



GRADO EN ECONOMÍA

2015-2016

TRABAJO FIN DE GRADO

**GESTIÓN DE CARTERAS: DIVERSIFICACIÓN
INTERNACIONAL Y PERFORMANCE FUERA DE
MUESTRA**

**PORTFOLIO CHOICE: INTERNATIONAL
DIVERSIFICATION AND OUT-OF-SAMPLE
PERFORMANCE**

AUTORA: ANA ESCALANTE TABORGA

DIRECTOR: CARLOS LÓPEZ GUTIÉRREZ

30/06/2016

ÍNDICE

RESUMEN.....	2
ABSTRACT	2
1. INTRODUCCIÓN.....	4
2. REVISIÓN DE LA LITERATURA	6
2.1 MODELO CLÁSICO DE MARKOWITZ	6
2.2 LÍNEA MERCADO DE CAPITAL (CML)	8
2.3 MODELO CAPM.....	9
2.4 EXTENSIÓN INTERNACIONAL	10
3. APLICACIÓN PRÁCTICA	14
3.1 DATOS Y METODOLOGÍA	14
3.2 FRONTERA EFICIENTE NACIONAL	16
3.3 FRONTERA EFICIENTE INTERNACIONAL.....	18
3.4 APLICACIÓN FUERA DE MUESTRA.....	22
3.4.1 Medidas de performance	22
3.4.2 Carteras nacionales.....	24
3.4.3 Carteras internacionales.....	26
3.4.4 Efecto divisas	29
4. CONCLUSIONES	32
5. BIBLIOGRAFÍA.....	33

RESUMEN

El tradicional modelo de selección de carteras de Markowitz ha servido de base para numerosos estudios que pretendían mejorar su eficiencia a la hora de aplicarlo a la gestión de carteras reales. En concreto, la creciente integración de los mercados financieros mundiales ha fomentado la investigación sobre los efectos de la diversificación internacional. El acceso a mayores posibilidades de inversión, consecuencia de esta integración, va aparejado a la aparición de nuevos riesgos, como el de tipo de cambio. En consecuencia, a la vez que se han desarrollado modelos que recojan estos avances, también han aparecido estrategias que facilitan la inversión internacional, como las operaciones de cobertura.

Por otro lado, ante los diversos criterios existentes para determinar si un modelo es consistente, las últimas aportaciones se centran en comparar distintos resultados analizando la performance fuera de muestra, puesto que realizar pruebas retrospectivas para justificar la efectividad de un modelo no garantiza una buena performance en muestras distintas.

Analizar los resultados de un modelo de gestión de carteras sobre una serie histórica proporciona información valiosa pero que a menudo resulta insuficiente. El siguiente paso debería ser aplicar el modelo a datos históricos que no hayan sido utilizados en el cálculo inicial, para de esta manera obtener una referencia sobre su eficiencia en muestras nuevas.

Así pues, después de estudiar las principales extensiones del modelo de Markowitz y sus aplicaciones al contexto internacional, se empleará una metodología similar a la de publicaciones más recientes, que aplican distintas estrategias de gestión de carteras fuera de muestra para contrastar su performance a través de varias medidas. Para ello, se utilizarán datos históricos con el fin de elaborar una serie de carteras a nivel nacional e internacional, detallando su composición en términos de número de empresas y países a los que pertenecen.

Finalmente, las carteras se aplicarán sobre una serie de datos posterior, y se analizará su performance a través de las ratios de Sharpe, Treynor y Modigliani-Modigliani, comparando los resultados con la performance de estas mismas carteras en la muestra original. Esto permitirá extender el marco de referencia y extraer conclusiones sobre la utilidad del modelo para tomar decisiones de inversión a futuro.

ABSTRACT

Traditional Markowitz's portfolio choice model has been the base for several studies which aimed to improve its efficiency when applied it to real portfolio management. Specifically, the increasing integration of global financial markets has spurred research on the effects of international diversification. The access to greater investment possibilities resulting from this integration process is joined with the emergence of new risks, such as the exchange rate one. Consequently, while models that include these recent changes have been developed, new strategies facilitating international investment have appeared, such as hedging strategies.

On the other hand, given different existing criteria to determine whether a model is consistent, recent contributions have focused on comparing results by analyzing out-of-

sample performance; since backtesting strategies to justify the model effectiveness does not guarantee good performance on different samples.

Analyzing the results of portfolio management models over historical time series provides valuable but usually incomplete information. The next step should be applying the model to historical data that have not been used in initial calculations, to obtain a benchmark regarding its efficiency on new samples.

Therefore, after studying the main extensions of Markowitz's model and its applications to the international context, we will employ a methodology found in recent publications, which consists of applying different portfolio strategies out of sample, in order to contrast their performance using several metrics. To complete this task, we will utilize historical data to elaborate a set of national and international portfolios, developing their composition in terms of companies and the countries of origin.

Finally, we will apply these portfolio strategies to a posterior data series and analyze its performance with three ratios: Sharpe, Treynor and Modigliani-Modigliani, comparing the results with the in-sample performance of the same portfolios. This analysis will allow extending the model framework and extracting conclusions over model usefulness to make future investment decisions.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la internacionalización y el cambio estructural de los sistemas financieros de los países desarrollados han puesto los problemas de selección de carteras nuevamente al frente de la investigación financiera. La decisión básica de un inversor a la hora de operar en los mercados financieros es elegir los activos que compondrán su cartera, por ejemplo, cuántas acciones y de qué empresas. Esta decisión puede estar condicionada por diversos factores, como el capital inicial, el perfil de riesgo del inversor, la accesibilidad a los distintos instrumentos financieros... pero el objetivo siempre es el mismo: obtener una rentabilidad de las inversiones para cada nivel de riesgo asumido. El problema de selección de carteras consiste por tanto en elegir aquellas empresas (en el caso de las acciones) que el inversor considere que le van a generar mayores rendimientos con el menor riesgo posible. La dificultad surge al encontrarnos en entornos de información incompleta, porque nadie puede saber de antemano cuáles van a ser las combinaciones de inversión que mejor resultado darán en el futuro.

