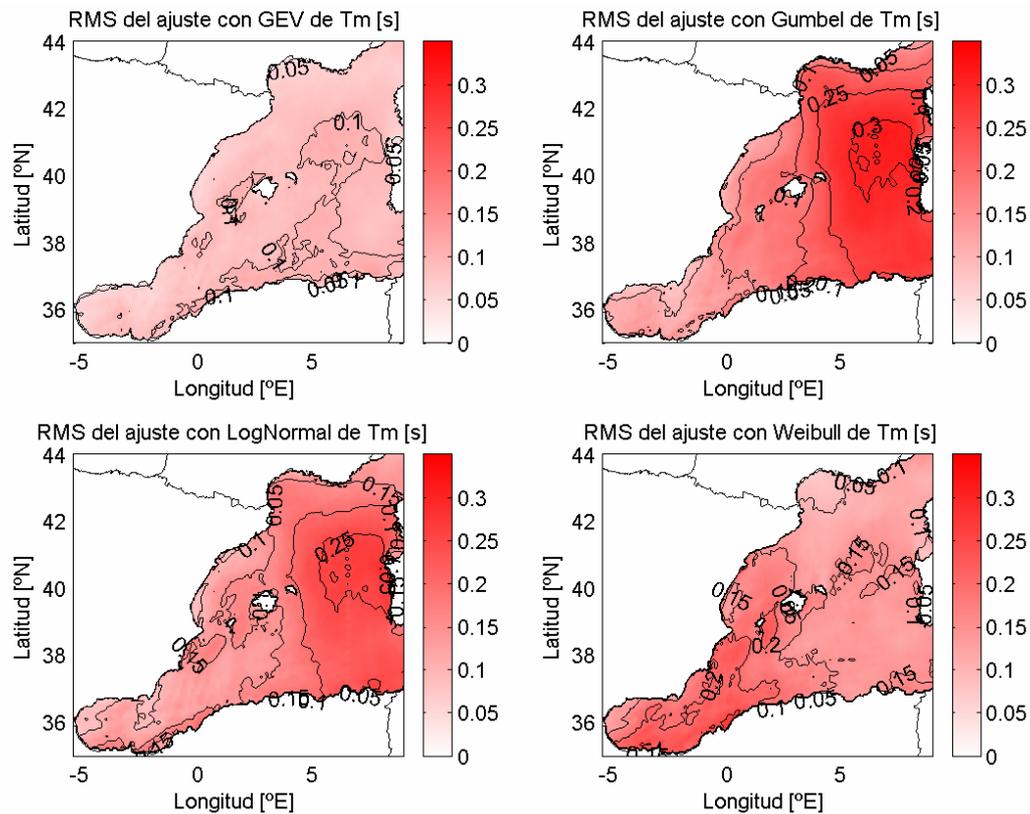


Figura 9.5. Distribución espacial del *RMS* de los ajustes de las funciones de distribución GEV, Gumbel de máximos, Lognormal y Weibull de mínimos a los regímenes medios direccionales de  $T_m$  de SIMAR-44 en el mar Mediterráneo.

Para poder constatar las diferencias entre las diferentes funciones de distribución, en la figura 9.6 se toma de referencia la GEV (verde), restando del *RMS* de cada función de distribución el *RMS* de la GEV. Se puede comprobar que Gumbel de máximos presenta errores máximos del orden del doble de los de GEV, fundamentalmente al Este de las islas Baleares. Lognormal y Weibull de mínimos también presentan siempre mayores errores que la GEV, sobre todo al Este de las islas Baleares para la Lognormal y en el mar de Alborán para la Weibull de mínimos.

Parece evidente que donde mejor ajusta la Weibull de mínimos, peor ajusta la Lognormal y viceversa. Esto es debido a que provienen de familias de funciones de distribución distintas. En cambio, la GEV ajusta bien tanto para familias tipo Weibull ( $\xi < 0$ ) como donde ajusta bien la Lognormal ( $\xi > 0$ ). Pero para poder comparar los diferentes ajustes, en la figura 9.6 se señalan las mismas cuatro posiciones significativas para posteriormente presentarse en ellas los ajustes de todas las funciones de distribución a los datos de un sector direccional de ejemplo.

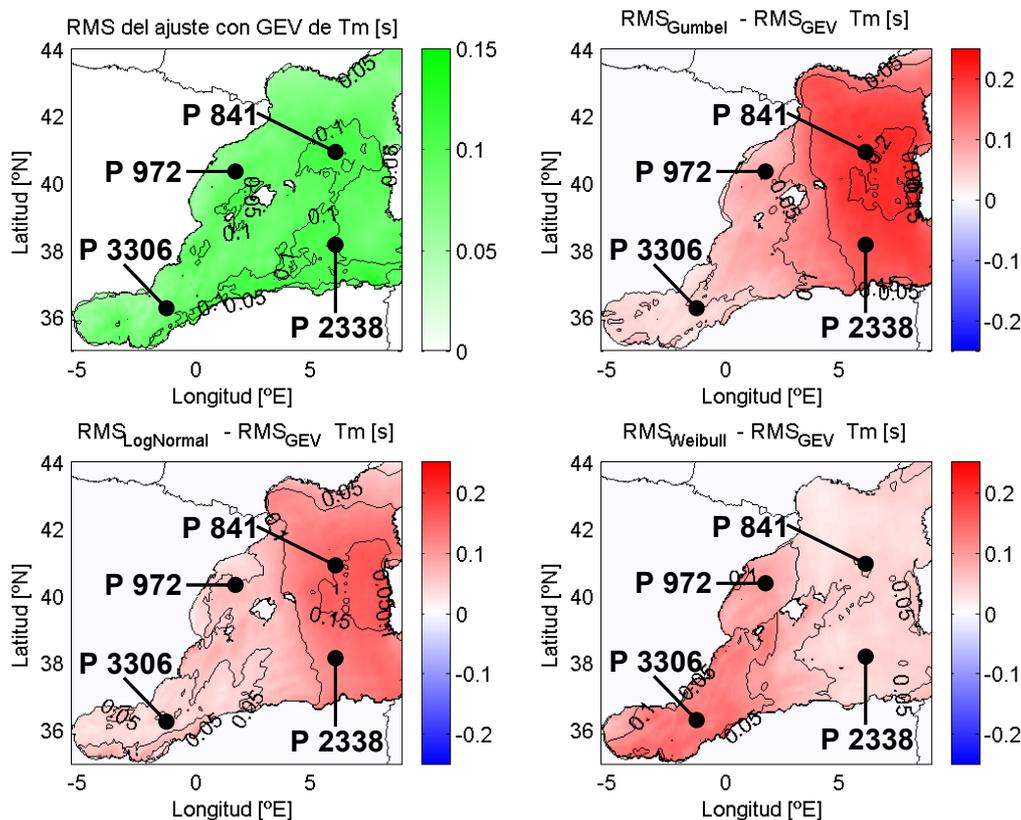


Figura 9.6. Distribución espacial del RMS del ajuste de la función de distribución GEV y de la diferencia de Gumbel de máximos, Lognormal y Weibull de mínimos menos la GEV, para los regímenes medios direccionales de  $T_m$  de SIMAR-44 en el mar Mediterráneo.

