



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos
Canales y Puertos**



TESIS DOCTORAL



**DESARROLLO Y ANÁLISIS DE PAVIMENTOS
INDUSTRIALES DESDE EL PUNTO DE VISTA
DEL ACABADO SUPERFICIAL**



Autor

ÁLVARO GARCÍA HERNÁNDEZ

Directores

DANIEL CASTRO FRESNO

JUAN ANTONIO POLANCO MADRAZO

Santander, Noviembre 2007

3. EVOLUCIÓN DE LA RESISTENCIA A PENETRACIÓN EN EL HORMIGÓN FRESCO

El objetivo de este Capítulo es examinar el fraguado del hormigón a través de su resistencia a la penetración; para ello, se ha desarrollado un instrumento que consiste en un sistema que deja caer una esfera desde una cierta altura sobre hormigón fresco y luego se mide la profundidad del cráter. Se elaboraron cuarenta y cinco dosificaciones de hormigón con cuatro tipos diferentes de cemento, variando su cantidad y la relación agua/cemento; todas ellas a temperatura y humedad relativa ambiental (ver ANEXO II). Se propone también un modelo semiempírico que explica la evolución de la resistencia a la penetración en el hormigón fresco. Los resultados se comparan con las curvas de consolidación obtenidas mediante el método logarítmico. El tiempo de fraguado propuesto se define como el tiempo transcurrido entre la colocación del hormigón y el tiempo en el que la profundidad del cráter es el 18% de la inicial.

Los primeros ensayos de resistencia a la penetración de un elemento cónico en un suelo fueron desarrollados en Alemania, en los años 30 [124]; posteriormente, este método fue adoptado para el estudio de suelos, primero en Europa y luego en el resto del mundo, especificando la geometría y la velocidad de penetración del cono. Actualmente, este tipo de ensayos son los más usados para conocer las características del suelo.

Existen diversas teorías sobre la relación entre las propiedades del suelo y la resistencia a la penetración del cono, pero la más usada es la teoría de expansión de cavidades. Ésta fue establecida por Bishop en 1945 [124]. Para el caso de un penetrador avanzando en un terreno, Jiménez Salas [94] expone excelentemente el fenómeno relacionándolo con la teoría de las cavidades: “En la punta se formará una zona plastificada, fuertemente comprimida, que apartará el terreno en todas direcciones, constituyendo así una burbuja plástica que tiende a rechazar el terreno, en forma análoga a lo que ocurre cuando queremos expandir una cavidad en el interior del terreno aplicando una presión interior”.

La Figura 3.1 muestra un elemento esférico de radio R , penetrando en el hormigón a una velocidad decreciente. En el punto 0, comienza a abrirse una cavidad que se expande hasta un radio R , con lo que la presión interna del hormigón aumentará también desde 0 hasta $\sigma(t)$. El hormigón alrededor de la cavidad en expansión se deformará, llegando a plastificar si la presión aplicada es lo suficientemente grande. La zona esférica plastificada alrededor de la cavidad viene dada por un radio r_p , estando la masa alrededor de la zona plastificada en un estado de equilibrio elástico, definido por los módulos de Young y de Poisson. Por otra parte, esta zona empujará a la masa adyacente en régimen elástico provocando una

consolidación de la misma que será cada vez menor cuanto más lejos de la superficie del penetrador.

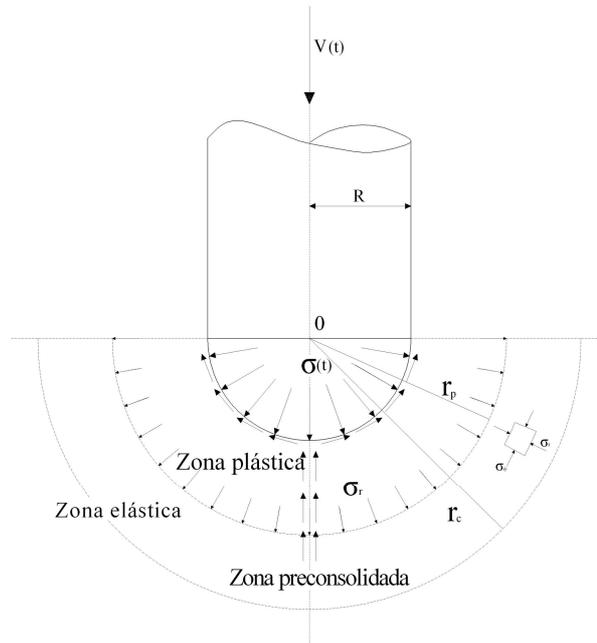


Figura 3.1: Expansión de la cavidad esférica.

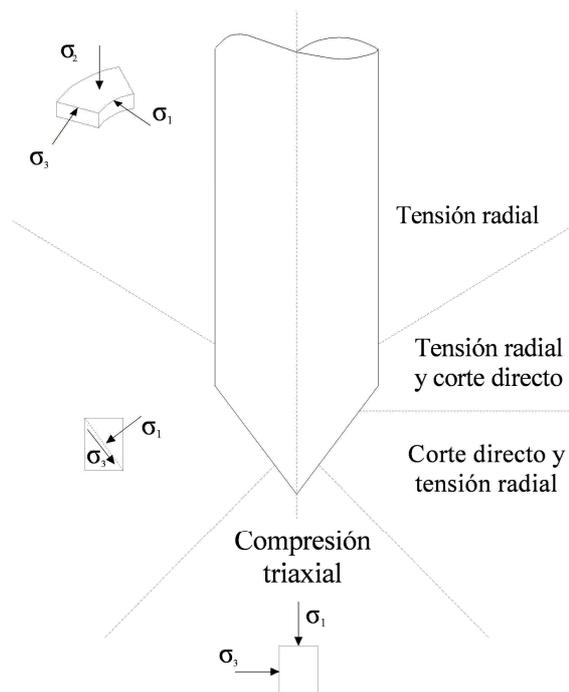


Figura 3.2: Modos de fallo predominantes alrededor de un penetrómetro de forma cónica avanzando [164]

Su y Liao [164], indicaron que los estados de tensiones alrededor de un penetrador de forma cónica pueden ser simplificados en tres zonas. En la Figura 3.2 se muestra cómo la zona contenida debajo del cono se encuentra sometida a compresión triaxial, con una tensión principal en la dirección vertical (σ_1), y otra tensión principal menor (σ_3), en el eje horizontal. Para la zona comprendida alrededor de la punta del cono, el estado de tensiones es próximo al que tiene lugar en una cavidad que se expande, con la tensión principal mayor (σ_1) normal a la superficie, y la tensión principal menor (σ_3) tangente a la superficie del cono. La zona situada alrededor de la pared vertical del cono tiene unas tensiones principales iguales a las de una cavidad que se expande, mientras que las tensiones mayores, (σ_1) en la zona de transición entre estas dos últimas rotan desde el ángulo del cono hasta la horizontal.

Del mismo modo, en el caso del impacto de una esfera sobre el hormigón que penetra a una velocidad inicial (V_0), disminuyendo hasta que la esfera se detiene, se producirán los mismos estados tensionales, con la salvedad de que frente al ensayo de penetración, la velocidad del penetrómetro no es constante, con lo que el diámetro de las esferas de plasticidad variará con la profundidad, disminuyendo a medida que el objeto va penetrando en el hormigón. Existen numerosos modelos de penetración disponibles en la literatura. La mayoría deriva de la forma básica [8]:

$$-\frac{du}{dt} = \alpha u^2 + \beta + \gamma \quad (3.1)$$

Donde u es la velocidad, t es el tiempo, γ es la resistencia a penetración; es decir, una combinación entre la fricción del material, el penetrador y la resistencia del material penetrado, β está asociada con la viscosidad y la propagación de onda en el material, aunque para velocidades de impacto menores de 100 m/s, es despreciable [39], αu^2 es la resistencia dinámica, análoga a la fuerza de fricción.

A medida que la esfera penetra en la masa va reduciéndose su velocidad y, por lo tanto, la tensión aplicada en cada instante. En la Figura 3.3, se muestran las diferentes zonas de deformación del material durante el impacto de la esfera. En los primeros momentos de la penetración, se plastifica una gran cantidad de masa alrededor de la misma, pero al moverse ésta, las zonas que anteriormente estaban comprimidas se descomprimen, quedando preconsolidadas, y las zonas que estaban plastificadas quedan irreversiblemente deformadas por el paso del penetrador. Progresivamente, disminuye la velocidad de

penetración, con lo que las esferas de plastificación, así como el área preconsolidada, van siendo menores, hasta que al final, la esfera queda detenida y el radio del área plastificada es igual al radio de ésta.

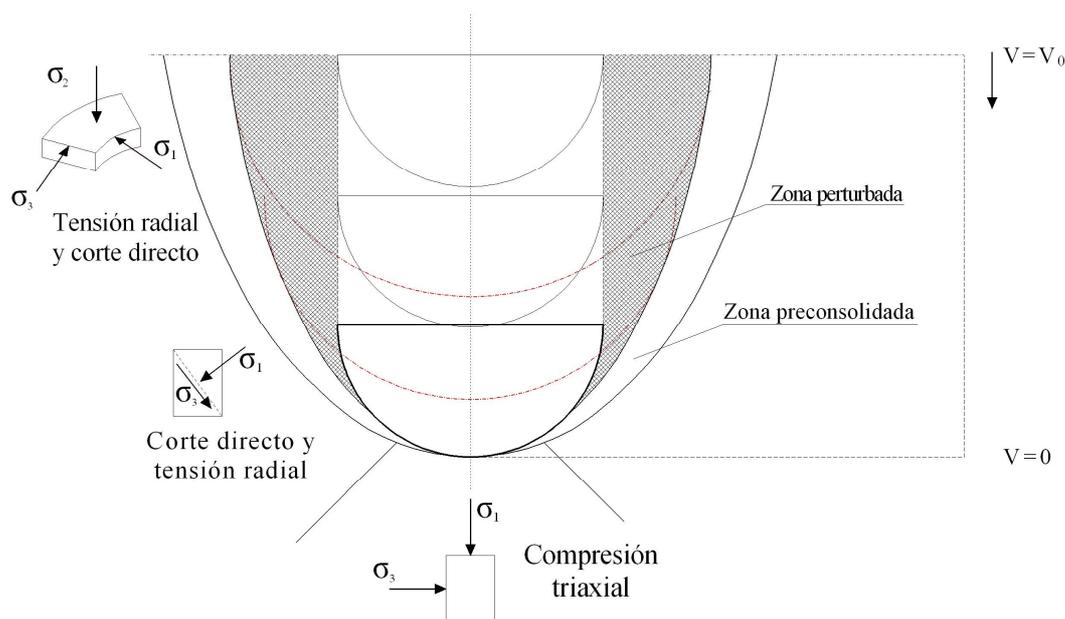


Figura 3.3: Zonas de deformación del hormigón durante el impacto de la esfera.

Por otra parte, Pattofatto [140] afirma que, en un ensayo de compactación de hormigón por impactos, el 55 % de la compactación final del hormigón fresco se alcanza en el primer impacto.

Mediante el ensayo de la barra de Hopkinson, puede obtenerse una medida precisa de la evolución de las tensiones en la masa durante el proceso de la compactación. La señal de la Figura 3.4 muestra que la compactación tiene lugar en dos fases separadas por un cambio en la reología del hormigón fresco. Según Pattofatto [140], en la primera fase, la masa es un material muy poco resistente, siendo su impedancia prácticamente nula, mientras que, en la segunda fase, al aumentar su compacidad es más resistente. Entre ambas fases, se produce un cambio en la reología clásica observada en los materiales granulares, llamado “consolidación” o “transición vítrea” (T_v), que corresponde al paso del estado fluido al estado sólido.

La compactación del hormigón tiene lugar, en primer lugar, por efecto de la fuerza de avance del proyectil, que se va transmitiendo de capa en capa por el material compactado.

Así queda ilustrado en la Figura 3.5, donde se muestra cómo debido a la acción de una barra que impacta en el hormigón, la primera capa del material se compacta, transmitiendo el esfuerzo de compactación a la siguiente capa hasta que toda su energía se transmite al material. El modo de deformación durante el primer impacto en el hormigón fresco, es similar a la deformación plástica debida a la propagación de una onda de choque supersónica a través del material [140].

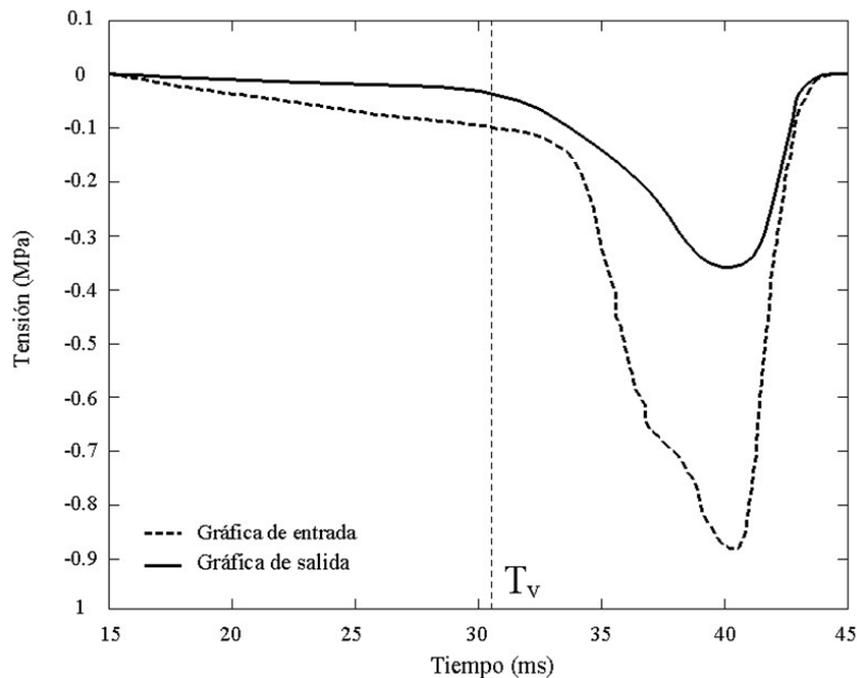


Figura 3.4: Primer impacto, altura de choque 300mm [140].

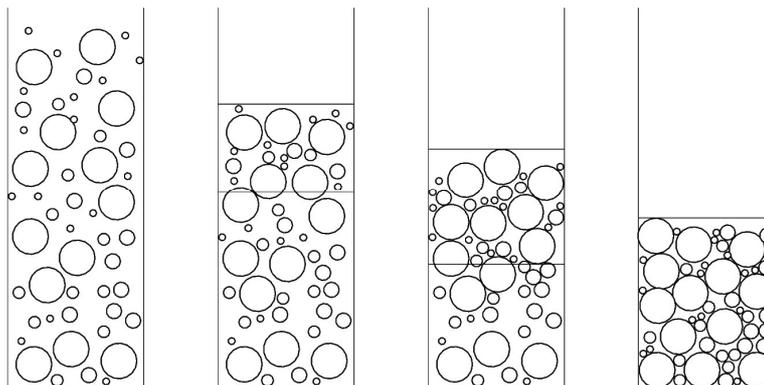


Figura 3.5: Mecanismo de compactación de un material granular [140].

3.1. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El utillaje desarrollado para medir la resistencia a la penetración en el hormigón fresco consiste en un marco que soporta una tubería de PVC que, colocado sobre un molde de 60x60x15cm permite a una esfera caer sobre el hormigón desde una cierta altura, produciéndose así un impacto (Figura 3.7 y Figura 3.6 (a)); tras ello se mide la profundidad del cráter generado. Se han utilizado diferentes diámetros y masas, aunque como se detallará más adelante, esto es irrelevante en la solución del modelo de resistencias a la penetración. La máxima precisión obtenida en la medida es de ± 1 mm.