Se han publicado numerosos estudios econométricos cuyo objetivo principal es desarrollar un marco teórico robusto que sea útil a la hora de tomar decisiones de cartera, intentando mejorar los modelos previos. Paralelamente, ha ido creciendo el número de fondos de inversión que, apoyándose en la literatura económica, buscan generar rentabilidades para sus clientes superiores a la media del mercado.

No obstante, también han ido ganando peso los partidarios de la gestión pasiva: afirman que los inversores obtendrían mejores resultados replicando la performance de un índice bursátil que mediante una gestión activa, ya fuera individual o a través de profesionales. Conocido es el ejemplo de los defensores de la teoría del paseo aleatorio: sostienen que un mono con los ojos vendados tirando dardos sobre una diana con las cotizaciones bursátiles podría seleccionar una cartera tan buena como la elaborada por los expertos con los más complejos modelos de inversión.

Todos los rendimientos de las inversiones dependen de acontecimientos futuros. El dilema actual está en determinar si los datos históricos contienen información suficiente como para predecir dichos acontecimientos y tenerlos en cuenta a la hora de invertir. Tradicionalmente, los modelos econométricos indicaban que sí, y muchos profesionales han elaborado estimadores que teóricamente optimizan la selección de carteras. De hecho, estos estimadores responden positivamente a las diversas pruebas de bondad de ajuste sobre la muestra para las que se realiza la estimación: dada una serie de rendimientos de varios activos financieros, el análisis econométrico permite seleccionar aquella combinación que maximiza la rentabilidad del inversor para cada nivel de riesgo. Sin embargo, estudios recientes prueban que la performance de estos estimadores sobre nuevas series de datos es bastante peor. Es decir, los modelos funcionan bien para seleccionar carteras a partir de datos históricos, puesto que sirven de base para la estimación; ahora bien, su eficiencia a la hora de predecir es un tema que aún es objeto de discusión.

De aquí surge la motivación del presente trabajo: determinar la utilidad de los modelos de gestión de carteras para algo más que estudiar el pasado. Parece obvio que no debe resultar difícil crear carteras óptimas una vez conocidos los rendimientos de las empresas, pero no está claro si estas carteras obtendrán también rendimientos óptimos en los próximos años, ya que la rentabilidad futura de las empresas que las componen es desconocida. Si el inversor quisiera darle una utilidad al modelo, tendría que crear su cartera a partir de los resultados del año anterior esperando que en el año siguiente tuviera también una performance óptima.

Por tanto, lo que se pretende analizar en este trabajo es si la performance de una cartera resultante de datos históricos empeora o no fuera de muestra, cuando se invierte en un entorno de incertidumbre. Muchos autores han realizado estudios de este tipo a partir de simulaciones para contrastar si existen diferencias significativas entre los resultados de la muestra utilizada para la estimación y los de la muestra simulada. A diferencia de ellos, se van a utilizar datos reales, y no simulaciones, para contrastar la performance fuera de muestra.

Además, se tendrán en cuenta varias posibilidades a la hora de invertir: la globalización ha tenido consecuencias muy importantes sobre los mercados financieros y ha aumentado las posibilidades de selección de carteras; por tanto, resulta interesante hacer una comparativa nacional-internacional, incluyendo también el efecto de las divisas sobre la performance de la cartera. Es decir, ahora el inversor para maximizar su rentabilidad no solo debe tener en cuenta los resultados de las empresas de su país, sino también los rendimientos de los mercados internacionales y las fluctuaciones de las distintas monedas. Incluir más variables en el modelo de selección de carteras influirá también en la performance fuera de muestra.

El trabajo resumirá en primer lugar la literatura más relevante sobre la gestión de carteras, añadiendo después la extensión internacional. Después se realizará un análisis empírico basado en estos modelos: primero se presentarán los datos y se explicará la metodología empleada, luego se compararán los resultados de las carteras resultantes a nivel nacional e internacional y finalmente se analizará su performance fuera de muestra a través de varias medidas, para establecer una serie de conclusiones acerca de la eficiencia de los modelos de selección de carteras, como por ejemplo, que la performance de las carteras óptimas según los modelos empeora significativamente fuera de muestra.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

En esta primera parte se hará un repaso de la literatura más relevante sobre la gestión de carteras, desarrollando especialmente las ventajas de la diversificación internacional y sus efectos sobre los resultados de la inversión.

Primero se resumirá el modelo de Markowitz (1952), y después se expondrá la ampliación de Tobin (1958), la línea del mercado de capitales. En tercer lugar, se introducirá el modelo CAPM y finalmente se desarrollarán las extensiones internacionales de todas estas teorías, que servirán de base para realizar el análisis empírico del siguiente apartado.