En la figura 9.7 se presentan los ajustes de cuatro regímenes direccionales a las cuatro funciones de distribución. Dichos gráficos se representan en el papel probabilístico Gumbel de máximos. A la vista de los resultados parece claro que la única función de distribución que se ajusta correctamente a todas las distintas distribuciones de datos es la GEV. Pues la Lognormal sólo se ajusta correctamente para los casos con  $\xi > 0$  de la GEV (ver punto 3306). La Weibull de mínimos se ajusta bien para casos con  $\xi < 0$  de la GEV (ver punto 2338). En cambio para la Gumbel de máximos se ajusta correctamente únicamente para los casos con  $\xi = 0$  de la GEV, pues coincide con ella (ver punto 3306).

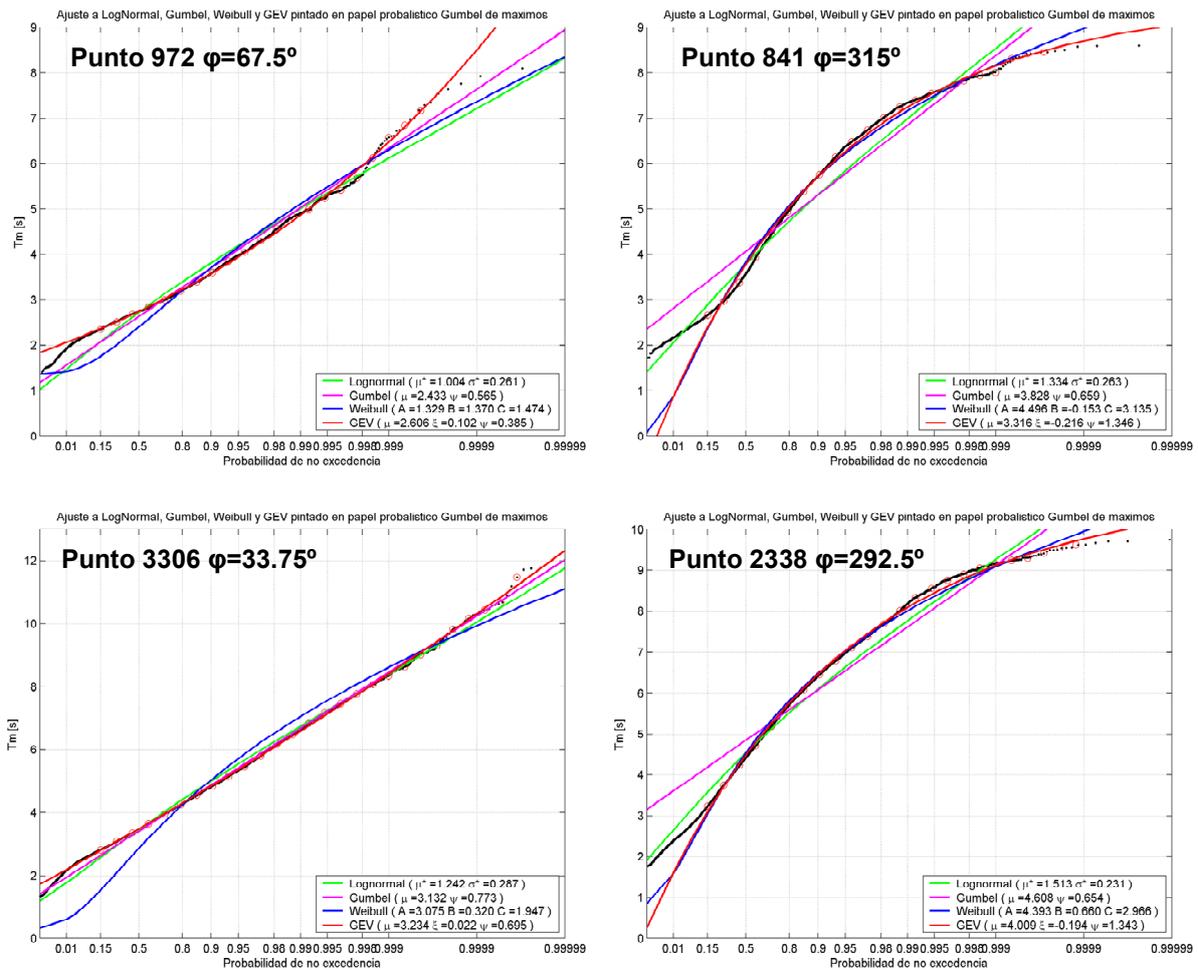


Figura 9.7. Ejemplo del ajuste de la función de distribución GEV, Gumbel de máximos, Lognormal y Weibull de mínimos a los regímenes medios de un sector direccional de  $T_m$  en las cuatro posiciones de SIMAR-44 señaladas en la figura 9.6.

### 9.3. Metodología.

La metodología de calibración espacial direccional de los regímenes medios direccionales de  $H_s$ , calibrando los datos del reanálisis con información instrumental (boyas y satélites), se resume en cinco partes. La primera es la determinación de los regímenes medios direccionales de SIMAR-44 mediante el ajuste a distribuciones GEV. Seguidamente los parámetros de ajuste de las distribuciones GEV de SIMAR-44 se descomponen en EOFs. Posteriormente se parametrizan estos EOFs para permitir una distorsión de los regímenes del reanálisis. Luego se define y resuelve la función objetivo a minimizar para conseguir que la distorsión de los EOFs de los regímenes de SIMAR-44 se aproxime lo más posible a los regímenes de los datos instrumentales. Y finalmente, cuando se tienen los regímenes medios direccionales calibrados, se determina una relación de calibración direccional para las series de  $H_s$  en cada posición de la zona calibrada. A continuación se explican con detalle estas cinco fases.

### 9.3.1. Determinación de los regímenes medios direccionales.

Como se ha desarrollado en el apartado 9.2, se determinan los regímenes medios direccionales de todos los puntos SIMAR-44 de la zona de estudio mediante el ajuste a la función de distribución GEV para cada sector direccional. Los sectores direccionales serán definidos cada  $11.25^\circ$ , agregando los datos de sectores de  $22.5^\circ$ . Para SIMAR-44, se denota  $H_s(x, \varphi)$  con  $\varphi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_i, \dots, \varphi_{n_\varphi}\}$ , siendo  $n_\varphi = 32$  el número de sectores direccionales y con  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_{np}\}$ , siendo  $np = 1342$  el número de nodos de la zona de calibración.

El ajuste a la función de distribución GEV se realiza mediante el método del papel probabilístico (ver Anejo I) utilizando los cuantiles equiespaciados en  $-\log[-\log(\text{Pr})]$  desde el 15% hasta el 99.999%, utilizando únicamente los que verifican  $\text{Pr} < 1 - 5/n$ . La función de distribución GEV depende de tres parámetros,  $\mu$  (parámetro de localización, que representa los valores medios),  $\psi$  (parámetro de escala, que controla la dispersión de los datos) y  $\xi$  (parámetro de forma, que condiciona el comportamiento de los datos más extremos).

Por lo tanto, se determina para cada  $x$  y para cada  $\varphi$  los parámetros que definen el régimen medio direccional de la base de datos de SIMAR-44, es decir  $\mu(x, \varphi)$ ,  $\psi(x, \varphi)$  y  $\xi(x, \varphi)$ . No será necesario la determinación de estos parámetros para los datos instrumentales (boya de Mahón y datos de satélites), pues como se verá más adelante, la función que define el error a minimizar para calibrar se hace comparando cuantiles y no parámetros del régimen (como se hizo en la aplicación escalar). De esta forma se evita introducir errores debidos al mal ajuste de una función de distribución como la GEV cuando se disponen de pocos datos, como sucede fundamentalmente con los datos de satélite.