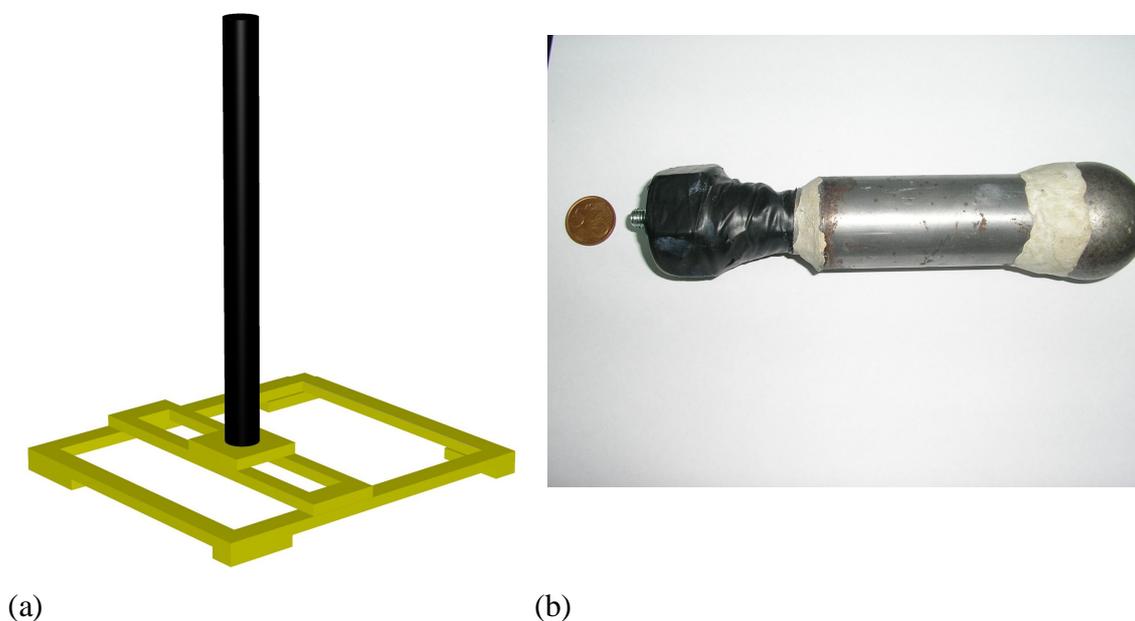


Figura 3.6: Esquema del aparato de ensayo utilizado.

El penetrador propuesto consiste en una esfera de acero (Figura 3.6 (b)), de 4.6 cm de diámetro y 395.7 g de masa, a la que se le incorpora un añadido en la parte de atrás, de manera que aumenta su peso hasta 1042.1 g y desplaza el centro de masa, con el fin de evitar inestabilidades al penetrar la esfera girando en el hormigón.

En el estudio también se probaron esferas de 6.2 cm de diámetro y 1043.6 g de peso (ANEXO I).

La fase de preparación y ensayo se muestra secuencialmente en las fotografías de la Figura 3.7.



Figura 3.7: Vista del aparato de ensayo. (a) Preparación de las probetas. (b) Fabricación del hormigón. (c) Medición del cono de Abrams. (d) Colocación del hormigón en la probeta y allanado. (e) Vista del cráter en la probeta. (f) Aspecto de las probetas ensayadas.

3.2. MATERIALES EMPLEADOS EN EL ESTUDIO

En este trabajo se ha utilizado árido de machaqueo procedente de canteras ubicadas en el área adyacente a Santander, en el término de Vargas (Cantabria) y una arena de origen silíceo procedente de los depósitos ubicados en San Vicente de la Barquera (Cantabria). En total se dispone de cuatro fracciones de áridos: arena caliza, arena silíceo, grava 4/12mm (gravilla) y grava 12/32mm (grava). La granulometría de las mismas se muestra en la Figura 3.8 y en la Tabla 3.1. Las características de cada uno de estos materiales se recogen en la Tabla 3.2.

| TAMIZ UNE mm | Tanto por ciento que pasa acumulado | | | |
|--------------------|-------------------------------------|----------------------|----------|-------|
| | Arena silíceo (AS) | Arena caliza (AC) | Gravilla | Grava |
| 125 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 63 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 31,5 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 16 | 100 | 100 | 100 | 61,81 |
| 8 | 100 | 100 | 64,69 | 0,77 |
| 4 | 99,98 | 86,77 | 1,84 | 0,77 |
| 2 | 98,07 | 57,87 | 0,69 | 0,75 |
| 1 | 91,99 | 38,41 | 0,66 | 1,63 |
| 0,5 | 74,31 | 27,86 | 0,63 | 0,70 |
| 0,25 | 27,42 | 21,99 | 0,58 | 0,67 |
| 0,125 | 8,58 | 18,70 | 0,51 | 0,63 |
| 0,063 | 3,74 | 16,54 | 0,38 | 0,59 |

Tabla 3.1: Granulometría de los áridos

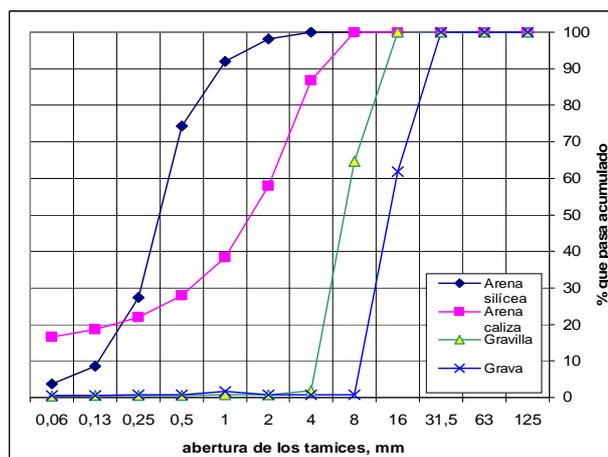


Figura 3.8: Granulometría de los áridos

| | Arena sílicea | Arena caliza | Gravilla | Grava |
|---|---------------|--------------|----------|--------|
| Densidad relativa | 2.215 | 2.391 | 2.509 | 2.590 |
| Densidad relativa saturada superficie seca | 2.317 | 2.524 | 2.562 | 2.614 |
| Densidad real | 2.466 | 2.758 | 2.648 | 2.653 |
| Absorción | 4.581 | 5.561 | 2.096 | 0.920 |
| Coficiente de los Ángeles | -- | -- | 27.522 | 25.332 |
| Equivalente de arena | 75.83 | 37.00 | -- | -- |

Tabla 3.2: Características de los áridos

Dado que la Tesis plantea una investigación sobre pavimentos de hormigón para uso industrial, la distribución de los áridos se ha definido empleando ajustes propuestos en la literatura científica al efecto: (i) el método de los porcentajes retenidos (Figura 3.9 (a)), de tal forma que todas las partículas se encontraran retenidas dentro del huso granulométrico indicado y por (ii) el método de la distribución de partículas (Figura 3.9 (b)), con el propósito de obtener una mezcla apropiada para la colocación manual del pavimento [79]. Los porcentajes óptimos calculados se muestran en la Tabla 3.3.

En la fase experimental se han empleado tres tipos de cemento (CEM I 52.5R (UNE EN 197-1), CEM II/A-V 42.5 R (UNE EN 197-1), CEM II/B-M (V-LL) 32.5 (UNE EN 197-1)). Con el fin de averiguar la influencia de la temperatura en los tiempos de fraguado de cada uno de estos cementos, su energía de activación fue estudiada de una manera similar a la usada por Pinto y Hover [141], obteniendo los resultados mostrados en el Capítulo 4.

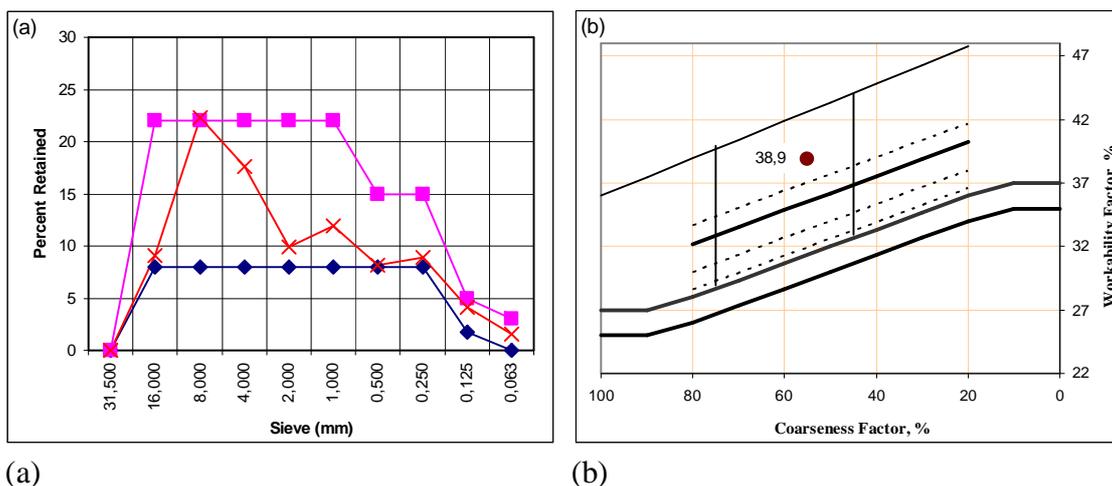


Figura 3.9: Granulometría combinada de los áridos empleados. (a) Porcentaje de los áridos retenidos en cada tamiz. (b) Factor de trabajabilidad de los áridos

| Tipo de material | Porcentajes (%) |
|------------------|-----------------|
| Arena Caliza | 12 |
| Arena silicea | 36 |
| Grava, 4/12 mm | 28 |
| Grava, 12/32 mm | 24 |

Tabla 3.3: Distribución combinada de los agregados

Se elaboraron en total cuarenta y cinco dosificaciones diferentes, en las que si bien se mantuvo la distribución porcentual de los áridos (se ha demostrado que los áridos no reactivos no tienen influencia en el tiempo total de fraguado [217]), se varió el tipo de cemento, su cantidad, la relación agua/cemento así como la temperatura y la humedad relativa ambiental (ANEXO II).

Cada una de las cuarenta y cinco dosificaciones fueron ensayadas en moldes como el mostrado en la Figura 3.7 (a), de tal forma que cada curva penetración-resistencia (Figura 3.31) constara al menos de cincuenta puntos. Las mezclas se prepararon en una hormigonera de eje vertical con un tiempo de amasado de al menos tres minutos. Posteriormente, se determinaba la consistencia mediante un cono de Abrams de la forma descrita en la norma UNE 83-313-90 [180], se rellenaban y compactaban los moldes de manera uniforme con un vibrador de 35 mm y 6000 r.p.m. allanando su superficie finalmente.

3.3. ESFUERZOS SOBRE EL PENETRADOR

Resulta difícil catalogar la viscosidad de un hormigón fresco dejando simplemente caer una esfera sobre el mismo, ya que no se conocerá el tiempo de impacto entre ésta y el hormigón, a no ser que se use algún método de cálculo no lineal o algún aparato especial como el caso de las barras de Hopkinson. Sin embargo, es muy sencillo medir la huella que deja la esfera por el impacto contra el hormigón. Tradicionalmente, se ha considerado que los cráteres de impacto pueden ser calculados como una explosión [127]. Sin embargo, Uehara et al. [177], encontraron que al dejar caer una esfera sobre un material granular, la profundidad de penetración era mucho menor que la altura desde que se arrojaba la esfera: “la fuerza de disipación puede exceder por mucho el peso propio de la esfera”. Además, encontraron que la profundidad del cráter, así como su diámetro eran función de la altura de lanzamiento, de la densidad de la esfera y de su diámetro, contradiciendo de esta forma la hipótesis tradicional.

Por otra parte, cuando en el hormigón se aplica un incremento diferencial de tensiones ($\Delta\sigma$), se produce un incremento de deformación ($\Delta\varepsilon$), del que parte será elástico y parte plástico. El trabajo de deformación será:

$$\Delta W = \sigma_{ij} \cdot \Delta\varepsilon_{ij} \quad (3.2)$$

La configuración de fuerzas sobre la esfera cambia a medida que avanza en su penetración, con lo que esta varía de una manera muy compleja con el tiempo [3]. De este modo, es útil considerar la profundidad del cráter como una representación física de la fuerza total ejercida por el medio sobre el proyectil [4, 69, 81, 177]; en otras palabras, son las fuerzas de resistencia a la penetración o fuerzas desviadoras, que vienen condicionadas por las características del elemento que penetra en el hormigón, su peso propio, la fuerza de Arquímedes, la fuerza de resistencia viscosa, en el caso de que el hormigón no haya adquirido las resistencias necesarias y la resistencia a deslizamiento entre el hormigón y el medio.

Para una esfera moviéndose a través de un material granular fluidificado por una vibración, Ziek et al. [203] midieron una fuerza de fricción proporcional a la velocidad de movimiento, de manera que el material se comportaba como un fluido con una viscosidad efectiva que dependía de la profundidad y de la frecuencia de la vibración.

De Bruyn y Walsh [42], en un estudio que realizaron acerca de la penetración de esferas en suelos cohesivos granulares, demostraron que la profundidad de penetración de esferas impactando en un medio granular es linealmente dependiente del momento de lanzamiento, es decir, de la masa de la esfera y de la altura desde la que se lanza, y mostraron que este comportamiento puede ser explicado en términos de tensión de cortante y viscosidad efectiva del medio granular. Por otra parte, Chen y Li [52] demostraron que en el caso de penetración profunda de un proyectil indeformable; en otras palabras, en el caso de que la profundidad de penetración sea superior al diámetro del proyectil más el frente del mismo, la penetración adimensional (X/d) del proyectil en el material (donde X es la profundidad de penetración y d es el diámetro del proyectil), se comportará con respecto a una función de impacto I de manera lineal; es decir, sin depender de la geometría, masa o velocidad de impacto del proyectil así como de la consistencia del terreno en cuestión:

$$\frac{X}{d} = \frac{1}{2} I \quad (3.3)$$

En definitiva, para una esfera de masa m , que se lanza desde el reposo a una altura H , una manera simplificada de considerar las tensiones totales ejercidas por el medio sobre el proyectil, será dividir toda la energía potencial entre el volumen de hormigón (V) desplazado en la penetración [4, 177]

$$m \cdot g \cdot H \approx \sigma \cdot V \quad (3.4)$$

Como Chen y Li [52] demostraron, la profundidad de penetración en un impacto no depende de la geometría del proyectil. De esta manera, una manera de simplificar los cálculos, sin influenciar el resultado final, será sustituir el volumen desplazado por la esfera por un cilindro en la ecuación (3.4):

$$m \cdot g \cdot H \approx \sigma \cdot A \cdot y(t) \quad (3.5)$$

Donde $y(t)$ es la profundidad de penetración de la esfera en el hormigón en un instante del proceso de fraguado y A es el área de la porción de la esfera en contacto con el hormigón proyectada en el plano horizontal.

