MODELADO ZONAL DE SUPERFICIES PARA EL COMPORTAMIENTO MULTIFOCAL DE UN SISTEMA ÓPTICO

Sofía Saiz Ávila

Director: Dr. José María Saiz Vega

Codirector: Dra. Dolores Ortiz Márquez

Trabajo Fin de Carrera, Licenciado en Física

Facultad de Ciencias, Universidad de Cantabria

Octubre 2012

RESUMEN

El objetivo de este Trabajo Fin de Carrera es simular el comportamiento de una superficie bizonal (formada por dos zonas ópticas cada una con su propia curvatura) utilizando un modelo sencillo de ojo y un desarrollo de trazado de rayos geométrico. Con esta superficie se pretende simular y comprender el mecanismo de corrección quirúrgica de la presbicia sobre el ojo humano.

El desarrollo del proyecto está centrado en el estudio de las imágenes de un punto objeto sobre el eje colocado a diferentes distancias del ojo y en distintas condiciones de iluminación (distintas aperturas pupilares). Para realizar el cálculo se han elaborado en MatLab un conjunto de programas específicos para este trabajo que nos han permitido simular un modelo geométrico de trazado de rayos. De esta forma, a un punto objeto le corresponde un diagrama de impactos sobre la retina, o mancha imagen, que es la versión realista del punto imagen. Para estos diagramas de impactos calculamos su histograma de distancias al eje o su densidad superficial de rayos.

El programa ha sido primeramente testeado sobre una sola superficie esférica y para objetos en el infinito observándose que los resultados son consistentes con la existencia de aberración esférica (objeto puntual en el eje). Este tipo de aberración contribuye a que los rayos más marginales corten al eje óptico mucho antes del plano imagen paraxial.

Posteriormente se analiza la superficie bizonal, en la que la zona interna de la pupila se dedica a una visión próxima y la zona periférica a visión lejana. De nuevo, los resultados, para todas las distancias y aperturas, son consistentes con el modelo, con la situación simulada y con el efecto de la aberración esférica.

Por último, a modo de aplicación del estudio realizado, se buscará una optimización sencilla del radio externo para compensar el efecto de la aberración esférica.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN 1

1.1 Motivación y objetivos 1
1.2 Estado del arte 2
1.3 Metodología 3

2. TEORÍA 4

2.1. El ojo 4
2.1.1 Anatomía y fisiología 4
2.1.2 Presbicia 6
2.1.3 Cirugía refractiva asociada: Técnica presbyLASIK 10
2.2 Modelo de ojo reducido 12
2.3 Trazado de rayos 15
2.3.1 Descripción 15
2.3.1.1 Objeto en el infinito 19
2.3.1.2 Objeto sobre el eje 20
2.3.2 Diagramas de impactos 22
2.3.2.1 Interpretación 24
2.3.2.2 PSF o "Point Spread Function" 26

3. RESULTADOS 28

3.1 Superficie esférica 28
3.2 Superficie bifocal 38
3.2.1 Descripción de las zonas y cálculo de radios 38
3.2.2 Cálculo bifocal 39
3.3 Superficie optimizada 49

4. CONCLUSIONES 53

4.1 Tareas Realizadas 53
4.2 Resultados y conclusiones 53
4.3 Posibilidades futuras 54

REFERENCIAS 55

APÉNDICE: Programas de MatLab 56

Capítulo 1
INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación y objetivos

El ojo es un sistema óptico formado por 4 superficies ópticas asféricas y medios acuosos intermedios de distinto índice de refracción, que puede ser modelizado de manera sencilla mediante modelos simplificados. Su funcionamiento puede ser analizado mediante trazado de rayos al igual que se hace con los instrumentos ópticos. El hecho de que pueda ser modelizado de esta forma implica que cualquier intervención sobre el ojo (desde unas gafas hasta una cirugía refractiva) pueda ser simulada, habiendo la posibilidad de un proceso de optimización.

La presbicia es un defecto de la visión próxima relacionado con la pérdida de acomodación del cristalino del ojo con la edad. Está motivada por la pérdida de elasticidad del cristalino del ojo y se manifiesta por un alejamiento progresivo del punto próximo (punto más cercano para que el ojo forme imágenes nítidas sobre la retina). Es una característica general que empieza a suponer un problema en la población de edad entre los 45 – 50 años y que va empeorando con el paso del tiempo. Una de las formas de reducir este problema, que generalmente va unido a otras ametropías, tales como la miopía o hipermetropía, son los tratamientos quirúrgicos en plano corneal. Estos tratamientos tienen como finalidad el aumentar la capacidad de enfoque del sistema ocular tallando mediante un láser excímero, una superficie corneal multifocal.

El objetivo de este Trabajo Fin de Carrera es estudiar un diseño de superficie multifocal, formada por dos zonas ópticas (diferentes radios de curvatura) utilizando un modelo sencillo de ojo. Mediante trazado de rayos se pretende analizar la imagen ocular obtenida con dicha superficie, para objetos lejanos y cercanos. Finalmente, como aplicación se implementará la superficie diseñada en un ojo présbita, tratando de entender el funcionamiento de la cirugía refractiva de la presbicia.

Para llevar a cabo todos los objetivos de este proyecto, se ha trabajado con un modelo teórico de ojo de una superficie sobre el que se ha realizado un trazado de rayos. Todos los programas utilizados han sido desarrollados en MatLab expresamente para este trabajo.

1.2 Estado del arte

Actualmente se analizan los tratamientos y acciones sobre el ojo de forma individualizada, mediante modelos de ojo personalizados y análisis de calidad óptica (trazado de rayos o frente de ondas). Se trata de modelos de ojo complejos que utilizan un gran número de variables. Sin embargo, sus principios de funcionamiento se entienden sobre modelos más sencillos [1]. Así hoy día se optimiza el diseño de lentillas, lentes intraoculares o cirugía refractiva.

En cuanto a la presbicia, la única forma de reducir este problema hasta hace poco tiempo, era mediante el uso de las llamadas "gafas de ver". Estas gafas, dependiendo del número de zonas ópticas en que se divide su lente pueden ser bifocales o progresivas. Las primeras están hechas de una lente formada por dos zonas ópticas, y por tanto poseen dos graduaciones: la de lejos y la de cerca. Las segundas en cambio, están hechas de una lente que posee varias graduaciones y que por tanto permite ver correctamente objetos a diferentes distancias.

En las últimas décadas, el campo de la oftalmología ha conseguido grandes avances, algunos de ellos debidos a la aparición de la cirugía refractiva. Este tipo de cirugía, corrige los defectos refractivos modificando el radio de curvatura de la cara anterior de la córnea, tallando la misma mediante un haz láser. En particular, una de las técnicas desarrolladas es la técnica LASIK ("laser – in – situ keratoumileusis") con la que se talla la capa interna de la córnea denominada estroma [2].

La aparición de esta técnica, ha supuesto que hoy en día, la ablación láser multifocal (técnica presbyLASIK) se haya convertido en un tratamiento muy común para los pacientes con presbicia. El objetivo de esta técnica es lograr una córnea multifocal capaz de corregir defectos en la visión lejana (miopía o hipermetropía) al tiempo que se reducen simultáneamente los problemas de visión cercana (presbicia). Para diseñar dicha superficie, se han considerado diferentes algoritmos, que posteriormente han provocado la aparición de dos formas de

tratamiento diferentes basadas en la propia técnica presbyLASIK. La primera de ellas se ha denominado presbyLASIK central y consiste en crear una zona central diseñada para proporcionar visión cercana. La segunda de ellas, o presbyLASIK periférico, corrige la zona media – periférica para visión cercana. Para ambos tratamientos los resultados obtenidos han sido razonables, siendo la elección del tratamiento en cada caso una cuestión abierta y que depende tanto de las preferencias del cirujano como del estilo de vida del paciente (trabajos de ordenador, trabajos nocturnos, grupos de edad, actividades, etc) [3].

1.3 Metodología

El Trabajo Fin de Carrera desarrollado se ha estructurado en capítulos. A continuación, se hace una breve descripción de lo realizado en cada uno.

El capítulo 2, representa el marco teórico en que se sitúa este proyecto. En él se estudian las diferentes partes que constituyen el ojo y se detalla en profundidad en qué consiste el problema de la presbicia y sus diferentes formas de corrección. Posteriormente, se explica cómo se ha modelado el sistema ocular utilizando un modelo de ojo teórico (modelo de rojo reducido de Le Grand – El Hage) y se describe en detalle el proceso del trazado de rayos, pues se van a estudiar las imágenes obtenidas de un objeto en el eje a diferentes distancias de nuestro sistema. En la última parte de este capítulo se explican cada una de las formas de representación utilizadas para mostrar los resultados obtenidos.

En el capítulo 3, mostraremos y analizaremos todos los resultados obtenidos tras implementar en MatLab los programas creados para lograr los objetivos de este proyecto.

Finalmente, en el capítulo 4 se resumirán los resultados más importantes y se expondrán las conclusiones más relevantes del trabajo, así como las posibilidades futuras que puedan dar un análisis más detallado del mismo.

Capítulo 2

TEORÍA

2.1. El ojo

2.1.1 Anatomía y fisiología

El ojo es el órgano que detecta la luz y constituye la base del sentido de la vista. En su conjunto, es una estructura aproximadamente esférica de unos 25 mm de diámetro que presenta un ligero abombamiento sobre su superficie delantera denominado córnea.

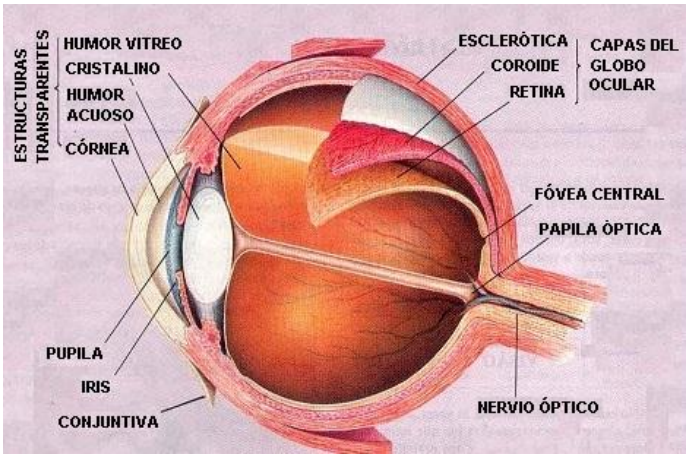

Figura 2.1: Esquema general del ojo humano [4].

Como puede apreciarse en la Figura 2.1, la parte exterior del ojo se encuentra cubierta por tres capas, la más externa recibe el nombre de esclerótica y ocupa la mayor parte de la superficie ocular. Su función es meramente protectora, dando rigidez al globo ocular. En la parte más anterior de la esclerótica se encuentra la córnea.

Debajo de esta capa se encuentra una capa media denominada úvea, dividida a su vez en tres partes: la coroides, el cuerpo ciliar y el iris. La coroides es una membrana muy vasculizada cuya función principal es la de asegurar el aporte de nutrientes a las distintas partes del ojo. También se encarga de mantener una temperatura constante y adecuada para el globo ocular y debido a su color oscuro conseguido gracias a la melanina que contiene, actúa de pantalla pigmentaria

impidiendo así el paso de luz al interior del ojo por zonas incorrectas. La coroides, se inicia en la parte posterior del ojo donde es más gruesa y termina en el denominado cuerpo ciliar. Este cuerpo ciliar, tiene una forma triangular y está formado por los procesos ciliares, encargados de secretar o verter el humor acuoso en la cámara anterior (espacio entre la córnea y el cristalino), y por los músculos ciliares, encargados de variar la curvatura del cristalino. Este es el mecanismo adaptativo del ojo humano, por el que puede enfocar objetos a diferentes distancias. Por último, el iris se encarga de regular la cantidad de luz que entra en el ojo.

La capa más interna de todas es la retina, que envuelve las ¾ partes del globo ocular, esta capa se encuentra formada por gran cantidad de células sensibles a la luz denominadas fotorreceptores. Las hay de dos tipos: los conos para la percepción del color (activados en la visión diurna) y los bastones para la visión en blanco y negro y los más activados en visión nocturna. En su parte posterior (centro del fondo del ojo) la retina presenta una pequeña depresión de aproximadamente 1.5 mm de diámetro denominada fóvea. La parte central de esta, conocida con el nombre de foveola tiene tan solo 0.4 mm de diámetro y es donde se alcanza la mayor agudeza visual. Fuera de esta zona, la agudeza visual disminuye progresivamente. En particular, existe una zona de la retina denominada papila que conecta ésta con el nervio óptico y es totalmente ciega.

Para finalizar con este apartado, faltaría hablar de la cavidad interior del ojo, la cual esta dividida en dos cámaras, una llamada cámara anterior, ya mencionada, y otra cámara posterior. La primera de las dos contiene al humor acuoso y se encuentra limitada por la córnea y el cristalino. La segunda de ellas en cambio se encuentra limitada por el cristalino y la retina y contiene el humor vítreo. Ambos humores tienen índices de refracción muy parecidos. El cristalino separa ambas cámaras y es una lente de potencia variable, que nos proporciona "acomodación", mientras que la córnea lleva la parte más importante del poder refractivo del ojo. Ambas lentes son elementos importantes a tener en cuenta en el desarrollo del trabajo. A continuación se describen algunas de sus características.

La cornea es una estructura transparente formada por tres capas: epitelio (superior), estroma (media) y endotelio (interior), que se ubica en la parte anterior del ojo. Su función además de proteger al iris y cristalino es la de focalizar junto

con este último las imágenes en nuestra retina. Tiene un tamaño medio que oscila entre los 11 y 12 mm y su espesor varía en función de la persona. La potencia de la cornea es de unas 44 dioptrías.

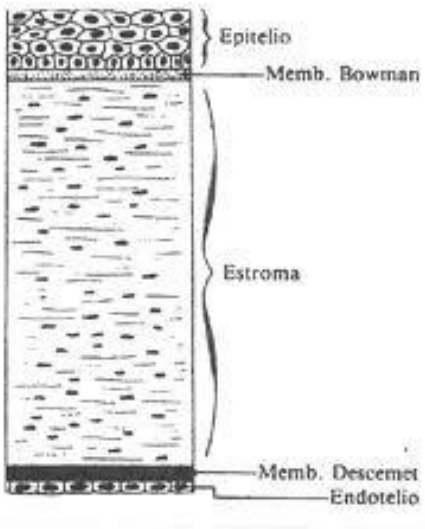

Figura 2.2: Disposición de las diferentes capas y membranas que posee la cornea [5].

El cristalino es una lente biconvexa y transparente capaz de modificar su curvatura, y por tanto su potencia dióptrica, por la acción de los músculos ciliares. Esta función del cristalino denominada mecanismo de acomodación permite al ojo enfocar los rayos luminosos para que formen una buena imagen en la retina independientemente de la distancia a la que se encuentre el objeto. Concretamente, cuando el ojo pretende observar objetos lejanos el cristalino se encuentra estirado y los músculos ciliares relajados. En este caso, la potencia del cristalino es de unas 20 dioptrías que, junto con las 44 dioptrías que anteriormente se ha mencionado que posee la cornea harían un total de aproximadamente 60 dioptrías, valor que se corresponde con la potencia de un ojo emétrope (aquel sin ningún tipo de anomalía en la visión).

2.1.2 Presbicia

En este apartado explicaremos en que consiste la presbicia así como también sus posibles causas, síntomas y formas de corrección.

Podemos definir la presbicia como un defecto visual que aparece con la edad y que es debido a una pérdida de la elasticidad del cristalino, lo que provoca que la amplitud de acomodación se vea reducida. La consecuencia es un alejamiento del punto próximo.

En el ojo humano, la zona de visión nítida se encuentra entre el punto próximo y el punto remoto, conociéndose con el nombre de recorrido de acomodación a la diferencia entre dichas distancias. El punto remoto de un ojo emétrope se encuentra en el infinito para que la acomodación sea nula (los músculos ciliares que sostienen el cristalino se encuentran estirados). En cambio, el punto próximo en los primeros años de vida se encuentra a tan solo 7 cm del ojo y por tanto, la acomodación en este caso es máxima y los músculos ciliares se comportan de manera opuesta al caso anterior (músculos relajados y contracción natural del cristalino).

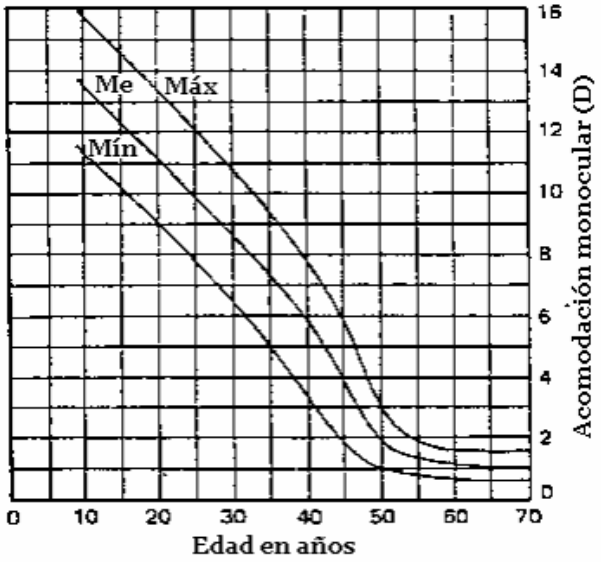

Figura 2.3: Variación de la amplitud de acomodación con la edad de acuerdo con los datos de Duane (1922) [6].

La amplitud de acomodación se mide en dioptrías y se obtiene de la siguiente forma:

$$\mathrm{Am} = \frac{1}{\mathrm{PR}} - \frac{1}{\mathrm{PP}} \tag{2.1}$$

donde PR y PP denotan el valor de los puntos remoto y próximo respectivamente ambos expresados en metros.

Como puede apreciarse en la Figura 2.3, la amplitud de acomodación disminuye progresivamente y de forma aproximadamente lineal desde los primeros años de vida hasta los 40 años. En torno a esta edad, comienza a manifestarse la presbicia pues al disminuir considerablemente la amplitud de acomodación, un individuo a esta edad tiene dificultades a la hora de realizar tareas que impliquen el uso de la visión cercana. Como dato, cabe señalar que a la edad de 45 años como puede verse en la Figura 2.3, la amplitud de acomodación media es de 4 dioptrías lo que implica que el punto próximo se encuentra a 25 cm del ojo (este es el valor tomado como estándar para obtener el aumento producido por la lupa o los oculares).

La presbicia o vista cansada se clasifica en presbicia incipiente y presbicia funcional dependiendo de cómo se manifiesten los síntomas. En la primera de ellas, los síntomas se presentan de manera intermitente cuando un individuo realiza un trabajo de cerca. En la segunda en cambio, los síntomas se dan siempre que un individuo necesita realizar tareas que impliquen el uso de una visión de cerca. En este último caso, se pueden hablar de diferentes subtipos dependiendo del grado de capacidad acomodativa que tenga el individuo, hablándose entonces de presbicia funcional parcial (existe cierto grado) y presbicia funcional absoluta (no existe ningún grado). Dentro de la presbicia funcional también habría que hablar de la presbicia funcional prematura la cual se produce a edades más tempranas de lo habitual como consecuencia de factores externos ya sean de tipo ambiental, nutricional etc.

Así mismo, cabe mencionar que la presbicia no sólo depende de la edad sino que también lo hace de las costumbres de vida del individuo (distancia a la que coloca el libro en su lectura, en caso de trabajar con ordenador la distancia a la que se coloca del mismo…) y de la refracción. Este hecho es particularmente interesante pues dependiendo del tipo de ametropía del individuo (bien sea miopía o hipermetropía) la presbicia tardará más o menos tiempo en aparecer. En el caso de la hipermetropía aparecerá ante de los 40 años pues el punto próximo está más alejado del ojo, mientras que en la miopía aparecerá más tarde al estar este más cerca.

En la Figura 2.4 se muestra una imagen donde puede apreciarse cómo un texto a una distancia próxima es visto por un ojo emétrope y un ojo présbita.

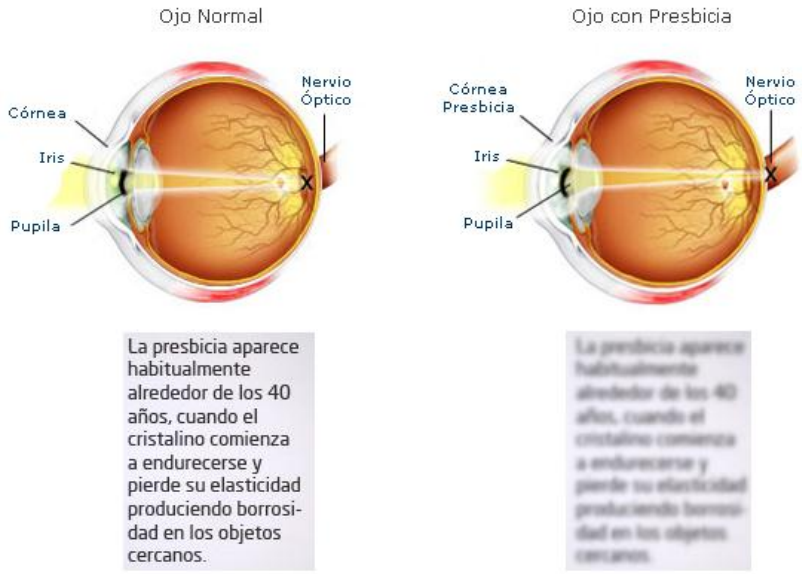

Figura 2.4: Comparación entre un individuo con visión normal y otro con presbicia [7],[8].