Con los datos de la boya de Mahón y de satélites se definirán los cuantiles de  $H_s$  (de la misma forma que se hace con los de SIMAR-44 para el ajuste de la GEV) para cada posición y sector direccional, limitándose la definición de cuantiles a las posiciones y sectores direccionales que agreguen más de 100 datos ( $n_{INST}(x, \varphi) > 100$ ,  $n_{INST}(x, \varphi)$  es el número de datos instrumentales que hay en cada posición y en cada sector direccional). Cabe señalar que la base de datos de satélites no tiene dirección, por lo que se asume correcta la de SIMAR-44 para agregar los datos de  $H_s$  de satélites en sectores direccionales, utilizando por ello sólo los datos de satélites anteriores al año 2001 (fin del reanálisis de SIMAR-44) para definir los cuantiles direccionales para calibrar.

### 9.3.2. Descomposición EOF.

Una vez calculados los regímenes medios direccionales de SIMAR-44,  $\mu(x, \varphi)$ ,  $\psi(x, \varphi)$  y  $\xi(x, \varphi)$ , se aplica la técnica de las funciones empíricas ortogonales (ver descripción EOF en

anejo II) para obtener los modos, realizando una descomposición de cada parámetro bidimensional en una serie de  $n$  funciones ortogonales. En esta ocasión en lugar de hacer una descomposición espacio-temporal, como se hizo para la calibración espacial escalar, se realiza una descomposición espacio-direccional, obteniendo para la variable genérica  $z(x, \varphi)$ :

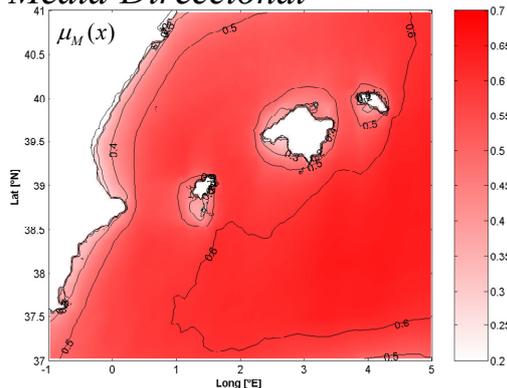
$$z(x, \varphi) = z_M(x) + f_1(x)g_1(\varphi) + f_2(x)g_2(\varphi) + \dots + f_i(x)g_i(\varphi) + \dots + f_n(x)g_n(\varphi) \quad (9.1)$$

donde  $z_M(x)$  es la media direccional de  $z(x, \varphi)$ ,  $f_i$  es el  $i$ -ésimo modo espacial y  $g_i$  la  $i$ -ésima amplitud direccional (ver figuras 9.8, 9.9 y 9.10). Para la zona de calibración, el número total de modos es  $n = np = 1342$ , que coincide con el número de puntos de la malla SIMAR-44.

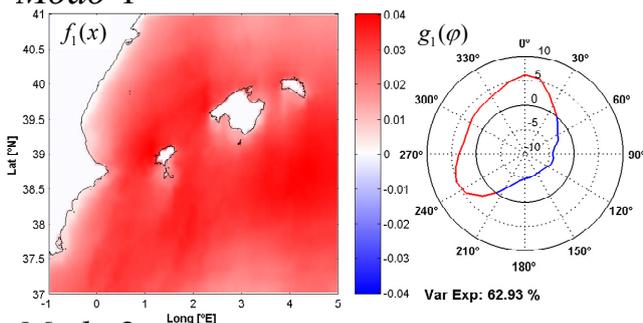
En la figura 9.8 se representa la media direccional del parámetro  $\mu(x, \varphi)$  de la zona de estudio ( $\mu_M(x)$ ) y los dos primeros modos espaciales ( $f_1(x)$  y  $f_2(x)$ ) con sus respectivas amplitudes direccionales ( $g_1(\varphi)$  y  $g_2(\varphi)$ ). Siendo el porcentaje de varianza explicada por cada uno el 62.93% y el 11.09%, siendo necesarios 6 modos para poder explicar el 90%. A pesar de que la descomposición en EOF es una técnica estadística que no tiene sentido físico, nótese como  $\mu_M(x)$  es mayor en aguas abiertas, lo que indica que la intensidad del oleaje es mayor en aguas abiertas. Así mismo, la primera amplitud direccional,  $g_1(\varphi)$ , representa que los oleajes del Norte y Suroeste son mayores que los del Sureste. El segundo modo puede identificarse como fluctuaciones espaciales de los oleajes del Noreste, que son más intensos al Noroeste de Mallorca y menos intensos sobre todo en la zona al Sureste de Mallorca.

Unos patrones de comportamiento similares se observan también en la descomposición en EOFs de  $\psi(x, \varphi)$ . Así en la figura 9.9 se representa  $\psi_M(x)$  y los dos primeros modos espaciales ( $f_1(x)$  y  $f_2(x)$ ) con sus respectivas amplitudes direccionales ( $g_1(\varphi)$  y  $g_2(\varphi)$ ). Siendo el porcentaje de varianza explicada por los dos primeros modos respectivamente el 66.45% y el 8.96%, siendo necesarios 6 modos para poder explicar el 90%. Donde  $\psi_M(x)$  es mayor en aguas abiertas y hacia el Noreste, lo que muestra que el oleaje es más variable en aguas abiertas. Así mismo, la primera amplitud direccional,  $g_1(\varphi)$ , representa la fluctuación direccional de la variabilidad del oleaje, que indica que el oleaje es más variable para las direcciones Norte y Suroeste, fundamentalmente para las costas orientadas al Norte de las islas Baleares y la zona Sureste de la zona de calibración.

*Media Direccional*



*Modo 1*



*Modo 2*

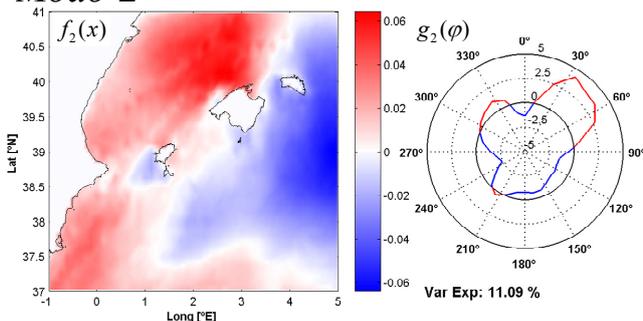
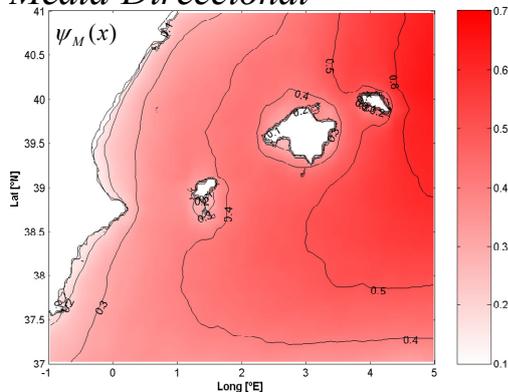
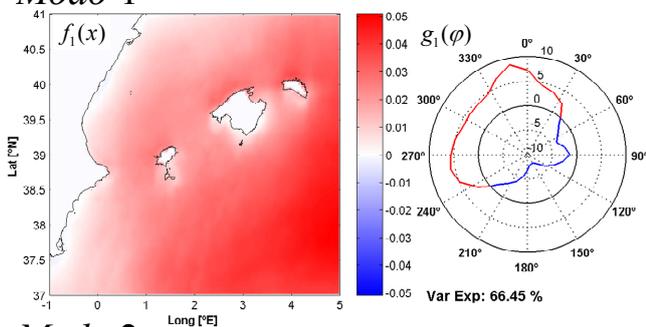


Figura 9.8. Media direccional  $\mu_M(x)$  y dos primeros modos del parámetro  $\mu(x, \varphi)$  de la distribución GEV de  $H_s$  para la zona de calibración. Cada modo está representado por el modo espacial  $f_i(x)$  y la amplitud direccional  $g_i(\varphi)$ .