Por otra parte, la matriz resultante de fuerzas-tensiones será de la forma (Figura 3.10):

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & -\tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Donde:

- F_x = Resultante de fuerzas horizontales
- F_y = Resultante de fuerzas verticales
- σ_x = Resultante de tensiones horizontales
- σ_y = Resultante de tensiones verticales
- τ_{xy} = Resultante de esfuerzos cortantes en el plano horizontal
- $-\tau_{yx}$ = Resultante de esfuerzos cortantes en el plano vertical
- A_x = Proyección del área sobre el plano vertical
- A_y = Proyección del área sobre el plano horizontal

Con lo que, la resultante de las fuerzas horizontales será:

$$F_x = -\tau_{xy}A_y + \sigma_x A_x = 0 \quad (3.7)$$

Y la resultante de las fuerzas verticales:

$$F_y = \tau_{yx}A_x + \sigma_y A_y \quad (3.8)$$

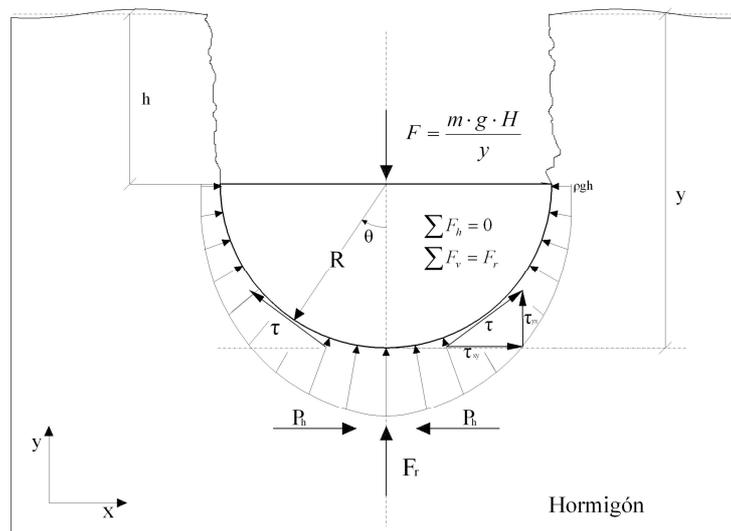


Figura 3.10: Esquema de fuerzas actuando sobre el casquete esférico.

En este caso, $-\tau_{xy}$ y τ_{yx} , son las tensiones provocadas por el rozamiento entre el hormigón y el material de la esfera. Su valor será la integral de las fuerzas de rozamiento en toda el área del casquete esférico:

$$\tau = 2 \int_0^\theta F_{roz} = 2 \int_0^\theta \mu N \quad (3.9)$$

Además, el valor total en el plano horizontal de los vectores de tensiones: $-\tau_{xy}A_y$ y $\sigma_x A_x$ es nulo (Figura 3.10), con lo que (3.7), lógicamente, también.

Por otra parte, es de suponer que τ_{yx} será mucho más pequeño que σ_y , con lo que podrá ser despreciado. De este modo, la resultante de fuerzas verticales simplificada quedará de la siguiente manera:

$$F_y \approx \sigma_y A_y \quad (3.10)$$

Y la tensión de resistencia a penetración en el hormigón o tensión desviadora media [69] será:

$$\sigma(t) \approx \frac{m \cdot g \cdot H}{A \cdot y(t)} \quad (3.11)$$

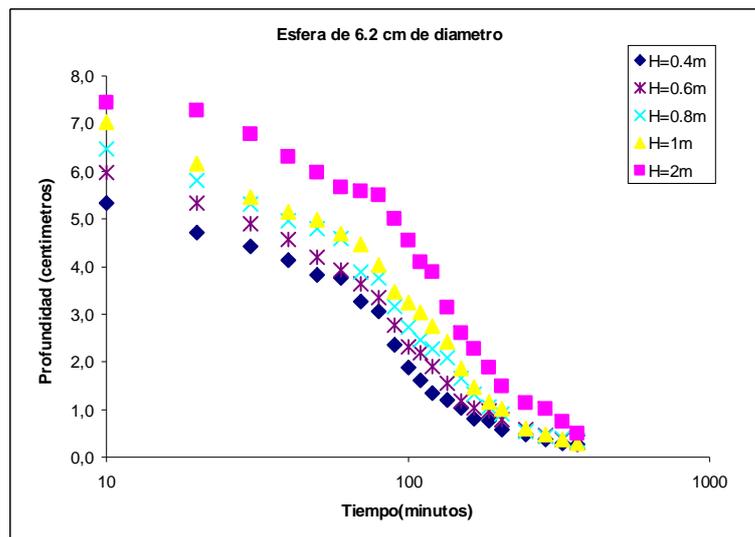


Figura 3.11: Variación de las profundidades de penetración para diferentes energías de la esfera y un mismo hormigón (ANEXO I).

En la Figura 3.11 se observan los resultados de las profundidades de los cráteres hechos con la misma esfera en un mismo hormigón y distintas energías potenciales. Los datos obtenidos parecen coincidir con lo afirmado en la ecuación (3.11), así como con el hallado por De Bruyn y Walsh [42]. Es decir, existe una relación lineal entre la profundidad de penetración en un instante dado y la altura desde la que se deja caer la esfera sobre el hormigón.

3.4. MODELOS DE ESTADO CRÍTICO

De acuerdo con el principio de Terzaghi [93], las tensiones en cualquier punto de un suelo podrán ser estudiadas a través de las tensiones principales que actúan en él. El hormigón, al igual que un suelo, es un sistema de tres fases y, si sus huecos se encuentran llenos con

agua, al aplicar una carga (σ) a la masa, ésta será distribuida por igual entre el esqueleto sólido y el fluido intersticial. De este modo, las tensiones principales que deforman el suelo o el hormigón son las que exceden la presión del agua (u) en la masa: $\sigma' = \sigma - u$. En el caso de un material cementoso, σ y u tienen un valor muy similar, con lo que las tensiones efectivas en el material en reposo tienden a ser nulas [13, 11].

El hormigón fresco no es un material elástico, sino que presenta un comportamiento elástico en unas condiciones y un comportamiento plástico en otras, como se explicó en el Apartado 2.7. Esto hace que sea necesario trabajar con la pasta de cemento mediante un modelo elastoplástico o Modelo de Estado Crítico. Estos modelos se emplean usualmente para relacionar tensiones y deformaciones del suelo, tanto en el interior de la frontera elástica (comportamiento elástico) como sobre ella (comportamiento plástico); es decir, definen el comportamiento dual del suelo.

Existen numerosas teorías para el cálculo y predicción de las deformaciones plásticas de los suelos, siendo una de las más importantes la desarrollada en la Universidad de Cambridge por Roscoe y Burland [148]. Su aplicación permite describir tres aspectos importantes del comportamiento del suelo:

- Resistencia.
- El cambio de volumen que ocurre al aplicar un cortante.
- Estados críticos donde el suelo puede experimentar deformaciones ilimitadas sin cambio en su esfuerzo o volumen.

En el hormigón, como en un suelo, una gran parte de su volumen se encuentra formado por vacíos rellenos de fluidos (sobre todo agua y aire). Como resultado, las deformaciones en el hormigón fresco irán acompañadas de significativos, y a veces irreversibles, cambios de volumen. La principal ventaja de estos modelos es que tienen la capacidad de predecir los cambios de volumen de manera realista.

En los modelos de estado crítico, el estado del suelo, o del hormigón fresco en este caso, está caracterizado por tres parámetros:

- Las tensiones efectivas principales p' :

$$p' = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) \quad (3.12)$$

- Las tensiones desviadoras principales q :

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2} \quad (3.13)$$

- El volumen específico v .

La expresión que relaciona el volumen específico (v) y la tensión efectiva en compresión isotrópica del suelo (deformaciones plásticas) es la ecuación (3.14) y la expresión general de las líneas de descarga-recarga (deformaciones elásticas) es la (3.15).

$$d\varepsilon_v^p = \frac{dv}{v} = \frac{\lambda}{v} \cdot \frac{dp'}{p'} \quad (3.14)$$

$$d\varepsilon_v^e = \frac{dv}{v} = \frac{k}{v} \cdot \frac{dp'}{p'} \quad (3.15)$$

Donde λ y k son los parámetros de rigidez o las pendientes de las líneas que relacionan la tensión con la variación de volumen específico y corresponden, respectivamente, a las líneas de deformación plástica y elástica.

Una de las hipótesis básicas en el modelo Cam clay es considerar que la superficie de fluencia coincide con el potencial plástico, lo cual implica una regla de flujo asociada y la aceptación del criterio de normalidad (el incremento de deformación plástica es normal, en todo punto a la curva de fluencia). Además, se asume la hipótesis de rigidización isotropa; es decir, que las sucesivas superficies de fluencia que aparecen al aumentar las cargas sobre la muestra son homotéticas.

$$\frac{q^2}{p'^2} + M^2 \left(1 - \frac{p'_0}{p'}\right) = 0 \quad (3.16)$$

En el espacio p' - q las superficies de fluencia son elípticas, centradas en el eje p' , (Figura 3.12), donde p'_0 es el valor de p' en la intersección de la línea de preconsolidación con la línea noval. El punto C en la Figura 3.12 representa el lugar de la curva de fluencia con pendiente horizontal. En este punto, la deformación volumétrica plástica es cero y la

fluencia es estacionaria, es el estado final de un suelo antes del fallo, también llamado estado crítico. Si un elemento se desplaza a la derecha de este punto, las deformaciones plásticas son positivas y se produce un endurecimiento. Si un estado se desplaza hacia la izquierda de C , las deformaciones plásticas volumétricas son negativas y se produce un reblandecimiento.

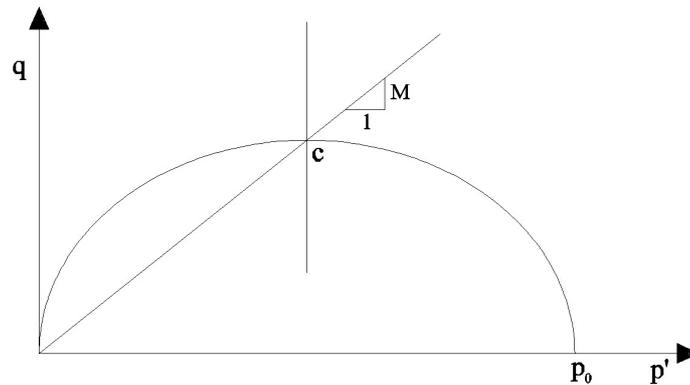


Figura 3.12: Proyección de la superficie de fluencia en el plano p' - q . Ecuación de la superficie de fluencia

De este modo, las líneas noales o de deformación plástica pueden considerarse como el lugar geométrico de los puntos p_0 para diferentes deformaciones. Así se puede definir una superficie en el sistema v - p' - q , a la que se conoce como superficie de fluencia (Figura 3.13) [97].

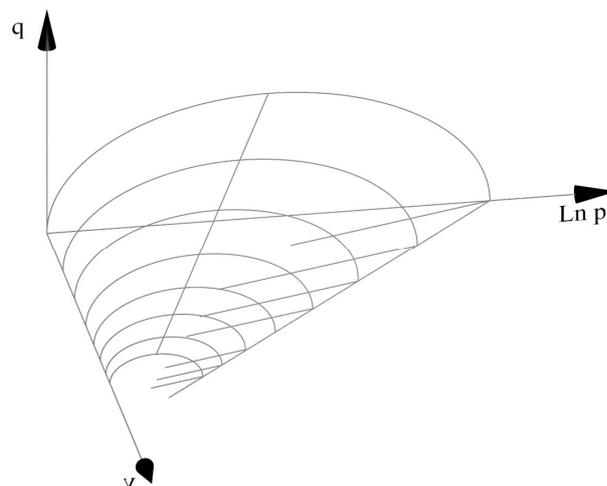


Figura 3.13: superficie de estado en el plano v - p' - q

Si el hormigón se encuentra dentro de la superficie $v-p'-q$, entonces su deformación será elástica. Si se encuentra sobre la superficie, su comportamiento será elastoplástico. En ningún caso se puede estar fuera de la superficie, porque a medida que se desplace p' a la derecha, también se desplazará la recta noval.

En el caso de un hormigón fresco o un suelo inicialmente sin consolidar, representado en la Figura 3.14 sobre un plano $v-\ln p'$, en principio se encuentra en el punto a. Al realizar la carga del suelo, éste se mueve a través de la línea noval a-b-d. Si en un punto dado, como por ejemplo el b, se produce una descarga, el suelo se mueve a través de la línea c-b. Si posteriormente se recarga, el suelo se volverá a mover a través de la misma línea hasta el punto b, y seguidamente a través de la línea a-b-d hasta el punto d, donde si se descarga otra vez, el suelo se moverá hasta el punto a por la línea e-d, que en principio es paralela a la línea c-b. La línea de preconsolidación y la línea noval se asume que son rectas en el espacio $v-\ln p'$, y vienen dadas por las ecuaciones (3.17) y (3.18).

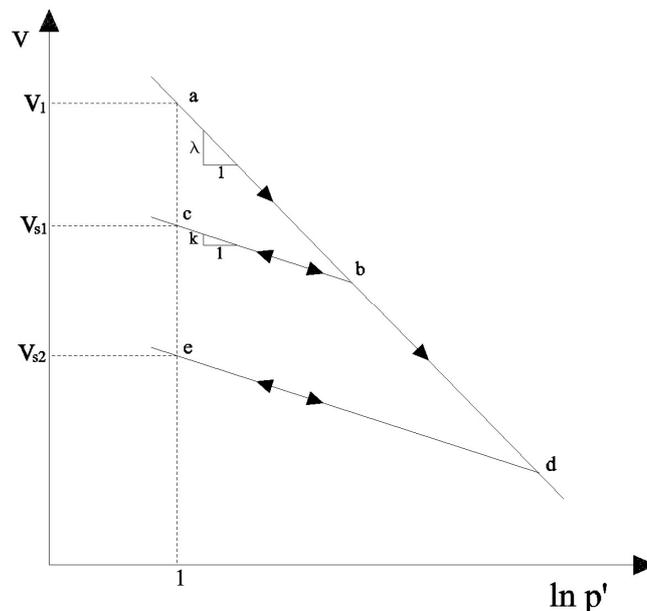


Figura 3.14: Comportamiento bajo compresión isotrópica. Línea a-b-d: Línea noval o de deformación plástica. Líneas c-b, e-d: Líneas de preconsolidación o de deformación elástica.

$$v - k(\ln p') = v_s \quad (3.17)$$

$$v - \lambda(\ln p') = v_1 \quad (3.18)$$

Los valores de k , λ y ν_l dependerán del tipo de hormigón, de la finura de sus materiales, de la relación agua/(cemento+finos), etc. mientras que en un hormigón ν_s dependerá de la energía de compactación que se está aplicando con el vibrador.

3.4.1. Definición de las constantes elásticas

Una relación constitutiva, en su forma más simple, describe la relación entre tensión y deformación de un material y puede ser usada para describir la rigidez del mismo. En ingeniería, las constantes de rigidez usadas normalmente para relacionar esfuerzos con deformaciones son el módulo de Young (E), el módulo de elasticidad transversal (G), el módulo de Poisson (μ) y el módulo de elasticidad volumétrica (K). Sin embargo, normalmente, estas constantes no describen la rigidez total de un material bajo condiciones de carga.