La presbicia al ser un problema asociado con el envejecimiento del ojo no puede ser ni prevenido ni curado, pero si tratado con el fin de compensar esa pérdida de acomodación del cristalino del ojo. Entre los métodos preventivos utilizados hay dos grandes grupos: los que requieren de cirugía y los que pueden ser solucionados sin ella.

Dentro del primer grupo, se encuentra la técnica presbyLASIK, así como también los distintos tipos de lentes intraoculares. Estas lentes, se implantan en el ojo con el fin de sustituir al cristalino consiguiendo de esta forma una mejora en la visión. Pueden ser de diferentes tipos: multifocales (enfocan objetos cercanos y lejanos) y acomodativas (pretenden imitar la acomodación fisiológica del ojo). Dentro del segundo grupo cabe hablar de las gafas y lentes de contacto (lentillas). Las gafas pueden ser de tres tipos dependiendo del número de zonas en que se divida la lente, hablándose entonces de: gafas monofocales (utilizadas únicamente para ver de cerca), gafas bifocales (la lente tiene doble graduación, una parte esta graduada para ver de cerca y otra para ver de lejos) y gafas progresivas (similares a las bifocales pero con una zona de transición entre ambas zonas ópticas, lejana y

cercana, que permite enfocar correctamente objetos situados a distancias intermedias). Las lentes de contacto o lentillas pueden ser multifocales o de monovisión, las primeras serían el equivalentes a las gafas bifocales, mientras que las segundas únicamente se colocan en uno de los ojos, con esto se consigue que el ojo sin lente de contacto enfoque objetos lejanos y el que posee la lente los cercanos.

2.1.3 Cirugía refractiva asociada: Técnica presbyLASIK

La cirugía refractiva surge ante la necesidad que tienen las personas de conseguir una buena calidad de visión sin necesidad de depender de gafas o lentes de contacto. Su objetivo principal consiste en corregir los defectos visuales de desenfoque, tales como la miopía o la hipermetropía, y el posible astigmatismo que pueda presentar un individuo mediante un proceso de ablación de la cornea. En este trabajo fin de carrera vamos a centrarnos en la cirugía refractiva empleada con el fin de corregir la presbicia.

La técnica presbyLASIK, emplea los principios de la cirugía LASIK para crear una superficie corneal multifocal. Se trata de obtener una zona central adecuada para la visión cercana y una zona periférica adecuada para la visión lejana. Gracias a ello, el ojo es capaz de formar imágenes de objetos en rangos de distancias muy diferentes, no con toda la luz entrante, sino con parte de la luz para cada imagen. A pesar de las limitaciones de esta solución, el aprendizaje del ojo ayuda a que sea más efectiva de lo que cabría esperar.

Antes de entrar de lleno en las etapas de las que consta una intervención mediante esta técnica hay que hablar de la tecnología empleada para llevarla a cabo. Como se ha dicho con anterioridad, la técnica presbyLASIK talla la cornea, es decir, modifica el radio de curvatura de su cara más externa eliminando parte de su tejido mediante láser. El láser empleado para ello es el láser de excímero.

Este láser, es un láser de gas que produce un rayo de luz ultravioleta de un fuerte poder energético. Su nombre proviene del inglés “excited dimer” (dímero excitado) lo que conlleva que su medio activo lo formen dímeros. Estos dímeros son moléculas de gas que solamente existen en estado excitado y que están formadas por un gas noble y un halógeno. Algunos ejemplos son: ArF, KrF y XeCl. Estas moléculas que han sido excitadas mediante alto voltaje, tienen tiempo de

vida muy corto, lo que hace que rápidamente decaigan al estado fundamental disociándose respectivamente en sus átomos iniciales, emitiendo en el proceso luz ultravioleta de una determinada longitud de onda que depende del medio activo. De esta forma, se consigue la inversión de población necesaria para el funcionamiento del láser [2]. En la Tabla 2.1 se recoge la longitud de onda de la luz emitida por diferentes medios activos.

Medio activo	**λ / nm**	**Energía /eV**
ArF	193	6.40
KrF	248	4.99
XeCl	308	4.03

Tabla 2.1: Longitud de onda del laser en función del medio activo.

La técnica presbyLASIK se lleva a cabo en tres etapas siendo su operación totalmente indolora y de unos 5 – 10 minutos de duración por cada ojo.

En la primera etapa, haciendo uso de un instrumento llamado microqueratomo se corta la córnea desde un lado produciendo una especie de "flap" o colgajo. Posteriormente, en la segunda etapa el "flap" es retirado hacia un lado y el cirujano se dedica a tallar mediante el láser excímero el tejido corneal logrando de esta forma cambiar el radio de curvatura de la córnea. En la última etapa, cuando el cirujano ha hecho la corrección necesaria en el paciente, devuelve el colgajo o "flap" a su posición original y este último de manera natural vuelve a adherirse cicatrizando en muy poco tiempo. En la Figura 2.5 se muestra de manera gráfica cada una de las etapas anteriormente descritas que forman parte de la intervención.

El resultado de esta operación también llamada LASIK multifocal ha sido el crear una córnea multifocal, es decir una córnea con dos zonas ópticas diferentes, cada una de ellas con un radio de curvatura distinto. La primera zona de 3 mm de diámetro diseñada para enfocar objetos cercanos y otra periférica de 6 mm diseñada para los lejanos. Teniendo en cuenta esto, el paciente sometido a este tipo de operación no tendrá ahora dificultad en lograr ver y enfocar correctamente objetos a diferentes distancias. Sin embargo, este hecho no es totalmente inmediato sino que la visión mejora con el paso de los días tras la operación y no

alcanza su punto óptimo hasta pasadas aproximadamente dos semanas desde la intervención.

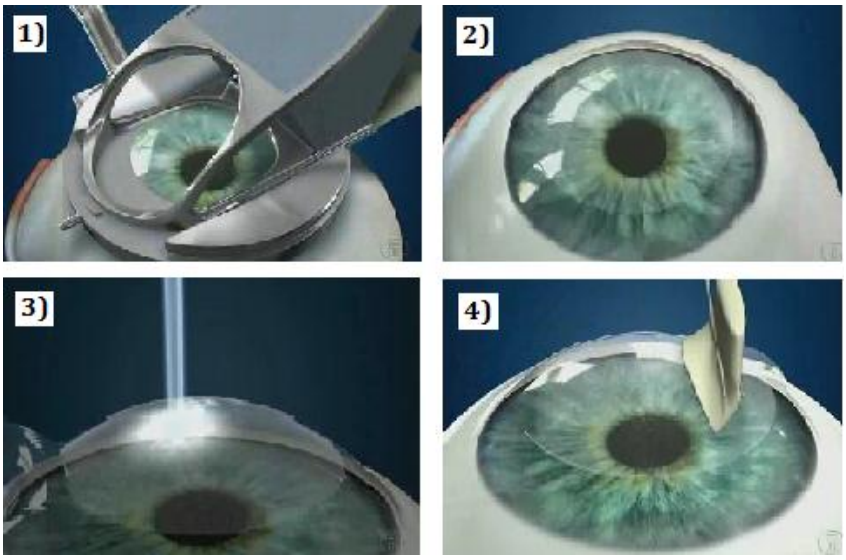

Figura 2.5: Esquema de la intervención presbyLASIK. 1) Creación del "flap" mediante el microqueratomo, 2) Diámetro del "flap" cortado, 3) Tallado con el láser de exímero (puede verse el "flap" a la izquierda de la imagen) y 4) Recolocación del "flap" [9].

El resultado de esta operación también llamada LASIK multifocal ha sido el crear una córnea multifocal, es decir una córnea con dos zonas ópticas diferentes, cada una de ellas con un radio de curvatura distinto. La primera zona de 3 mm de diámetro diseñada para enfocar objetos cercanos y otra periférica de 6 mm diseñada para los lejanos. Teniendo en cuenta esto, el paciente sometido a este tipo de operación no tendrá ahora dificultad en lograr ver y enfocar correctamente objetos a diferentes distancias. Sin embargo, este hecho no es totalmente inmediato sino que la visión mejora con el paso de los días tras la operación y no alcanza su punto óptimo hasta pasadas aproximadamente dos semanas desde la intervención.

2.2 Modelo de ojo reducido

El ojo se comporta como un sistema óptico de potencia 60 dioptrías formado por cuatro superficies, dos de ellas correspondientes a la córnea (hablándose de cara anterior y posterior de la misma) y dos al cristalino. Por tanto, en el proceso de formación de la imagen tienen lugar 4 refracciones a través de

cada una de dichas superficies. En consecuencia, puede deducirse que la modelización de dicho sistema no es nada sencilla, ya que por una parte hay que tener en cuenta que las superficies no son totalmente esféricas y el cristalino tampoco, sino que presenta, una ligera asfericidad y, por otra parte, tanto las dimensiones oculares como la forma del ojo en sí, varían de una persona a otra.

A la hora de diseñar un modelo de ojo que pueda ser tomado como base de estudio para predecir la imagen retiniana y sus variaciones producidas como consecuencia de la acomodación, así como también el estado refractivo del ojo (ojo miope, ojo hipermétrope), diferentes autores han partido de los valores medios de medidas reales de los distintos parámetros oculares (radios de curvatura, índices de refracción, distancias y espesores etc) realizadas a un conjunto de individuos.

Existen en la actualidad tres tipos de modelos de ojo esquemático que nos permiten tratar el sistema óptico que representa el ojo dentro del marco de la aproximación paraxial. Estos modelos describen la formación de la imagen retiniana de un ojo emétrope enfocado al infinito y se conocen como: modelo de ojo completo, modelo de ojo simplificado y modelo de ojo reducido. En la Figura 2.6 se muestra de forma esquemática cada uno de los tres modelos de ojo citados.

Como puede apreciarse cada modelo representa el ojo en función de un número distinto de superficies. En semejanza con la realidad, el modelo más realista sería el modelo de ojo completo el cual utiliza 4 superficies, dos destinadas a simular la cornea y otras dos destinadas a simular el cristalino. El modelo de ojo simplificado reduce en uno el número de superficies respecto del modelo de ojo completo pues considera que los planos principales objeto e imagen de la córnea están muy próximos entre sí permitiendo de esta forma reducir esas dos superficies a una sola. Si se considera además que los planos principales objeto e imagen del sistema óptico del ojo se encuentra prácticamente en la misma posición, se puede todavía simplificar más nuestro sistema, dando lugar a un sistema óptico formado por una única superficie. A este modelo que considera una única superficie se le llama modelo de ojo reducido y constituye la herramienta teórica base del trabajo. Este es el que vamos a utilizar a la hora de realizar los cálculos pertinentes y la elaboración del programa que nos permita simular en la retina las imágenes de objetos situados a diferentes distancias y en distintas condiciones de iluminación (diferentes aperturas pupilares).

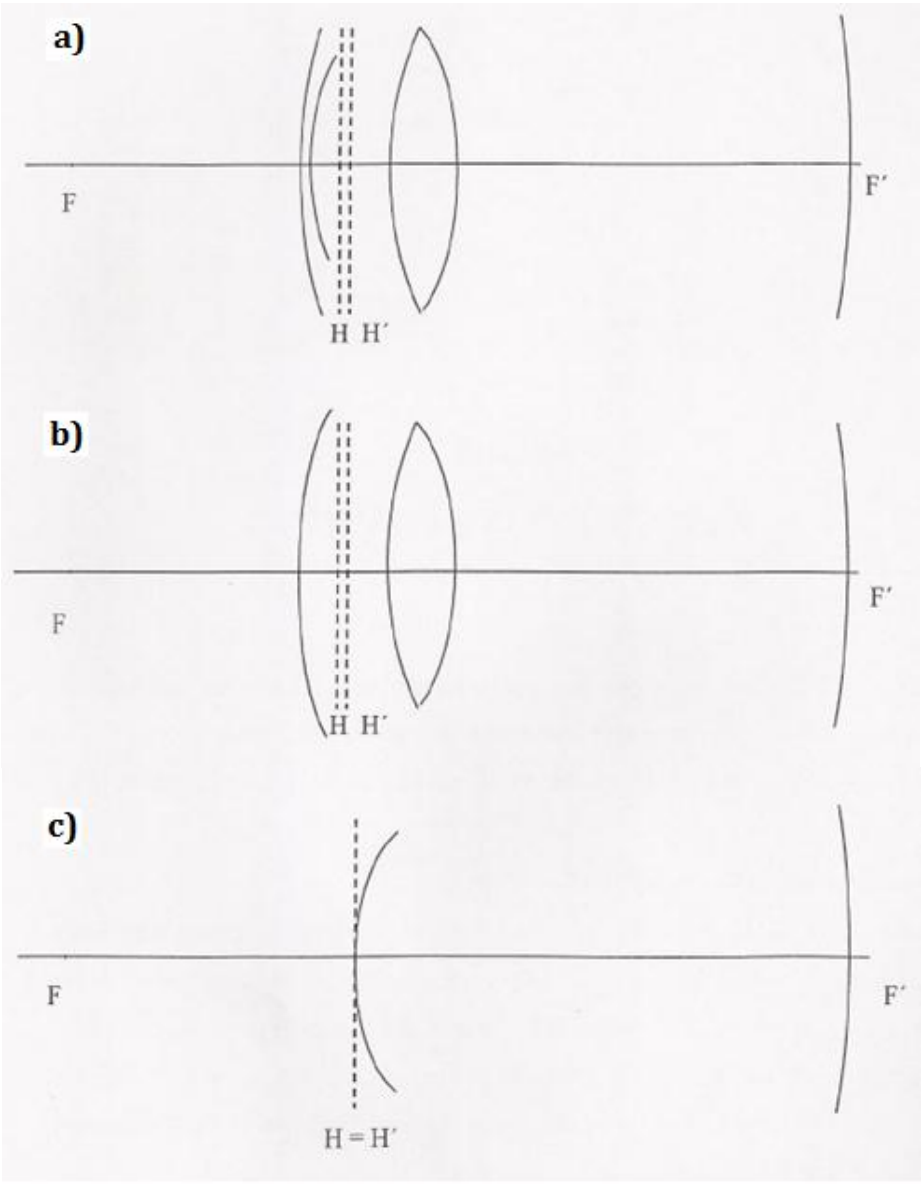

Figura 2.6: Esquema de los diferentes modelos de ojo : a) Modelo completo, b) Modelo simplificado y c) Modelo reducido. Tanto H y H' como F y F' representan los planos principales y focos objeto e imagen respectivamente [10].

Dentro del modelo de ojo reducido hay diferentes versiones dependiendo del año y del autor. Para este trabajo se ha utilizado el modelo de ojo reducido propuesto por Le Grand – El Hage en 1980 por ser el más actual. En la Figura 2.7 y en la Tabla 2.2 se muestran los parámetros ópticos que considera este modelo.

Radio de la superficie de la cornea / mm	Distancia entre cornea y retina / mm	Índice de refracción
5.6	22.27	1.336

Tabla 2.2: Datos del modelo de ojo reducido [6].

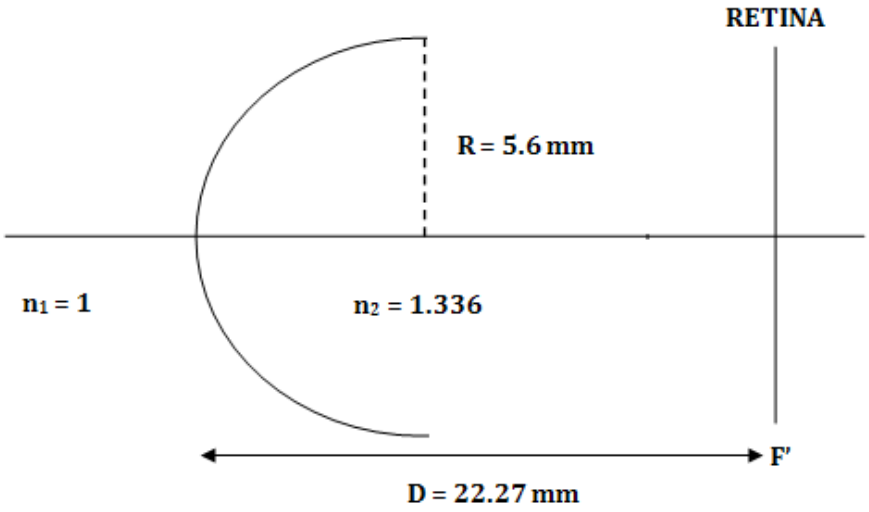

Figura 2.7: Esquema visual de los datos proporcionados por la Tabla 2.2.

El índice de refracción n_2, mostrado en la Tabla 2.2 se corresponde con el existente dentro del ojo para este modelo en concreto. Fuera del sistema tendremos el índice de refracción correspondiente al aire ($n_{aire} = 1$). Este hecho va a ser importante más adelante pues será necesario para aplicar la ley de Snell de la refracción en el correspondiente trazado de rayos que se tratará en el siguiente apartado.

2.3 Trazado de rayos

2.3.1 Descripción

Una vez fijado el modelo de ojo que se va a utilizar en la obtención de la imagen retiniana de objetos a diferentes distancias del ojo, el siguiente paso es la descripción del paso de luz por nuestro sistema. En un principio, lo esperado sería trabajar en tres dimensiones, pero podemos aprovechar que el sistema de nuestro modelo reducido posee simetría de revolución en torno al eje óptico y que

nuestros objetos se van a situar siempre sobre dicho eje, para considerar que todas las refracciones sufridas por cualquier rayo tengan lugar en un plano, llamado plano meridiano, que queda definido por el eje óptico y el rayo que parte del punto objeto. Este plano, será en nuestros cálculos el plano ȲZ, siendo Z la dirección del eje óptico, eje de revolución del sistema, e Ȳ la coordenada transversal dentro del plano meridiano.

Otro aspecto a tener en cuenta va a ser nuestra pupila de entrada. Se van a considerar pupilas circulares de superficie πr^2 y dado que el diámetro pupilar de una persona varía entre los 2 y los 8 mm [11], para este trabajo se van a considerar tres pupilas de diámetros 2 mm, 4 mm y 6 mm. Se han tomado dichos diámetros pupilares en concreto teniendo en cuenta los diámetros utilizados para las zonas de tallado de la cirugía presbyLASIK (ver 2.1.3: 3 mm para la zona de cerca y 6 mm para la de lejos). Como consecuencia de ello se tendrán imágenes donde solamente entrará en juego la zona central (diámetro pupilar de 2 mm) y otros casos donde tendremos que tener en cuenta tanto la zona central como la zona periférica (diámetros pupilares de 4 mm y 6 mm). En el caso del diámetro pupilar de 4 mm solamente una pequeña parte de la zona periférica contribuirá a la formación de la imagen.

A continuación se va a describir el tipo de muestreo utilizado para seleccionar los rayos entrantes en el sistema. Este muestreo se realiza señalando sobre la pupila los puntos de entrada de los rayos al sistema. Lo más sencillo es emplear un muestreo cartesiano, de forma que nuestra pupila de entrada o abertura se asemeja a una "red". En concreto, se ha hecho uso de un muestreo en X y en Y donde cada punto de la "red" se encuentra separado del siguiente una distancia de 0.05 mm. Esquemáticamente se puede visualizar en la Figura 2.8.

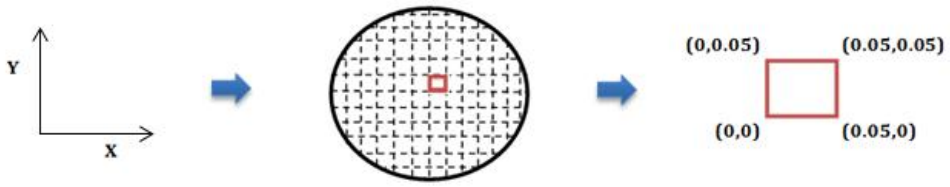

Figura 2.8: Sistema de coordenadas escogido sobre la pupila de entrada y esquema del muestreo escogido. Las distancias están dadas en mm.

La densidad de rayos utilizada en nuestros cálculos ha sido siempre la misma. Atendiendo a la Figura 2.8, se puede determinar con facilidad que en una distancia de 1 mm se tiene un total de 20 puntos tanto en la dirección de X como en la de Y. Como consecuencia de ello, en 1 mm^2 se tendrán un total de 20×20 puntos. En conclusión, esto hace que la densidad de rayos entrantes utilizada en nuestro sistema sea de 400 rayos/mm^2.

Como es de esperar, al aumentar la pupila de entrada el número de rayos, y por tanto de impactos en nuestro sistema, será mayor, pero la densidad seguirá siendo constante. Se muestra en la Tabla 2.3 una estimación del número aproximado de impactos producidos en el sistema en función del diámetro pupilar considerado. Se trata de un número lo suficientemente alto para representar correctamente el comportamiento del sistema, y cuyo valor ha sido obtenido a partir de los valores de la densidad de rayos (en rayos/mm^2) y la superficie de la pupila (en mm^2) como:

$$\text{N}^{\circ}\text{ de impactos} = \pi r^2\ \text{mm}^2 \times \left(\frac{400\ \text{rayos}}{1\ \text{mm}^2}\right) \tag{2.2}$$

donde el radio r será la mitad del diámetro pupilar considerado. En nuestro caso, r tomará valores: 1 mm, 2 mm y 3 mm respectivamente.

Diámetro pupilar / mm	Número de impactos
2	1256
4	5026
6	11309

Tabla 2.3: Número de impactos en función del tamaño de la abertura.