*Media Direccional*



*Modo 1*



*Modo 2*

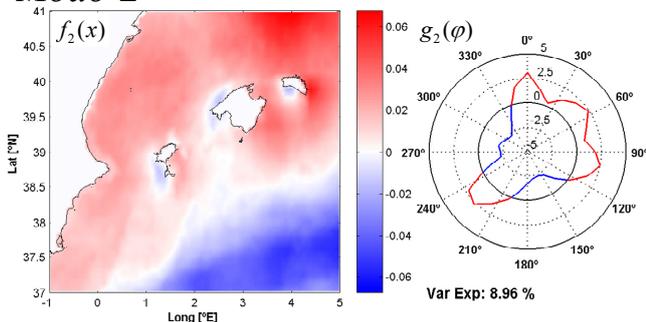


Figura 9.9. Media direccional  $\psi_M(x)$  y dos primeros modos del parámetro  $\psi(x, \varphi)$  de la distribución GEV de  $H_s$  para la zona de calibración. Cada modo está representado por el modo espacial  $f_i(x)$  y la amplitud direccional  $g_i(\varphi)$ .

En la figura 9.10 se representa  $\xi_M(x)$  y los dos primeros modos espaciales ( $f_1(x)$  y  $f_2(x)$ ) con sus respectivas amplitudes direccionales ( $g_1(\varphi)$  y  $g_2(\varphi)$ ) de  $\xi(x, \varphi)$ . Siendo el

porcentaje de varianza explicada por cada uno de los dos primeros modos el 35.00% y el 15.75%, mucho menores que las de los dos primeros modos de  $\mu$  y  $\psi$ , siendo necesarios 12 modos para poder explicar el 90%. La variable  $\xi_M(x)$  es positiva al Oeste de la zona de estudio, lo que denota un comportamiento de los oleajes tipo Frechet, en cambio al Noreste de Menorca los oleajes tienen un comportamiento más próximo al tipo Weibull de mínimos, pues es negativo. Así mismo, el primer modo se podría interpretar como que los oleajes del Noreste tienen un comportamiento más torrencial alrededor de Ibiza,

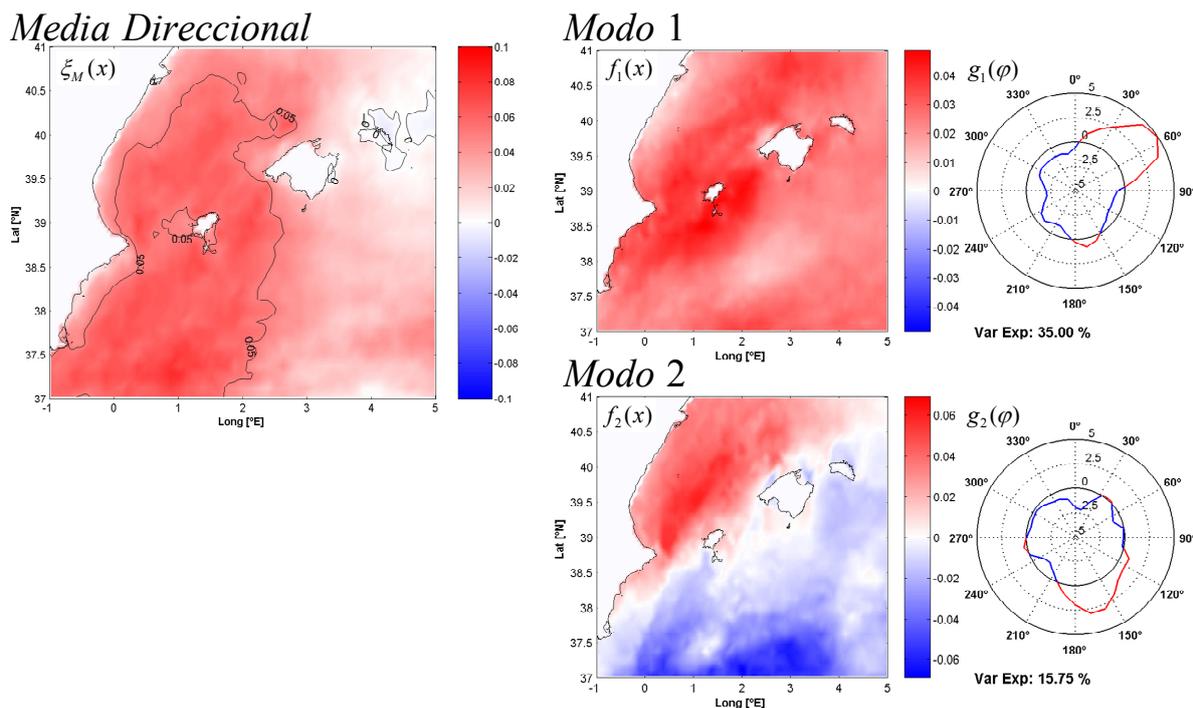


Figura 9.10. Media direccional  $\xi_M(x)$  y dos primeros modos del parámetro  $\xi(x, \varphi)$  de la distribución GEV de  $H_s$  para la zona de calibración. Cada modo está representado por el modo espacial  $f_i(x)$  y la amplitud direccional  $g_i(\varphi)$ .

Una vez calculados los modos de  $\mu(x, \varphi)$ ,  $\psi(x, \varphi)$  y  $\xi(x, \varphi)$  en la zona de calibración, se seleccionan los  $p$  primeros modos (de los  $n$  que existen) que expliquen como mínimo el 90% de la variable  $z(x, \varphi) - z_M(x)$ , siendo necesarios 32 modos para representar el 100%. De esta forma, para este estudio se utiliza  $p = 15$ , simplificándose las dimensiones del problema, pues con 15 de los 1342 modos se explica más del 90% de la varianza de cada variable. Por lo que se considera  $z'(x, \varphi)$  una suficientemente buena aproximación de  $z(x, \varphi)$ :

$$z'(x, \varphi) = z_M(x) + f_1(x)g_1(\varphi) + f_2(x)g_2(\varphi) + \dots + f_i(x)g_i(\varphi) + \dots + f_p(x)g_p(\varphi) \quad (9.2)$$

Por lo tanto, el régimen medio direccional se considera ahora definido por  $\mu'(x, \varphi)$ ,  $\psi'(x, \varphi)$  y  $\xi'(x, \varphi)$ , formándose cada uno de ellos por la suma de la media direccional y los 15

primeros modos, lo que garantiza mantener la correlación espacial entre los regímenes medios direccionales.