Un material anisótropo es aquel en que las propiedades varían al cambiar la orientación de su medida. En el caso de un suelo, las propiedades elásticas anisótropas dependen de la forma en que éste se ha depositado. En este tipo de materiales habitualmente se asume que cualquier anisotropía será del tipo horizontal, lo que implica que los parámetros que gobiernan el sistema serán independientes de las direcciones horizontales y el eje vertical, en cualquier punto, será un eje de simetría radial. A esto se le conoce con el nombre de isotropía transversal (cross anisotropy). Este tipo de materiales puede ser definido por cinco constantes elásticas [114] como se indica en la Figura 3.15.

$$C_{ij}^e = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_h} & -\frac{\nu_{hv}}{E_h} & -\frac{\nu_{hh}}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{hv}}{E_h} & \frac{1}{E_v} & -\frac{\nu_{hv}}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{hh}}{E_h} & -\frac{\nu_{hv}}{E_h} & \frac{1}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{hv}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{hv}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{hh})}{E_h} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Cuya inversa será la matriz de rigidez:

$$\begin{pmatrix} \Delta\sigma_{11} \\ \Delta\sigma_{22} \\ \Delta\sigma_{33} \\ \Delta\sigma_{21} \\ \Delta\sigma_{32} \\ \Delta\sigma_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{21}=c_{12} & c_{22} & c_{23}=c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{31}=c_{13} & c_{23}=c_{12} & c_{33}=c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}=c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\varepsilon_{11} \\ \Delta\varepsilon_{22} \\ \Delta\varepsilon_{33} \\ \Delta\varepsilon_{21} \\ \Delta\varepsilon_{32} \\ \Delta\varepsilon_{13} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Donde:

Coeficientes de rigidez

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{E_h(1 - \nu_{hv}\nu_{vh})}{(1 + \nu_h)g} & c_{66} &= G_h = \frac{(c_{11} - c_{13})}{2} & g &= 1 - \nu_h - 2\nu_{hv}\nu_{vh} \\ c_{22} &= \frac{E_v(1 - \nu_h)}{g} & c_{22} &= \frac{E_h\nu_{vh}}{g} & \frac{E_h}{E_v} &= \frac{\nu_{vh}}{\nu_{hv}} \\ c_{44} &= G_v = \frac{E_{avg}}{2(1 + \nu_{v,agv})} & c_{13} &= \frac{E_h(\nu_h - \nu_{hv}\nu_{vh})}{(1 + \nu_h)g} & E_{avg} &= \frac{E_h + E_v}{2} \\ & & & & V_{V,avg} &= \frac{\nu_{vh} + \nu_{hv}}{2} \end{aligned}$$

E_h = Módulo de rigidez en la dirección horizontal.

E_v = Módulo de rigidez en la dirección vertical.

ν_h = Módulo de Poisson para el efecto de una tensión horizontal en las deformaciones horizontales.

ν_{hv} = Módulo de Poisson para el efecto de una tensión horizontal en las deformaciones verticales.

ν_{vh} = Módulo de Poisson para el efecto de una tensión vertical en las deformaciones horizontales.

Figura 3.15: Matriz de rigidez elástica y constantes de rigidez [196].

Partiendo de la hipótesis de que el comportamiento de la masa debajo del penetrador, en el momento en que éste se encuentra finalmente detenido es elástico, la relación entre el incremento diferencial de tensiones aplicado y el incremento de deformaciones producido será (Ley generalizada de Hooke):

$$\Delta\sigma_{ij} = C_{ij}^e \Delta\varepsilon_{ij} \quad (3.21)$$

$$\Delta\varepsilon_{ij} = D_{ij}^e \Delta\sigma_{ij} \quad (3.22)$$

Donde $\Delta\sigma_{ij}$ y $\Delta\varepsilon_{ij}$; es decir, las tensiones y las deformaciones, son tensores simétricos de segundo orden [151, 196], aunque normalmente se hace la simplificación de representarlos como vectores de seis componentes. Los términos C_{ij}^e y D_{ij}^e , que indican la rigidez del material, son tensores de cuarto orden, pero que se representan comúnmente como una matriz de 6 x 6 elementos; pueden ser constantes (elasticidad lineal) o no (elasticidad no lineal), en cuyo caso serán función de los valores acumulados de las tensiones, con lo que, integrando ambas ecuaciones, podrá llegarse a una relación final entre tensiones y deformaciones.

De esta forma, conociendo C_{ij}^e y D_{ij}^e , podrá definirse el comportamiento deformacional del material al someterlo a diferentes trayectorias tensionales. En (3.19) y (3.20) se muestran las matrices de cumplimiento y de rigidez elástica (D_{ij}^e) para un material elástico anisótropo (ortótropico). La rigidez del material tiene en principio 36 coeficientes distintos; sin embargo, si se asumen condiciones elásticas, el máximo número de coeficientes distintos se verá reducido a 21.

En el caso del hormigón, es de suponer que se tratará de un material isótropo; es decir, sus propiedades elásticas serán independientes de su orientación (ν y E constantes en todas las direcciones), con lo que, despejando de (3.21), se llega a la ley de Hooke:

$$\Delta\varepsilon_{11} = \frac{1}{E} \cdot [\Delta\sigma_{11} - \nu \cdot (\Delta\sigma_{22} + \Delta\sigma_{33})] \quad (3.23)$$

$$\Delta\varepsilon_{22} = \frac{1}{E} \cdot [\Delta\sigma_{22} - \nu \cdot (\Delta\sigma_{11} + \Delta\sigma_{33})] \quad (3.24)$$

$$\Delta\varepsilon_{33} = \frac{1}{E} \cdot [\Delta\sigma_{33} - \nu \cdot (\Delta\sigma_{11} + \Delta\sigma_{22})] \quad (3.25)$$

$$\Delta\varepsilon_{12} = \frac{2(1+\nu)}{E} \cdot \Delta\tau_{12} = \frac{1}{G} \cdot \Delta\tau_{12} \quad (3.26)$$

$$\Delta\varepsilon_{13} = \frac{2(1+\nu)}{E} \cdot \Delta\tau_{13} = \frac{1}{G} \cdot \Delta\tau_{13} \quad (3.27)$$

$$\Delta\varepsilon_{23} = \frac{2(1+\nu)}{E} \cdot \Delta\tau_{23} = \frac{1}{G} \cdot \Delta\tau_{23} \quad (3.28)$$

De este modo, la matriz de cumplimiento queda de la siguiente manera:

$$\Delta\sigma_{ij} = C_{ij}^e \Delta\varepsilon_{ij} \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta\varepsilon_{11} \\ \Delta\varepsilon_{22} \\ \Delta\varepsilon_{33} \\ \Delta\varepsilon_{21} \\ \Delta\varepsilon_{32} \\ \Delta\varepsilon_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\sigma_{11} \\ \Delta\sigma_{22} \\ \Delta\sigma_{33} \\ \Delta\sigma_{21} \\ \Delta\sigma_{32} \\ \Delta\sigma_{13} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Y su inversa o matriz de rigidez:

$$\Delta\varepsilon_{ij} = D_{ij}^e \Delta\sigma_{ij} \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta\sigma_{11} \\ \Delta\sigma_{22} \\ \Delta\sigma_{33} \\ \Delta\sigma_{21} \\ \Delta\sigma_{32} \\ \Delta\sigma_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 2G & G & G & 0 & 0 & 0 \\ G & \lambda + 2G & G & 0 & 0 & 0 \\ G & G & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\varepsilon_{11} \\ \Delta\varepsilon_{22} \\ \Delta\varepsilon_{33} \\ \Delta\varepsilon_{21} \\ \Delta\varepsilon_{32} \\ \Delta\varepsilon_{13} \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Donde:

$$\lambda = \frac{E \cdot \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (3.31)$$

Al considerar la deformación vertical provocada por la esfera se tiene que, despejando las deformaciones en el eje z:

$$\Delta\varepsilon_{33} = \frac{1}{E} \Delta\sigma_{33} - 2 \frac{\nu}{E} \Delta\sigma_{22} \quad (3.32)$$

Considerando que en el hormigón fresco, las presiones son hidrostáticas, ya que las tensiones efectivas, $\Delta\sigma_{22} = 0$, se tiene que:

$$\Delta\varepsilon_{33} = \frac{1}{E} \Delta\sigma_{33} \quad (3.33)$$

O lo que es lo mismo:

$$d\varepsilon_{33} = \frac{1}{E} d\sigma_{33} \quad (3.34)$$

Teniendo en cuenta que las deformaciones serán de la forma:

$$\Delta\varepsilon = \frac{e(0) - e(t)}{1 + e(0)} = \frac{y(0) - y(t)}{y(0)} = \frac{\Delta v}{v_0} \quad (3.35)$$

Relacionando (3.34) con (3.15):

$$E = \frac{v \cdot P'}{k} \quad (3.36)$$

Si se tiene en cuenta que la variación de todos estos parámetros es función del tiempo:

$$E(t) = \frac{v(t) \cdot P'(t)}{k(t)} \quad (3.37)$$

Finalmente, aplicando la expresión (3.11) se tiene la ecuación (3.38) que relaciona el módulo de elasticidad del material con su rigidez.

$$E(t) = \frac{m \cdot g \cdot H}{A \cdot k(t)} \quad (3.38)$$

3.5. COMPORTAMIENTO DEFORMACIONAL DEL HORMIGÓN FRESCO

Como se ha explicado en el Capítulo 2, durante el fraguado del cemento se produce un cambio de estado, de una suspensión más o menos densa a un sólido de comportamiento elastoplástico [11]. Las deformaciones en el hormigón fresco son de dos tipos: externas, las debidas a agentes físicos externos a la masa de hormigón, como una pisada o la huella dejada por la esfera; e internas, que son las debidas al proceso de fraguado del cemento. Dentro de estas últimas puede distinguirse también; entre aquellas debidas al aumento de la succión por la disminución del agua capilar en el proceso de fraguado del cemento y aquellas debidas a la hidratación de las partículas de cemento y sus cambios de volumen. En conjunto, la deformación total del hormigón debida a las reacciones químicas del cemento es prácticamente despreciable, especialmente en las primeras fases de hidratación (ecuación (3.39)).

$$V_a + V_c = V_v + V_{a'} + V_{ph} + V_{nh} \quad (3.39)$$

Donde:

- V_a = Volumen de agua
 V_c = Volumen de cemento
 V_v = Volumen de vacíos en los poros y capilares
 $V_{a'}$ = Volumen de agua en los poros y capilares
 V_{ph} = Volumen de productos sólidos de hidratación
 V_{nh} = Volumen de productos no hidratados

En el caso del hormigón, se considerará que las deformaciones debidas al fraguado del cemento son siempre irreversibles, ya que los procesos químicos pueden aumentar o disminuir su velocidad, pero en ningún momento se verán revertidos sus efectos; mientras que las deformaciones debidas a agentes externos pueden ser tanto recuperables como irreversibles. Un ejemplo de esto es el vibrado del hormigón, que puede suponerse equivalente a la consolidación de un suelo (Figura 3.16): se aplica una fuerza con el vibrador que causa deformaciones. En esta situación, el hormigón se mueve a lo largo de una línea plástica (línea a-b), y no retornará al estado previo de deformación después de cesar la vibración (línea b-c). Conforme la masa adquiere resistencias (Figura 3.17), el penetrador se irá moviendo a lo largo de una serie de líneas elásticas (línea c-b) hasta el instante en que la resistencia a la penetración sea mayor que las tensiones que el hormigón ha sufrido durante el proceso de vibración (punto b). A partir de ese punto, el penetrador se moverá a través de una serie de líneas plásticas.

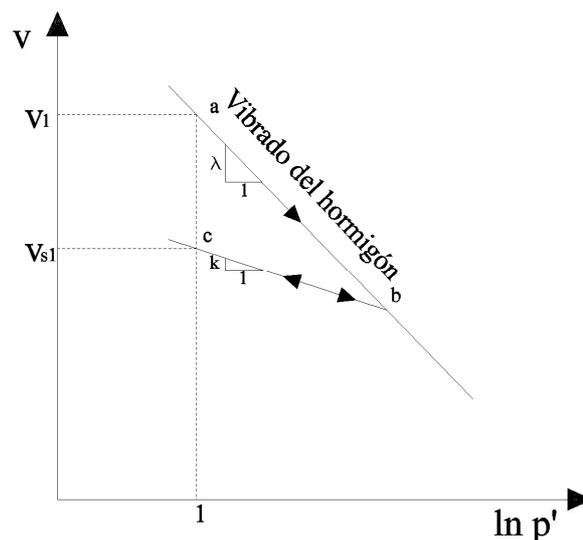


Figura 3.16: Comportamiento de deformación del hormigón durante el proceso de vibración, suponiendo que éste se realiza en un tiempo tan corto que casi no se producen fenómenos de hidratación.

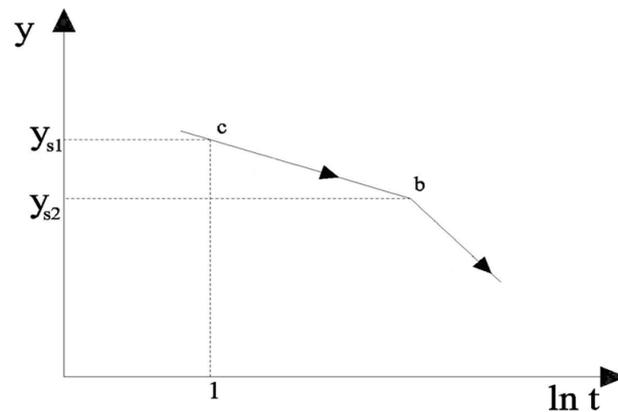


Figura 3.17: Comportamiento deformacional (profundidad de penetración) del hormigón en el tiempo.

Será también importante considerar para el modelo la relación entre las profundidades alcanzadas por el penetrador en el tiempo y el volumen específico del hormigón (v). Para ello, se hará la hipótesis de que la variación de volumen específico en el tiempo (dv/dt) será igual pero de signo contrario a la variación de profundidad en el tiempo (dy/dt).

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{dv}{dt} \quad (3.40)$$

Con respecto a las variaciones de volumen específico, estas son debidas al fenómeno de retracción autógena junto con las fuerzas externas aplicadas (3.41), como es el caso de una huella en el hormigón fresco. El fenómeno de retracción autógena dependerá principalmente de la tensión de poro y del radio de los meniscos de los poros más grandes rellenos de agua en la microestructura [219], que será variable con el tiempo debido a la absorción de agua por el cemento, de forma que cuando la masa adquiriera suficientes resistencias para aguantar su propio peso, funcionará como un sistema pasivo de retención que resiste las deformaciones y reduce la retracción.

$$dv = dv_p + dv_s \quad (3.41)$$

Donde:

dv_p = Variación de volumen debida a las fuerzas externas aplicadas

dv_s = Variación de volumen específico debida al proceso de cementación del hormigón

3.5.1. Trayectorias deformacionales al cambiar la energía cinética del sistema

Para un tiempo dado, al representar la profundidad de los cráteres hechos por una esfera cayendo desde diferentes alturas frente al logaritmo de las tensiones sobre la esfera halladas a partir de la ecuación (3.11), se obtienen líneas rectas (Figura 3.18) que pueden ser relacionadas con las ecuaciones del modelo Cam clay [93] (Ecuación (3.42) y (3.43)), con la salvedad de que en el caso del hormigón las pendientes de las líneas plásticas y elásticas son constantes en un instante dado, pero crecientes con el tiempo debido al incremento de rigidez de la masa.

$$d\varepsilon_v^p = \frac{dv}{v} = \frac{\lambda(t)}{v} \cdot \frac{dp'}{p'} \quad (3.42)$$

$$d\varepsilon_v^e = \frac{dv}{v} = \frac{k(t)}{v} \cdot \frac{dp'}{p'} \quad (3.43)$$

Asumiendo que el vector de variación del volumen específico del hormigón es normal a la variación de la profundidad de la huella de la esfera, se tiene algo similar a lo representado en la Figura 3.19.