2.1 MODELO CLÁSICO DE MARKOWITZ

Harry Markowitz (1952) enuncia la teoría clásica de la inversión, según la cual cualquier inversor racional basa sus decisiones de cartera en dos parámetros: rentabilidad y riesgo. Dicho inversor buscará obtener la máxima rentabilidad dado un nivel de riesgo, o el mínimo riesgo dada una rentabilidad. Es decir, entre dos carteras con el mismo riesgo siempre preferirá aquella con mayor rentabilidad; si tuviera que elegir entre dos carteras con el mismo nivel de rentabilidad, escogería la de menor riesgo.

Si $E(R_i)$ representa la rentabilidad esperada para el activo $i, i = 1, \dots, n$; w_i el peso del activo i , entonces la rentabilidad esperada de la cartera P (*portfolio*) sería:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

Mientras que el riesgo, medido a través de la varianza, vendría dado por la expresión

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}, \quad i \neq j$$

donde σ_i representa la desviación típica de los rendimientos del activo i y ρ_{ij} el coeficiente de correlación entre los rendimientos del activo i y el activo j .

Por tanto, cuando menor sea la correlación existente entre los rendimientos de los activos (ρ_{ij}), menor será el riesgo esperado de la cartera. Markowitz introduce así las ventajas de la diversificación: al combinar títulos con una correlación menor que uno, se reduce el riesgo de la cartera sin disminuir la rentabilidad en la misma proporción. De esta manera aumenta la utilidad del inversor racional, que consigue obtener mejores combinaciones rentabilidad-riesgo.

Markowitz crea además el concepto de frontera eficiente: la representación de las combinaciones óptimas de rentabilidad y riesgo, obtenidas a partir de la resolución del siguiente problema de optimización:

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) = V^*$$

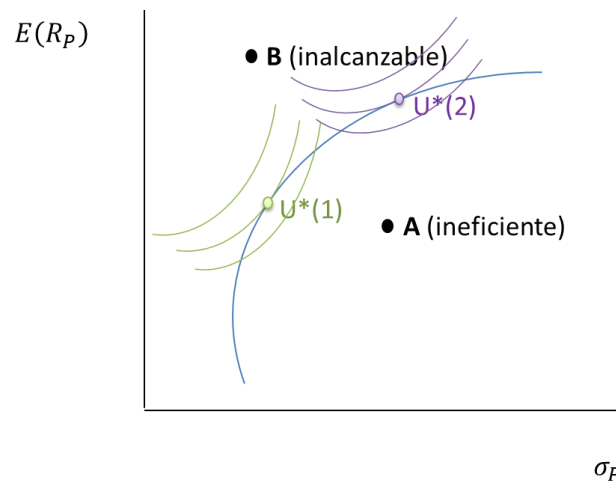
Siendo V^* la rentabilidad objetivo.

Y si además se quieren restringir las posiciones cortas (vender activos prestados para luego comprarlos a un precio menor y así beneficiarse cuando los valores bajan) se debería añadir la siguiente restricción:

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

De este modo se obtendrían combinaciones de riesgo y rentabilidad óptimas (carteras eficientes), cada una con ponderaciones w_i distintas, que representadas gráficamente darían lugar a la frontera eficiente de Markowitz:

Gráfico 2.1: Frontera eficiente



Fuente: adaptado de Gómez-Bezares (1993)

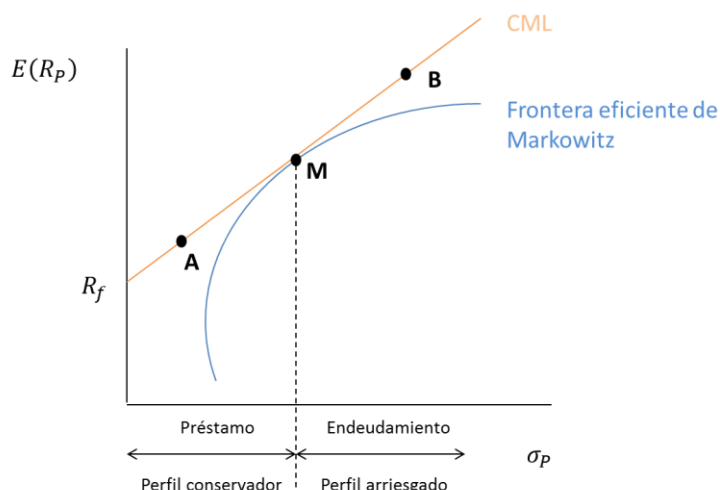
El objetivo del inversor racional será crear carteras lo más cercanas posibles a la frontera eficiente (la línea azul del gráfico 2.1), ya que de este modo consigue minimizar el riesgo de la cartera para una rentabilidad dada, o maximizar la rentabilidad dado un nivel de riesgo. La cartera óptima para cada inversor será el punto de tangencia entre las curvas de indiferencia derivadas de su función de utilidad y la frontera eficiente, como se aprecia en la figura (los puntos $U^*(1)$ y $U^*(2)$).

Sin embargo, Markowitz solo considera activos con riesgo (acciones). Por tanto, es necesario ampliar el modelo incluyendo un activo libre de riesgo (por ejemplo, Bonos del Tesoro).

2.2 LÍNEA MERCADO DE CAPITALES (CML)

Tobin (1958) amplía el modelo de Markowitz incluyendo la posibilidad de invertir en renta fija. Suponiendo un activo libre de riesgo de rentabilidad R_f , la composición de la cartera cambia: ahora el inversor puede combinar acciones con el activo sin riesgo para optimizar su cartera. En concreto, la tangencia con la frontera eficiente (punto M) representa la mejor combinación posible: la cartera de mercado.