### 9.3.3. Parametrización.

Una vez que se tiene la descomposición en EOF de cada  $z(x, \varphi)$ , hay que introducir una serie de parámetros que distorsionen estos campos espacio-direccionales para permitir que se adapten a los datos instrumentales. Se asume como hipótesis que el valor calibrado  $z_c(x, \varphi)$  de la variable  $z(x, \varphi)$  es una combinación lineal de su media direccional y cada uno de sus  $p = 15$  primeros modos, de tal manera que a partir de  $z'(x, \varphi)$  se puede expresar  $z_c(x, \varphi)$  como:

$$z_c(x, \varphi) = b_0 z_M(x) + b_1 f_1(x) g_1(\varphi) + b_2 f_2(x) g_2(\varphi) + \dots + b_i f_i(x) g_i(\varphi) + \dots + b_q f_q(x) g_q(\varphi) + \dots + f_{q+1}(x) g_{q+1}(\varphi) + \dots + f_p(x) g_p(\varphi) \quad (9.3)$$

donde  $\Theta^z = \{b_0, b_1, b_2, \dots, b_i, \dots, b_q\}$  es el vector de parámetros de  $z_c(x, \varphi)$ , siendo  $q = 8$  el mayor modo que tiene una parametrización lineal.

Los parámetros  $\Theta^z$  son los coeficientes lineales que aumentan (si son mayores que 1) o disminuyen (si son menores que 1) cada uno de los sumandos de  $z_c(x, \varphi)$ , siendo  $b_0$  el que modifica a la media direccional y el resto a cada uno de los  $q = 8$  modos ( $b_i$  afecta al modo  $i$ -ésimo). Pero con estos parámetros lineales no se consigue distorsionar suficientemente cada  $z_c(x, \varphi)$  para lograr que se aproximen a los datos instrumentales. Para conseguir una mayor distorsión de  $z_c(x, \varphi)$ , se define  $b_0$  como una superposición de ondas sinusoidales continuas que dependen de  $\varphi$  en la forma:

$$b_0(\varphi) = b_{0,0} + \sum_{j=1}^{n_\theta} \left[ b_{0,2j-1} \cos\left(\frac{2\pi j}{360} \varphi\right) + b_{0,2j} \sin\left(\frac{2\pi j}{360} \varphi\right) \right] \quad (9.4)$$

donde  $b_{0,0}$  es el parámetro que representa el valor medio de  $b_0$  sobre el que oscilan las  $n_\theta = 4$  ondas sinusoidales que se toman para esta aplicación, que son modificadas a su vez por los parámetros  $b_{0,2j-1}$  y  $b_{0,2j}$ .

Por lo que finalmente el vector de parámetros a estimar de cada una de las tres  $z_c(x, \varphi)$  es  $\Theta^z = \{b_{0,0}, b_{0,1}, b_{0,2}, \dots, b_{0,2j}, \dots, b_{0,2n_\theta}, b_1, b_2, \dots, b_i, \dots, b_q\}$ , que como  $q = 8$  y  $n_\theta = 4$  son un total de  $(1 + 2n_\theta) + q = 17$  parámetros. Es importante señalar que al introducir más distorsiones direccionales a otros parámetros como  $b_1$  no se obtienen mejoras significativas en los resultados finales, por eso se ha limitado su utilización a  $b_0$ .

Otro aspecto a tener en cuenta es que se trata de deformar ligeramente los campos espacio-direccionales de las variables. Si se distorsionan demasiado, se puede llegar a reproducir los datos instrumentales, pero a costa de dar valores anómalos en otras posiciones en las que no se puede evaluar el error cometido. Por eso se acota el valor de todos los coeficientes a valores comprendidos entre 0.4 y 2.5, para que oscilen en torno al valor 1, salvo los parámetros de las ondas sinusoidales ( $b_{0,2j-1}$  y  $b_{0,2j}$ ) que oscilan alrededor de 0, entre -0.25 y 0.25.

### 9.3.4. Minimización del error.

Una vez definida cada  $z_C(x, \varphi; \Theta^z)$ , con  $\Theta^z = \{b_{0,0}, b_{0,1}, b_{0,2}, \dots, b_{0,2j}, \dots, b_{0,2n_\theta}, b_1, b_2, \dots, b_i, \dots, b_q\}$  de forma que se tienen caracterizados los regímenes medios direccionales de SIMAR-44 con los tres parámetros de la distribución GEV,  $\mu_C(x, \varphi; \Theta^\mu)$ ,  $\psi_C(x, \varphi; \Theta^\psi)$  y  $\xi_C(x, \varphi; \Theta^\xi)$ , se estiman los valores de  $\Theta^\mu$ ,  $\Theta^\psi$  y  $\Theta^\xi$ . De forma que se tiene que estimar  $\Theta = \{\Theta^\mu, \Theta^\psi, \Theta^\xi\}$ , sumando un conjunto de  $3((1 + 2n_\theta) + q) = 51$  parámetros.

Para hallar  $\hat{\Theta}$  se evalúa la diferencia entre los cuantiles de SIMAR-44 y los de los datos instrumentales (boya de Mahón y satélites) en las posiciones y sectores direccionales donde hay un suficiente número de datos instrumentales ( $n_{INST}(x, \varphi) > 100$ ). Denotándose por  $H_{s\ INST}(x, \varphi, Pr)$  a los cuantiles de los datos instrumentales, ya sean boyas o satélites, y por  $H_{s\ CAL}(x, \varphi, Pr; \Theta)$  los cuantiles de SIMAR-44 calibrados, que están definidos a partir de los regímenes medios direccionales de los ajustes GEV de la forma siguiente:

$$H_{s\ CAL}(x, \varphi, Pr; \Theta) = \mu_C(x, \varphi; \Theta^\mu) - \frac{\psi_C(x, \varphi; \Theta^\psi)}{\xi_C(x, \varphi; \Theta^\xi)} \left( 1 - (-\log(Pr))^{-\xi_C(x, \varphi; \Theta^\xi)} \right) \quad (9.5)$$

Resulta, finalmente, un problema de optimización en el cual se debe definir la función objetivo a minimizar,  $J(\Theta)$ , que se define en la ecuación 9.6, en la que el primer término que es el error cuadrático relativo ponderado entre los cuantiles de los datos instrumentales y los de SIMAR-44 y el segundo introduce la mínima variación del régimen extremal de SIMAR-44 (MVRExt), añadiendo el último cuantil de SIMAR-44 sin calibrar al error cuadrático relativo ponderado.

$$\begin{aligned}
 J(\Theta) = & \frac{\sum_{i=1}^{np_{INST}} \sum_{j=1}^{n_{\varphi}} \sum_{k=1}^{n_{Pr}} \left[ \frac{H_{s\ INST}(x_i, \varphi_j, Pr_k) - H_{s\ CAL}(x_i, \varphi_j, Pr_k; \Theta)}{H_{s\ INST}(x_i, \varphi_j)} \right]^2 W_{INST}(x_i, \varphi_j, Pr_k)}{\sum_{i=1}^{np_{INST}} \sum_{j=1}^{n_{\varphi}} \sum_{k=1}^{n_{Pr}} W_{INST}(x_i, \varphi_j, Pr_k)} + \dots \\
 & \dots + \frac{\sum_{i=1}^{np_{INST}} \sum_{j=1}^{n_{\varphi}} \left[ \frac{H_s(x_i, \varphi_j, Pr_{max}) - H_{s\ CAL}(x_i, \varphi_j, Pr_{max}; \Theta)}{H_s(x_i, \varphi_j, Pr_{max})} \right]^2 W(x_i, \varphi_j, Pr_{max})}{\sum_{i=1}^{np_{INST}} \sum_{j=1}^{n_{\varphi}} W(x_i, \varphi_j, Pr_{max})}
 \end{aligned} \tag{9.6}$$