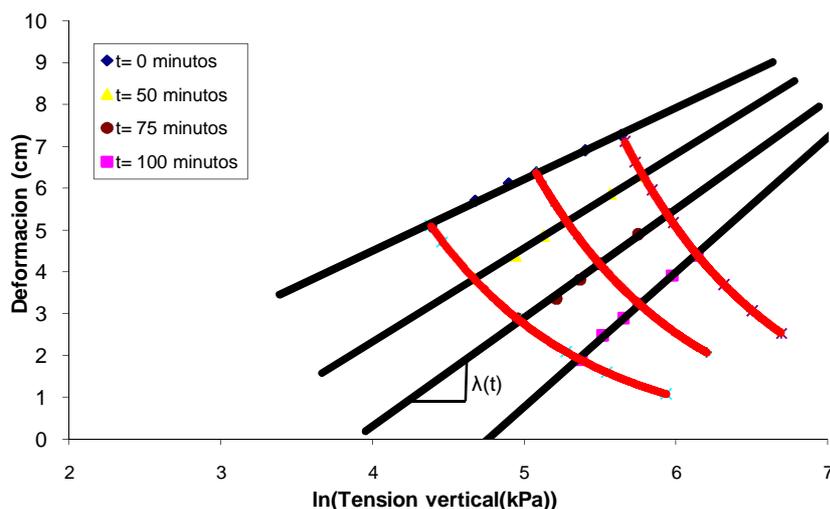


Figura 3.18: Variación de las deformaciones con respecto al logaritmo de las tensiones en tres momentos diferentes.

Un caso en el que una de las líneas “instantáneas” tiene parte elástica y parte plástica es el que se produce durante el vibrado del hormigón. De cualquier forma, $\lambda(t)$ y $k(t)$ son las

pendientes de las rectas que relacionan la tensión con la variación del volumen específico y corresponden, respectivamente, a las ramas noales y elásticas; es decir, representan la rigidez del hormigón.

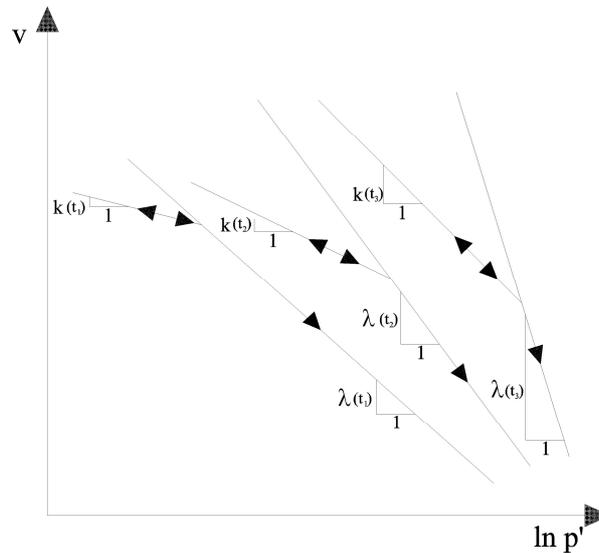


Figura 3.19: Variación del volumen específico con respecto al logaritmo de las tensiones en momentos diferentes.

La integración de las expresiones (3.42) y (3.43) en función de p' , da como resultado:

$$v_1 = v(t) - \lambda(t)(\ln p') \quad (\text{Ramas noales}) \quad (3.44)$$

$$v_1 = v(t) - k(t)(\ln p') \quad (\text{Ramas elásticas}) \quad (3.45)$$

Estas ecuaciones sólo son válidas en un cierto rango, pues aunque se aumente p' hasta el infinito no se podrá reducir indefinidamente v , ya que siempre existirá un máximo de colapso en un tiempo dado. Si se toma por ejemplo, el caso de un hormigón ya fraguado; es decir, que ha dejado de ser un líquido, la profundidad de cráter que se logra arrojándole una esfera tiene un límite, que viene marcado por la propia estructura del esqueleto sólido del hormigón, ya que llegará un momento en que las partículas no puedan recolocarse más aunque la fuerza sobre ellas crezca, con lo que la profundidad de la huella que se provoca en el hormigón es asintótica a partir de una cierta energía.

3.5.2. Trayectorias deformacionales a lo largo del tiempo

La matriz cementosa tiene tres formas de resistir:

- Por la reacción química del cemento.
- Por la tensión capilar.
- Por el rozamiento entre partículas

Conforme avanza el tiempo y progresa la hidratación, el hormigón va adquiriendo resistencias, y su volumen de huecos, así como la cantidad de agua capilar contenida en estos huecos va disminuyendo. De este modo, teniendo en cuenta las expresiones (2.9) y (2.10) puede observarse que, conforme avanza el proceso de hidratación, el radio medio capilar va disminuyendo, con lo que puede deducirse fácilmente que la expresión (2.10) tiende a 0; es decir, a medida que avanza el proceso de hidratación, la tensión superficial disminuye, mientras que la succión aumenta. Finalmente, la tensión capilar tiende a desaparecer, con lo que con el tiempo, la rigidez del hormigón se verá disminuida por este aspecto.

Diversos estudios corroboran estos resultados. El más significativo de ellos es probablemente, el modelo BBM (Barcelona Basic Model) [6, 97], que utiliza dos variables de esfuerzo independientes: el tensor de esfuerzo neto (exceso del esfuerzo total sobre la presión del aire) y la succión, ya definida. En el espacio de esfuerzos (p' , q , s), donde s es la succión, el modelo adopta la superficie de fluencia elíptica propia del modelo Cam-clay, en el que se encuentra basado.

En este modelo, se relaciona la pendiente de la línea noval de compresión en condiciones isotrópicas con la succión a través de:

$$\lambda(s) = \lambda(0)[(1-r) \exp(-\beta s) + r] \quad (3.46)$$

Donde r y β son dos parámetros constantes; r es el factor limitante de la rigidez a succión infinita y β es un factor que se relaciona con la velocidad a la que se produce la variación de la succión. De acuerdo con esta expresión, $\lambda(s)$ se reduce hasta llegar a una asíntota que limita su disminución [97].

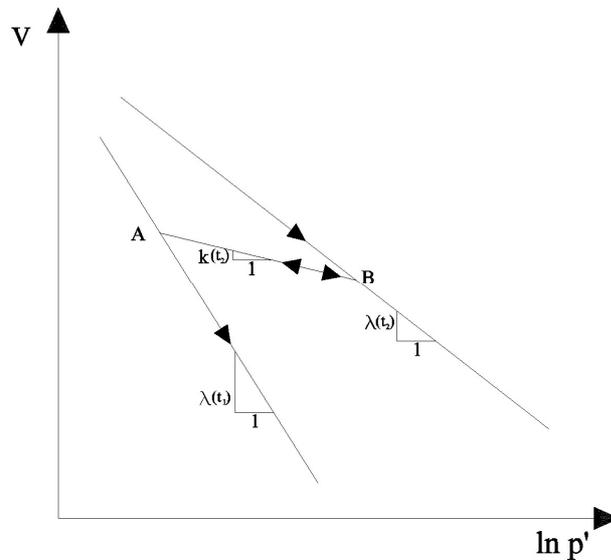


Figura 3.20: Variación de la rigidez de un suelo con la succión o de la rigidez de la matriz cemento-áridos con el tiempo por efecto de la pérdida de agua.

De este modo, basados en los estudios experimentales llevados a cabo por A. Josa [97] en su Tesis, se sabe que el comportamiento de un suelo no saturado con la succión, o de la matriz cemento-áridos a causa de la disminución de la tensión capilar es el que se representa en la Figura 3.20.

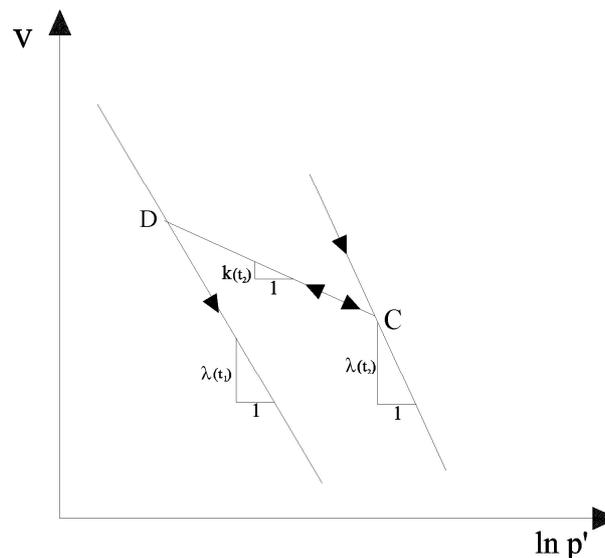


Figura 3.21: Variación de la rigidez de un hormigón por efecto de la percolación de la masa.

Por otra parte, el otro factor que influye en la adquisición de resistencias es la percolación del hormigón. Cabe suponer que su progreso tiene lugar a la misma velocidad que la pérdida de agua capilar de la masa y que en un gráfico $(\ln p', v)$, para un instante dado, su

comportamiento sigue una ley lineal (Figura 3.21). Así, se llega a la conclusión de que la tasa de adquisición de rigidez del hormigón por parte de la percolación del sistema sigue una ley creciente; es decir, del mismo modo que por la pérdida de agua la rigidez en la masa disminuía a una cierta velocidad $\lambda(t)/dt$, por efecto de la percolación, la rigidez en la masa aumentará a la misma velocidad, pero con signo contrario: $-\lambda(t)/dt$.

Mediante esta hipótesis, podría afirmarse que la adquisición de resistencias en el hormigón, al menos en las primeras etapas, es un fenómeno en el que se suman dos procesos: el primero es la pérdida de rigidez por la disminución de la tensión capilar; y el segundo es la ganancia de resistencias a causa de la percolación de la masa. En ambos, para cada instante, las relaciones tensión-deformación son líneas rectas, y de la suma de ambos procesos en un momento dado, se obtendrá otra línea recta. Así se explican los resultados mostrados en la Figura 3.18, donde para cada instante, las relaciones tensión-deformación son lineales.

3.5.3. Superficie de fluencia para incrementos de la tensión vertical

En el hormigón, se distinguen tanto deformaciones recuperables como irre recuperables. Las recuperables se producen siempre en el plano (v, p') , y ocurren cuando el hormigón se mueve a lo largo de una rama elástica, como es el caso del momento después del vibrado o durante el proceso de fratasado del hormigón; sin embargo, todas las deformaciones que se produzcan en el plano (v, t) siempre serán irre recuperables debido a la irreversibilidad de los procesos de fraguado del cemento. En cualquier caso, a pesar de que el hormigón haya sido preconsolidado, en un instante dado, siempre habrá un valor de la tensión a partir del cual se producen deformaciones irre recuperables. Si se llama p_0 e y_0 a los puntos donde se encuentran la recta elástica con la recta plástica en tensiones y en deformaciones, respectivamente, este valor permanecerá constante hasta el momento en que $p' > p_0$ ó $y > y_0$, con lo que p_0 e y_0 se desplazarán hasta el valor que haya alcanzado p' e y en ese instante, ampliando el dominio elástico a partir de ese momento.

En los resultados experimentales de la Figura 3.22, obtenidos a partir de una esfera lanzada con diferentes energías sobre el mismo hormigón a lo largo de su proceso de fraguado (H =altura de caída), puede observarse un ejemplo de superficies de fluencia en un hormigón en las que los valores que se encuentren a la izquierda de y_0 (donde y_0 es la profundidad del cráter en el punto donde se encuentra la línea elástica con la línea plástica)

representarán el dominio plástico de deformaciones, mientras que todos los valores que se encuentren a la derecha del valor y_0 representarán el dominio elástico (Figura 3.24 (a)). De la misma forma, si se representan estos valores en un gráfico (p', t) (Figura 3.24 (b)), se obtendrá el lugar geométrico de los puntos p_0 , y podrá observarse la variación de p_0 con el tiempo. Todos los valores que se encuentren a la izquierda de la curva $p'=p_0$, representarán el dominio elástico, mientras que todos los valores que se encuentren a su derecha representarán el dominio plástico de deformaciones. En esta curva, p_0 no es nulo en $t=0$ debido a la preconsolidación producida por la vibración del hormigón y al propio grado de consolidación que adquiere la masa por efecto de verterla y su propio peso. Conforme la masa gana rigidez, el hormigón va pasando por diferentes ramas novalas, como puede observarse en la Figura 3.18, donde puede apreciarse que, a cada instante que transcurre, es menor la profundidad de penetración, con el consiguiente aumento de las resistencias.

Esta superficie de fluencia será móvil en el plano (p', t) (Figura 3.22), pues dependerá de factores como las características del vibrador que se utilice, la velocidad de hidratación en cada instante o, en el caso de un pavimento, las características de la máquina que se use para fratar el hormigón (peso, velocidad de pasada, etc). De este modo, al cambiar una de estas características, la superficie de fluencia se desplazará en el plano, provocando la existencia de infinitas curvas $p_0(t)$.

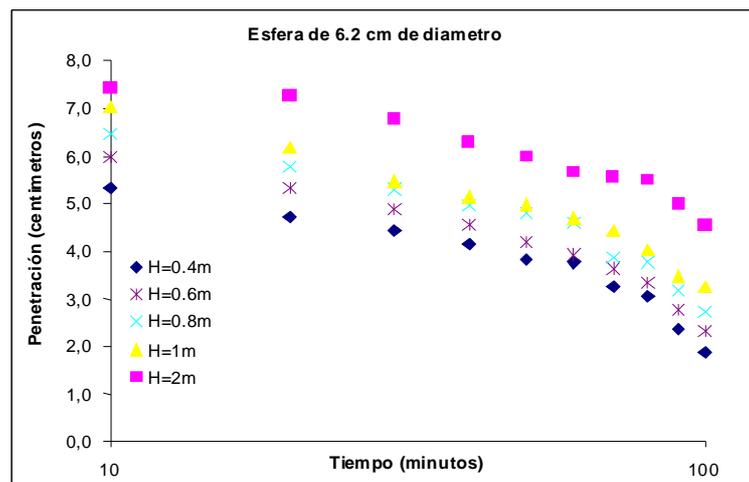


Figura 3.22: Variación de las curvas $y(t)$ (ANEXO I).

Teniendo en cuenta la ecuación (3.46), podrá deducirse la ecuación de la superficie de fluencia representada en la Figura 3.24 (b), tan sólo relacionando la línea de tensión-deformación plástica de la masa en un instante dado (como la suma del proceso de cementación más la tensión capilar), con otra línea tensión-deformación de la masa en su

conjunto, pero en un instante anterior, a través de la recta elástica de tensión-deformación de la primera línea tensión-deformación plástica (Figura 3.23). Para ello, simplemente habrá que tener en cuenta que el volumen específico en un punto de la primera recta plástica $v_p(t_1, p_0)$ deberá ser igual al volumen específico en la segunda recta plástica $v_p(t_2, p_0^*)$ menos la diferencia de volúmenes específicos entre las dos, relacionadas a través de la curva de descarga elástica de la primera recta plástica ($v_e(t_1, p_0^*) - v_e(t_1, p_0)$):

$$v_p(t_1, p_0) = v_p(t_2, p_0^*) + v_e(t_1, p_0^*) - v_e(t_1, p_0) \quad (3.47)$$

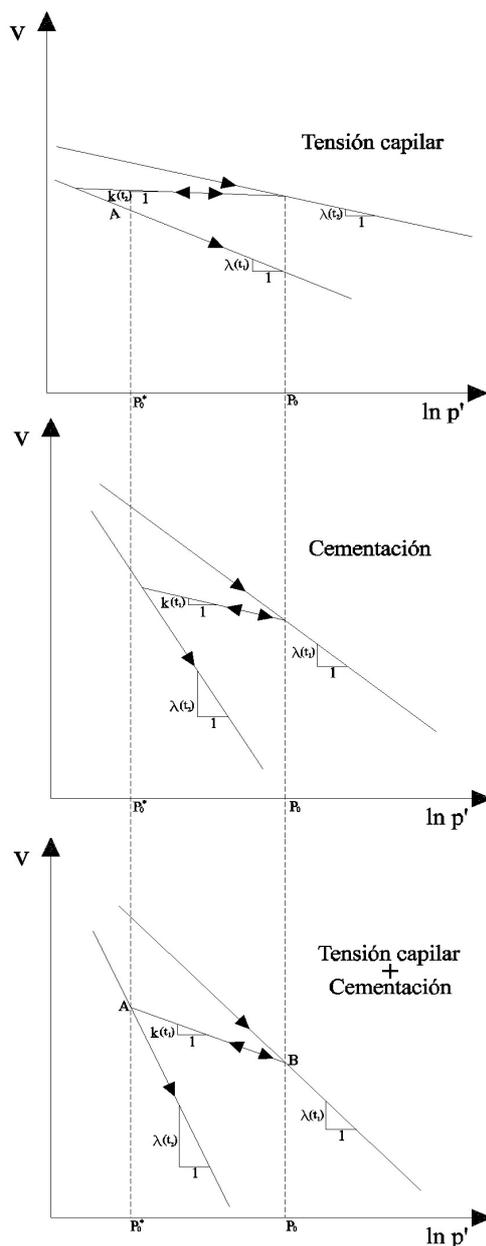


Figura 3.23: Sumatoria de procesos que intervienen en el incremento de las rigideces.