Gráfico 2.2: Línea del mercado de capitales



Fuente: adaptado de Sánchez Fernández de Valderrama (2007)

Como se ve en el gráfico 2.2, en función de su perfil de riesgo el inversor puede situarse en otros puntos de la recta CML: por encima de la cartera M, de modo que obtiene un rendimiento más alto a cambio de asumir un riesgo mayor, endeudándose al tipo de interés libre de riesgo R_f (punto B). Igualmente, puede reducir el riesgo de la cartera M prestando dinero a tipo R_f , a costa de una pérdida de rentabilidad (punto A).

La recta que aparece en el gráfico 2.2 se conoce como *Capital Markets Line* (CML) y representa las combinaciones óptimas para cada inversor. Todos los puntos de la recta representan combinaciones de la cartera de mercado con endeudamientos o préstamos a tipo R_f ; así pues, el rendimiento esperado será:

$$E(R_p) = (1 - X)R_f + XE(R_M) = R_f + [E(R_M) - R_f]X$$

donde X es la proporción invertida en la cartera de mercado. El riesgo de esta combinación (en términos de desviación típica) sería:

$$\sigma_p = X\sigma_M$$

Despejando X y sustituyendo en la primera ecuación se obtiene:

$$E(R_p) = R_f + \frac{[E(R_M) - R_f]}{\sigma_M} \sigma_p$$

2.3 MODELO CAPM

Sharpe (1963), Lintner (1965) y Mossin (1966) propusieron sustituir las covarianzas por una medida de la relación entre los rendimientos de cada activo y el del mercado, la “beta”, que indicaría el nivel de riesgo relativo respecto al mercado. Por tanto, la rentabilidad para una cartera P estaría determinada por la siguiente fórmula:

$$R_P = \alpha_P + \beta_P R_M + e_P, \quad e_P \sim N(0, \sigma_e^2)$$

$$\sigma_P^2 = \beta_P^2 \sigma_M^2 + \sigma_e^2$$

Donde σ_P^2 representa el riesgo total de la cartera, $\beta_P^2 \sigma_M^2$ el riesgo sistemático o no diversificable y σ_e^2 el riesgo específico (diversificable).

Los estudios de King (1966) demostraron que en torno al 50% de la variación del precio de las acciones podía ser explicado por la variación del mercado en el que cotizan (riesgo sistemático). El objetivo será por tanto reducir el riesgo específico incluyendo acciones de más compañías para que la cartera dependa cada vez menos de las particularidades de cada acción (es decir, diversificando), ya que el riesgo sistemático afecta a todos los valores en mayor o menor medida. Sin embargo, existe un límite, un número de valores que integran la cartera a partir del cual la disminución adicional del riesgo al introducir un nuevo valor es marginal e incluso nula.

Esta propuesta, además de simplificar el modelo de Markowitz, da paso a un modelo de valoración de activos: el CAPM (Capital Asset Pricing Model). La lógica de este modelo se basa en que, gracias a las posibilidades de diversificación (que permite eliminar prácticamente el riesgo específico), los inversores solo demandan una rentabilidad extra por el riesgo sistemático o no diversificable. Por tanto, la prima de riesgo (el extra de rentabilidad) de un título depende de la prima de riesgo del mercado.

Si representamos la prima de riesgo como la diferencia entre el rendimiento de un título y el del activo sin riesgo:

$$R_j - R_f = \beta_j (R_M - R_f) + e_j$$

el coeficiente β_j puede representarse por la siguiente ecuación:

$$\beta_j = \frac{\text{Cov}(R_M, R_j)}{\sigma_M^2}$$

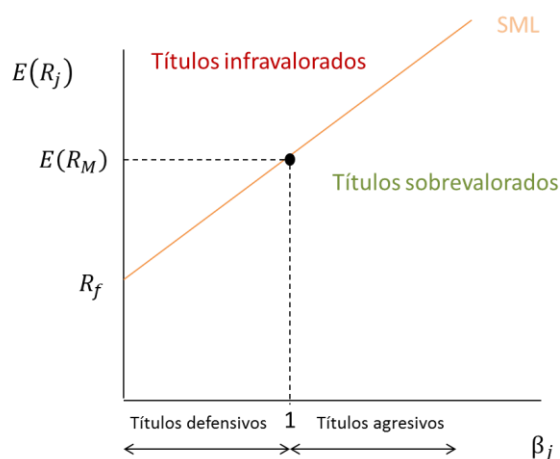
El retorno esperado del activo j sería:

$$E(R_j) = R_f + \beta_j [E(R_M) - R_f]$$

Esta es la ecuación de la línea del mercado de títulos (SML, Security Market Line), que aparece representada en el gráfico 2.3. Esta recta relaciona la rentabilidad del activo y la beta, siendo esta última una medida de la volatilidad. En el gráfico aparece representada la rentabilidad esperada del mercado, $E(R_M)$, que tiene una beta igual 1. Los títulos que queden a la derecha (beta mayor que 1) son títulos agresivos, pues tienen mayor riesgo sistemático que el mercado. Es decir, cuando el rendimiento del mercado es positivo, la rentabilidad de estos títulos es mayor; en cambio, cuando el mercado baja, el rendimiento de estos títulos cae más que el mercado. Al contrario, los títulos a la izquierda con una beta inferior a 1 son títulos defensivos, ya que su volatilidad es menor que la del mercado: si este sube, el retorno de estos activos es más bajo, pero cuando el mercado cae las pérdidas también son menores.