donde  $\overline{H_{s\ INST}(x_i, \varphi_j)}$  es el término que relativiza el error y es la media de los cuantiles instrumentales de cada sector direccional y de cada posición;  $np_{INST}$  es el número de posiciones de SIMAR-44 donde hay datos instrumentales;  $n_{\varphi}$  es el número de sectores direccionales de cada posición donde hay datos instrumentales;  $n_{Pr}$  es el número de cuantiles de comparación válidos para cada sector direccional y cada posición;  $Pr_{max}$  es la probabilidad del mayor cuantil de SIMAR-44 de cada sector direccional y de cada posición;  $W_{INST}(x_i, \varphi_j, Pr_k) = \sqrt{n_{INST}(x_i, \varphi_j) Pr_k (1 - Pr_k)}$  es el factor de ponderación de los datos instrumentales, en el que  $n_{INST}(x_i, \varphi_j)$  es el número de datos instrumentales que hay en cada posición y en cada sector direccional;  $W(x_i, \varphi_j, Pr_{max}) = \sqrt{n(x_i, \varphi_j) Pr_{max} (1 - Pr_{max})}$  es el factor de ponderación de SIMAR-44, en el que  $n(x_i, \varphi_j)$  es el número de datos SIMAR-44 que hay en cada posición y en cada sector direccional.

Una vez definida la función objetivo, se estima la combinación de  $\Theta$  que produce el mínimo error cuadrático relativo ponderado y con MVRExt entre los regímenes de SIMAR-44 calibrados y los de las boyas de la zona. Para ello se minimiza la función objetivo mediante el método *Shuffled Complex Evolution*, SCE-UA (Duan *et al.*, 1992), obteniendo los parámetros de calibración de  $\mu_C(x, \varphi)$ ,  $\psi_C(x, \varphi)$  y  $\xi_C(x, \varphi)$ , válidos para la zona de estudio.

Cabe subrayar que la definición de la función objetivo a minimizar ha sido objeto de numerosas pruebas (al igual que la definición de la parametrización final introducida en los modos). A modo de ejemplo, en la figura 9.11 se muestra la influencia del segundo término de la ecuación 9.6 (MVRExt). Para ello se presentan los regímenes de dos posiciones de SIMAR-44 en las que existen suficientes datos de satélites como para definir los dos regímenes medios direccionales presentados en la figura. A pesar de ello, con los datos de satélites no se consigue definir cuantiles de probabilidades de no excedencia tan extremos como con los de SIMAR-44, por lo que no existe información instrumental como para modificar la rama alta de estos regímenes medios. Pero cuando no se introduce el término MVRExt se obtiene una calibración que distorsionan los oleajes más energéticos sin ninguna fidelidad, no ajustándose ni a los datos instrumentales, ni a los datos originales. En cambio

estas situaciones no se producen cuando sí se introduce el término de MVRExt en  $J(\Theta)$ , por eso esta definición es la elegida en la presente metodología.

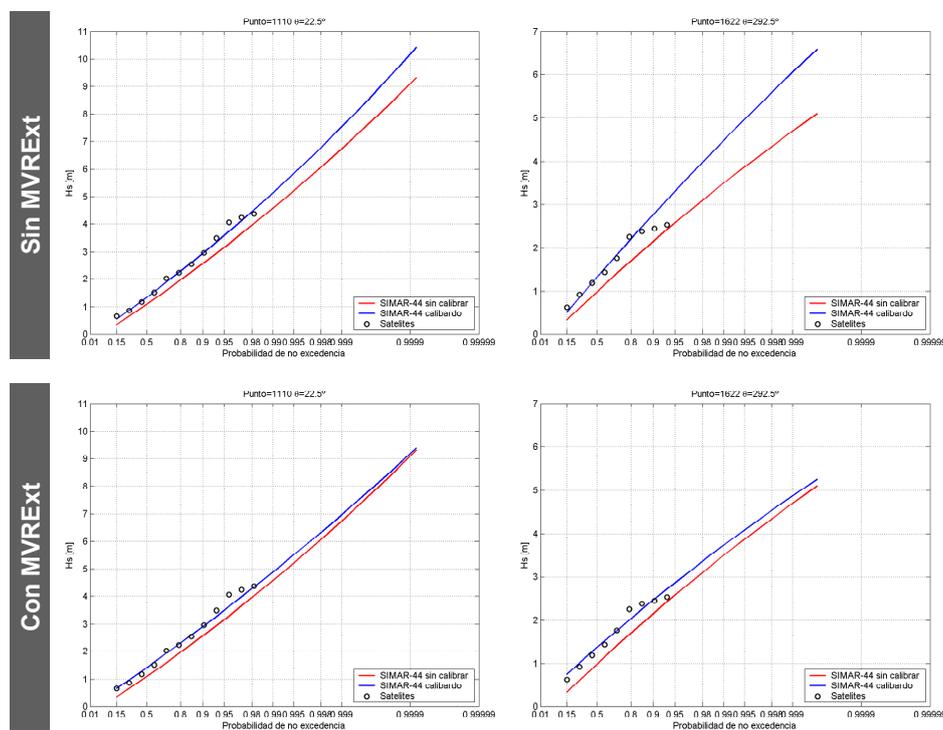


Figura 9.11. Representación de dos ejemplos de calibración del régimen medio direccional en el que se varía  $J(\Theta)$ , en la parte superior no tiene el término MVRExt y en la parte inferior si lo tiene.

### 9.3.5. Calibración de las series temporales.

Finalmente, una vez que se tienen los regímenes medios direccionales calibrados es inmediato determinar la relación de calibración direccional para cada punto de la zona de estudio, de forma que se recupera la información de las series temporales. De esta manera, a partir de los regímenes (calibrados y sin calibrar) se pueden determinar los cuantiles de comparación de cada sector direccional con los que se ajusta el modelo paramétrico potencial constituido por superposición de ondas sinusoidales (ver ecuación 5.7 del capítulo 5). Dicho modelo de calibración, ajustado a partir de cuantiles, puede ser finalmente utilizado para calibrar direccionalmente las series temporales de  $H_s$ . Se sigue así la metodología de calibración puntual direccional  $QQ$  anteriormente descrita.

En concreto, se estima una relación potencial de las series de  $H_s$  de SIMAR-44 direccionalmente continua, para cada posición, del tipo  $H_{s\text{ CAL}}(\theta) = b(\theta)H_s(\theta)^{c(\theta)}$  con la metodología de calibración puntual direccional  $QQ$  con ponderación de cuantiles y MVRExt definida completamente en el apartado 5.3.2.3, por ello se evita su explicación de nuevo en

este apartado. Simplemente, y a modo de ejemplo, en la figura 9.12 se muestra el ajuste final de  $b(\theta)$  y  $c(\theta)$  determinado para la posición de la boya de Mahón.

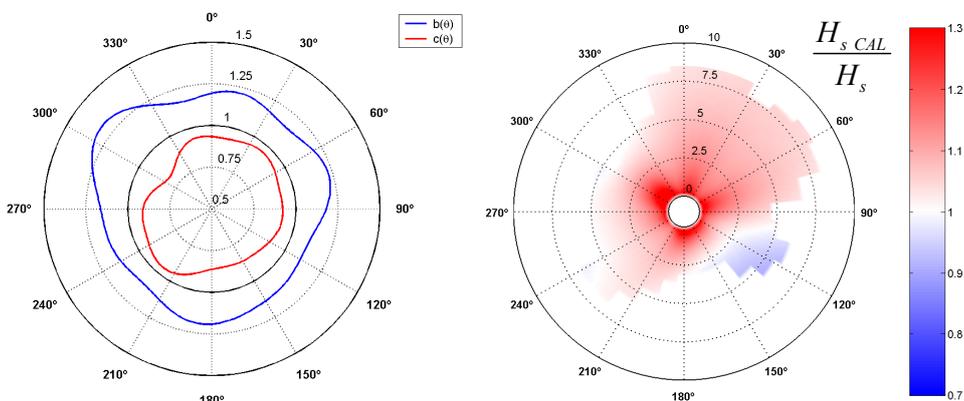


Figura 9.12. Representación de los parámetros del modelo de calibración direccional (izquierda) y la fracción de corrección que impone dicha calibración sobre  $H_s$  (derecha), para la posición de la boya de Mahón.