Como se ha dicho con anterioridad, para cada rayo trazado se va a trabajar en su plano meridiano o plano $\bar{Y}Z$, pero hay que recordar que los rayos que partan de un punto objeto situado en el eje viajarán en planos meridianos diferentes. Dado que la abertura es circular, en el caso de que el objeto se encuentre en el infinito la envolvente de los rayos incidentes tendrá aspecto de cilindro, mientras que cuando el objeto se encuentre a una distancia medible del ojo la envolvente de dichos rayos será un cono de luz. En ambos casos, cada punto de impacto en la

primera superficie, o dioptrio principal para nuestro modelo reducido, vendrá dado por sus componentes (X,Y,Z). Por tanto, trasladaremos cada rayo del muestreo a su plano meridiano eliminando así la componente X en nuestros cálculos. Esta componente posteriormente se volverá a tener en cuenta ya que al obtener la imagen (o impacto) en el plano retiniano le restituiremos sus coordenadas cartesianas

La solución a este problema la conseguimos introduciendo dos variables, una a la que llamaremos h y que se encargará de dar cuenta de la distancia a la que se encuentra cada punto de incidencia del centro de la pupila, y otra, que dé cuenta del ángulo que forma la recta que define dicha distancia con la parte positiva del eje Y o azimut. A esta última la llamaremos θ y sirve para identificar el plano meridiano del rayo correspondiente. La Figura 2.9 muestra en forma de esquema cada una de ellas.

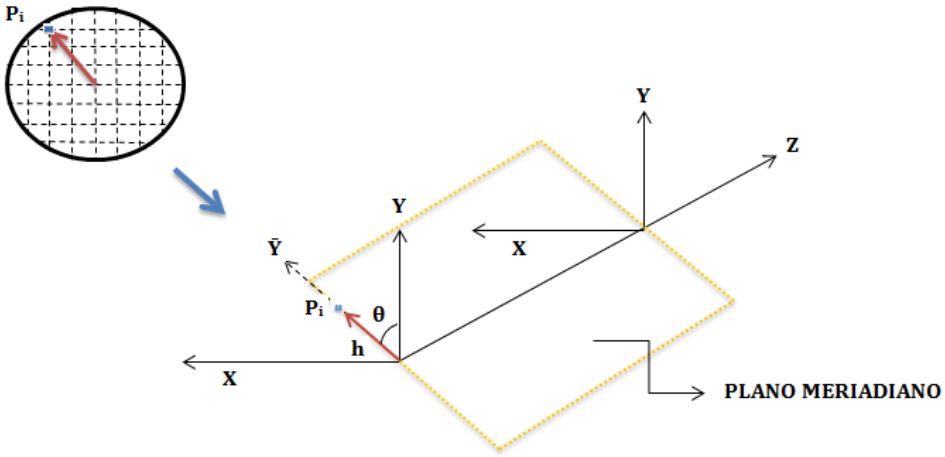

Figura 2.9: Variables θ y h intervinientes en el impacto.

El rayo entrante queda delimitado por el punto objeto y el punto P situado a una altura "h" con azimut θ, que varía entre 0 y 360°. El sentido de giro para determinar θ será anti – horario y la variable h vale:

$$h = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{2.3}$$

En este trabajo, se van a considerar dos situaciones principales: el objeto se encuentra en el infinito y el objeto se encuentra sobre el eje a una determinada distancia del ojo. Se van a considerar dos casos: 25 cm (punto próximo para una persona de 40 – 45 años) y 70 cm (distancia intermedia en términos de acomodación, entre el punto lejano y el punto próximo). Por comodidad, vamos a estudiar la geometría y el trazado de rayos correspondiente a cada una de las dos situaciones principales por separado.

2.3.1.1 Objeto en el infinito

Cuando el objeto se encuentra en el infinito los rayos penetran paralelos al sistema. Por tanto, estos rayos que tienen dirección y sentido de las Z positivas vienen caracterizados por su componente Y, o altura del rayo (Figura 2.9). Todo el trazado de rayos correspondiente tendrá lugar en el llamado plano meridiano que se ha citado con anterioridad. La Figura 2.10 muestra un esquema donde puede observarse el trazado de un rayo que incide en nuestro sistema proveniente de un objeto situado en el infinito.

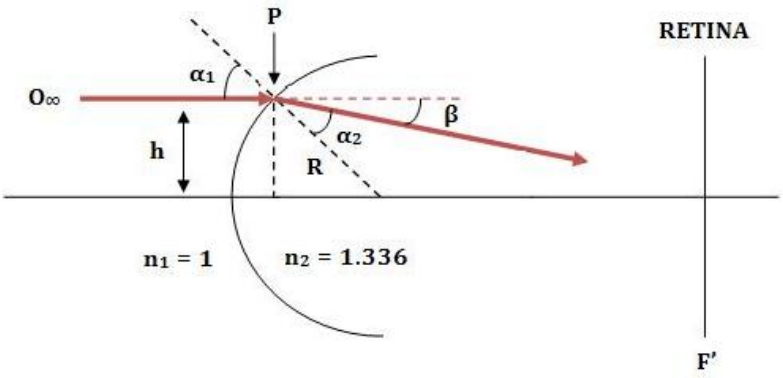

Figura 2.10: Trazado de rayos correspondiente a la propagación de un único rayo a través del ojo para un objeto situado en el infinito. El origen de coordenadas se toma en el vértice del dioptrio.

Matemáticamente, los ángulos implicados en el trazado de rayos se determinan haciendo uso tanto de la geometría del sistema como de la ley de Snell de la refracción. A continuación, describimos este proceso que posteriormente implementaremos en MatLab con el fin de obtener los diagramas de impactos en el plano retiniano.

El modelo de ojo reducido que se emplea en este trabajo tiene como parámetros el índice de refracción del medio interno del ojo reducido (n_2 en la Figura 2.10), el radio de curvatura del dioptrio (R en la Figura 2.10) y la distancia a la que se encuentra la retina respecto del dioptrio. Por tanto, teniendo en cuenta estos datos, cuyos valores vienen reflejados en la Tabla 2.2, el valor del ángulo incidente (α_1 en la Figura 2.10) se puede obtener a partir una relación trigonométrica:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{h}{R}\right) \tag{2.4}$$

Determinado α_1, y dado que los índices de refracción que separan ambos medios son conocidos, es posible aplicar la ley de Snell y obtener el ángulo de refracción α_2 (ángulo que forma el rayo refractado con la normal). En este caso la normal al dioptrio tiene la dirección del radio de curvatura del mismo. Así, α_2 vendrá dado por:

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_1 h}{n_2 R}\right) \tag{2.5}$$

Por último, queda por especificar el ángulo que forma el eje óptico de nuestro sistema con el rayo refractado. Este ángulo es fácil de determinar conocidos los valores de los ángulos α_1 y α_2. En la Figura 2.10, a este ángulo lo hemos denotado por β y vale:

$$\beta = \alpha_1 - \alpha_2 \tag{2.6}$$

Conocido el punto de refracción y el ángulo β, es inmediato conocer los lugares donde ese rayo cortará al eje o a la retina.

2.3.1.2 Objeto sobre el eje

Si el objeto no se encuentra muy lejos del ojo, los rayos incidentes que parten del punto emisor serán rectas con una determinada pendiente y que por tanto formarán un cierto ángulo con el eje Z o eje óptico del sistema. En la Figura 2.11 se muestra un esquema donde puede observarse el trazado de rayos, sobre su

plano meridiano, correspondiente a un único rayo que incide en nuestro sistema proveniente de un objeto situado a una distancia "d" del ojo.

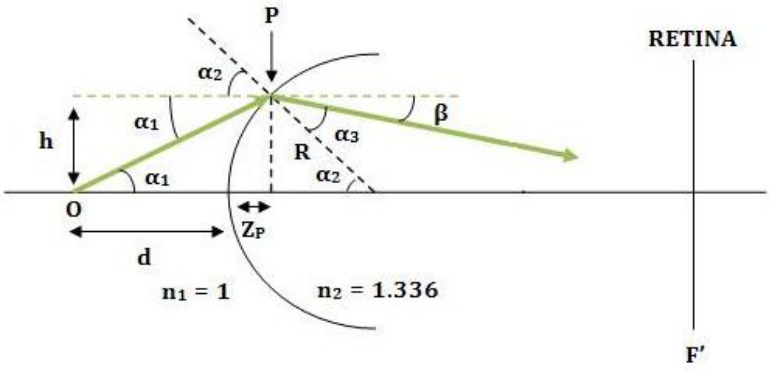

Figura 2.11: Trazado de rayos correspondiente a la propagación a través del ojo de un único rayo, que parte de un objeto situado a una distancia "d" del mismo.

Los ángulos implicados en la refracción se determinan de forma similar al caso anterior, salvo que ahora el rayo incidente forma un cierto ángulo con el eje óptico del sistema. Este ángulo, que en la Figura 2.11 se denota por α_1 se relaciona con otras distancias del problema mediante:

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{h}{d + Z_P}\right) \tag{2.7}$$

donde Z_P denota el valor de la componente Z del punto de incidencia P visto en la Figura 2.11. De manera similar se obtiene el valor del ángulo α_2, solo que en este caso participa en su obtención el radio de curvatura del dioptrio. Su expresión se muestra a continuación:

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{h}{R}\right) \tag{2.8}$$

Conocidos estos dos ángulos es posible determinar ya el ángulo de incidencia de nuestro rayo que no es más que la suma de ambos:

$$\alpha_{inc} = \alpha_1 + \alpha_2 \tag{2.9}$$

El siguiente paso es obtener el ángulo de refracción o ángulo α_3 (como viene dado en la Figura 2.11), mediante la ley de Snell de la refracción:

$$\alpha_3 = \arcsin\left(\frac{n_1 \sin \alpha_{inc}}{n_2}\right) \tag{2.10}$$

Finalmente, obtenemos el ángulo β que forma el rayo refractado con el eje óptico:

$$\beta = \alpha_2 - \alpha_3 \tag{2.11}$$

De esta forma, conocido el punto P y el ángulo β, la trayectoria del rayo nos permitiría calcular su punto de corte sobre el eje o sobre un plano transversal, como el de la retina.

2.3.2 Diagramas de impactos

Conocido el trazado de todos los rayos para cada una de las dos situaciones en las que se encuentra el objeto (infinito y a una cierta distancia), hay que tener en cuenta el signo de la altura del rayo refractado cuando corta con el plano de la retina. Este aspecto es muy importante ya que dicho rayo puede cortar el plano retiniano bien por la parte positiva o bien por la negativa del eje $\bar{Y}$ del plano meridiano del cálculo. Si el resultado es una altura positiva esto implica que el rayo refractado corta al eje óptico por detrás del plano retiniano mientras que si la altura es negativa cortará antes. A la hora de trasladar estos impactos al plano retiniano tendremos en cuenta que los $\bar{Y} > 0$ corresponderán a coordenadas polares con el azimut θ del plano meridiano, mientras que los valores $\bar{Y} < 0$ corresponderán a un azimut θ+180°.

El resultado final de todo el proceso descrito en este apartado son los diagramas de impactos buscados en este trabajo y que nos permitirán evaluar el comportamiento de una superficie óptica a la hora de formar imágenes, y por tanto optimizar dicha superficie. En la Figura 2.12 se muestra un esquema explicativo del proceso.

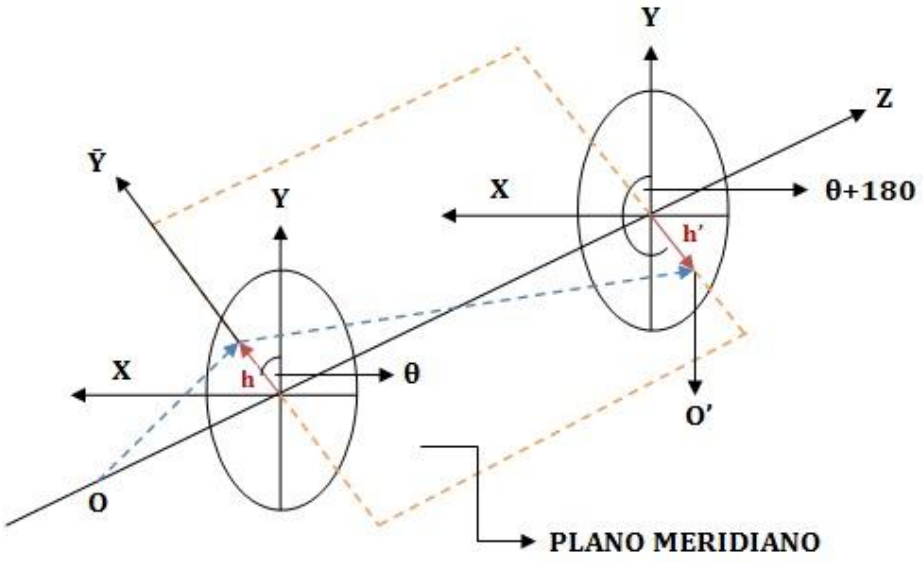

Figura 2.12: Proceso completo del trazado de rayos.

El hecho de que los rayos que partan de un punto objeto no concurran en un único punto imagen pone en evidencia algo que es bien sabido: los sistemas ópticos no son perfectos se dice entonces que sufren aberraciones, y una de sus manifestaciones es esa: la imagen de un punto no es un punto. En el caso particular de un punto objeto en el eje hablamos de la llamada aberración esférica [12]. En la Figura 2.12 se ilustra el efecto producido por dicha aberración.

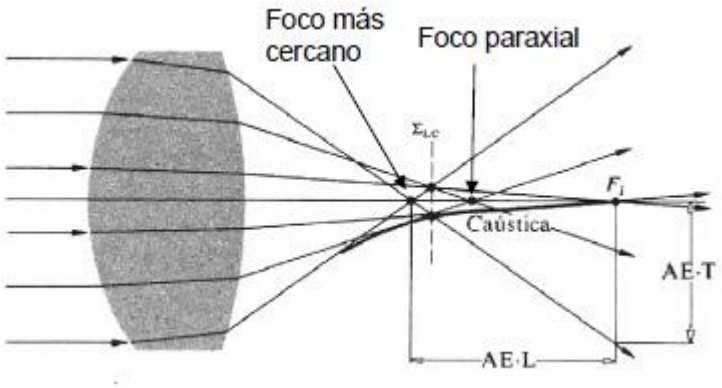

Figura 2.13: Aberración esférica [12].

En nuestro caso, dado que en el modelo de ojo reducido el foco imagen del sistema se encuentra justo en la retina, la caústica que se forme estará integrada por puntos que corten al eje óptico antes o después del plano retiniano. En concreto, los puntos de la cáustica que se encuentren a la izquierda del foco imagen del sistema (en nuestro caso aquellos con altura final negativa) se corresponderán con los rayos incidentes más marginales, en cambio los puntos de la caústica que se encuentren a la derecha del foco imagen (aquellos con una altura final positiva) se corresponderán con los rayos más cercanos al eje óptico.

En resumen, cuando tenemos un objeto situado a una cierta distancia del ojo y pretendemos estudiar su imagen, se debe de realizar un proceso de trazado de rayos como el descrito en párrafos anteriores y obtener su diagrama de impactos. El diagrama de impactos obtenido, estará formado por puntos. Cada uno de esos puntos va a dar cuenta del lugar exacto donde el rayo refractado por el dioptrio del sistema corta al plano de la retina. Así mismo, hay que considerar que dado que el ojo no es un sistema óptico perfecto, todos esos puntos situados en el plano retiniano se distribuirán de manera irregular y por tanto formarán una mancha.

2.3.2.1 Interpretación

En este trabajo se van a obtener diagramas de impactos de objetos situados a diferentes distancias del ojo en distintas condiciones de iluminación (diámetros pupilares de 2mm, 4 mm y 6 mm) con el fin de determinar el tamaño de dicha imagen para posteriormente evaluar el funcionamiento del tallado multifocal.

El límite de resolución espacial del ojo se define como la mínima distancia a la que pueden encontrarse dos objetos para que se visualicen por separado en nuestra retina. En el caso de un observador normal con un enfoque óptimo, el límite de resolución está entre 30 segundos y 1 minuto de arco [13] y se corresponde con el máximo empaquetamiento de los fotorreceptores.

Si se tienen en cuenta los fenómenos de difracción debidos al carácter ondulatorio de la luz, se puede decir que la mancha imagen obtenida consecuencia de que el ojo no es un sistema óptico perfecto, estará formada por una zona circular y luminosa (se corresponderá con el mayor empaquetamiento de los fotorreceptores) rodeada de anillos claros y oscuros alternados. A esta mancha se

la denomina mancha de Airy [11]. El diámetro del anillo central de esta zona luminosa permitiría una correcta estimación del tamaño de la mancha.

Los diagramas de impactos, nos permiten obtener una primera estimación del tamaño de la imagen equivalente al diámetro de la mancha. Sin embargo, esta estimación no es realista, ya que la distribución de rayos no es constante en toda la mancha. Es por ello, que buscamos nuevas formas de representación, tales como los histogramas, para mostrar los datos obtenidos. En al Figura 2.14 se muestra un ejemplo de diagrama de impactos con su tamaño.

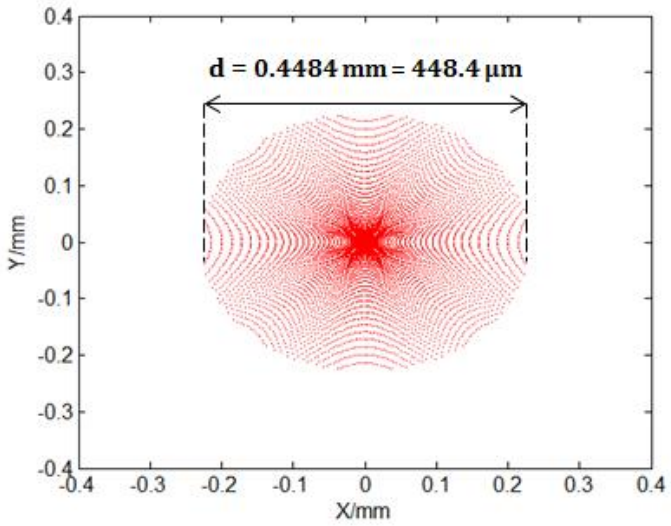

Figura 2.14: Tamaño de la imagen obtenida para un objeto situado a 700 mm del ojo. Se ha considerado un diámetro pupilar de 6 mm.

Con los histogramas se consigue ver como es la distribución de luz en la imagen que se forma en la retina, hecho que nos permiten entender que el tamaño efectivo de la mancha es mucho menor que el estimado a partir de los rayos marginales. El método seguido para su construcción será:

1) Obtenemos el valor máximo de la distancia h en la retina y lo dividimos en 10 partes iguales.
2) Representaremos el número de rayos que hay en la mancha por cada intervalo de distancia definido.

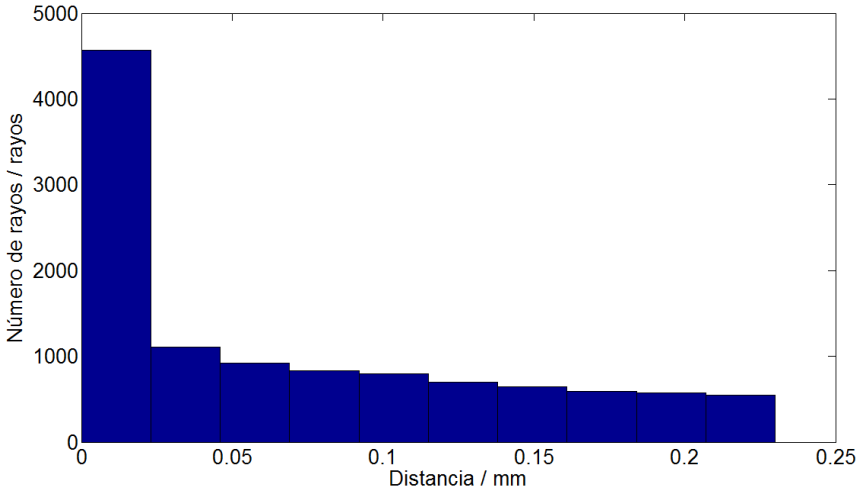

Figura 2.15: Histograma de la imagen de un objeto situado a 700 mm del ojo. Se ha considerado un diámetro pupilar de 6 mm.

2.3.2.2 PSF o "Point Spread Function"

Dado que los fotorreceptores del ojo son sensibles a la cantidad de luz por unidad de superficie, lo más lógico para obtener el tamaño efectivo de la imagen es representar la PSF. La "Point Spread Function" es una función que representa la distribución de luz de la imagen de un punto [11]. Para este trabajo, la PSF daría cuenta de la calidad óptica de la imagen y sería equivalente a representar la densidad de rayos en función de la distancia al eje. El método seguido para su construcción será:

1) Dividimos la mancha imagen en 10 coronas circulares de igual anchura.
2) Determinamos la anchura de cada corona dividiendo entre 10 el valor máximo de la distancia h en la retina.
3) Calculamos la superficie de cada una de las diez coronas como:

$$S = \pi(n\Delta h^2) - \pi((n-1)\Delta h^2) \qquad (3.1)$$

donde n toma valores desde 1 hasta 10.

4) Dividimos el número de rayos de cada corona entre su superficie correspondiente.

En la Figura 2.16 se muestra la PSF correspondiente a la Figura 2.14.