En el gráfico 2.3 también se puede ver cómo los títulos situados por encima de la línea SML están infravalorados (su rendimiento es mayor que el esperado), y en consecuencia los inversores desearán adquirir estos títulos: por la ley de la oferta y la demanda, el precio de estos activos aumentará y su rendimiento se reducirá hasta igualarse al esperado. Paralelamente, los títulos situados por debajo de la SML están sobrevalorados: los inversores venderán, su precio disminuirá y por tanto el rendimiento se incrementará hasta llegar al de equilibrio.

Gráfico 2.3: Línea del mercado de capitales

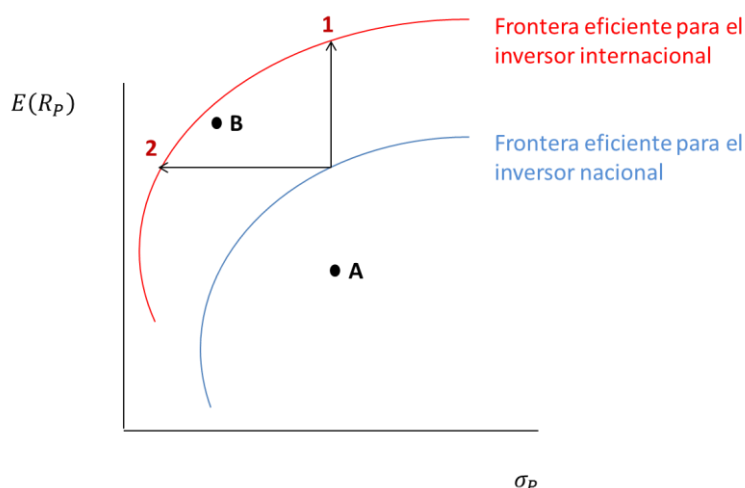


Fuente: adaptado de Elton y Gruber (1995)

2.4 EXTENSIÓN INTERNACIONAL

En este apartado se va a exponer la aplicación de los anteriores modelos al ámbito internacional: la frontera eficiente internacional de Markowitz y la extensión internacional del CAPM, el IAPM.

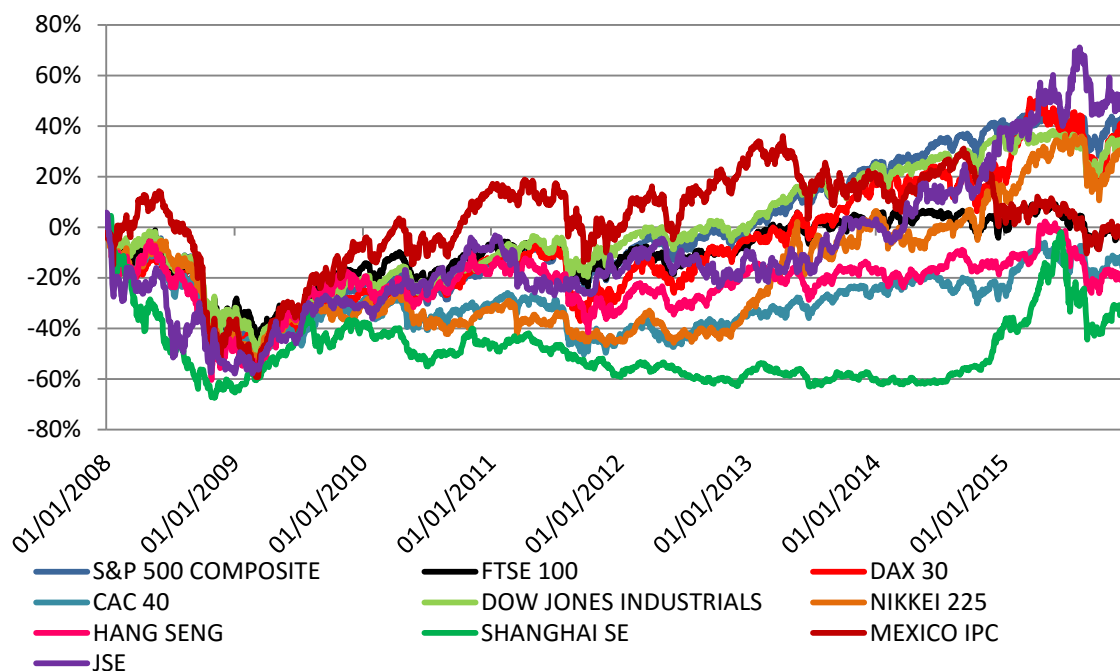
Las ventajas de la inversión internacional se basan en el modelo de Markowitz (1952), ya que al incluir la diversificación internacional la frontera eficiente se desplaza hacia arriba y a la izquierda, resultado de la posibilidad de invertir en un mayor número de compañías, sectores, etc. Es decir, como se aprecia en el gráfico 2.4, la diversificación internacional permite al inversor obtener mayores rentabilidades para cada nivel de riesgo (1), o reducir el riesgo para cada rendimiento esperado (2). Además, también se observa que la cartera B, inalcanzable para el inversor nacional, está dentro de las posibilidades del inversor internacional; de hecho, pasaría a formar parte de las carteras ineficientes.

Gráfico 2.4: Frontera eficiente internacional

Fuente: adaptado de Lamothe Fernández (1999)

Partiendo del CAPM, cuando se accede a los mercados internacionales no solo se reduce el riesgo específico al contar con más valores en los que invertir, sino que también disminuye el riesgo sistemático porque los rendimientos de los diferentes mercados no están perfectamente correlacionados (tendremos una beta más reducida): como se aprecia en el gráfico 2.5, existen correlaciones entre los índices que son especialmente fuertes en determinados períodos, pero nunca se observa un coeficiente de correlación exactamente igual a uno.