Al igual que para la posición de la boya de Mahón, se determina la relación final de calibración direccional para todos y cada uno de los puntos de la zona de estudio ( $b(x, \theta)$  y  $c(x, \theta)$ ); mostrándose en la figura 9.13 únicamente la distribución espacial de  $b_0$  y  $c_0$ , que son los parámetros medios de la calibración final sobre la que oscilan las diferentes ondas sinusoidales ( $n_\theta = 6$ ). Se puede comprobar que la calibración realizada no modifica drásticamente la base de datos de SIMAR-44, pues los parámetros  $b_0(x)$  y  $c_0(x)$  no difieren mucho de 1 (al igual que pasaba en la figura 8.14 con los parámetros finales de la calibración espacial escalar,  $b(x)$  y  $c(x)$ , del capítulo 8). También se puede observar que la variación espacial de dichos parámetros es suave, lo que es una muestra de que se han mantenido las correlaciones espaciales con la calibración, pues es lógico pensar que nodos de reanálisis próximos necesiten correcciones similares.

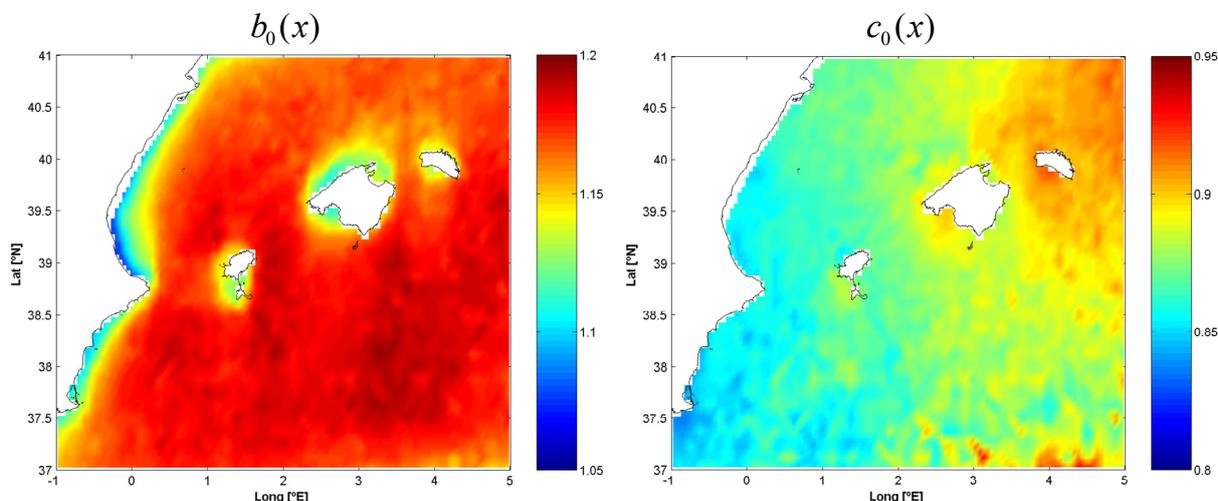


Figura 9.13. Distribución espacial de los parámetros  $b_0(x)$  y  $c_0(x)$  del modelo de calibración direccional final, para la zona de estudio.

## 9.4. Resultados y validación.

Para verificar que la calibración espacial direccional es correcta y comparar con los resultados del resto de calibraciones (espacial escalar y puntuales), a partir de la relación de calibración direccional de la posición de la boya de Mahón (ver figura 9.12) se calibra la serie de  $H_s$  de SIMAR-44 en la posición de la boya y se compara con los datos coincidentes de la boya de Mahón. Esto se muestra en la parte izquierda de la figura 9.14, en la que se comprueba la gran mejora de los parámetros cuantitativos medios con la calibración. Así mismo, el comportamiento de los regímenes medios mejora, pues los cuantiles medios calibrados se aproximan a la bisectriz, comprobándose que el régimen medio-alto se corrige perfectamente, y no se sobreestima, como ocurría con la calibración espacial escalar. Esto es debido al cuidado que se ha tenido durante todo el proceso de calibración para caracterizar lo mejor posible la rama alta del régimen medio, primeramente utilizando la distribución GEV, posteriormente introduciendo el término MVRExt en la función objetivo a minimizar y finalmente con la definición de la relación final de calibración de las series de  $H_s$  con la metodología de calibración puntual  $QQ$  direccional ponderada y con MVRExt. De hecho estos resultados de verificación con la boya de Mahón llegan casi a tener la calidad de los de la calibración puntual  $QQ$  direccional con los datos de la boya de Mahón.

En la parte derecha de la figura 9.14 se valida la calibración espacial direccional de la posición de Mahón, utilizando los datos de satélites coincidentes, aunque algunos de ellos han sido utilizados también para calibrar. Se comprueba que el régimen medio, tras la calibración, es casi coincidente con la bisectriz y que todos los parámetros cuantitativos medios mejoran con la calibración, validando la bondad del método. De hecho estos resultados son mejores que los de la calibración espacial escalar y que los de las calibraciones puntuales paramétricas, siendo del orden de los de la calibración no paramétrica direccional (ver figura 7.22 del capítulo 7).

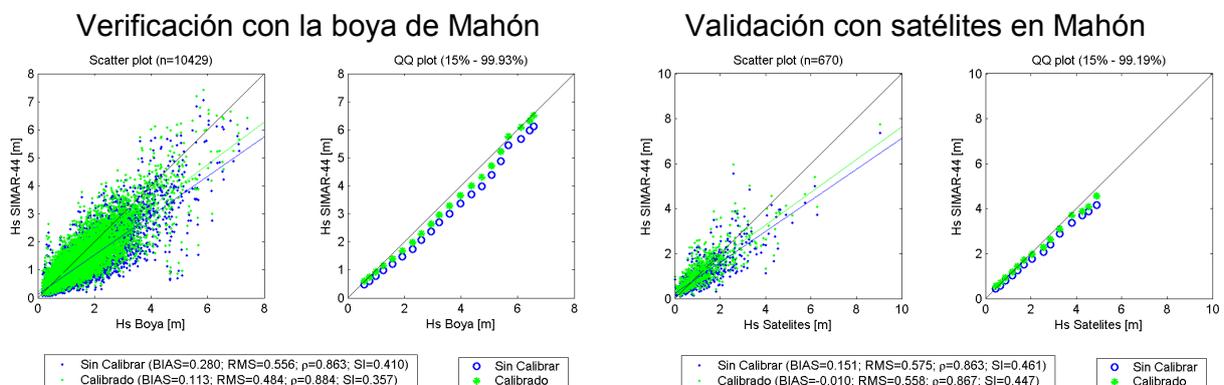


Figura 9.14. Calibración direccional de la serie de  $H_s$  de SIMAR-44 en la posición de la boya de Mahón, verificando con los datos coincidentes de la boya (izquierda) y validando con datos de satélite que distan menos de  $0.5^\circ$  de la posición de la boya (derecha).