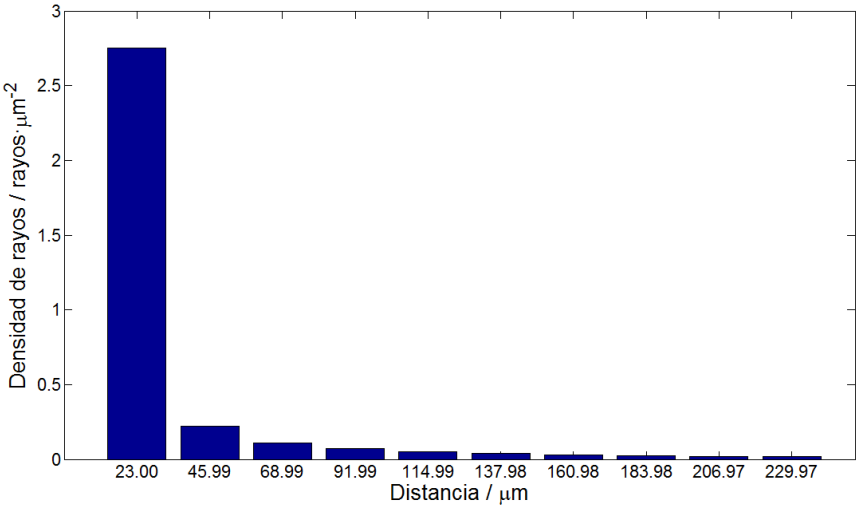

Figura 2.16: Densidad de rayos por unidad de superficie de la imagen de un objeto situado a 700 mm del ojo. Se ha considerado un diámetro pupilar de 6 mm.

Capítulo 3

RESULTADOS

Este capítulo se dedica a analizar los resultados obtenidos mediante simulación en MatLab de las manchas imagen para las diferentes situaciones en las que hemos colocado nuestro objeto (puntual) con respecto al ojo y las distintas pupilas y curvaturas escogidas para el mismo. En primer lugar, se considerará el ojo como una única superficie esférica (un solo radio de curvatura) estudiándose como es la imagen resultante. Los resultados de dicho análisis se utilizarán posteriormente para entender el comportamiento de la superficie bifocal (dos radios de curvatura).

Recordemos que se ha considerado un modelo reducido de ojo, construido con una única superficie (dioptrio), que representa tanto a la córnea como el cristalino, lo que implica que todas las consideraciones de tallado realizadas al simular la cirugía de la presbicia, se han hecho sobre dicha superficie.

3.1 Superficie esférica

El radio de curvatura es R = 5.6 mm que, como se vio en la Tabla 2.2, corresponde al de un ojo reducido cuando observa un objeto en el infinito. Para este caso, se han estudiado tres situaciones:

1) El objeto se encuentra en el infinito.
2) El objeto se encuentra a 70 cm del ojo.
3) El objeto se encuentra a 25 cm del ojo.

Para cada una de ellas, se han considerado tres diámetros pupilares diferentes: 2 mm, 4 mm y 6 mm.

OBJETO EN EL INFINITO

En la Figura 3.1 se muestran los diagramas de impactos obtenidos, para cada diámetro pupilar considerado, tras implementar en MatLab el trazado de rayos mostrado en la Figura 2.10.

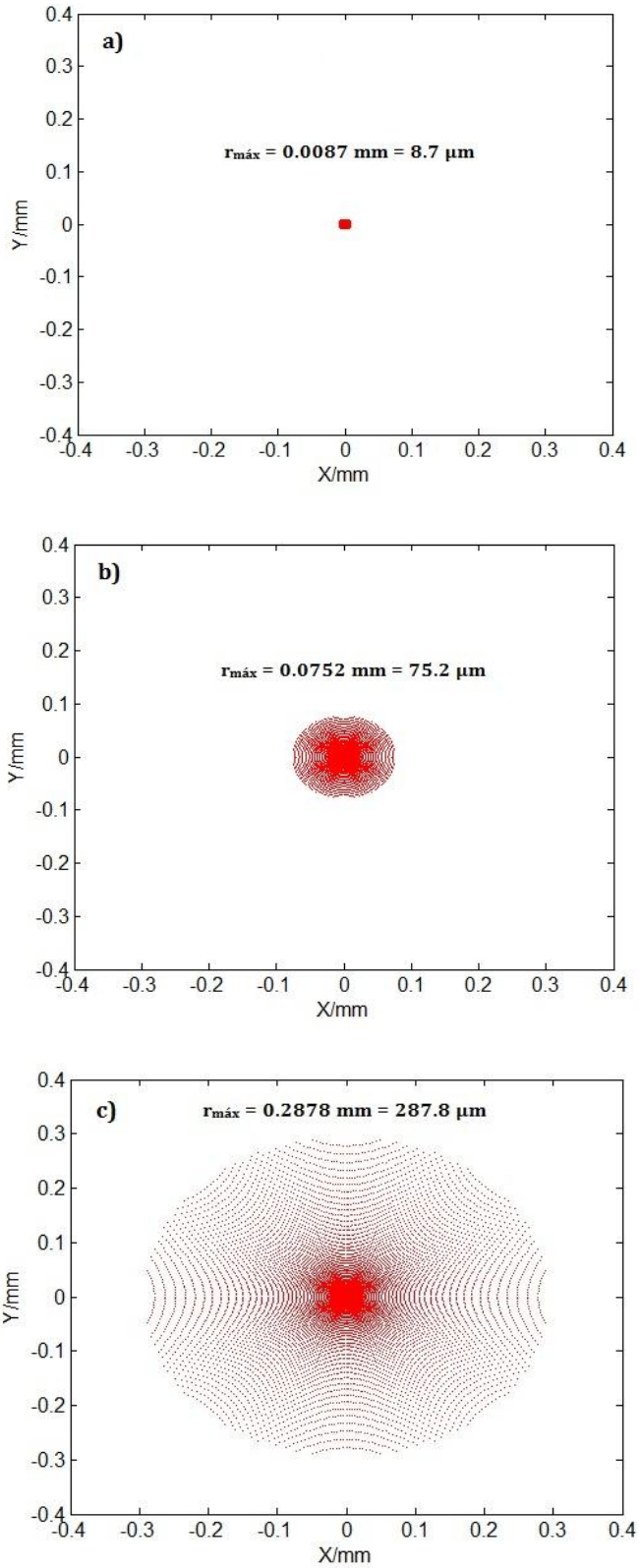

Figura 3.1: Diagramas de impactos correspondientes a un objeto situado en el infinito considerando una superficie esférica y distintos diámetros pupilares: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

Los diagramas de impactos mostrados en la Figura 3.1 están afectados de aberración esférica, especialmente aquellos en donde consideramos las aberturas más grandes (Figura 3.1 b) y c)). Pese a ello, es de esperar que, dado que en este caso el objeto se encuentra en el infinito y el modelo está diseñado para que esté enfocado a esta distancia, se obtengan buenos resultados. Este hecho puede apreciarse en la Figura 3.1 a), donde se observa que para un diámetro pupilar de 2 mm la imagen (o diagrama de impactos) obtenida de un objeto puntual es una mancha realmente muy pequeña (aproximadamente unas 9 μm).

Como comentamos en el capítulo 2, los resultados obtenidos a partir de los diagramas de impactos de la Figura 3.1, dan una información incompleta de la distribución de luz en la imagen. Es por ello, que pasamos a representar los histogramas y PSF correspondientes. En la Figura 3.2 se muestra en la primera columna los histogramas correspondientes a los diagramas de impactos de la Figura 3.1, y en la segunda columna sus PSF asociadas.

En la columna de la izquierda de la Figura 3.2, puede apreciarse como independientemente del diámetro pupilar considerado, el mayor número de impactos tiene lugar en la parte central de la mancha imagen, que se corresponde con la primera partición de nuestros histogramas. Así mismo, al representarse en la columna de la derecha la densidad de rayos por unidad de superficie en función de la distancia al eje para cada uno de los histogramas, puede verse como efectivamente la mayor iluminación se concentra en la parte central de la mancha.

Por otra parte, también se observa el buen comportamiento de la luz paraxial (pupila de 2 mm) frente a la luz con más aberración esférica (pupilas de 4 mm y 6 mm).

El criterio de haber tomado un número fijo de particiones (en este caso se han tomado 10) nos impide ver en detalle la evolución de la densidad en un radio fijo, pero aun así, es fácil observar que la PSF es una función que se va ensanchando al aumentar la pupila (Figura 3.2 columna derecha).

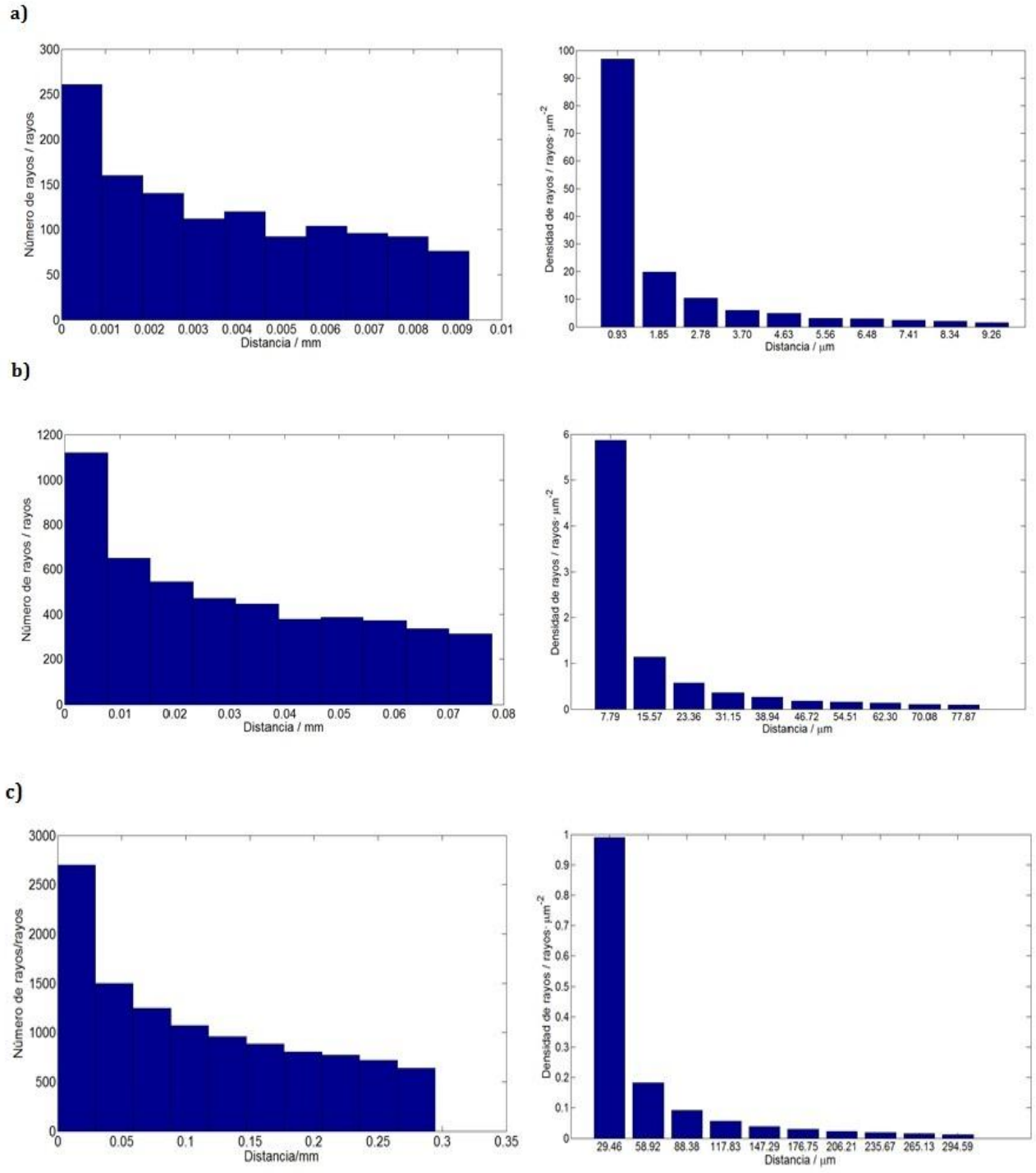

Figura 3.2: En la columna de la izquierda se representa la distribución de distancias al eje óptico de los impactos (o rayos) en la retina en forma de histograma. En la columna de la derecha se representa la PSF o densidad de rayos por unidad de superficie. En ambos casos el objeto se encuentra en el infinito y los diámetros pupilares considerados han sido: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

OBJETO A 70 CM

El segundo caso se corresponde con colocar el objeto a una distancia intermedia entre el punto lejano que se encuentra en el infinito, y el punto próximo que se encuentra a 25 cm. Esta distancia es de 70 cm. En la Figura 3.3 se muestran los diagramas de impactos obtenidos para cada uno de los tres diámetros pupilares considerados tras implementar en MatLab el trazado de rayos mostrado en la Figura 2.11. En la Figura 3.4 se muestran los histogramas (columna de la izquierda) y PSF (columna de la derecha) correspondientes a los diagramas de impactos de la Figura 3.3. Hay que recordar que en este caso, el radio de curvatura sigue siendo de R = 5.6 mm, es decir, sigue optimizado para un objeto en el infinito.

Si comparamos los diagramas de impactos de la Figura 3.1 con los de la Figura 3.3, puede apreciarse como a primera vista, para la pupila pequeña (2 mm) la mancha ha aumentado apreciablemente de tamaño respecto al caso del objeto en el infinito, mientras que, para una pupila intermedia (4 mm) la mancha parece significativamente más pequeña (el $r_{máx}$ de la Figura 3.3 b) es menos de la mitad que el $r_{máx}$ de la Figura 3.1 b)) y para una pupila grande la mancha obtenida parece similar.

Estos resultados son consistentes con el hecho de cortar la caústica que forma la esférica por un plano anterior al de la imagen paraxial. Se calcula a continuación dónde se forma la imagen paraxial de un objeto situado a 70 cm del ojo.

$$s' = \frac{n_2}{(n_2/R) - (n_1/R) + (n_1/s)} = 22.81 \text{ mm}$$

Los valores de los índices de refracción tomados para el cálculo han sido los especificados en la Figura 2.11. Con este cálculo puede apreciarse cómo efectivamente la imagen se forma en un plano situado después de nuestro plano de observación, que es la retina, situado a 22.27 mm para nuestro modelo.

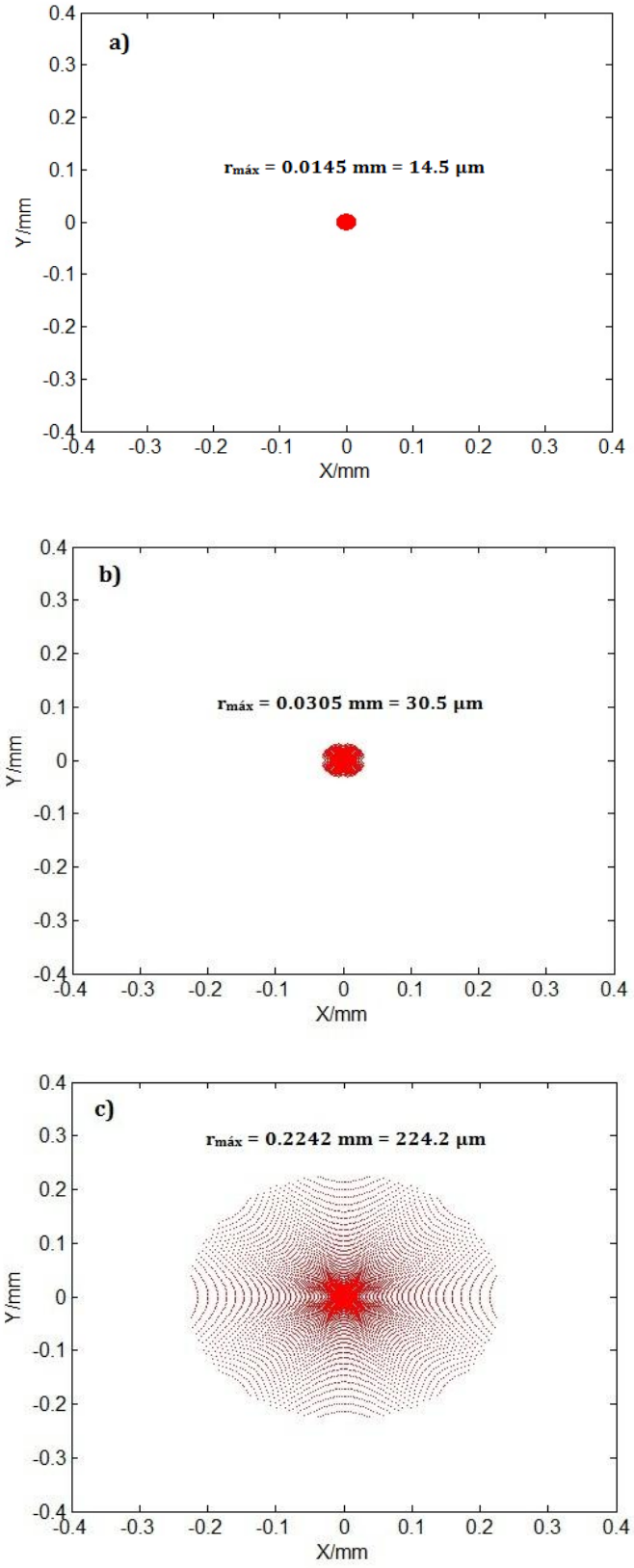

Figura 3.3: Diagramas de impactos correspondientes a un objeto situado a 70 cm del ojo considerando una superficie esférica y distintos diámetros pupilares: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

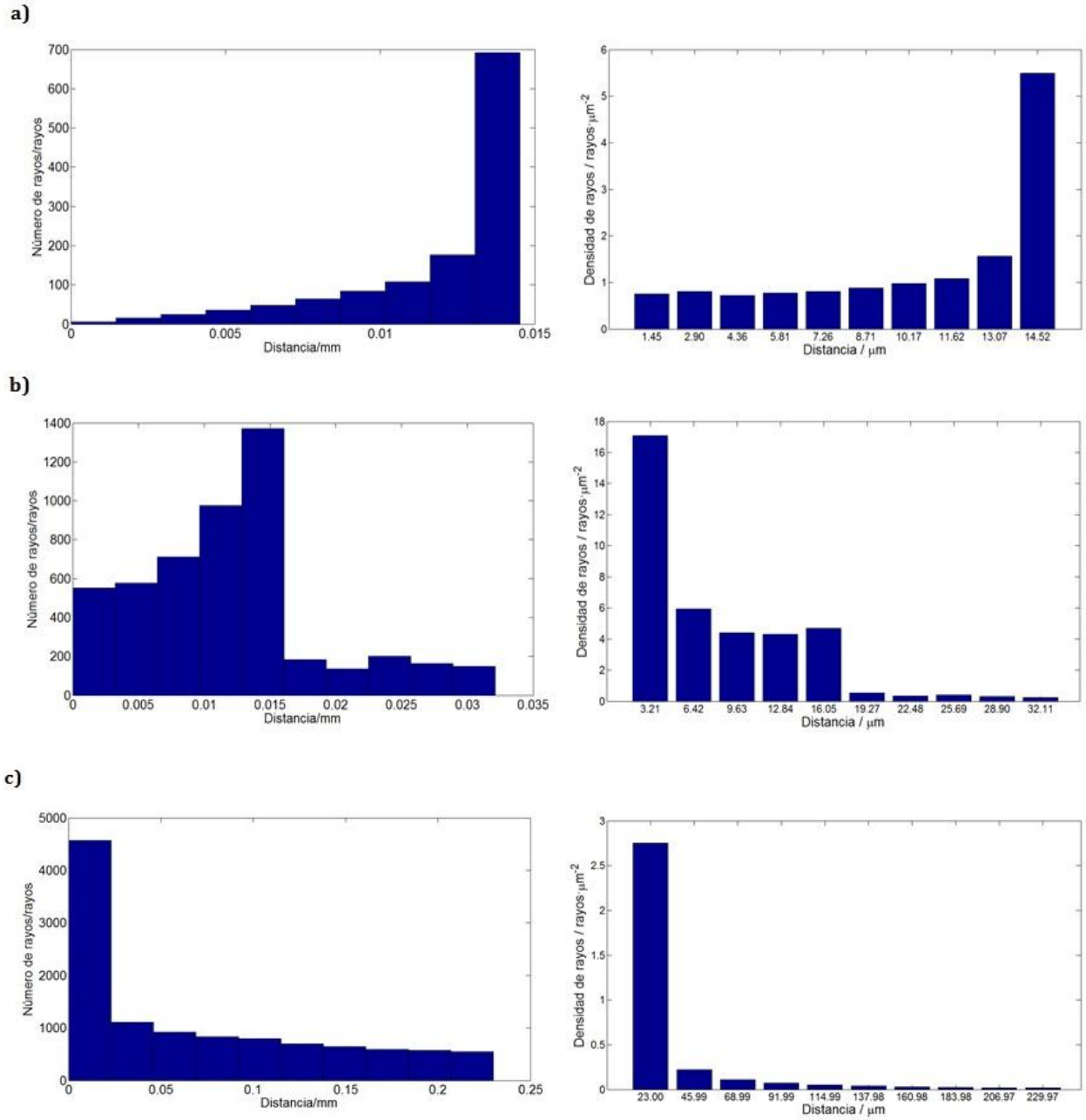

Figura 3.4: En la columna de la izquierda se representa la distribución de distancias al eje óptico de los impactos (o rayos) en la retina en forma de histograma. En la columna de la derecha se representa la PSF o densidad de rayos por unidad de superficie. En ambos casos el objeto se encuentra a 70 cm del ojo y los diámetros pupilares considerados han sido: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

La distribución de rayos o impactos en la retina se aprecia mejor en la columna 1 de la Figura 3.4 que en los diagramas de impactos mostrados en la Figura 3.3. Concretamente, para una pupila pequeña (2 mm) la mayor parte de los rayos o impactos se concentran en los bordes de la mancha imagen, mientras que para una pupila grande (6 mm) ocurre lo contrario. Para una pupila intermedia (4 mm) es obvio que aparece salto tanto en el histograma como en la PSF (Figura 3.4 c) columna izquierda y derecha) que se corresponde con el corte de la caústica en nuestro plano de observación (plano anterior al de la imagen paraxial).