En este caso, a diferencia del descrito por A. Josa [97] en su Tesis Doctoral, debe apreciarse que tanto las rectas de variaciones elásticas del volumen específico, como las plásticas, se corresponden con la suma de las deformaciones debidas a la variación de la tensión capilar más las deformaciones debidas a los cambios propios del proceso de cementación del hormigón (Figura 3.23).

Deformaciones plásticas (v_p):

$$v_p = v_{p_{tc}} + v_{p_c} = v(t) - (\lambda_{tc}(t) + \lambda_c(t))(\ln(p')) \quad (\text{Ramas novalas}) \quad (3.48)$$

Deformaciones elásticas (v_e):

$$v_e = v_{e_{tc}} + v_{e_c} = v - (k_{tc}(t) + k_c(t))(\ln(p'_0)) \quad (\text{Ramas elásticas}) \quad (3.49)$$

Donde:

- $v_{p_{tc}}$ = Variaciones de volumen específico plásticas debidas a la tensión capilar.
- v_{p_c} = Variaciones de volumen específico plásticas debidas al proceso de cementación.
- $v_{e_{tc}}$ = Variaciones de volumen específico elásticas debidas a la tensión capilar.
- v_{e_c} = Variaciones de volumen específico elásticas debidas al proceso de cementación.
- $\lambda_{tc}(t) + \lambda_c(t)$ = Pendiente de la recta noval debida a la tensión capilar más la pendiente de la recta noval debida a los cambios propios del proceso de cementación del hormigón
- $k_{tc}(t) + k_c(t)$ = Pendiente de la recta elástica debida a la tensión capilar más la pendiente de la recta noval debida a los cambios propios del proceso de cementación del hormigón

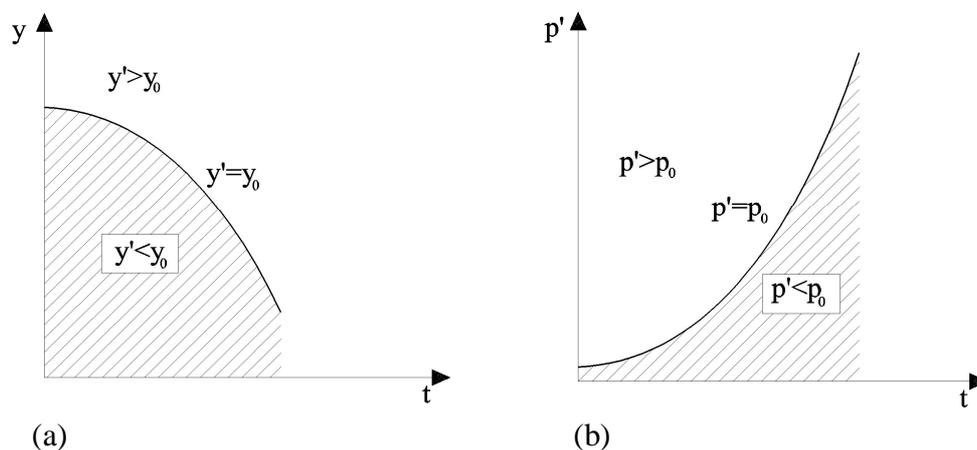


Figura 3.24: (a) Lugar geométrico de los puntos y_0 en el plano (y , t). (b) Lugar geométrico de los puntos p_0 en el plano (p , t).

Sustituyendo (3.48) y (3.49) en (3.47) se tiene que:

$$\begin{aligned} & \ln(p_0)[(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) - (\lambda(t_1)_{ic} + \lambda(t_1)_c)] = \\ & = v(t_2) - v(t_1) - \ln(p_0^*)[(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) + (\lambda(t_2)_{ic} + \lambda(t_2)_c)] \end{aligned} \quad (3.50)$$

De donde se deduce que, en el caso del hormigón fresco, la superficie de fluencia para incrementos de la tensión vertical es de la forma:

$$p_0 = \exp\left(\frac{(v(t_2) - v(t_1) - \ln(p_0^*)[(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) + (\lambda(t_2)_{ic} + \lambda(t_2)_c)])}{[(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) - (\lambda(t_1)_{ic} + \lambda(t_1)_c)]}\right) = p_0(t_1, p_0) \quad (3.51)$$

3.5.4. Superficie de fluencia en el tiempo

El comportamiento del hormigón hasta el endurecimiento no es constante ya que este material pasa por una fase elástica al principio de la hidratación debida al efecto de la consolidación, y a medida que se van ganando resistencias pasa a una fase de comportamiento plástico.

En la Figura 3.25, donde se muestran a partir de datos experimentales las superficies de fluencia de varios hormigones con diferentes velocidades de hidratación, puede observarse cómo existen tres períodos claramente definidos en la evolución de la resistencia del hormigón en las primeras horas. El primero de ellos corresponde a la preconsolidación del mismo por efecto del vibrado: el hormigón se encuentra en una rama elástica hasta que se alcanza una resistencia a penetración igual al menos a la fuerza empleada por el vibrador al compactar el hormigón fresco. El segundo corresponde a una rama plástica en la que la resistencia a la penetración es mayor que la fuerza que se aplicó con el vibrador al comienzo. Esta etapa corresponde a la segunda del proceso de hidratación del cemento o período durmiente, donde las reacciones ocurren a una velocidad relativamente pequeña. Por último, la tercera etapa tiene lugar tras el inicio de fraguado del cemento. En ella, las reacciones comienzan a producirse más deprisa que en las etapas anteriores, con lo que la pendiente de la curva tiende a disminuir cada vez más hasta llegar, de manera asintótica a un valor, que se corresponderá con el valor límite de rigidez que tiene el hormigón endurecido.

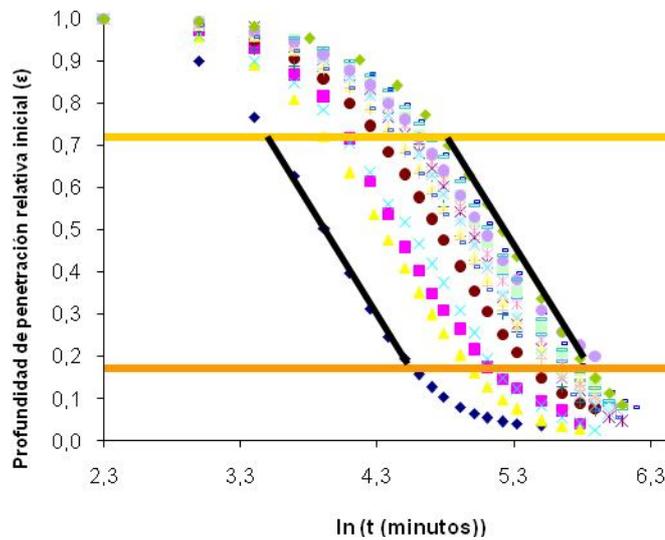


Figura 3.25: Variación de la profundidad de penetración de todas las curvas estudiadas con el tiempo (datos recogidos en el ANEXO II).

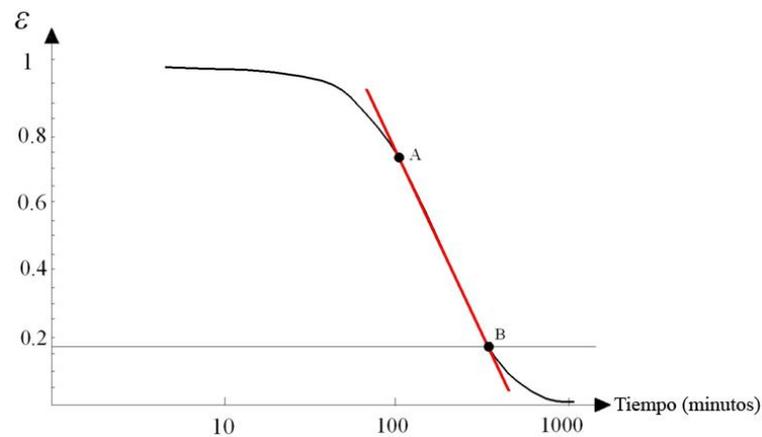


Figura 3.26: Profundidad relativa del cráter frente al tiempo.

En la Figura 3.26 se muestra una simplificación de los datos de la Figura 3.25 a partir de la ecuación (3.81), representada en un gráfico con el tiempo en escala logarítmica, en el que se observa una gran parecido con las curvas de consolidación para suelos representadas mediante el método logarítmico [93]. El gráfico se presenta en tres partes: una inicial, con forma aproximadamente parabólica, otra lineal y una curva final con una asíntota horizontal a tiempo infinito. En esta curva existen dos puntos de transición característicos, A y B. El punto A se corresponde con la máxima consolidación alcanzada por el hormigón durante el proceso de vibración. El punto B toma como valor más probable de deformación

relativa de acuerdo con los resultados experimentales obtenidos de los cuarenta y cinco hormigones estudiados el de 0.18 (Figura 3.27).

Tras aplicar el criterio de Chauvenet a los datos, el coeficiente de correlación de Pearson en el gráfico de probabilidad normal es de aproximadamente 0,98, con un valor p por encima de 0.25; es decir, es casi lineal, lo que indica que la hipótesis de normalidad de estos datos es correcta.

El descenso de las profundidades de penetración de la esfera desde el momento de la vibración del hormigón hasta el punto B es similar al concepto de consolidación primaria, usado en geotecnia, en el cual se considera que existe agua libre en los poros del suelo, y por lo tanto, hay sobrepresiones al aplicar una tensión en la masa. A partir del punto B, la curva es similar al concepto de consolidación secundaria, en la cual el esqueleto mineral adquiere propiedades tensodeformacionales diferentes a las que tenía previamente: la masa comienza a comportarse como un sólido y las cargas ya no se distribuyen por igual entre el líquido y el sólido.

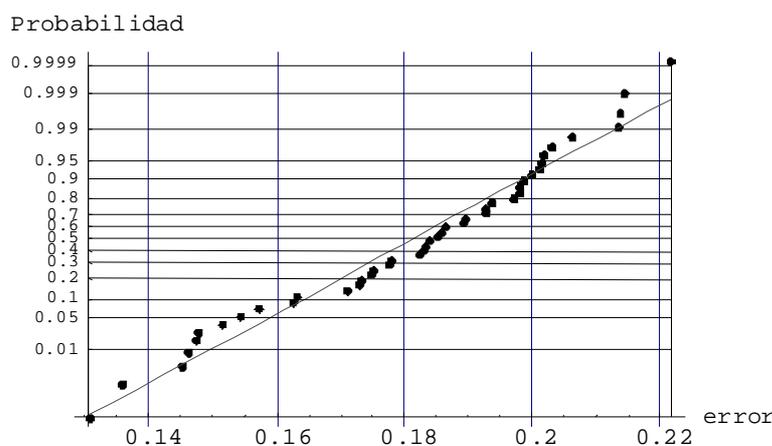


Figura 3.27: Puntos B representados en un gráfico de probabilidad normal para todas las muestras estudiadas.

El valor B de deformación relativa 0.18 es muy similar al valor 0.16 de percolación universal, con lo que será razonable pensar que este instante se corresponde con el valor 0.18 de porosidad capilar en el umbral de percolación reportado por Garbocci y Bentz [66], así como con el tiempo en el que las presiones hidrostáticas del hormigón se hacen cero[11], con lo que este momento se corresponderá probablemente con el tiempo de inicio de fraguado.

En la Figura 3.25 se observa que todas las superficies de fluencia del hormigón, durante el período en que este se encuentra en estado plástico, tienen la misma pendiente k_t , siguiendo ecuaciones de la forma:

$$d\varepsilon_{vct}^e = \frac{dv}{v} = \frac{(k_t)_{tc}}{v} \frac{dt}{t} + \frac{(k_t)_c}{v} \frac{dt}{t} \quad (3.52)$$

$$d\varepsilon_{vct}^p = \frac{dv}{v} = \frac{(\lambda_t)_{tc}}{v} \frac{dt}{t} + \frac{(\lambda_t)_c}{v} \frac{dt}{t} \quad (3.53)$$

De este modo, cabe suponer que comenzarán a producirse deformaciones irreversibles en el hormigón cuando se supere un cierto tiempo límite condicionado por la fluidez de la masa y el tipo de vibración al que ha sido sometida. En la Figura 3.28, se muestra, para esferas lanzadas con diferentes energías sobre el hormigón, cómo la transición de las curvas de elásticas a plásticas, donde se produce un máximo, ocurre aproximadamente en el mismo momento; esto implica la existencia de una nueva superficie de fluencia en el plano (y, t) , que puede definirse como el lugar geométrico de los puntos p_0 en el espacio (Figura 3.29). Esta nueva superficie de fluencia es única, dependiendo sólo del tipo de hormigón, a diferencia de la anterior, de la que había infinitas en función de la carga de penetración que se le aplicara a la masa.

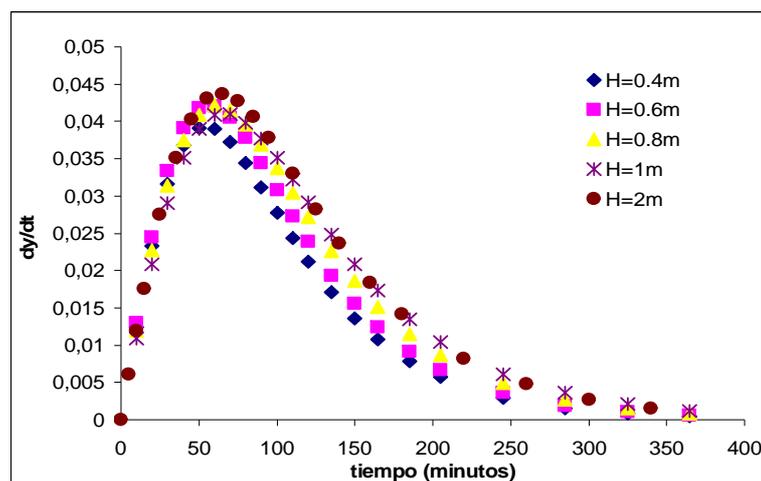


Figura 3.28: Derivada de las ecuaciones de penetración-tiempo para diferentes energías de caída de la esfera (ANEXO I).

En la Figura 3.29 se ha representado esta superficie de fluencia, de modo que todas las deformaciones a la izquierda de la línea $t=t_0$ son elásticas y todas las deformaciones a la derecha de ésta son plásticas, siendo t_0 el punto donde se produce la transición de deformaciones elásticas a deformaciones plásticas.