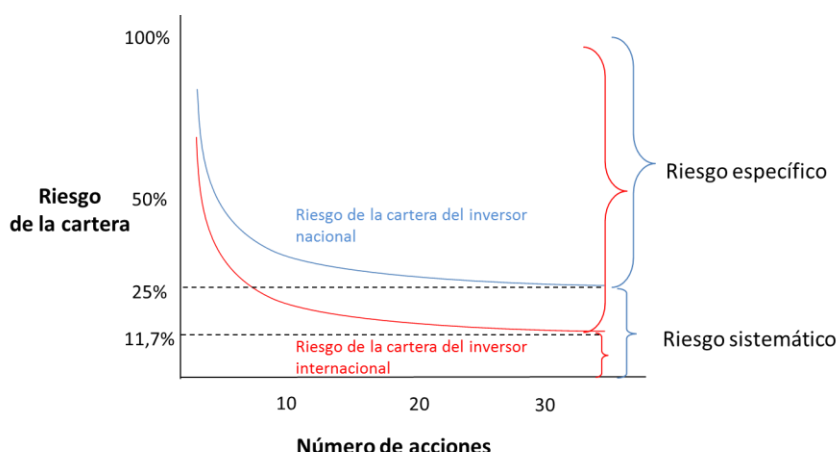
Las diferencias se deben, entre otros, a la estructura sectorial de los países, al entorno institucional o a la coyuntura de cada economía, que hacen que las correlaciones de las rentabilidades de los activos sean menores a nivel internacional que dentro de un mismo país.

Gráfico 2.5: Evolución de los principales mercados

Fuente: elaboración propia a partir de datos de DataStream

Solnik (1974), partiendo del mercado de EEUU, muestra el efecto sobre el riesgo de una cartera de aumentar el número de acciones. Si se tiene en cuenta el mercado internacional, el riesgo total disminuye notablemente. Esto queda patente en el gráfico 2.6, donde se observa la relación inversa entre el riesgo total de una cartera y el número de acciones que la componen. Se puede observar que la curva para el inversor internacional está por debajo de la del inversor nacional: dado un mismo número de acciones, el riesgo de la cartera del inversor internacional es menor. Esto demuestra cómo la diversificación internacional elimina más riesgo específico, y además afecta al riesgo sistemático: en ese momento (años setenta), las posibilidades de diversificación internacional reducían el riesgo sistemático del 25% al 11,7%, como se aprecia en el gráfico.

Gráfico 2.6: Diversificación internacional



Fuente: Solnik (1974)

Cuando el inversor se plantea la opción de la inversión internacional, debe considerar una SML diferente, que relacione la rentabilidad del activo con su riesgo sistemático internacional. La extensión del CAPM al contexto internacional ha dado lugar al modelo conocido como IAPM (*International Assets Pricing Model*), resultado de los estudios de Agmon (1972), Solnik (1974), Lessard (1974) y Adler y Dumas (1983). Su formulación sería la siguiente:

$$E(R_j) = R_{fj} + \beta_{jw}[E(R_{Mw}) - R_{fw}]$$

Donde R_{fj} es la rentabilidad libre de riesgo del país donde se encuentra el activo j ; R_{fw} es la rentabilidad libre de riesgo del mercado internacional, que se calcula como la media ponderada de los tipos de interés libres de riesgo de cada país (las ponderaciones pueden ser los respectivos PNB o la capitalización de cada mercado); R_{Mw} es la rentabilidad de la cartera mundial que se puede aproximar mediante la media ponderada de las rentabilidades de mercado de los países (mismos pesos que en R_{fw}) y β_{jw} es el riesgo sistemático internacional del activo.

Solnik (1995) plantea una reformulación del modelo incluyendo el tipo de cambio:

$$E(R_j) = R_{fj} + \beta_{jw}[E(R_{Mw}) - R_{fw}] + Y_{j1}RP_1 + \dots + Y_{jk}RP_k$$

Donde Y_j son las sensibilidades del activo j a las divisas de 1a k y RP son las primas de rentabilidad por riesgo en las divisas. Esta segunda parte se puede eliminar con operaciones de cobertura, o si el activo no está correlacionado con los diversos tipos de cambio.

En definitiva, a nivel internacional, las primas de riesgo de las acciones están formadas por las primas correspondientes al riesgo sistemático a nivel mundial y por las primas derivadas de riesgo de tipo de cambio soportado por la acción (Lamothe Fernández, 1999).

Según Solnik (1995), la beta internacional es una combinación de factores del mercado mundial con factores del mercado nacional, que a su vez están interrelacionados. Es decir, cada activo está influido por el factor del mercado mundial a través del mercado doméstico.

$$\beta_{jw} = \beta_j \beta_{pw}$$

Donde β_{pw} es la sensibilidad del factor del mercado doméstico al factor del mercado mundial. Este parámetro depende de diferentes variables, como el grado de internacionalización de la economía, su riesgo político, la regulación y dinámica de los flujos de capital... (Lamothe Fernández, 1999).