En la columna de la derecha de la Figura 3.4 se representa la densidad de luz por unidad de superficie, a modo de función PSF. En el caso de la pupila grande (Figura 3.4 c) columna derecha), la distribución de luz es similar a la de un objeto en el infinito (Figura 3.2 c)), si bien la primera barra de la función representa un diámetro de 46 μm, que es un valor enorme y no produce ningún tipo de valoración útil.

Además, cabe señalar también que la aberración esférica es claramente reconocible, como por ejemplo, en la corona brillante que se observa para pequeña pupila (2 mm) en la zona externa de la mancha.

OBJETO A 25 CM

En el último caso del apartado 3.1 se coloca el objeto en el punto próximo, es decir a una distancia de 25 cm. En la Figura 3.5 se muestran los diagramas de impactos obtenidos para cada uno de los tres diámetros pupilares considerados tras implementar en MatLab el trazado de rayos mostrado en la Figura 2.11. Al igual que en los dos casos anteriores, el radio de curvatura sigue siendo de R = 5.6 mm (sigue optimizado para un objeto en el infinito).

En los diagramas de impactos mostrados en la Figura 3.5 puede observarse que, como era de esperar, el radio considerado no proporciona resultados satisfactorios para esta distancia de objeto. La aberración esférica en este caso es claramente visible para pupila intermedia y grande, como muestra la Figura 3.5 b) y c). En el caso de la pupila pequeña, se puede observar cómo la distribución de impactos es uniforme. Así mismo, a simple vista puede verse cómo el tamaño máximo de las manchas para cualquiera de los tres diámetros pupilares considerados es más grande que en los casos anteriores.

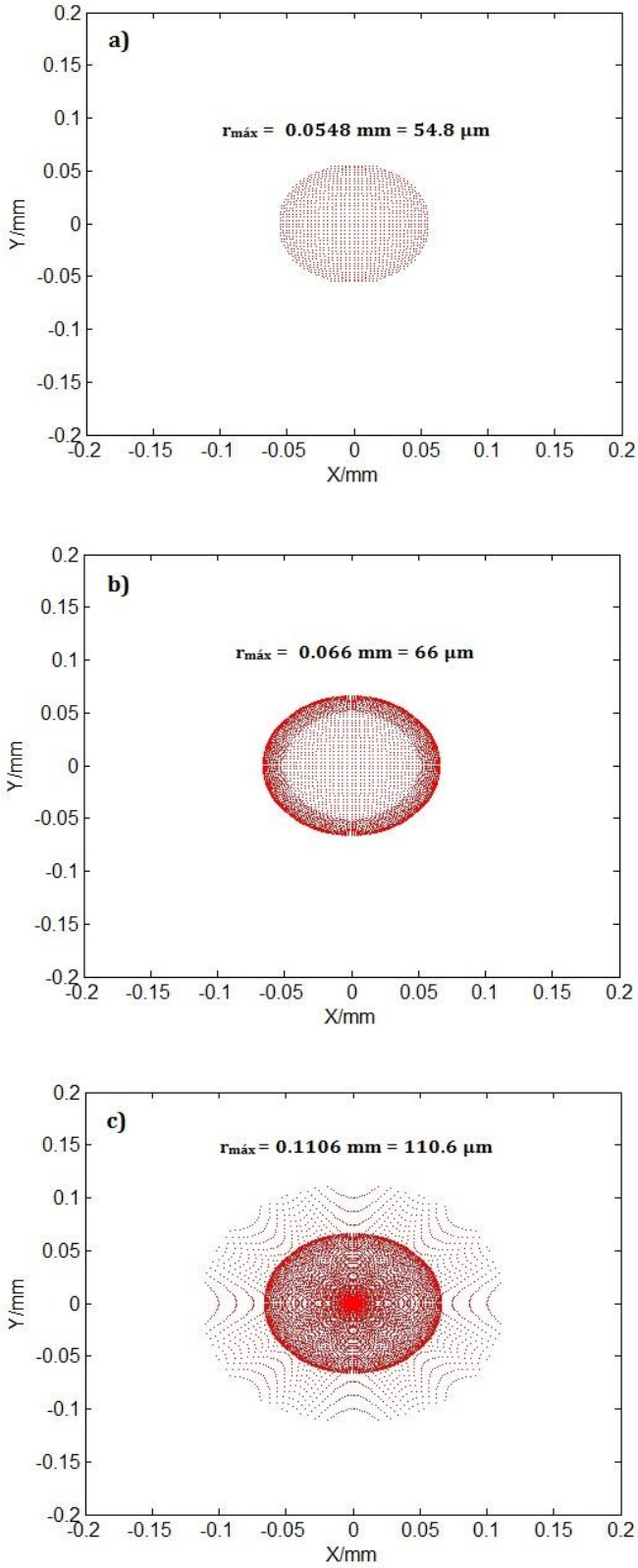

Figura 3.5: Diagramas de impactos correspondientes a un objeto situado a 25 cm del ojo considerando una superficie esférica y distintos diámetros pupilares: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

Siguiendo el análisis hecho en los casos anteriores, se muestra en la Figura 3.6 los histogramas y PSF asociados a los diagramas de impactos dados en la Figura 3.5.

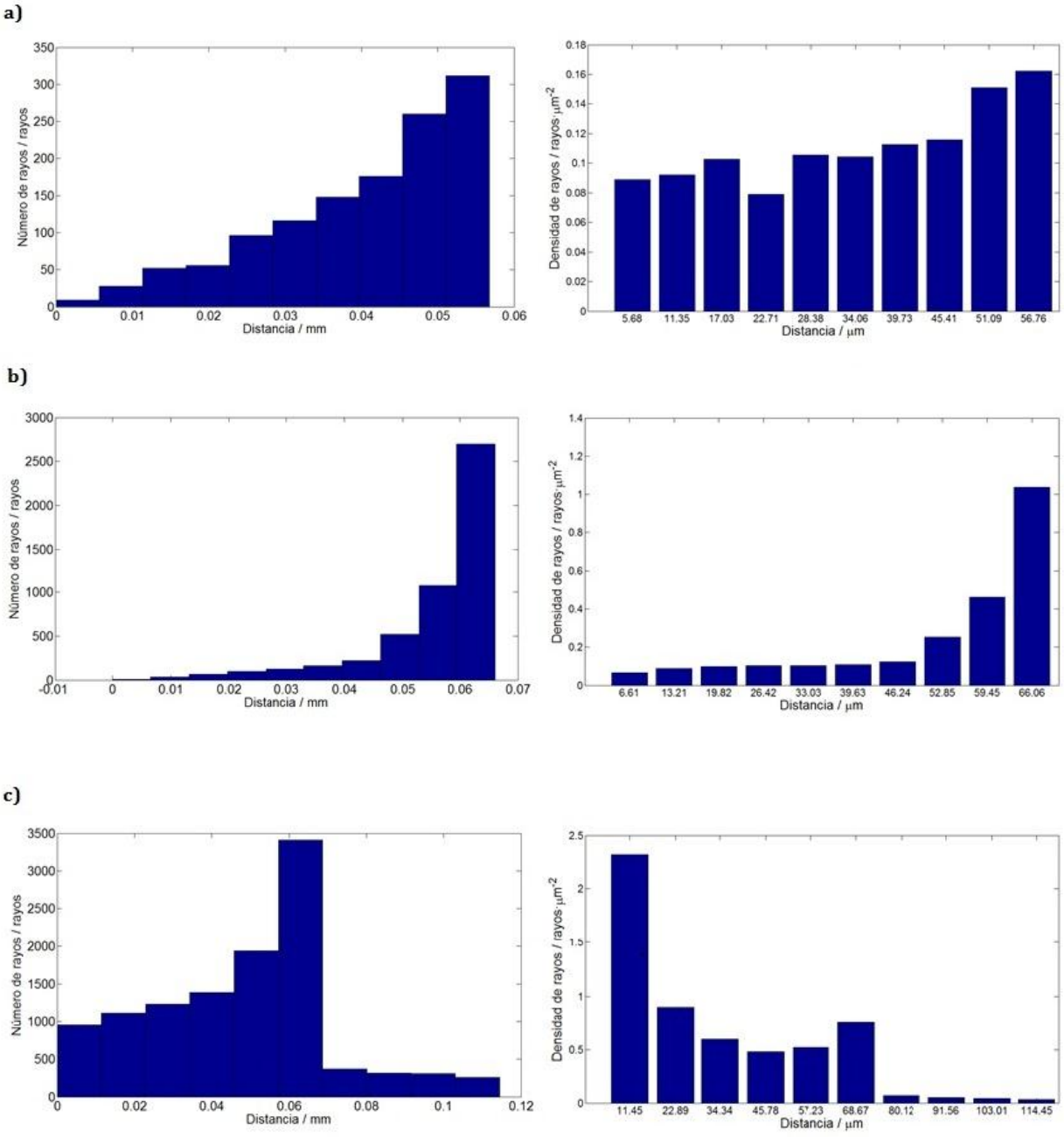

Figura 3.6: En la columna de la izquierda se representa la distribución de distancias al eje óptico de los impactos (o rayos) en la retina en forma de histograma. En la columna de la derecha se representa la PSF o densidad de rayos por unidad de superficie. En ambos casos el objeto se encuentra a 25 cm del ojo y los diámetros pupilares considerados han sido: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

Como puede verse en las representaciones recogidas en la Figura 3.6 la situación no mejora al estudiar la densidad de rayos por unidades de superficie o PSF (Figura 3.6 columna derecha). Cuando consideramos una pupila pequeña (2 mm) en la PSF (Figura 3.6 a) columna derecha) se puede observar de mejor manera cómo la densidad de rayos es aproximadamente constante en toda la mancha. Esto ilustra un hecho que es la base de la corrección zonal de la presbicia: cuando una superficie refractiva no se corresponde con la distancia a la que está un objeto, lo que produce una especie de fondo, o ruido luminoso, y no una imagen. Si otra zona con un radio apropiado es capaz de producir una buena imagen, el efecto de la primera será un fondo o ruido que no impedirá que el sujeto llegue a reconocer la imagen buena. Para pupila intermedia (4 mm) se observa claramente como la densidad de luz por unidad de superficie está concentrada en los bordes exteriores de la mancha dando lugar a una especie de halo, o anillo luminoso, muy propio de la aberración esférica para estas aperturas. Por último, al considerar una pupila grande (6 mm) la densidad de energía o PSF muestra un máximo en la zona central correspondiente al corte con "la sagita" de la caústica mientras que por fuera se observa el máximo correspondiente a la hoja tangencial de la caústica. También se puede observar un fondo externo donde la densidad de luz es prácticamente nula en comparación con el resto de zonas. El patrón de la Figura 3.6 c) columna derecha, es típico de una esférica para grandes aperturas.

3.2 Superficie bifocal

3.2.1 Descripción de las zonas y cálculo de radios

La superficie bifocal que se va a modelizar va a tener dos zonas ópticas bien diferenciadas:

1) Una zona interna de 3 mm de diámetro con un radio de curvatura dado por el Invariante de Abbe para un objeto próximo, y de valor R_1 = 5.251 mm (rojo en las figuras).
2) Una zona externa que mantendrá el radio del modelo de ojo reducido enfocado al infinito, y por tanto de valor R_2 = 5.6 mm (azul en las figuras).

En la Figura 3.7 se muestra un esquema donde puede observarse la superficie bifocal considerada, que corresponde a la parte continua de las curvas.

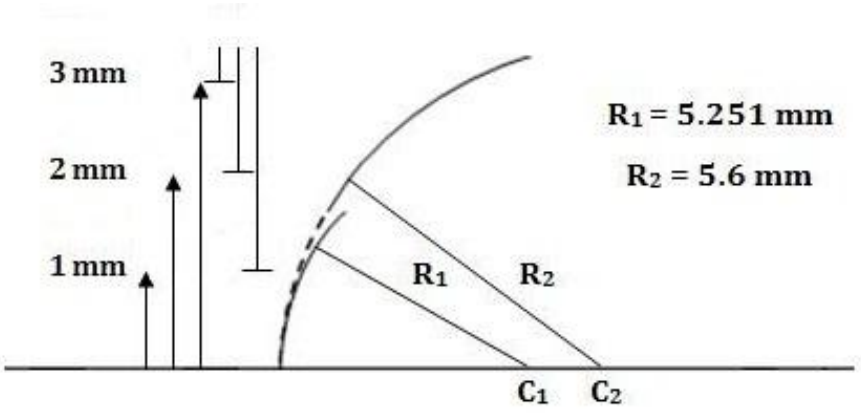

Figura 3.7: Superficie bifocal, con sus dos zonas ópticas, empleada para los cálculos. En la imagen pueden verse también los radios de las tres pupilas consideradas: r_{pupila} = 1 mm, 2 mm y 3 mm.

3.2.2 Cálculo bifocal

Al igual que cuando consideramos la superficie esférica, en este caso, con la superficie bifocal se han estudiado las manchas imagen obtenidas para los siguientes tres casos:

1) El objeto se encuentra en el infinito.
2) El objeto se encuentra a 70 cm del ojo.
3) El objeto se encuentra a 25 cm del ojo.

Para cada una de ellas, se han considerado tres diámetros pupilares diferentes: 2 mm, 4 mm y 6 mm.

OBJETO EN EL INFINITO

En la Figura 3.8 se muestran los diagramas de impactos obtenidos, para cada diámetro pupilar considerado, tras implementar en MatLab el trazado de rayos mostrado en la Figura 2.10. Se ha de tener en cuenta que la superficie bifocal considerada tiene una zona central de radio de curvatura R_1 = 5.251 mm y una zona externa de radio R_2 = 5.6 mm.

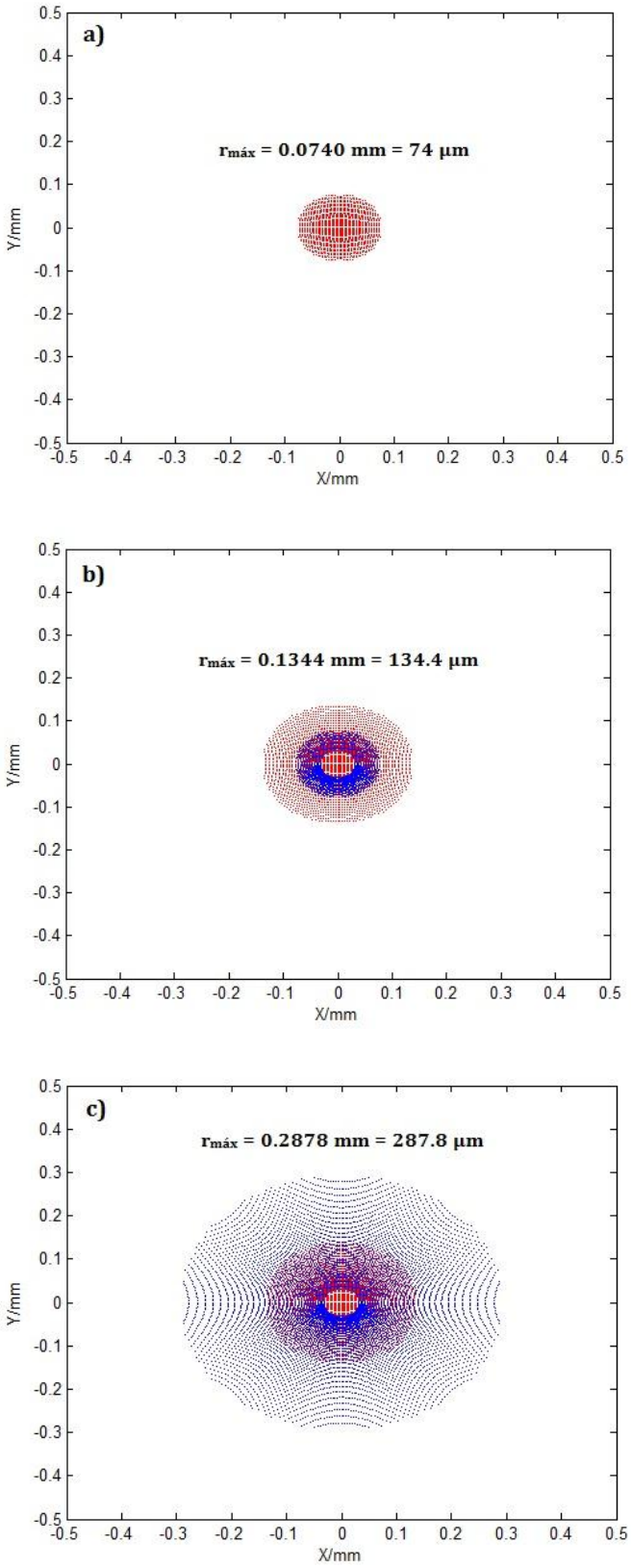

Figura 3.8: Diagramas de impactos correspondientes a un objeto situado en el infinito considerando una superficie bifocal y distintos diámetros pupilares: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

En los diagramas de impactos mostrados en la Figura 3.8, puede observarse como para pupila pequeña (Figura 3.8 a)) el tamaño máximo de la mancha aumenta considerablemente al considerar esta superficie. Este hecho es lógico, pues la zona interna de la superficie está diseñada para enfocar objetos a 25 cm del ojo y en este caso el objeto se encuentra en el infinito. Para pupila intermedia (Figura 3.8 b)) el tamaño máximo de la mancha aumenta con respecto a cuando considerábamos una superficie esférica (un solo radio de curvatura). Este aumento de tamaño es consecuencia de que la superficie refractiva correspondiente a la zona interna de la superficie bifocal no se corresponde con la distancia a la que está el objeto. En cambio, para una pupila grande (Figura 3.8 c)) el tamaño máximo de la mancha al considerar esta superficie bifocal (dos radios de curvatura) es el mismo que al considerar la superficie esférica. El hecho de que ambas manchas (Figura 3.1 c) y Figura 3.8 c)) posean el mismo tamaño es debido a que en el caso de la superficie bifocal el tamaño de la mancha correspondiente a un radio de curvatura $R_1 = 5.251$ mm es máximo para pupila intermedia (4 mm) y por tanto su valor va a ser el mismo al considerar una pupila mayor, mientras que la zona externa esta diseñada para enfocar correctamente objetos a dicha distancia.

Con el fin de observar de manera más clara como es la distribución de luz en la retina, se pasa a representar los histogramas y PSF correspondientes a dichos diagramas de impactos. En la Figura 3.9 se muestran dichas representaciones.

Al representar la densidad de rayos por unidad de superficie puede observarse como para pupila pequeña (Figura 3.9 a) columna derecha) se obtiene una PSF similar a la obtenida en la Figura 3.2 c) columna derecha. Lo que se representa en ambas es lo que anteriormente se definió como ruido luminoso o fondo y que era debido a que la superficie refractiva considerada no se correspondía con la distancia a la que está el objeto. En cambio, al considerar pupilas mayores (4 mm y 6 mm) puede observase (Figura 3.8 b) y c)) como la densidad de rayos por unidad de superficie reflejada en forma de función PSF deja de ser aproximadamente constante. Pese a ello, los resultados obtenidos no representan una buena situación ya que los tamaños de las manchas, siguen siendo grandes. Por ejemplo, para una pupila de 6 mm (Figura 3.8 c) columna derecha), la segunda barra de la función representa un diámetro de más de 100 μm.