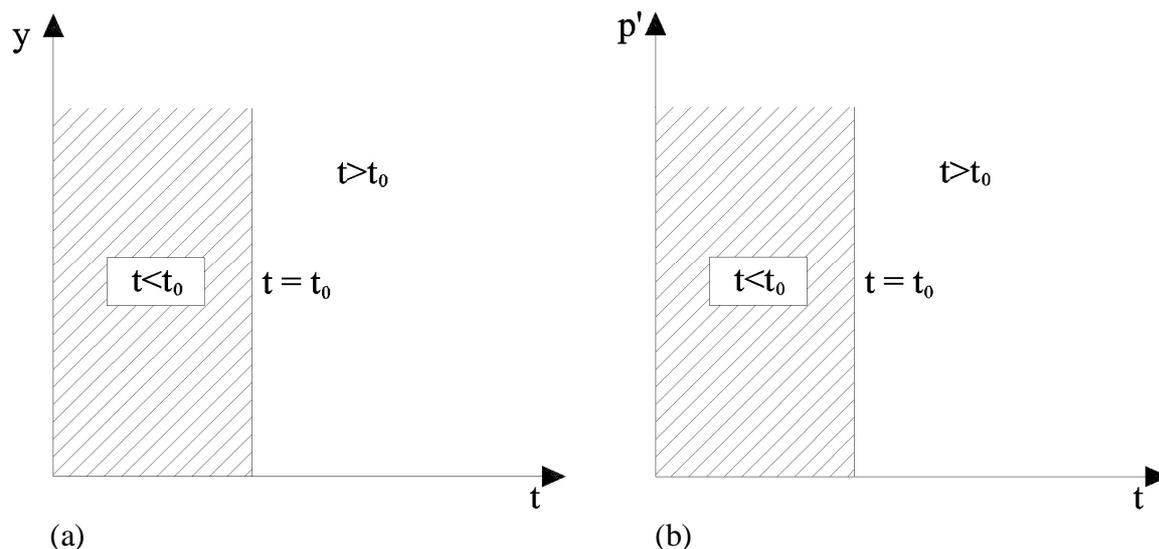


Figura 3.29: (a) Superficie de fluencia del hormigón en el tiempo representada en el plano (y, t) . (b) Superficie de fluencia del hormigón en el tiempo representada en el plano (p', t) .

3.5.5. Relación entre las superficies de fluencia

El conjunto de las superficies de fluencia mostradas anteriormente definen un dominio de estados tensionales posibles en los planos (y, t) y (p', t) , limitados por las condiciones $t \leq t_0$ y $\sigma \leq \sigma_0$, o lo que es lo mismo, $t \leq t_0$ e $y \leq y_0$, donde se producen solamente deformaciones elásticas; es decir, el hormigón ya ha sido consolidado previamente (Figura 3.30). Cuando se apliquen unas tensiones superiores a las incluidas en el dominio elástico éste se verá ampliado, siendo arrastradas las superficies de fluencia fuera del mismo.

Ejemplo (Tomando como base la Figura 3.30):

En el caso de aumentar la energía de penetración, la superficie de fluencia para incrementos de la tensión vertical será arrastrada hacia arriba, y al revés.

En el caso de cambiar las condiciones de vibrado de un hormigón, entonces, su superficie de fluencia en el tiempo se verá arrastrada a la derecha o a la izquierda, en el caso en que se aplique en el vibrado más o menos energía respectivamente.

En el caso de que varíe la velocidad de hidratación, la superficie de fluencia se verá arrastrada también hacia la derecha o hacia la izquierda, en función de que sea un factor que acelere o decelere el proceso

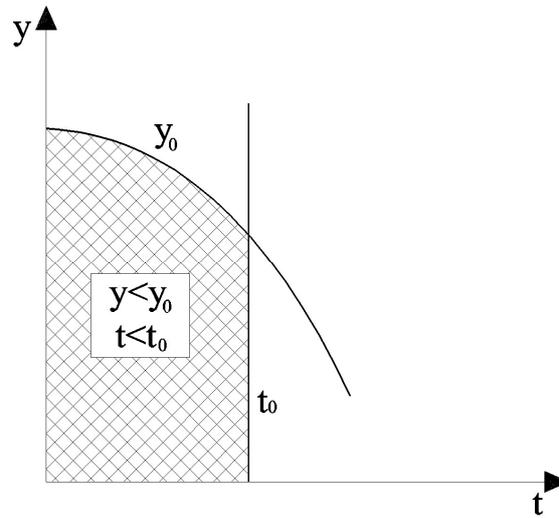


Figura 3.30: Superficie de fluencia del hormigón en el tiempo representada en el plano (p' , t). Dominio de deformaciones de impacto en el que no hay deformaciones irreversibles

Recordando que la variación de la rigidez en el hormigón es debida a la suma del proceso de cementación más el proceso de succión por pérdida de agua; entonces, la disminución de la profundidad del cráter de impacto al arrojar una esfera sobre la superficie será también la suma del efecto del proceso de cementación más la pérdida de agua.

De este modo, las deformaciones volumétricas recuperables del hormigón en el dominio $y < y_0$, $t < t_0$ serán de dos tipos:

1. Deformaciones volumétricas recuperables debido a variaciones de las cargas externas en un instante dado:

$$d\varepsilon_{vp}^e = \frac{dv}{v} = \frac{k(t)_{tc}}{v} \frac{d(p')}{p'} + \frac{k(t)_c}{v} \frac{d(p')}{p'} \quad (3.54)$$

2. Deformaciones elásticas debidas al proceso de cementación en el tiempo ($d\varepsilon_{vct}^e$):

$$d\varepsilon_{vct}^e = \frac{dv}{v} = \frac{(k_t)_{tc}}{v} \frac{dt}{t} + \frac{(k_t)_c}{v} \frac{dt}{t} \quad (3.55)$$

Por otra parte, las deformaciones volumétricas plásticas del hormigón en el dominio $y > y_0$, $t > t_0$ serán de la forma siguiente:

Deformaciones volumétricas plásticas debido a variaciones de las cargas externas en un instante dado:

$$d\varepsilon_{v p}^p = \frac{dv}{v} = \frac{\lambda(t)_{ic}}{v} \frac{d(p')}{p'} + \frac{\lambda(t)_c}{v} \frac{d(p'_a)}{p'} \quad (3.56)$$

Deformaciones plásticas debidas al proceso de cementación en el tiempo ($d\varepsilon_{v ct}^e$):

$$d\varepsilon_{v ct}^p = \frac{dv}{v} = \frac{(\lambda_t)_{ic}}{v} \frac{dt}{t} + \frac{(\lambda_t)_c}{v} \frac{dt}{t} \quad (3.57)$$

Por ello, hay que tener en cuenta que en el caso del hormigón, siempre ocurrirá que $dt = dt_0$, y $d(p') = d(p_0)$; es decir, cada instante será limitante e irreversible así como cada resistencia a penetración será única en ese instante para una cierta energía aplicada, con lo que puede decirse que p' se encontrará directamente relacionado con p_0 , y que el tiempo siempre será t_0 en cualquier instante.

Así, en el caso de las ramas elásticas puede afirmarse que:

$$d\varepsilon_{v p}^e = \frac{dv}{v} = \frac{\lambda(t)_{ic}}{v} \frac{dp_0}{p_0} + \frac{\lambda(t)_c}{v} \frac{dp_0}{p_0} \quad (3.58)$$

$$d\varepsilon_{v ct}^e = \frac{dv}{v} = \frac{(\lambda_t)_{ic}}{v} \frac{dt}{t} + \frac{(\lambda_t)_c}{v} \frac{dt}{t} \quad (3.59)$$

Y en el caso de las deformaciones plásticas:

$$d\varepsilon_{v p}^p = \frac{dv}{v} = \frac{(\lambda(t)_{ic} - k(t)_{ic})}{v} \frac{dp_0}{p_0} + \frac{(\lambda(t)_c - k(t)_c)}{v} \frac{dp_0}{p_0} \quad (3.60)$$

$$d\varepsilon_{v ct}^p = \frac{dv}{v} = \frac{((\lambda_t)_{ic} - (k_t)_{ic})}{v} \frac{dt}{t} + \frac{((\lambda_t)_c - (k_t)_c)}{v} \frac{dt}{t} \quad (3.61)$$

Recordando la expresión (3.50), realizando su derivada con t constante, se obtiene:

$$\frac{dp_0}{p_0} [(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) - (\lambda(t_1)_{ic} + \lambda(t_1)_c)] = -\frac{dp_0^*}{p_0^*} [(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) + (\lambda(t_2)_{ic} + \lambda(t_2)_c)] \quad (3.62)$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{dp_0}{p_0} = -\frac{dp_0^*}{p_0^*} \frac{[(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) + (\lambda(t_2)_{ic} + \lambda(t_2)_c)]}{[(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) - (\lambda(t_1)_{ic} + \lambda(t_1)_c)]} \quad (3.63)$$

Con lo que sustituyendo (3.63) en (3.60) se obtiene la ecuación (3.64), que es la expresión de las deformaciones volumétricas irreversibles en el hormigón ante incrementos de la tensión:

$$d\varepsilon_{v_p}^e = \frac{[(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) + (\lambda(t_2)_{ic} + \lambda(t_2)_c)] dp_0^*}{v p_0^*} \quad (3.64)$$

Hasta el presente, se ha considerado que en cualquier momento existe una deformación única ($d\varepsilon_v^e$), considerando sólo los factores que la producen; sin embargo, no se ha tenido en cuenta la posible interdependencia entre las tres deformaciones ($d\varepsilon_p$, $d\varepsilon_{ic}$, $d\varepsilon_c$). Recordando las curvas de deformación-tiempo, debe considerarse que $d\varepsilon_p$ disminuirá con el tiempo transcurrido conforme va disminuyendo el número de poros y las partículas van estando interconectadas entre sí; por otra parte, $d\varepsilon_{ic}$ aumentará a su vez a medida que vaya desapareciendo el agua capilar y de los poros, creciendo por esto la atracción entre partículas, por el aumento de la succión en los poros, con lo que se provocará una retracción del hormigón en función de $d\varepsilon_c$. Es decir, los tres procesos de deformación actúan para reducir la resistencia a penetración en la masa con el tiempo.

Como consecuencia, a partir de las ecuaciones (3.64) y (3.61) se obtienen las expresiones que relacionan las superficies de fluencia, tanto en un instante dado como a lo largo del tiempo:

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = d\varepsilon_{v_p}^e \frac{v}{[(k(t_1)_{ic} + k(t_1)_c) + (\lambda(t_2)_{ic} + \lambda(t_2)_c)]} \quad (3.65)$$

$$\frac{dt}{t} = d\varepsilon_{v_{ct}}^e \frac{v}{[(\lambda_t)_{ic} + (\lambda_t)_c] - [(k_t)_{ic} + (k_t)_c]} \quad (3.66)$$

3.5.6. Evolución de la resistencia a la penetración de un hormigón fresco

Como en el hormigón ocurre una pérdida de agua entre partículas a una cierta velocidad debido a la adsorción de agua por el cemento, será posible comparar la variación de rigidez del material debido a las tensiones capilares con el comportamiento de un suelo no saturado, en el cual la succión afecta su comportamiento mecánico. Uno de los modelos más populares que predice esta situación es el BBM (Barcelona Basic Model) [6, 97], que es un modelo elastoplástico, capaz de reproducir el comportamiento deformacional de los suelos no saturados, suponiendo que no muestren anisotropía o expansividad. La ecuación que describe el incremento de rigidez en un suelo con la succión es:

$$\lambda(s) = \lambda(0) \cdot ((1-r) \cdot \exp(-\beta \cdot s) + r) \quad (3.67)$$

Donde se asume que $\lambda(s)$ varía exponencialmente de $\lambda(0)$, que es la rigidez inicial del suelo a succión cero hasta $r \cdot \lambda(0)$, que es la rigidez cuando la succión tiende a infinito. El ratio de incremento de la rigidez con la succión está controlado por el parámetro β .

Antes del inicio de fraguado, cuando la esfera cae, las tensiones se distribuyen por igual entre el esqueleto sólido y el agua [11, 93]. Por otra parte, Pattofato [140], en su Tesis señala que mediante el primer impacto en el hormigón se alcanza el 55% de la rigidez máxima que alcanzaría la masa en caso de una compactación perfecta. Además, puede entenderse que la rigidez total de la masa será la suma de las rigideces de los procesos que provocan el endurecimiento del hormigón:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d\lambda(t)_{tc}}{dt} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d\lambda(t)_c}{dt} \quad (3.68)$$

Donde:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = \text{Variación de la rigidez total de la masa.}$$

$$\frac{d\lambda(t)_{tc}}{dt} = \text{Variación de la rigidez causada por la tensión capilar.}$$

$$\frac{d\lambda(t)_c}{dt} = \text{Variación de la rigidez causada por el proceso de cementación.}$$

Es decir, los dos factores que inciden en el endurecimiento del hormigón tienen una evolución exponencial. Por lo tanto, transformando la ecuación (3.67) a los parámetros usados en el caso del hormigón se tiene que:

$$\frac{d\lambda(t)_{tc}}{dt} = -\beta \cdot \lambda(0) \exp(-\beta \cdot t) \quad (3.69)$$

Si no se consideran las pérdidas de agua por evaporación, puede afirmarse que la velocidad a la que se pierde el agua líquida entre las partículas es la misma a la que se produce la adsorción de la misma por parte de los materiales cementosos. Por otra parte, según Byfors [43], la evolución de las resistencias de la masa es exponencial frente al grado de hidratación en las primeras horas, y la variación de la rigidez de la masa frente al cambio de la succión sigue también una ley exponencial. De esta manera, sabiendo que en la ecuación (3.69) el parámetro β representa la velocidad a la que se produce la reacción podrá afirmarse que la evolución de la rigidez de la masa en el tiempo debida al proceso de cementación tendrá la siguiente forma:

$$\frac{d\lambda(t)_c}{dt} = \beta \cdot \lambda(0) \exp(\beta \cdot t) \quad (3.70)$$

Con lo que, teniendo en cuenta que la rigidez total de la masa en un instante dado es la suma de la rigidez debida a la tensión capilar más la rigidez debida al proceso de cementación, podrá suponerse que la rigidez total será:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d\lambda(t)_{tc}}{dt} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d\lambda(t)_c}{dt} = \beta \lambda(0) \left(\frac{\exp(\beta \cdot t) - \exp(-\beta \cdot t)}{2} \right) \quad (3.71)$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = -\beta \lambda(0) \operatorname{Senh}(\beta \cdot t) \quad (3.72)$$

Es decir, durante los primeros momentos de la hidratación, la variación de la rigidez se ajusta a una función seno hiperbólico. De este modo, la rigidez en un instante dado durante los primeras horas de la hidratación vendrá dada por:

$$\lambda(t) = \lambda(0) \operatorname{Cosh}(\beta \cdot t) \quad (3.73)$$

que es la pendiente, variable en el tiempo, de las rectas de la Figura 3.18. Sin embargo, la relación que se está buscando es la que existe entre la curva de deformación con respecto al incremento de la tensión vertical en el tiempo (ver Figura 3.33), que se corresponde con la de las curvas normales a las rectas de la Figura 3.18 (en rojo):

$$(\lambda(t))^{-1} = k(t) = \frac{1}{\lambda(0)} \operatorname{Sech}(\beta \cdot t) \quad (3.74)$$

Por otra parte, las deformaciones unitarias son de la forma:

$$\varepsilon(t) = \frac{y(t)}{y(0)} \quad (3.75)$$

Siendo $\varepsilon(0) = 1$

Sustituyendo (3.75) en (3.11) se tiene que:

$$\sigma(t) = \frac{m \cdot g \cdot H}{A \cdot \varepsilon(t) \cdot y(0)} \quad (3.76)$$

Recordando (3.33), sustituyendo en ella (3.76) y (3.38):

$$\sigma(t) = E(t) \cdot \varepsilon(t) \rightarrow \frac{m \cdot g \cdot H}{A \cdot \varepsilon(t) \cdot y(0)} = \frac{m \cdot g \cdot H}{A \cdot k(t)} \varepsilon(t) \quad (3.77)$$

Despejando $\varepsilon(t)$:

$$\varepsilon(t) = \sqrt{\frac{\lambda(t)}{y(0)}} \quad (3.78)$$

Por otra parte, haciendo (3.77) a tiempo 0:

$$k(0) = \frac{1}{\lambda(0)} = y(0) \quad (3.79)$$

Donde sustituyendo (3.74) se obtiene la variación del índice de huecos con el tiempo:

$$\varepsilon(t) = \sqrt{\text{Sech}(\beta \cdot t)} \quad (3.80)$$

Mediante esta ecuación se llega a la conclusión de que las deformaciones unitarias del hormigón son independientes de la energía de impacto sobre el mismo; es decir, de la masa y velocidad con que el proyectil alcanza la superficie de la masa, dependiendo únicamente de aquellos factores que hacen variar la cinética de la hidratación.