3. APLICACIÓN PRÁCTICA

La cuestión ahora es determinar si todos estos modelos, que se consideran parte de la teoría moderna de cartera, son útiles a la hora de optimizar el rendimiento de la cartera. En la literatura reciente se encuentran numerosos estudios sobre la efectividad de la maximización y la eficiencia de la beta como estimador del riesgo. En concreto, resulta interesante comparar los resultados de la optimización de carteras con los de una cartera homogénea (en la que todos los activos tienen el mismo peso, conocida como cartera 1/N). DeMiguel et al. (2009) muestran que las ganancias de la diversificación óptima están más que compensadas por los errores de estimación, y en términos de performance fuera de muestra, los modelos de optimización no ofrecen rendimientos consistentemente mejores a los de la cartera 1/N en la mayoría de sus extensiones (a partir de datos del mercado americano). Por otro lado, otros autores han intentado diseñar nuevos métodos econométricos que mejoren la eficiencia de los estimadores, como Brandt (2009) o Kourtis et al. (2012).

En cualquier caso, los estudios recientes se centran normalmente en comparar la performance de la cartera media-varianza de Markowitz (MV), la cartera de mínimo riesgo (GMV, *Global Minimum Risk*) y la cartera 1/N. De acuerdo a estos autores, este trabajo se centrará en analizar los resultados de estas tres carteras a partir de distintas medidas de performance.

La elección de la cartera equilibrada 1/N como regla “no racional”, se debe a la sencillez a la hora de implementarla (ya que no se apoya en estimadores de los rendimientos esperados ni en la optimización), y a que es una técnica que sigue siendo utilizada por inversores actuales a pesar de todos los modelos desarrollados en las últimas décadas (DeMiguel et al., 2009).

La extensión GMV resulta interesante porque según varios autores como Chopra y Ziemba (1993) o Jagannathan y Ma (2003), suele arrojar mejores resultados fuera de muestra que la cartera media-varianza tradicional, en concreto cuando los errores de estimación en las medias son muy elevados.

3.1 DATOS Y METODOLOGÍA

Para estudiar la performance fuera de muestra de los modelos expuestos, se van a utilizar datos diarios de las cotizaciones de las empresas de cuatro índices mundiales relevantes y que se pueden considerar representativos de cada país: el IBEX 35 en España, el DAX alemán, el FTSE 100 de Reino Unido y el Dow Jones Industrial Average (DJIA 30) de Estados Unidos. El año 2014 servirá de base para calcular las carteras, que después se aplicarán a los rendimientos del 2015.

Los datos de las cotizaciones diarias de las acciones de cada empresa se han obtenido de la base DataStream, eliminando aquellas compañías que no tenían datos disponibles para todo el período (dos del IBEX 35 y una del FTSE 100). Los datos de pares de divisas también proceden de esta base de datos DataStream, seleccionando tipos de cambio diarios para el mismo período de tiempo que las acciones, y eligiendo el euro (EUR) como moneda base, ya que se considera que el inversor nacional es español.

Para construir el índice mundial a la hora de calcular las betas, se han empleado como ponderaciones las capitalizaciones totales de los mercados de cada país (datos

obtenidos en www.world-exchanges.org): una vez obtenidas las cotizaciones diarias de los cuatro índices (IBEX, DAX, FTSE y DJIA), se ha procedido a realizar una media ponderada cuyos pesos son las capitalizaciones totales de los mercados, siendo el resultado un índice compuesto que sirve de referencia para calcular la correlación de los rendimientos de las empresas de cada país con el mercado mundial (las betas internacionales).

Como valor para la rentabilidad sin riesgo se han elegido las letras a un año, a partir de datos de investing.com, y se ha calculado su equivalente diario. La rentabilidad libre de riesgo a nivel mundial se obtiene ponderando la rentabilidad de cada país con los mismos pesos que para el índice mundial.

En cuanto a la metodología, primero se procederán a elaborar las carteras nacionales e internacionales resolviendo el problema de optimización de Markowitz (a partir de los datos del año 2014), para después justificar las ventajas de la diversificación internacional, incluyendo el efecto del tipo de cambio. Es decir, una vez calculadas las rentabilidades diarias de cada empresa, se procederá a resolver el problema de minimización del riesgo, obteniendo los pesos óptimos para cada nivel de rentabilidad, y elaborando así distintas carteras que compongan la frontera eficiente. Este procedimiento se repetirá en primer lugar para calcular la frontera eficiente incluyendo las posiciones cortas, y posteriormente para incorporar los resultados de los tipos de cambio, combinando la rentabilidad de cada empresa con la de la divisa en la que cotiza (siempre respecto al euro).

En segundo lugar, se aplicarán las carteras en las que se centra el estudio (MV, GMV, 1/N y sus equivalentes óptimos en términos de rentabilidad y riesgo) a los resultados de las acciones y de las divisas en el año 2015. Esto es, se calcularán las rentabilidades y riesgos que dichas carteras hubieran obtenido en 2015, que lógicamente dependen de los resultados de las empresas por las que están compuestas, así como de la evolución de los tipos de cambio.

Por ejemplo, si la cartera media-varianza (MV) en 2014 estuviera compuesta en un 40% por acciones de Inditex, 30% de BMW, 20% de Vodafone y 10% de CocaCola, en 2015 se invertirá en esas empresas en las mismas proporciones, y por tanto el rendimiento de la cartera dependerá del resultado en 2015 de cada una de esas cuatro empresas proporcionalmente. Y si además se pretende incluir el efecto de las divisas, dependerá también del resultado del tipo de cambio euro-libra (EUR/GBP) y euro-dólar (EUR/USD), ya que afectan a las acciones de Vodafone y CocaCola respectivamente.