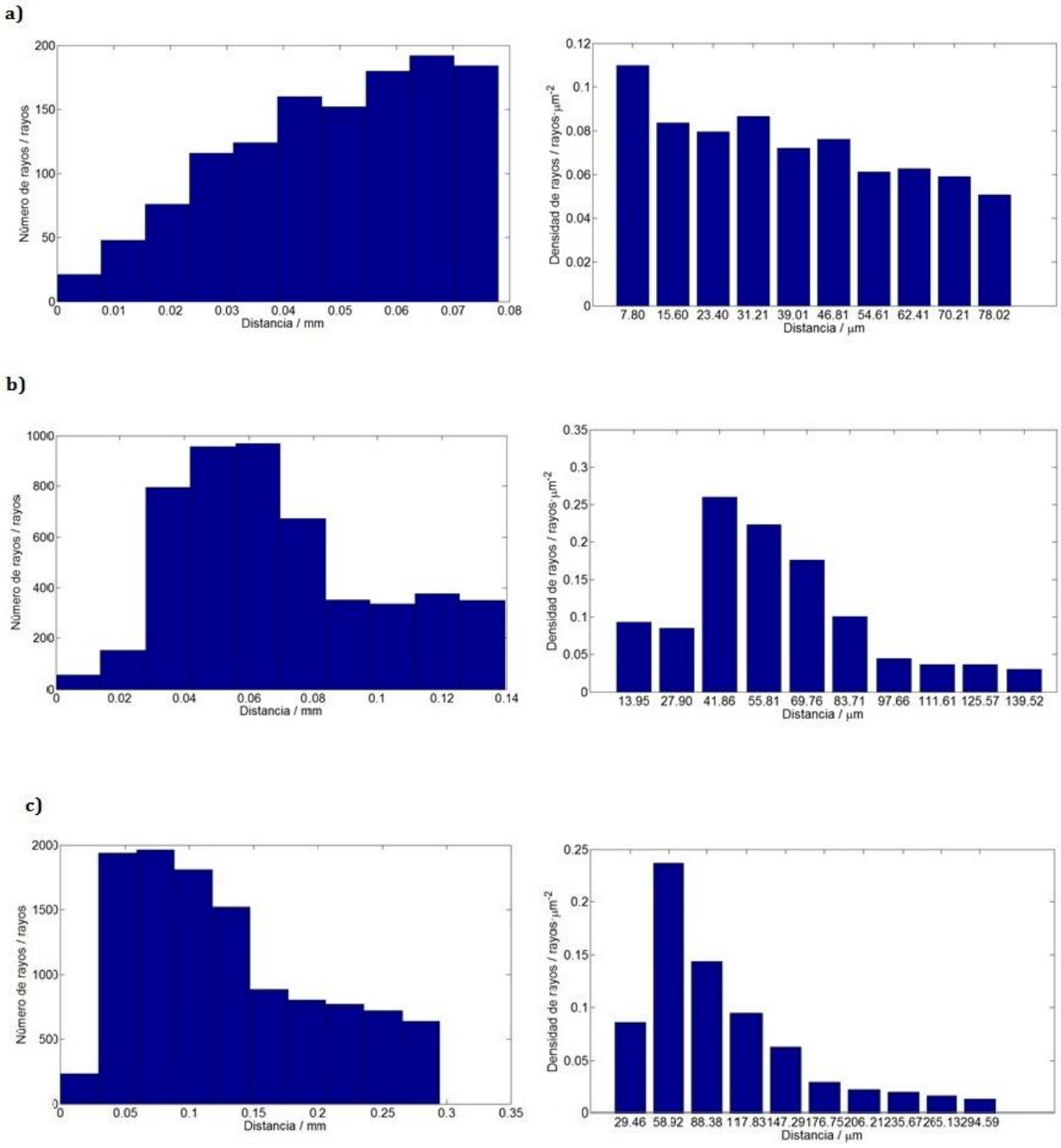

Figura 3.9: En la columna de la izquierda se representa la distribución de distancias al eje óptico de los impactos (o rayos) en la retina en forma de histograma. En la columna de la derecha se representa la PSF o densidad de rayos por unidad de superficie. En ambos casos el objeto se encuentra en el infinito y los diámetros pupilares considerados han sido: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

OBJETO A 70 CM

En el segundo caso, colocamos el objeto a una distancia de 70 cm del ojo. En la Figura 3.10 se muestran los diagramas de impactos obtenidos para cada uno de los tres diámetros pupilares considerados tras implementar en MatLab el trazado de rayos mostrado en la Figura 2.11. En la Figura 3.11 se muestran los histogramas y PSF correspondientes a los diagramas de impactos mostrados en la Figura 3.10. Con estas nuevas formas de representación, conseguimos ver como es la densidad de luz en la retina, hecho que es importante pues los fotorreceptores (conos y bastones), que son los que nos permiten reconocer las imágenes, son sensibles a ella. Hay que recordar que en este caso, se tienen dos radios de curvatura, el de la zona interna de valor R_1 = 5.251 mm, optimizado para un objeto a 25 cm, y el de la zona externa de valor R_2 = 5.6 mm, optimizado para un objeto en el infinito.

En los diagramas de impactos mostrados en la Figura 3.10 ocurre una situación similar a cuando se consideraba el objeto en el infinito (Figura 3.8 a), b) y c)). Para el caso de pupila pequeña (Figura 3.10 a)), se observa el fondo luminoso, que como posteriormente se verá al representar su PSF correspondiente, dará lugar a una distribución de rayos aproximadamente constante. Al aumentar la pupila, y considerar esta de un tamaño de 4 mm, el tamaño máximo de la mancha aumenta al no encontrarse el objeto a la distancia correcta para la que fue diseñada la zona interna de radio R_1 =5.251 mm de la superficie bifocal. Para una pupila grande (Figura 3.10 c)), el tamaño de la mancha no varía al pasar de una superficie esférica a una superficie bifocal, pero es interesante apuntar que en este último caso, el tamaño efectivo por llamarlo de alguna forma es mejor, pues la mayor parte de los impactos quedan concentrados en un diámetro menor.

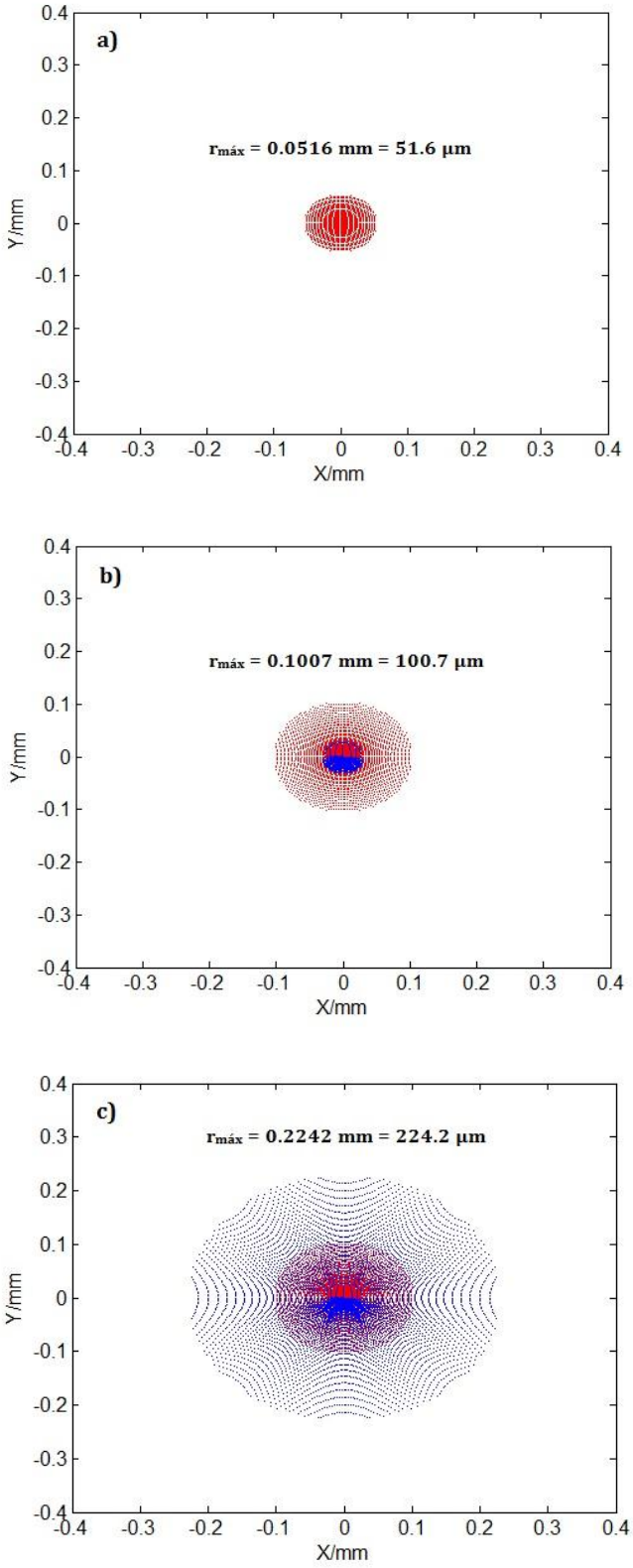

Figura 3.10: Diagramas de impactos correspondientes a un objeto situado a 70 cm considerando una superficie bifocal y distintos diámetros pupilares: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

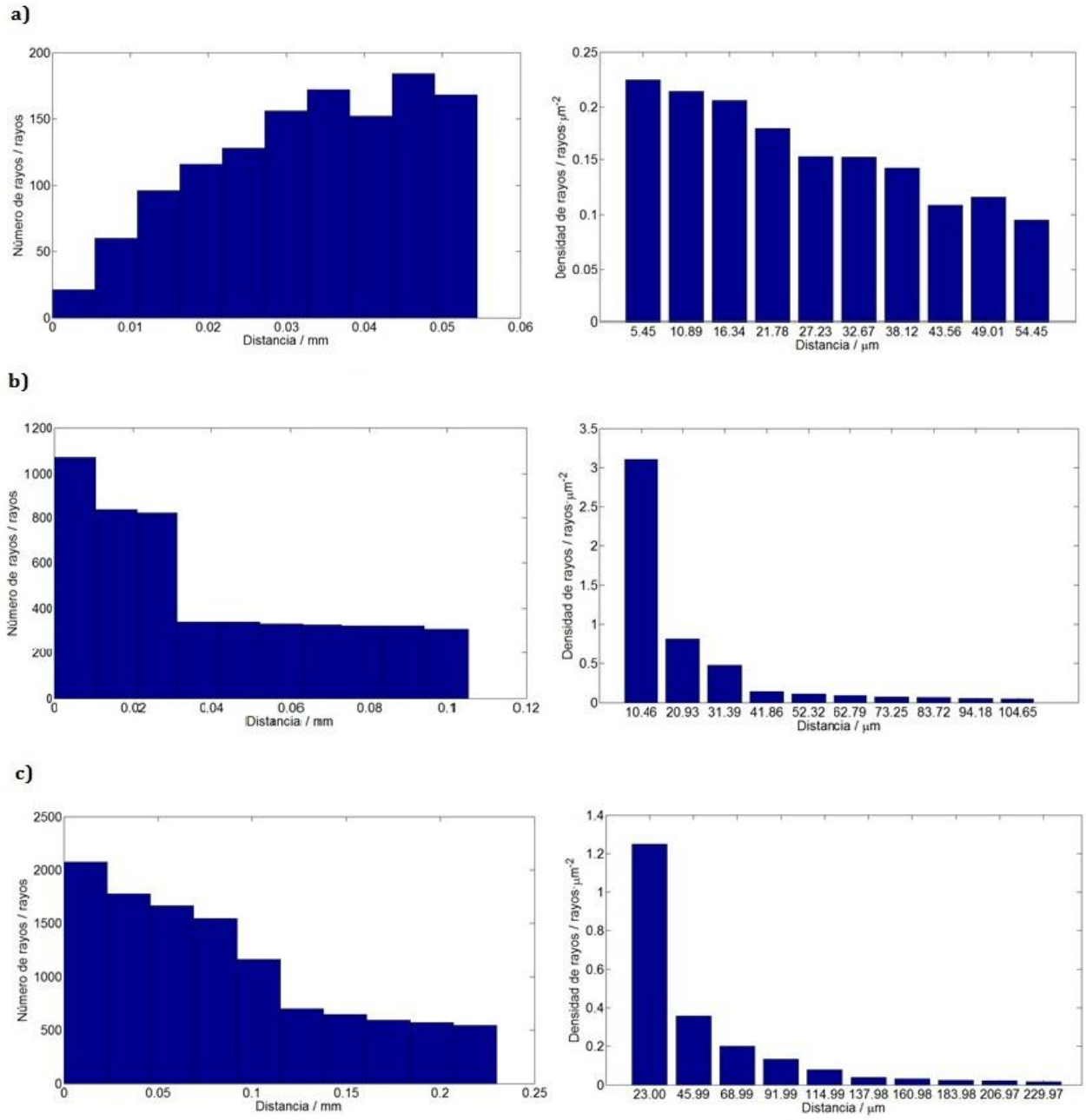

Figura 3.11: En la columna de la izquierda se representa la distribución de distancias al eje óptico de los impactos (o rayos) en la retina en forma de histograma. En la columna de la derecha se representa la PSF o densidad de rayos por unidad de superficie. En ambos casos el objeto se encuentra a 70 cm del ojo y los diámetros pupilares considerados han sido: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

Es evidente ver como en la Figura 3.11 a) de la columna derecha la densidad de rayos puede considerarse prácticamente constante dando lugar al fondo luminoso del que se hablo con anterioridad. En cambio, para pupilas mayores (4 y 6 mm) puede apreciarse como en sus respectivos histogramas (Figura 3.11 b) y c) de la columna izquierda) aparece una discontinuidad que se corresponde con el límite de la mancha imagen formada por la superposición de aquellos rayos que han impactado en ambas zonas (interna y externa de la superficie bifocal). Cuando estudiamos sus PSF correspondientes, observamos que en ambos casos, por la forma de éstas parece que se obtienen resultados satisfactorios, pero eso no es del todo cierto pues en el caso concreto de la pupila de 6 mm el diámetro de la primera barra de la función es de 46 μm.

OBJETO A 25 CM

En el último caso de este apartado se coloca el objeto en el punto próximo, es decir a una distancia de 25 cm. En la Figura 3.12 se muestran los diagramas de impactos obtenidos para cada uno de los tres diámetros pupilares considerados tras implementar en MatLab el trazado de rayos mostrado en la Figura 2.11. La superficie considerada para el cálculo es la mostrada en la Figura 3.7.

En los diagramas de impactos mostrados en la Figura 3.12, puede verse como para el caso de pequeña pupila (Figura 3.12 a)) el tamaño máximo de la mancha ha disminuido considerablemente. Este resultado es lógico puesto que la zona interna de la superficie bifocal tiene un radio un radio de curvatura que fue específicamente diseñado para enfocar en la retina objetos situados a 25 cm, como es este el caso. En cambio, al considerar pupilas mayores (de 4 y 6 mm), se puede observar como el tamaño máximo de la mancha considerando esta superficie bifocal es el mismo que el que se obtenía con la superficie esférica, pero con la diferencia de que ahora los rayos que inciden en el sistema a través de la zona cuyo radio de curvatura es $R_1 = 5.251$ mm, están correctamente enfocados en la retina.

En la Figura 3.13 se muestran los histogramas y funciones PSF asociados a los diagramas de impactos mostrados en la Figura 3.12. Con ellos, se verá como efectivamente para este caso en concreto donde el objeto se encuentra a 25 cm del ojo, se obtienen resultados muy satisfactorios para el caso de pequeña pupila.

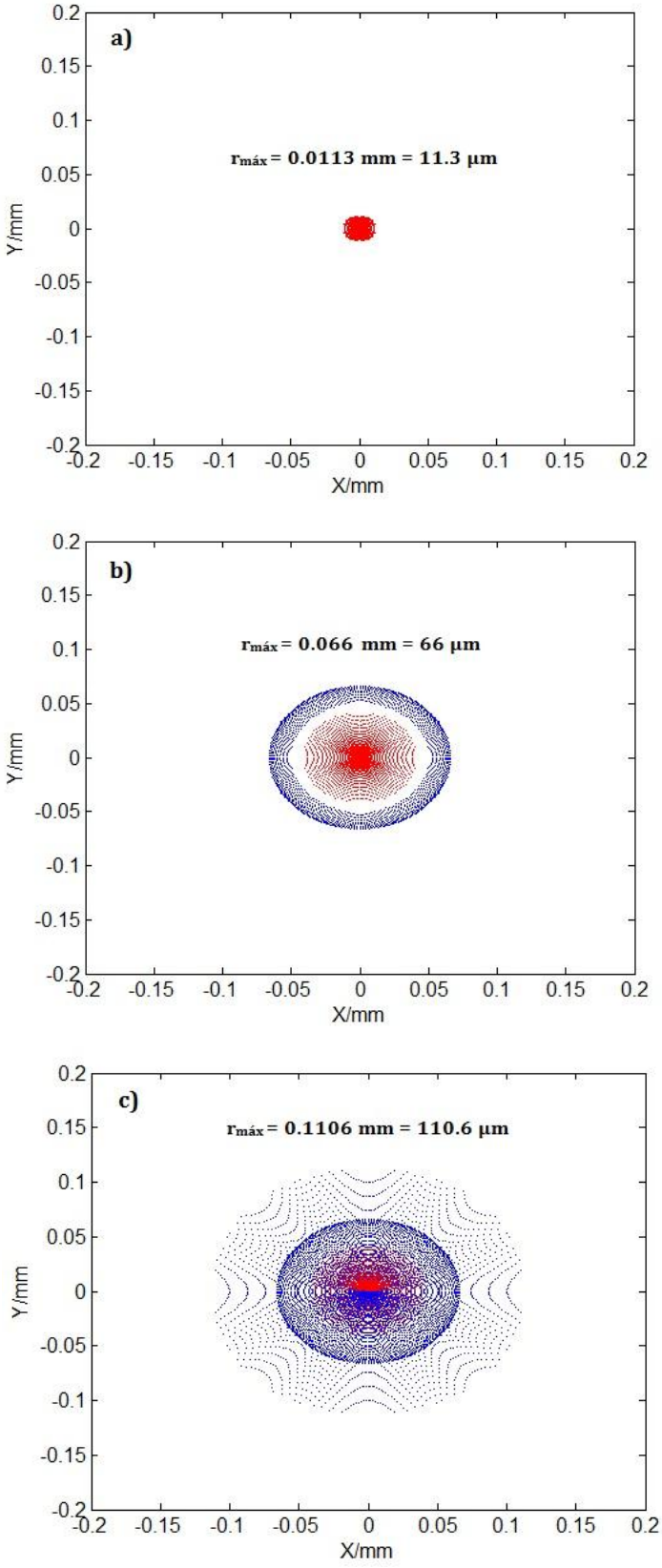

Figura 3.12: Diagramas de impactos correspondientes a un objeto situado a 25 cm considerando una superficie bifocal y distintos diámetros pupilares: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

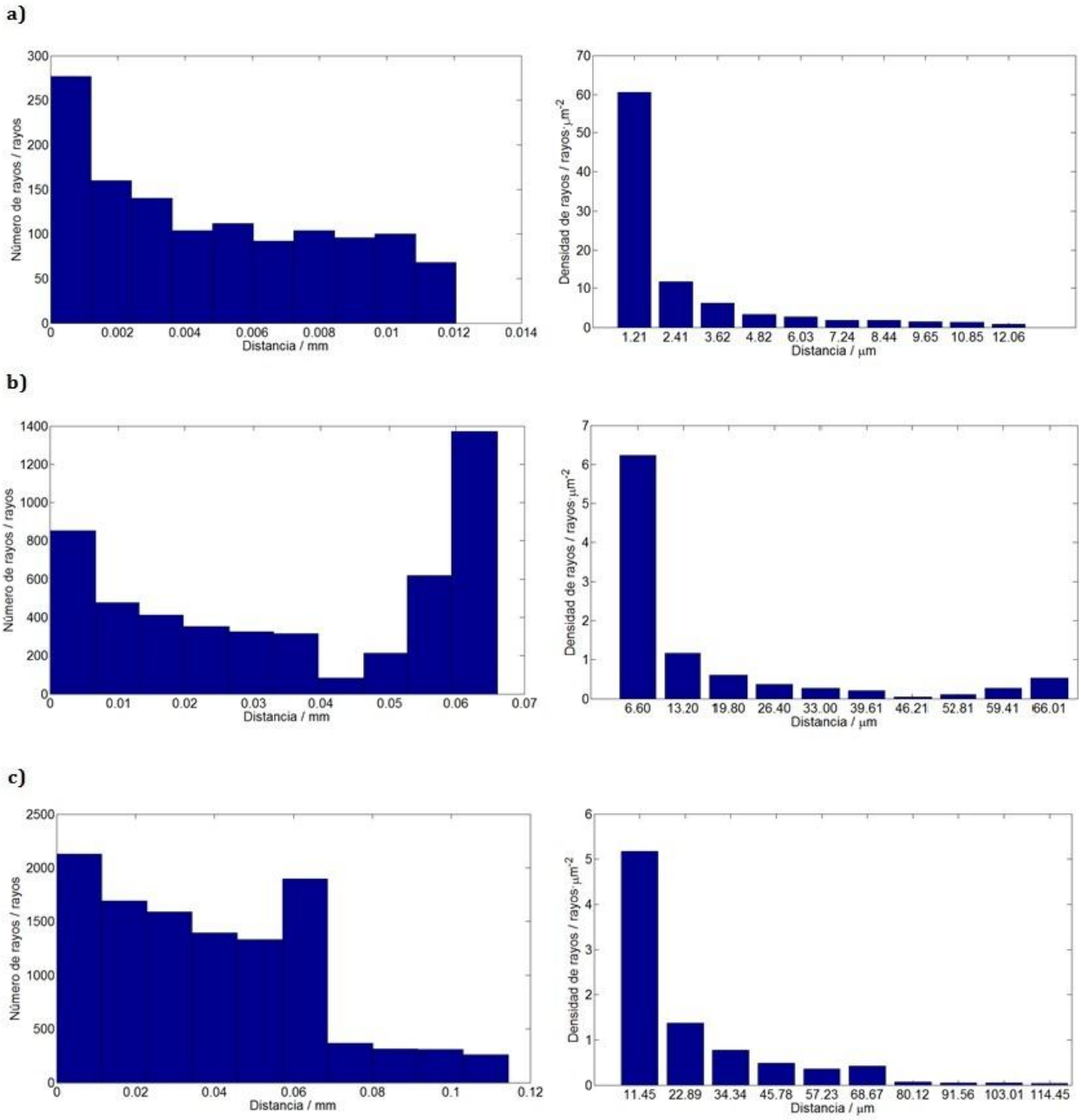

Figura 3.13: En la columna de la izquierda se representa la distribución de distancias al eje óptico de los impactos (o rayos) en la retina en forma de histograma. En la columna de la derecha se representa la PSF o densidad de rayos por unidad de superficie. En ambos casos el objeto se encuentra a 25 cm del ojo y los diámetros pupilares considerados han sido: a) 2 mm, b) 4 mm y c) 6 mm.