En la figura 9.15 se muestran las series temporales de los datos de  $H_s$  de SIMAR-44 sin calibrar y calibrados y la serie de datos de la boya de Mahón. Se puede comprobar el buen ajuste logrado tras la calibración, mejor que el logrado con la calibración espacial escalar (ver figura 8.16 del capítulo 8) y del orden del obtenido con la calibración puntual  $QQ$  ponderado y MVRExt (ver figura 5.23 del capítulo 5). Se puede verificar que distintos oleajes con el mismo nivel energético, incorporan calibraciones diferentes en función de su dirección de procedencia.

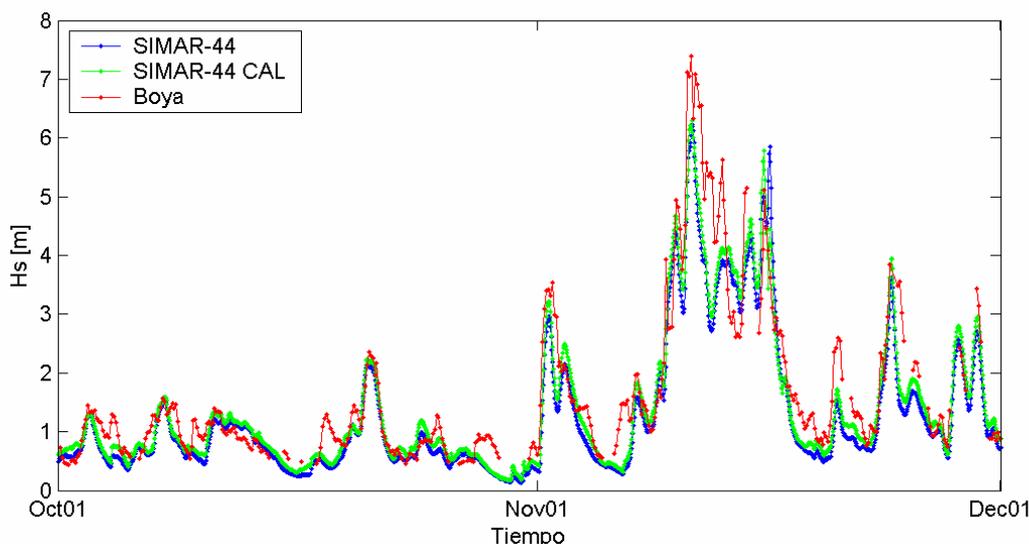


Figura 9.15. Serie temporal de dos meses de datos de  $H_s$  de la boya de Mahón y de SIMAR-44 sin calibrar y calibrados con la metodología de calibración espacial direccional.

Para validar los resultados de la calibración en toda la zona calibrada, se calibra direccionalmente toda la base de datos de  $H_s$  de SIMAR-44, comparándose con los datos coincidentes de satélites de dicha zona de estudio que no habían sido utilizados para calibrar (casi un 60% del total). En la figura 9.16 se comprueba que todos los parámetros cuantitativos medios mejoran notablemente con la calibración y que el régimen calibrado presenta una distribución más próxima a la bisectriz que antes de calibrar, obteniéndose mejores resultados que los de la validación de la calibración espacial escalar de la figura 8.17. Por todo ello, puede considerarse que la calidad de los datos mejora con la calibración espacial direccional y que cuando no se tiene información suficiente para corregir la rama medio-alta de los regímenes medios direccionales, no se modifican, siendo una metodología de calibración robusta y muy segura.

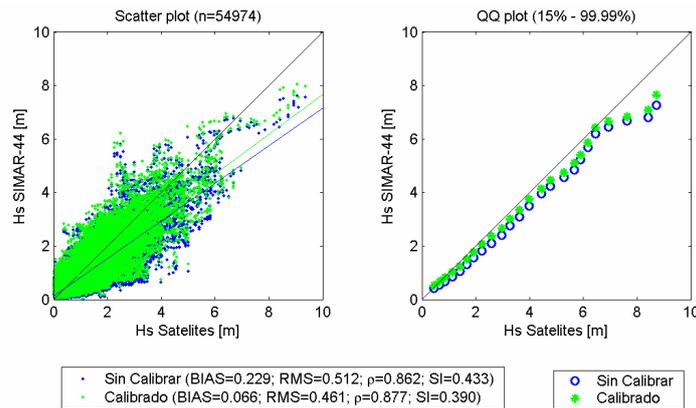


Figura 9.16. Validación de la calibración espacial direccional de las series de  $H_s$  de SIMAR-44 de la zona de estudio con los datos coincidentes de satélites de toda la zona.

## 9.5. Conclusiones.

A continuación se resume una serie de conclusiones a las que se ha llegado en el presente capítulo 9:

- Se ha desarrollado una compleja metodología de calibración espacial direccional que complementa y mejora la metodología de calibración espacial escalar. Cabe señalar que las calibraciones espaciales surgen de la necesidad de calibrar el oleaje en una posición, utilizando información instrumental que tiene climas marítimos en profundidades indefinidas distintos a los de la posición de interés, aprovechando las relaciones espaciales de los datos de reanálisis. La metodología direccional consigue calibrar los datos de oleaje de toda una zona, determinando una relación de calibración potencial final del tipo  $Y = b(\theta)X^{c(\theta)}$ , para cada nodo del reanálisis de la zona calibrada.
- La metodología de calibración espacial, tras el ajuste de los regímenes medios direccionales de toda la zona de estudio a funciones de distribución dadas, descompone los parámetros de dichas funciones de distribución en modos, utilizando la técnica clásica de descomposición de variables bidimensionales en EOFs. Con la parametrización de dichos modos se permite la distorsión de los regímenes medios para que se aproximen a los de los datos instrumentales. Tras la calibración de dichos regímenes, se han ajustado las relaciones finales de calibración en cada punto, mediante calibraciones puntuales  $QQ$  direccionales ponderadas y MVRExt, consiguiendo calibrar toda la base de datos de reanálisis.
- Para resolver los complicados problemas de minimización de las funciones objetivo con las que se estiman los parámetros de las relaciones de calibración, ha sido

imprescindible la implementación del algoritmo de optimización de problemas de alta dimensionalidad SCE-UA.

- La metodología de calibración espacial direccional se ha aplicado a la  $H_s$  de SIMAR-44 de una zona del mar Mediterráneo que cubre Valencia y las Islas Baleares (coincidente con la zona de aplicación del método espacial escalar), utilizando para calibrar sólo información instrumental en profundidades indefinidas, por eso únicamente se procesa la información de la boya de Mahón y el 40% de los datos de satélites para calibrar, dejando el 60% de los datos de satélites para validar. Dicha metodología de calibración presentada puede extenderse a cualquier base de datos de variables geofísicas obtenidas mediante modelos de reanálisis.
- Los resultados obtenidos con la calibración espacial direccional tienen una muy buena calidad, similar a la lograda con la calibración puntual direccional  $QQ$ .
- Se ha utilizado de manera novedosa la función de distribución GEV para ajustar los regímenes medios direccionales. Demostrándose que la GEV es la función de distribución que representa mejor todo el intervalo de probabilidades. De hecho, de forma general, se obtienen mejores resultados para el ajuste de los regímenes medios direccionales de  $H_s$  y  $T_m$  en el Mediterráneo con la función de distribución GEV que con otras clásicas como la Lognormal, Gumbel de máximos o Weibull de mínimos.