La expresión (3.80), predice la disminución de la deformación unitaria de un objeto arrojado en el hormigón en el tiempo. Sin embargo, esta función indica que a tiempo infinito se producirá una anulación completa de la profundidad de la huella en el hormigón, o lo que es lo mismo, un aumento de la rigidez infinito. Así, esta fórmula sólo serviría para un corto período de tiempo desde la colocación de la masa. Con el fin de evitar esta situación, y tener una expresión de mayor validez, se ha supuesto: $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = r = y(\infty) / y(0)$.

Con lo que, (3.80) queda de la forma:

$$\varepsilon'(t) = (1-r)\sqrt{\text{Sech}(\beta \cdot t)} + r \quad (3.81)$$

Por último, a partir de la ecuación (3.75), sustituyendo en (3.81), se obtendrá la ecuación que muestra la evolución de la profundidad de penetración en hormigón fresco a través de impactos, con el mismo penetrador y energía:

$$y(t) = y(0) \cdot \left[(1-r) \cdot \sqrt{\text{Sech}(\beta \cdot t)} + r \right] \quad (3.82)$$

Donde se muestra que la profundidad total de penetración en el hormigón en un instante dado será función de la profundidad inicial alcanzada, de la velocidad de hidratación así como de la resistencia última del hormigón representada por r .

3.5.7. Resultados experimentales, discusión y validación del modelo

Como se muestra en la Figura 3.31, existe una buena correlación entre el modelo teórico y los datos experimentales obtenidos durante el período de estudio. El ejemplo mostrado es para un ejemplo hecho con 444 kg/m^3 de CEM II/A-V 42,5R y una relación agua/cemento de 0.52. Su cono de Abrams era 3, la humedad ambiental relativa del 58% y la temperatura media de la masa durante era de 19.1°C . Después de aplicar el criterio de Chauvenet a los

datos, al ajustar los mismos con la curva de la ecuación (3.82) se obtuvo un coeficiente de correlación de Pearson de 0.997. El coeficiente de confianza del 95% era de aproximadamente el 9% de la profundidad de penetración.

Una de las mejores pruebas para la validación de un modelo es la normalidad de sus errores. En este caso, en la Figura 3.32 se representa la distribución del porcentaje de error con respecto al modelo en un gráfico de probabilidad normal. En esta figura, el coeficiente de correlación de Pearson es de 0.996 y el valor p es mayor de 0.25. Como se esperaba, el gráfico de probabilidad normal es casi lineal, lo que confirma la hipótesis de normalidad. En ninguna de las muestras analizadas la distribución de errores dejó de ser normal.

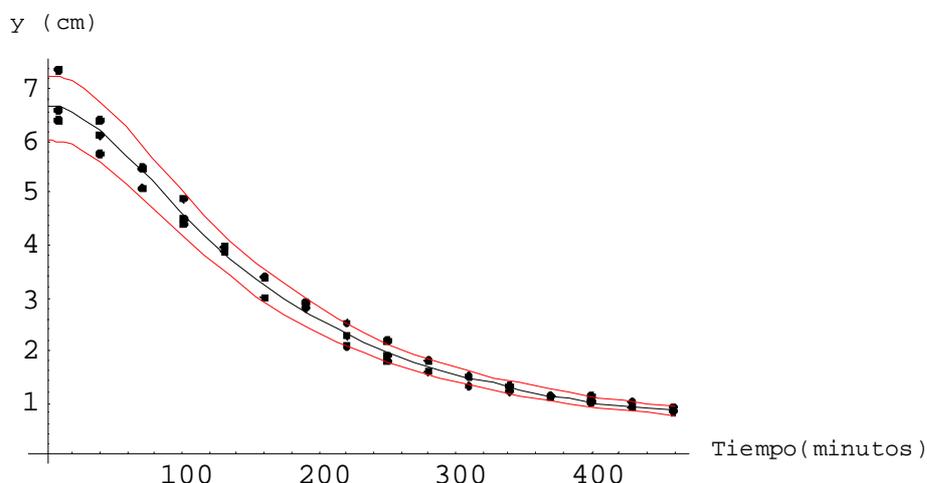


Figura 3.31: Ejemplo de curva de profundidades del cráter frente al tiempo y sus intervalos de confianza del 5 y 95%

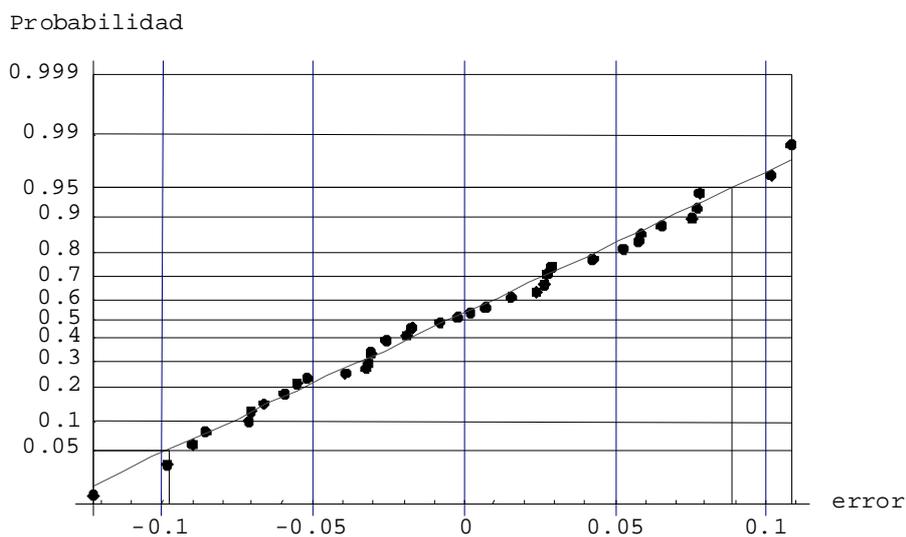


Figura 3.32: Gráfico de probabilidad normal de los errores

En el Apartado 2.8 se mostraron las diferentes funciones de madurez que existen para determinar la variación de resistencias en el hormigón con el tiempo. Los dos modelos más comúnmente usados son de dispersión lineal y parabólica, ambos desarrollados por Knudsen [103, 104].

Por otra parte, la resistencia a penetración de un hormigón se hallará sustituyendo la expresión (3.76) en (3.82), con lo que, de ser correctas las hipótesis hechas anteriormente se tendrá:

$$\sigma(t) = \frac{m \cdot g \cdot H}{A \cdot \left((1-r) \sqrt{\text{Sech}(\beta \cdot t)} + r \right) \cdot y(0)} \quad (3.83)$$

O lo que es lo mismo:

$$\sigma(t) = \frac{m \cdot g \cdot H}{A \cdot y(0) \left((1-r) + r \sqrt{\text{Cosh}(\beta \cdot t)} \right)} \quad (3.84)$$

Finalmente, teniendo en cuenta que:

$$\sigma(t) = \frac{m \cdot g \cdot H}{A \cdot y(0)} \quad (3.85)$$

La adquisición de resistencias a penetración tendrá la forma siguiente:

$$\sigma(t) = \sigma(0) \frac{\sqrt{\text{Cosh}(\beta \cdot t)}}{\left((1-r) + r \sqrt{\text{Cosh}(\beta \cdot t)} \right)} \quad (3.86)$$

$$\text{Donde } r = \frac{\sigma(0)}{\sigma(\infty)}$$

Recordando la expresión (2.13), se observa que ésta es bastante similar a (3.86), con la salvedad de que (3.86) no sirve para grados pequeños de hidratación, mientras que (2.13) se ha deducido especialmente para estos casos. Por otra parte, la curva propuesta tiene forma de S, igual que en el caso de (2.13), con lo que quedará reflejado en ella el máximo que se produce en la tasa de crecimiento del grado de hidratación con el tiempo [43].

Finalmente, como cuando el tiempo tiende a infinito, r es aproximadamente 0 ($r = \sigma(0) / \sigma(\infty) \approx 0$), la ecuación (3.86) podrá ser aproximada por (3.87) a edades muy tempranas, contando el tiempo desde el momento en que el cemento se mezcla con agua:

$$\sigma(t) = \sigma(0) \cdot \sqrt{\text{Cosh}(\beta \cdot t)} \quad (3.87)$$

En la norma ASTM C403 [17], se indica cómo la resistencia a penetración de un hormigón puede ser aproximada mediante una ecuación potencial con un importante grado de aproximación. Sin embargo, esta solución no es apropiada para el caso de estudio, puesto que supone nulas la resistencia a penetración a tiempo cero, olvidando que éstas pueden ser útiles por ejemplo, en el caso de un pavimento de hormigón, que es el uso más extendido para el ensayo Proctor para hormigones. Por lo tanto, la ecuación (3.82) se propone como una manera más racional de conocer la evolución de las resistencias a penetración en el tiempo que la ecuación dada por la norma ASTM C403.

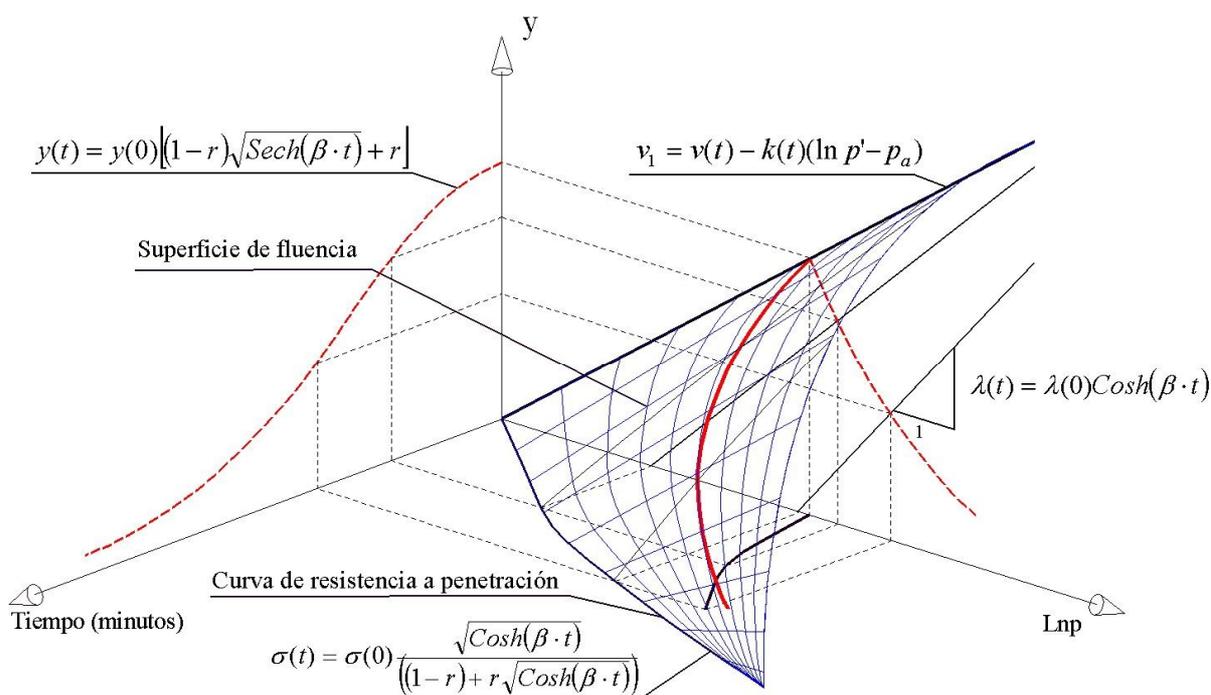


Figura 3.33: Superficie final de fluencia del hormigón en los primeros minutos de hidratación

Por último, en la Figura 3.33 se muestra la superficie de fluencia final en el espacio, donde la profundidad de penetración (y) de la esfera frente al tiempo es la proyección de la curva normal a las rectas deformación-carga sobre la superficie de fluencia del hormigón. La

línea de corte de esta superficie con el plano tensión-tiempo es la curva de resistencia a penetración definida en la norma ASTM C403, y la pendiente de la línea de corte de la superficie de fluencia con el plano penetración/tiempo es un indicador de la consistencia inicial del hormigón. En el caso de ocurrir un cambio en la velocidad de hidratación del hormigón, se producirá un desplazamiento en la curva de resistencia a la penetración de la masa, así como una variación en la velocidad de cambio en las pendientes de las rectas deformación-carga, con lo que las pendientes de la curva penetración-tiempo se verán aumentadas o disminuidas.

Por otra parte, una variación en la consistencia inicial del hormigón, por cualquiera de los motivos que pueda provocarla, como un cambio de temperatura, de humedad o en la relación agua-cemento provocará a su vez, una modificación de pendiente en la recta deformación-carga, con la consiguiente variación en el eje vertical de la profundidad de penetración en el tiempo.

3.6. CONCLUSIONES

En este Capítulo se ha desarrollado y comprobado un nuevo modelo para conocer la evolución de la resistencia a la penetración del hormigón fresco. De este modo, se propone un cambio en el concepto de inicio de fraguado tal y como viene definido en la norma ASTM C 403: “El inicio de fraguado será el instante desde la mezcla del hormigón con el agua hasta el momento en que la resistencia a compresión del hormigón es de 3.5 MPa” a la siguiente: “El inicio de fraguado será el instante desde la colocación y vibración de la masa hasta el momento en que la profundidad del cráter hecho por una esfera que cae es del 18% de la profundidad inicial, independientemente de la consistencia inicial del hormigón”.

Tradicionalmente, ha sido empleado el primer concepto para conocer el instante de inicio de fraguado; sin embargo, esto puede ser la causa de serios errores, como en el caso en que los resultados sean comparados con de ensayos de Vicat, ya que estos siempre se hacen con la misma “consistencia normal”. De este modo, el método propuesto presenta grandes ventajas con respecto al anterior ya que, mediante el conocimiento de las curvas de evolución de resistencia a penetración podrían incluso extrapolarse los resultados, pudiendo conocerse de esta manera los momentos de inicio de fraguado con varias horas de antelación.

En cualquier caso, aún es mucho el trabajo que queda con respecto a la materia desarrollada en este Capítulo, ya que quedaría por aplicar el modelo en condiciones reales de obra. Durante el período de realización de la Tesis, se pudo llevar a cabo algún contraste a pie de obra, obteniendo resultados satisfactorios. En cualquier caso, antes de utilizarse los resultados mostrados en este capítulo, debería confirmarse definitivamente su validez en la realidad.