En la Figura 3.13 a) de la columna de la derecha se ve como efectivamente la densidad de rayos por unidad de superficie es máxima en la zona central lo que hace que el tamaño efectivo de la mancha imagen sea más pequeño que el tamaño proporcionado por el diagrama de impactos mostrado en la Figura 3.12 a). Cuando consideramos una pupila intermedia, se puede observar como aparece una discontinuidad (Figura 3.12 b) columna izquierda) que separa los rayos que inciden en cada una de las zonas. Finalmente, al representar la densidad de luz por unidad de superficie en forma de función PSF, tanto para pupila grande como pupila intermedia (Figura 3.12 b) y c) columna derecha), podemos observar que pese a que dichas representaciones aparentemente se comportan bien ya que su forma es la adecuada (la mayor densidad de rayos se concentra en la primera barra de la función, en el resto de barras apenas se registra densidad en comparación) en realidad suponen un tamaño efectivo para la mancha imagen grande, y por tanto nada útil a la hora de realizar una valoración de la imagen.

3.3 Superficie optimizada

En este apartado se trata de diseñar una superficie bifocal similar a la diseñada en el apartado 3.2, sólo que en este caso, en vez trabajar con los radios obtenidos mediante óptica paraxial buscaremos otros que optimicen los resultados para la zona medio – periférica. Recordemos que la zona central es la que contiene el comportamiento paraxial, mientras que la zona periférica es predominantemente aberrada. Aquí se propone una modificación de la zona externa de dicha superficie para pupilas intermedias y grandes (de 3 a 6 mm) con el fin de ver como evoluciona la aberración esférica presente en la mancha al variar el radio de curvatura (desde R = 5.6 mm en adelante de forma que se aplane la superficie para compensar el efecto de la aberración esférica). En las Figuras 3.14 y 3.15 se muestran los resultados obtenidos para 3 de los radios calculados (R = 5.6 mm, R = 5.68 mm y R = 5.71 mm).

Como puede apreciarse en la Figura 3.14 a), b) y c), a medida que aumentamos el radio de curvatura de dicha zona el hueco central va disminuyendo hasta desaparecer por completo (R = 5.71 mm). Este hecho es debido a que la propia aberración esférica desplaza los rayos más marginales para que corten al eje óptico más cerca de la retina.

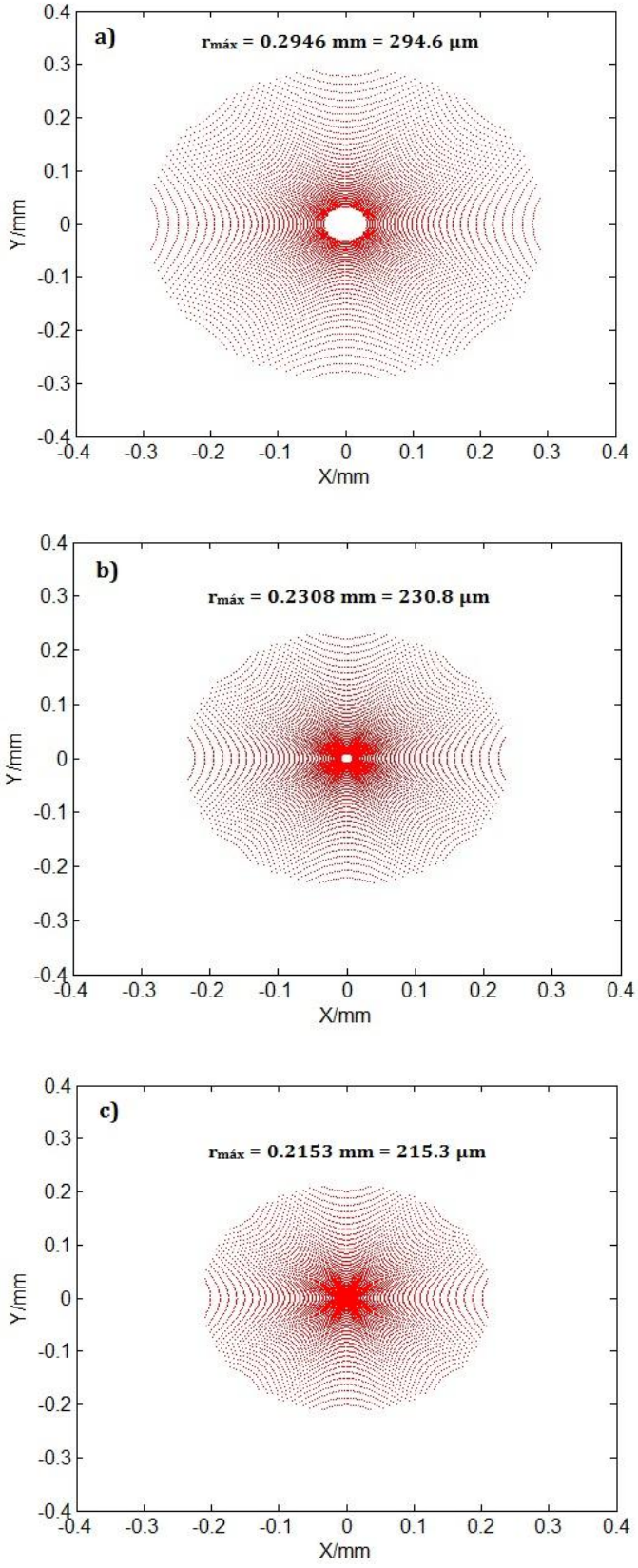

Figura 3.14: Diagramas de impactos correspondientes a la zona externa de la superficie bifocal considerando los radios de curvatura: a) 5.6 mm, b) 5.68 mm y c) 5.71 mm.

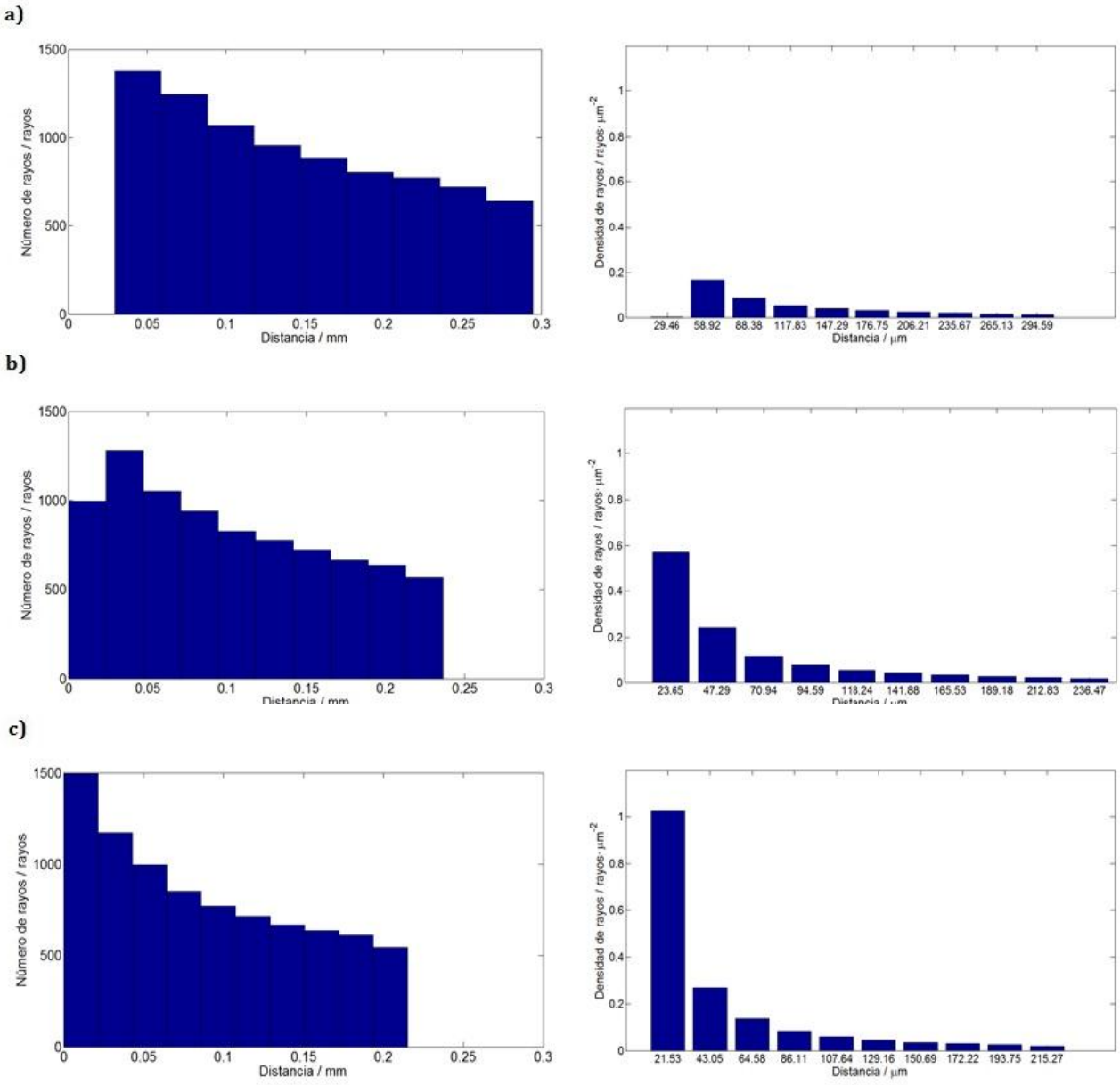

Figura 3.15: En la columna de la izquierda se representa la distribución de distancias al eje óptico de los impactos (o rayos) en la retina en forma de histograma. En la columna de la derecha se representa la PSF o densidad de rayos por unidad de superficie. En ambos casos el objeto se encuentra en el infinito. Se ha considerado un diámetro pupilar de 6 mm.

Los histogramas y PSF obtenidas en las Figuras 3.15 a), b) y c) son consistentes con los diagramas de impactos mostrados en las Figuras 3.14 a), b) y c) pues es obvio ver cómo al modificar el radio de curvatura varía el número de impactos y la densidad de rayos en función de la distancia al eje para cada uno de los casos. Para nuestro caso inicial (R= 5.6 mm), el número de impactos en la zona central de 30 μm de radio es nulo (Figura 3.15 a) columna izquierda) y la densidad de rayos en dicha zona también (Figura 3.15 b) columna derecha). Al aumentar el radio la cantidad de rayos en esa zona aumenta mucho, pero lo hace aún más para el valor R = 5.71 mm, para el que la densidad de rayos se hace máxima en el centro. Este hecho es coherente pues para dicho radio de curvatura el hueco central ha sido cubierto por completo.

Capítulo 4

CONCLUSIONES

En este último capítulo del Trabajo Fin de Carrera se especifican cada una de las tareas realizadas en este proyecto así como también las conclusiones que se han extraído del mismo y las posibilidades futuras.

4.1 Tareas Realizadas

1) Revisión de aspectos que sitúan el contexto del trabajo:
   - Anatomía del ojo.
   - Modelos teóricos de ojo.
   - Corrección de ametropías.
2) Desarrollo de programas en MatLab para el cálculo de:
   - Trazado de rayos.
   - Obtención de diagramas de impactos.
   - Realización de histogramas.
3) Testeo de los programas sobre un modelo de ojo reducido con una superficie esférica.
4) Simulación del comportamiento de una superficie bifocal.

4.2 Resultados y conclusiones

1) El modelo de ojo reducido con superficie esférica para objeto en el infinito se comporta, para todas las aperturas estudiadas, como era de esperar para objetos en el eje: se observa, tanto en los diagramas de impactos como en los histogramas, una aberración esférica clara, tal como es descrita para un sistema convergente. Se ha observado que el histograma que representa la densidad de rayos (irradiancia) y que da una medida de la PSF, es siempre la forma más adecuada de analizar los resultados.

2) En el apartado de la superficie bifocal se observa que el comportamiento de la zona central si es el adecuado para objeto cercano, sobre todo para pupilas pequeñas (condiciones de lectura). Sin embargo, el comportamiento para objetos intermedios y lejanos muestra el efecto de la aberración esférica ya que carece de luz paraxial.

3) La propuesta de una superficie optimizada (zona periférica) para objetos intermedios y lejanos (paso de R = 5.6 mm a R=5.71 mm), da como resultado una mejora en la distribución de luz que se debe a que la retina corta a la caústica imagen en un plano anterior al paraxial consiguiendo una densidad de impactos en su centro.

4.3 Posibilidades futuras

Los resultados de este trabajo pueden ser el punto de partida para desarrollos posteriores. Algunas de estas posibilidades se enumeran a continuación.

1) Modificación de la partición utilizada en los histogramas para predecir estimaciones del tamaño real de las manchas imagen.

2) Fijar umbrales de detección en la densidad de rayos que nos permitan estimar cuando un sujeto es capaz de ver nítidamente una imagen.

3) Establecer estimadores de calidad óptica (*ratio* de strehl, PSF, MTF) que nos permitan obtener los tamaños reales de las manchas.

4) Uso de superficies asféricas sobre un modelo de ojo completo.

5) Incorporación de un cristalino realista que represente la acomodación disponible.

6) Incorporar más zonas (corrección multifocal), analizando el efecto de la zona de transición.

REFERENCIAS

[1] Rosario G. Anera, PhD; José J. Castro, PhD; José R. Jiménez, PhD; César Villa, PhD; Aixa Alarcón, MSc. "*Optical Quality and Visual Discrimination Capacity After Myopic LASIK With a Standard and Aspheric Ablation Profile*". Journal Refractive Surgery 2011; 27(8): 597 – 601.

[2] "*Excimers lasers in Ophtalmology. Principles and practice".* Ch NJ MacGhee, HR Taylor, DS Gartry, SL Troklen. Martin Dunitz 1997.

[3] Aixa Alarcón, MSc; Rosario G. Anera, PhD; Margarita Soler, MSc; Luis Jiménez del Barco, PhD. "*Visual Evaluation of Different Multifocal Corneal Models for the Correction of Presbyophia by Laser Ablation"*. Journal of Refractive Surgery 2011; 27(11): 833 – 836.

[4] http://sabia.tic.udc.es/gc/Contenidos%20adicionales/trabajos/3D/VisionArtificial/index.html

[5] http://www.datuopinion.com/membrana-de-descemet

[6] *Óptica Fisiológica: Psicofísica de la visión*. J.M. Artigas, P. Capilla, A. Felipe y J. Puyol. Interamericana McGraw – Hill 1995.

[7] http://laserocular.info/presbicia

[8] http://www.vistaircovision.com/problemas_vision_presbicia.php

[9] http://oculaire.fr/index-esp.html

[10] Mª Dolores Ortiz Márquez. "*Modelización mediante parámetros físicos de una intervención de cirugía refractiva (técnica LASIK). Evolución de la agudeza visual*". Tesina, Febrero 2000.

[11] *Óptica*. Justiniano CASAS. Ed. Librería PONS. 7º Edición 1994.

[12] *Óptica.* Eugene Hecht, Alfred Zajac. Addison – Wesley Iberoamericana 1986.

[13] *Adler. Fisiología del ojo.* W Hart. Mosby/Doyma Libros. 9º Ed. 1994.

[14] Eva Rodríguez Vidal. "*Modelado de los efectos de tallado de la zona de transición en intervenciones de cirugía refractiva"*. Trabajo Fin de Carrera, Septiembre 2006.

APÉNDICE: Programas de MatLab

SUPERFICIE ESFÉRICA

Programa secundario para O_∞: Calcula el valor que toma la altura del rayo refractado cuando corta con el plano de la retina y lo asigna a la variable "h_retina".

```
function [h_retina]=Snell(r,h_rayo)
n1=1;
n2=1.336;

Y_impacto_dioptrio=h_rayo;
Z_impacto_dioptrio=r-sqrt((r^2)-((Y_impacto_dioptrio)^2));

alfa1=asin(h_rayo/r);
alfa2=asin((n1*h_rayo)/(n2*r));
beta =(alfa1)-(alfa2);

p=-tan(beta);
d_focal=22.27;

h_retina=p*((d_focal)-(Z_impacto_dioptrio))+(Y_impacto_dioptrio);
```

Programa principal para O_∞: Considera una superficie esférica y muestra en pantalla los diagramas de impactos, histogramas y PSF obtenidos tras el trazado de rayos.

```
function [X_retina,Y_retina]=sup_esferica_infinito(dp)
hold off
n1=1;
n2=1.336;

%RAYOS INCICENTES
x_rayo=20:-0.05:-20;
y_rayo=20:-0.05:-20;
[X_rayo,Y_rayo]=meshgrid(x_rayo,y_rayo);

%DISTANCIA AL ORIGEN PARA CADA RAYO
h_rayo=sqrt((X_rayo.^2)+(Y_rayo.^2));

%ÁNGULO QUE FORMA EL PLANO MERIDIANO QUE CONTIENE A CADA RAYO CON EL
%EJE DE COORDENADAS Y
[n,m]=size(h_rayo);
for i=1:n
    for j=1:m
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=0;
        end
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=0;
        end
```

```
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=pi/2;
        end
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
            theta(i,j)=pi;
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=(3*pi)/2;
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=pi/2-atan(Y_rayo(i,j)/X_rayo(i,j)); %4°C
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0 %3°C
            theta(i,j)=(pi/2)+atan((-(Y_rayo(i,j)))/X_rayo(i,j));
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0 %2°C
            theta(i,j)=pi+atan(X_rayo(i,j)/Y_rayo(i,j));
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0 %1°C
            theta(i,j)=((3*pi)/2)+atan(Y_rayo(i,j)/(-(X_rayo(i,j))));
        end
    end
end

%TRAZADO DE RAYOS
r_pupilar=dp/2;
[n,m]=size(h_rayo)

numero_impactos_retina=0;

for i=1:n
    for j=1:m

        if h_rayo(i,j)<r_pupilar

            r=5.6;
            [h_retina]=Snell(r,h_rayo(i,j));

            %COORDENADAS EN LA RETINA
            if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
                X_retina=0;
                Y_retina=0;
            end
            if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
                if h_retina>0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=h_retina;
                end
                if h_retina<0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=-h_retina;
                end
            end
            if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
                if h_retina>0
                    X_retina=h_retina;
                    Y_retina=0;
                end
```

```
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina;
        Y_retina=0;
    end
end
if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=0;
        Y_retina=-h_retina;
    end
    if h_retina<0
        X_retina=0;
        Y_retina=h_retina;
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina;
        Y_retina=0;
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina;
        Y_retina=0;
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
        Y_retina=h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
        Y_retina=-h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi/2)));
        Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi/2)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi/2)));
        Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi/2)));
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi)));
        Y_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi)));
        Y_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi)));
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
        Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
```

```
                end
                if h_retina<0
                    X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))...
                        -((3*pi)/2)));
                    Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))...
                        -((3*pi)/2)));
                end
            end

            numero_impactos_retina=(numero_impactos_retina)+1
            h1(numero_impactos_retina)=h_retina;

            %DIAGRAMAS DE IMPACTOS
            plot(X_retina,Y_retina,'r')
            axis ([-0.05 0.05 -0.05 0.05])
            set(gca,'FontSize',12);
            xlabel('X/mm','FontSize',12);
            ylabel('Y/mm','FontSize',12);
            hold on
            set(gca,'Color','white')
            set(gcf,'Color','white')

            %HISTOGRAMA DEL N° DE IMPACTOS EN FUNCIÓN DE LA DISTANCIA
            %AL EJE
            h2=abs(h1);
            hist(h2,10)
            N=hist(h2,10);
            set(gca,'FontSize',20)
            xlabel('Distancia / mm','FontSize',20);
            ylabel('Número de rayos / rayos','FontSize',20);
            set(gca,'Color','white')
            set(gcf,'Color','white')

            %PSF:DENSIDAD DE RAYOS POR UNIDAD DE SUPERFICIE EN FUNCIÓN
            %DE LA DISTANCIA AL EJE
            v_max=max(h2)
            v_min=min(h2)
            delta_h=v_max/10
            t=length(N);
            for k=1:t
               D(k)=N(k)/((pi*(k*(delta_h))^2)...
                    -(pi*((k-1)*(delta_h))^2));
            end
            D
            I=v_min:(delta_h):v_max

        end
    end
end

I_aux = I(2:end)*1e3
D=D*1e-6;
bar(I_aux,D)
set(gca,'FontSize',16)
set(gca,'XTick',I_aux)
set(gca,'XTickLabel',{num2str(I_aux(1),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(2),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(3),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(4),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(5),'%8.2f'),...
```

```
                        num2str(I_aux(6),'%8.2f'),...
                        num2str(I_aux(7),'%8.2f'),...
                        num2str(I_aux(8),'%8.2f'),...
                        num2str(I_aux(9),'%8.2f'),...
                        num2str(I_aux(10),'%8.2f')})
xlabel('Distancia / \mum','FontSize',18);
ylabel('Densidad de rayos / rayos·\mum^-^2','FontSize',18);
set(gca,'Color','white')
set(gcf,'Color','white')
```

Programa secundario para O_D: Calcula el valor que toma la altura del rayo refractado cuando corta con el plano de la retina y lo asigna a la variable "h_retina".

```
function [h_retina]=secundario_objeto(r,h_rayo)
n1=1;
n2=1.336;
D=250;

%OBJETO
z_objeto=-D;
y_objeto=0;

%CALCULO
Y_impacto_dioptrio=h_rayo;
Z_impacto_dioptrio=r-sqrt((r^2)-(Y_impacto_dioptrio^2));

alfa1=atan(h_rayo/(D+Z_impacto_dioptrio));
alfa2=asin(h_rayo/r);
angulo_incidencia=(alfa1)+(alfa2);
alfa3=asin((n1*sin(angulo_incidencia))/n2);
beta=(alfa2)-(alfa3);

p=-tan(beta);
d_focal=22.27;

h_retina=(Y_impacto_dioptrio)+p*((d_focal)-(Z_impacto_dioptrio));
```

Programa principal para O_D: Considera una superficie esférica y muestra en pantalla los diagramas de impactos, histogramas y PSF obtenidos tras el trazado de rayos.

```
function [X_retina,Y_retina]=sup_esferica_objeto(dp)
hold off
n1=1;
n2=1.336;
D=250;

%RAYOS INCICENTES
x_rayo=20:-0.05:-20;
y_rayo=20:-0.05:-20;
[X_rayo,Y_rayo]=meshgrid(x_rayo,y_rayo);

%DISTANCIA AL ORIGEN PARA CADA RAYO
h_rayo=sqrt((X_rayo.^2)+(Y_rayo.^2));
```

```
%ÁNGULO QUE FORMA EL PLANO MERIDIANO QUE CONTIENE A CADA RAYO CON EL
%EJE DE COORDENADAS Y
[n,m]=size(h_rayo);
for i=1:n
    for j=1:m
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=0;
        end

        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=0;
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=pi/2;
        end
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
            theta(i,j)=pi;
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=(3*pi)/2;
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=pi/2-atan(Y_rayo(i,j)/X_rayo(i,j)); %4°C
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0 %3°C
            theta(i,j)=(pi/2)+atan((-(Y_rayo(i,j)))/X_rayo(i,j));
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0 %2°C
            theta(i,j)=pi+atan(X_rayo(i,j)/Y_rayo(i,j));
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0 %1°C
            theta(i,j)=((3*pi)/2)+atan(Y_rayo(i,j)/(-(X_rayo(i,j))));
        end
    end
end

%TRAZADO DE RAYOS
r_pupilar=dp/2;
[n,m]=size(h_rayo)

numero_impactos_retina=0;

for i=1:n
    for j=1:m

        if h_rayo(i,j)<r_pupilar

            r=5.6;
            [h_retina]=secundario_objeto(r,h_rayo(i,j));

            %COORDENADAS EN LA RETINA
            if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
                X_retina=0;
                Y_retina=0;
            end
            if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
                if h_retina>0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=h_retina;
                end
```

```
    if h_retina<0
        X_retina=0;
        Y_retina=-h_retina;
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina;
        Y_retina=0;
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina;
        Y_retina=0;
    end
end
if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=0;
        Y_retina=-h_retina;
    end
    if h_retina<0
        X_retina=0;
        Y_retina=h_retina;
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina;
        Y_retina=0;
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina;
        Y_retina=0;
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
        Y_retina=h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
        Y_retina=-h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi/2)));
        Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi/2)));
    end

    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi/2)));
        Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi/2)));
    end
end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi)));
        Y_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi)));
    end
```

```
            if h_retina<0
                X_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi)));
                Y_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi)));
            end
        end

        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0
            if h_retina>0
                X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))...
                    -((3*pi)/2)));
                Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))...
                    -((3*pi)/2)));
            end
            if h_retina<0
                X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))...
                    -((3*pi)/2)));
                Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))...
                    -((3*pi)/2)));
            end
        end

        numero_impactos_retina=(numero_impactos_retina)+1
        h1(numero_impactos_retina)=h_retina;

        %DIAGRAMAS DE IMPACTOS
        plot(X_retina,Y_retina,'r')
        axis ([-0.05 0.05 -0.05 0.05])
        set(gca,'FontSize',12);
        xlabel('X/mm','FontSize',12);
        ylabel('Y/mm','FontSize',12);
        hold on
        set(gca,'Color','white')
        set(gcf,'Color','white')

        %HISTOGRAMA DEL N° DE IMPACTOS EN FUNCIÓN DE LA DISTANCIA
        %AL EJE
        h2=abs(h1);
        hist(h2,10)
        N=hist(h2,10);
        set(gca,'FontSize',20)
        xlabel('Distancia / mm','FontSize',20);
        ylabel('Número de rayos / rayos','FontSize',20);
        set(gca,'Color','white')
        set(gcf,'Color','white')

        %PSF:DENSIDAD DE RAYOS POR UNIDAD DE SUPERFICIE EN FUNCIÓN
        %DE LA DISTANCIA AL EJE
        v_max=max(h2)
        v_min=min(h2)
        delta_h=v_max/10
        t=length(N);
        for k=1:t
           D(k)=N(k)/((pi*(k*(delta_h))^2)...
                -(pi*((k-1)*(delta_h))^2));
        end
        D
        I=v_min:(delta_h):v_max

    end
  end
end
```

```
I_aux = I(2:end)*1e3
D=D*1e-6;
bar(I_aux,D)
set(gca,'FontSize',16)
set(gca,'XTick',I_aux)
set(gca,'XTickLabel',{num2str(I_aux(1),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(2),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(3),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(4),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(5),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(6),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(7),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(8),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(9),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(10),'%8.2f')})
xlabel('Distancia / \mum','FontSize',18);
ylabel('Densidad de rayos / rayos·\mum^-^2','FontSize',18);
set(gca,'Color','white')
set(gcf,'Color','white')
```

SUPERFICIE BIFOCAL

Programa principal para O∞: Considera una superficie bifocal y muestra en pantalla los diagramas de impactos, histogramas y PSF obtenidos tras el trazado de rayos.

```
function [X_retina,Y_retina]=sup_bifocal_infinito(dp)
hold off
n1=1;
n2=1.336;

%RAYOS INCICENTES
x_rayo=20:-0.05:-20;
y_rayo=20:-0.05:-20;
[X_rayo,Y_rayo]=meshgrid(x_rayo,y_rayo);

%DISTANCIA AL ORIGEN PARA CADA RAYO
h_rayo=sqrt((X_rayo.^2)+(Y_rayo.^2));

%ÁNGULO QUE FORMA EL PLANO MERIDIANO QUE CONTIENE A CADA RAYO CON EL
%EJE DE COORDENADAS Y
[n,m]=size(h_rayo);
for i=1:n
    for j=1:m
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=0;
        end
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=0;
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=pi/2;
        end
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
            theta(i,j)=pi;
        end
```

```
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=(3*pi)/2;
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=pi/2-atan(Y_rayo(i,j)/X_rayo(i,j)); %4°C
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0 %3°C
            theta(i,j)=(pi/2)+atan((-(Y_rayo(i,j)))/X_rayo(i,j));
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0 %2°C
            theta(i,j)=pi+atan(X_rayo(i,j)/Y_rayo(i,j));
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0 %1°C
            theta(i,j)=((3*pi)/2)+atan(Y_rayo(i,j)/(-(X_rayo(i,j))));
        end
    end
end

%TRAZADO DE RAYOS
r_pupilar=dp/2;
[n,m]=size(h_rayo)

numero_impactos_retina=0;

for i=1:n
    for j=1:m

        if h_rayo(i,j)<r_pupilar

            if h_rayo(i,j)<1.5
                r=5.251;
                [h_retina]=secundario_objeto(r,h_rayo(i,j));
            end

            if h_rayo(i,j)>1.5
                r=5.6;
                [h_retina]=Snell(r,h_rayo(i,j));
            end

            %COORDENADAS EN LA RETINA
            if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
                X_retina=0;
                Y_retina=0;
            end
            if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
                if h_retina>0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=h_retina;
                end
                if h_retina<0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=-h_retina;
                end
            end
            if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
                if h_retina>0
                    X_retina=h_retina;
                    Y_retina=0;
                end
```

```
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina;
        Y_retina=0;
    end
end
if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=0;
        Y_retina=-h_retina;
    end
    if h_retina<0
        X_retina=0;
        Y_retina=h_retina;
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina;
        Y_retina=0;
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina;
        Y_retina=0;
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
        Y_retina=h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
        Y_retina=-h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi/2)));
        Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi/2)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi/2)));
        Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi/2)));
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi)));
        Y_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi)));
        Y_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi)));
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
        Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
```

```
                end
                if h_retina<0
                    X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))...
                        -((3*pi)/2)));
                    Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))...
                        -((3*pi)/2)));
                end
            end

            numero_impactos_retina=(numero_impactos_retina)+1
            h1(numero_impactos_retina)=h_retina;

            %DIAGRAMAS DE IMPACTOS
            plot(X_retina,Y_retina,'r')
            axis ([-0.05 0.05 -0.05 0.05])
            set(gca,'FontSize',12);
            xlabel('X/mm','FontSize',12);
            ylabel('Y/mm','FontSize',12);
            hold on
            set(gca,'Color','white')
            set(gcf,'Color','white')

            %HISTOGRAMA DEL N° DE IMPACTOS EN FUNCIÓN DE LA DISTANCIA
            %AL EJE
            h2=abs(h1);
            hist(h2,10)
            N=hist(h2,10);
            set(gca,'FontSize',20)
            xlabel('Distancia / mm','FontSize',20);
            ylabel('Número de rayos / rayos','FontSize',20);
            set(gca,'Color','white')
            set(gcf,'Color','white')

            %PSF:DENSIDAD DE RAYOS POR UNIDAD DE SUPERFICIE EN FUNCIÓN
            %DE LA DISTANCIA AL EJE
            v_max=max(h2);
            v_min=min(h2);
            delta_h=v_max/10;
            t=length(N);
            for k=1:t
               D(k)=N(k)/((pi*(k*(delta_h))^2)...
                    -(pi*((k-1)*(delta_h))^2));
            end
            D
            I=v_min:(delta_h):v_max

        end
    end
end

I_aux = I(2:end)*1e3
D=D*1e-6;
bar(I_aux,D)
set(gca,'FontSize',16)
set(gca,'XTick',I_aux)
set(gca,'XTickLabel',{num2str(I_aux(1),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(2),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(3),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(4),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(5),'%8.2f'),...
```

```
                        num2str(I_aux(6),'%8.2f'),...
                        num2str(I_aux(7),'%8.2f'),...
                        num2str(I_aux(8),'%8.2f'),...
                        num2str(I_aux(9),'%8.2f'),...
                        num2str(I_aux(10),'%8.2f')})
xlabel('Distancia / \mum','FontSize',18);
ylabel('Densidad de rayos / rayos·\mum^-^2','FontSize',18);
set(gca,'Color','white')
set(gcf,'Color','white')
```

Programa principal para O_D: Considera una superficie bifocal y muestra en pantalla los diagramas de impactos, histogramas y PSF obtenidos tras el trazado de rayos.

```
function [X_retina,Y_retina]=sup_bifocal_objeto(dp)
hold off
n1=1;
n2=1.336;
D=250;

%RAYOS INCICENTES
x_rayo=20:-0.05:-20;
y_rayo=20:-0.05:-20;
[X_rayo,Y_rayo]=meshgrid(x_rayo,y_rayo);

%DISTANCIA AL ORIGEN PARA CADA RAYO
h_rayo=sqrt((X_rayo.^2)+(Y_rayo.^2));

%ÁNGULO QUE FORMA EL PLANO MERIDIANO QUE CONTIENE A CADA RAYO CON EL
%EJE DE COORDENADAS Y
[n,m]=size(h_rayo);
for i=1:n
    for j=1:m
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=0;
        end

        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=0;
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=pi/2;
        end
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
            theta(i,j)=pi;
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=(3*pi)/2;
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=pi/2-atan(Y_rayo(i,j)/X_rayo(i,j)); %4°C
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0 %3°C
            theta(i,j)=(pi/2)+atan((-(Y_rayo(i,j)))/X_rayo(i,j));
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0 %2°C
            theta(i,j)=pi+atan(X_rayo(i,j)/Y_rayo(i,j));
        end
```

```
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0 %1°C
            theta(i,j)=((3*pi)/2)+atan(Y_rayo(i,j)/(-(X_rayo(i,j))));
        end
    end
end

%TRAZADO DE RAYOS
r_pupilar=dp/2;
[n,m]=size(h_rayo)

numero_impactos_retina=0;

for i=1:n
    for j=1:m

        if h_rayo(i,j)<r_pupilar

            if h_rayo(i,j)<1.5
                r=5.251;
                [h_retina]=secundario_objeto(r,h_rayo(i,j));
            end

            if h_rayo(i,j)>1.5
                r=5.6;
                [h_retina]=Snell(r,h_rayo(i,j));
            end

            %COORDENADAS EN LA RETINA
            if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
                X_retina=0;
                Y_retina=0;
            end
            if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
                if h_retina>0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=h_retina;
                end
                if h_retina<0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=-h_retina;
                end
            end
            if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
                if h_retina>0
                    X_retina=h_retina;
                    Y_retina=0;
                end
                if h_retina<0
                    X_retina=-h_retina;
                    Y_retina=0;
                end
            end
            if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
                if h_retina>0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=-h_retina;
                end
                if h_retina<0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=h_retina;
```

```
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina;
        Y_retina=0;
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina;
        Y_retina=0;
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
        Y_retina=h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
        Y_retina=-h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi/2)));
        Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi/2)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi/2)));
        Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi/2)));
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi)));
        Y_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))-(pi)));
        Y_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))-(pi)));
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
        Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
        Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
    end
end

numero_impactos_retina=(numero_impactos_retina)+1
h1(numero_impactos_retina)=h_retina;
```

```
            %DIAGRAMAS DE IMPACTOS
            plot(X_retina,Y_retina,'r')
            axis ([-0.05 0.05 -0.05 0.05])
            set(gca,'FontSize',12);
            xlabel('X/mm','FontSize',12);
            ylabel('Y/mm','FontSize',12);
            hold on
            set(gca,'Color','white')
            set(gcf,'Color','white')

            %HISTOGRAMA DEL N° DE IMPACTOS EN FUNCIÓN DE LA DISTANCIA
            %AL EJE
            h2=abs(h1);
            hist(h2,10)
            N=hist(h2,10);
            set(gca,'FontSize',20)
            xlabel('Distancia / mm','FontSize',20);
            ylabel('Número de rayos / rayos','FontSize',20);
            set(gca,'Color','white')
            set(gcf,'Color','white')

            %PSF:DENSIDAD DE RAYOS POR UNIDAD DE SUPERFICIE EN FUNCIÓN
            %DE LA DISTANCIA AL EJE
            v_max=max(h2)
            v_min=min(h2)
            delta_h=v_max/10
            t=length(N);
            for k=1:t
               D(k)=N(k)/((pi*(k*(delta_h))^2)...
                    -(pi*((k-1)*(delta_h))^2));
            end
            D
            I=v_min:(delta_h):v_max

        end
    end
end

I_aux = I(2:end)*1e3
D=D*1e-6
bar(I_aux,D)
set(gca,'FontSize',16)
set(gca,'XTick',I_aux)
set(gca,'XTickLabel',{num2str(I_aux(1),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(2),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(3),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(4),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(5),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(6),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(7),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(8),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(9),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(10),'%8.2f')})
xlabel('Distancia / \mum','FontSize',18);
ylabel('Densidad de rayos / rayos·\mum^-^2','FontSize',18);
set(gca,'Color','white')
set(gcf,'Color','white')
```

SUPERFICIE OPTIMIZADA

Programa principal: Muestra en pantalla los diagramas de impactos, histogramas y PSF de un objeto situado en el infinito cuando consideramos una apertura pupilar de 6 mm y diferentes radios de curvatura.

```
function [X_retina,Y_retina]=sup_optimizada(dp)
hold off
n1=1;
n2=1.336;

%RAYOS INCICENTES
x_rayo=20:-0.05:-20;
y_rayo=20:-0.05:-20;
[X_rayo,Y_rayo]=meshgrid(x_rayo,y_rayo);

%DISTANCIA AL ORIGEN PARA CADA RAYO
h_rayo=sqrt((X_rayo.^2)+(Y_rayo.^2));

%ÁNGULO QUE FORMA EL PLANO MERIDIANO QUE CONTIENE A CADA RAYO CON EL
%EJE DE COORDENADAS Y
[n,m]=size(h_rayo);
for i=1:n
    for j=1:m
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=0;
        end
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=0;
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=pi/2;
        end
        if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
            theta(i,j)=pi;
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
            theta(i,j)=(3*pi)/2;
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0
            theta(i,j)=pi/2-atan(Y_rayo(i,j)/X_rayo(i,j)); %4°C
        end
        if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0 %3°C
            theta(i,j)=(pi/2)+atan((-(Y_rayo(i,j)))/X_rayo(i,j));
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0 %2°C
            theta(i,j)=pi+atan(X_rayo(i,j)/Y_rayo(i,j));
        end
        if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0 %1°C
            theta(i,j)=((3*pi)/2)+atan(Y_rayo(i,j)/(-(X_rayo(i,j))));
        end
    end
end

%TRAZADO DE RAYOS
r_pupilar=dp/2;
[n,m]=size(h_rayo)
```

```
numero_impactos_retina=0;

for i=1:n
    for j=1:m

        if h_rayo(i,j)<r_pupilar

            if h_rayo(i,j)>1.5 & h_rayo(i,j)<3

                r=5.71;
                [h_retina]=Snell(r,h_rayo(i,j));

                %COORDENADAS DE LA RETINA
                if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)==0
                    X_retina=0;
                    Y_retina=0;
                end
                if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)>0
                    if h_retina>0
                        X_retina=0;
                        Y_retina=h_retina;
                    end
                    if h_retina<0
                        X_retina=0;
                        Y_retina=-h_retina;
                    end
                end
                if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)==0
                    if h_retina>0
                        X_retina=h_retina;
                        Y_retina=0;
                    end
                    if h_retina<0
                        X_retina=-h_retina;
                        Y_retina=0;
                    end
                end
                if X_rayo(i,j)==0 & Y_rayo(i,j)<0
                    if h_retina>0
                        X_retina=0;
                        Y_retina=-h_retina;
                    end
                    if h_retina<0
                        X_retina=0;
                        Y_retina=h_retina;
                    end
                end
                if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)==0
                    if h_retina>0
                        X_retina=-h_retina;
                        Y_retina=0;
                    end
                    if h_retina<0
                        X_retina=h_retina;
                        Y_retina=0;
                    end
                end
                if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)>0 %4°C
                    if h_retina>0
                        X_retina=h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
                        Y_retina=h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
```

```
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*cos((pi/2)-(theta(i,j)));
        Y_retina=-h_retina.*sin((pi/2)-(theta(i,j)));
    end
end
if X_rayo(i,j)>0 & Y_rayo(i,j)<0 %3°C
    if h_retina>0
        X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -(pi/2)));
        Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -(pi/2)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -(pi/2)));
        Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -(pi/2)));
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)<0 %2°C
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -(pi)));
        Y_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -(pi)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -(pi)));
        Y_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -(pi)));
    end
end
if X_rayo(i,j)<0 & Y_rayo(i,j)>0 %1°C
    if h_retina>0
        X_retina=-h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
        Y_retina=h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
    end
    if h_retina<0
        X_retina=h_retina.*(cos((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
        Y_retina=-h_retina.*(sin((theta(i,j))...
            -((3*pi)/2)));
    end
end

numero_impactos_retina=(numero_impactos_retina)+1
h1(numero_impactos_retina)=h_retina;
h1(numero_impactos_retina+1)=0;

%DIAGRAMAS DE IMPACTOS
plot(X_retina,Y_retina,'r')
axis ([-0.4 0.4 -0.4 0.4])
set(gca,'FontSize',12);
xlabel('X/mm','FontSize',12);
ylabel('Y/mm','FontSize',12);
hold on
set(gca,'Color','white')
```

```
                set(gcf,'Color','white')

                %HISTOGRAMA DEL NÚMERO DE IMPACTOS EN FUNCION DE LA
                %DISTANCIA AL EJE
                h2=abs(h1);
                hist(h2,10)
                N=hist(h2,10);%10 valores de cada columna
                set(gca,'FontSize',20)
                xlabel('Distancia / mm','FontSize',20);
                ylabel('Número de rayos / rayos','FontSize',20);
                set(gca,'Color','white')
                set(gcf,'Color','white')

                %PSF:DENSIDAD DE RAYOS POR UNIDAD DE SUPERFICIE EN
                %FUNCION DE LA DISTANCIA AL EJE
                v_max=max(h2)
                v_min=0
                delta_h=v_max/10
                t=length(N);
                for k=1:t
                    D(k)=N(k)/((pi*(k*(delta_h))^2)...
                        -(pi*((k-1)*(delta_h))^2));
                end
                D
                I=v_min:(delta_h):v_max

            end

        end

    end
end

I_aux = I(2:end)*1e3
D=D*1e-6;
bar(I_aux,D)
set(gca,'FontSize',16)
set(gca,'XTick',I_aux)
set(gca,'XTickLabel',{num2str(I_aux(1),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(2),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(3),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(4),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(5),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(6),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(7),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(8),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(9),'%8.2f'),...
                      num2str(I_aux(10),'%8.2f')})
xlabel('Distancia / \mum','FontSize',18);
ylabel('Densidad de rayos / rayos·\mum^-^2','FontSize',18);
set(gca,'Color','white')
set(gcf,'Color','white')
```