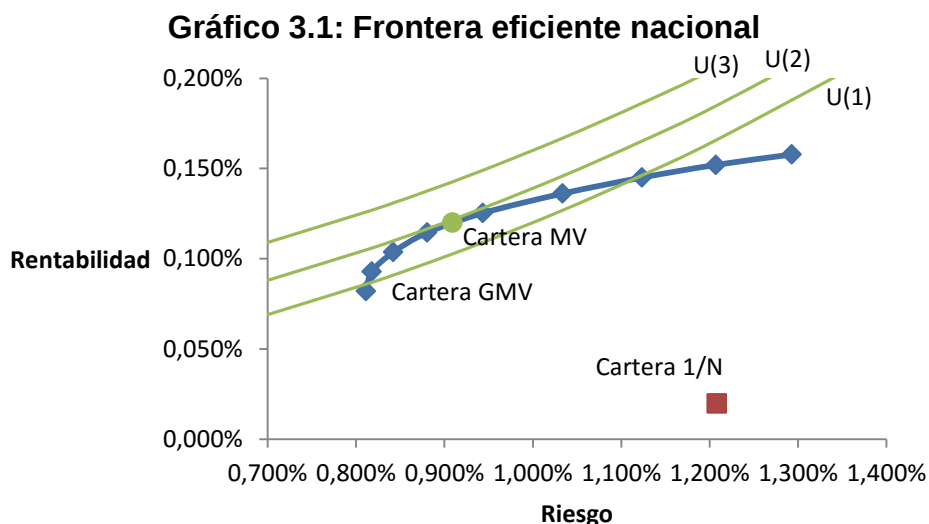
Si estos resultados de las empresas fueran iguales o similares a los del año 2014, en el caso de las carteras eficientes la gestión del inversor habría sido óptima, puesto que estaría consiguiendo las mejores combinaciones rentabilidad-riesgo posibles. En cambio, la performance de la cartera 1/N es aleatoria, ya que al tener todos los activos el mismo peso, depende exclusivamente de los resultados de las empresas y no de la gestión activa del inversor.

El objetivo del análisis empírico será determinar si hay o no diferencias entre las carteras eficientes y la cartera 1/N, es decir, comprobar si el modelo de Markowitz es o no eficaz a la hora de gestionar carteras. Esta comparación se realizará a través de varias medidas de performance habitualmente utilizadas en la literatura, como es el caso de DeMiguel et al. (2009) o Kourtis et al. (2012). Estos autores realizan estudios de performance fuera de muestra utilizando una metodología similar a la que se emplea en este trabajo: cálculo de las medidas de performance de las carteras sobre

los datos elegidos, aplicación de las carteras fuera de muestra¹ y comparación de la performance en la nueva muestra de las carteras eficientes con la equilibrada (la cartera 1/N) a partir de distintos indicadores.

3.2 FRONTERA EFICIENTE NACIONAL

A partir de los datos de las empresas del IBEX 35, se ha obtenido la siguiente frontera eficiente para el año 2014:

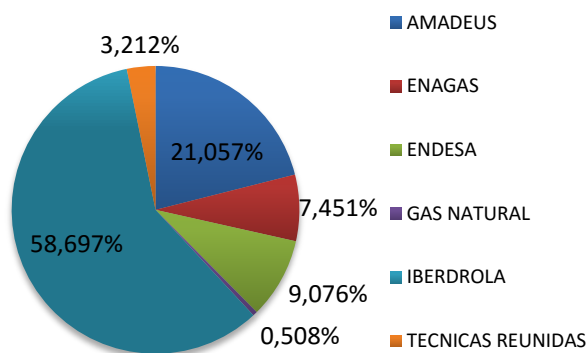


Fuente: elaboración propia

Se observa que hay una relación inversa entre el riesgo y el número de títulos: las carteras de la frontera eficiente con menor riesgo están compuestas por un mayor número de activos, es decir, más diversificadas. La de máximo riesgo (el punto más a la derecha de la frontera eficiente del gráfico 3.1) está compuesta por un único título, el que ha obtenido mayor rentabilidad ese año (RED ELÉCTRICA CORPORACIÓN).

La cartera GMV se ha calculado resolviendo el tradicional problema de Markowitz, minimizando el riesgo pero sin restringir la rentabilidad, consiguiendo obtener el menor riesgo global posible. En el gráfico 3.2 aparece el porcentaje de la cartera que se invierte en cada empresa:

¹ Para analizar la performance fuera de muestra, estos autores no aplican las carteras sobre otras muestras de datos reales, sino que se realizan la comparación a través de simulaciones. Esto se debe a que su objetivo es contrastar la eficiencia estadística de los estimadores fuera de muestra, lo que se conoce como *shrinkage*.

Gráfico 3.2: Cartera GMV

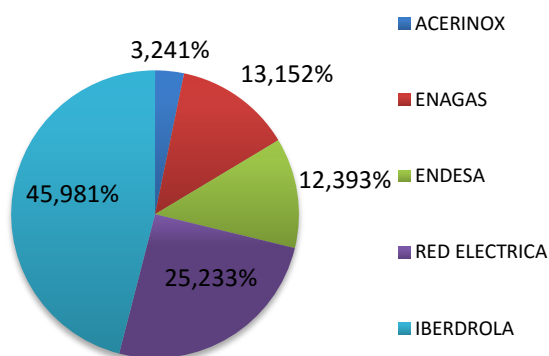
Fuente: elaboración propia

Para calcular la cartera media-varianza (MV), se ha estimado la utilidad del inversor con la siguiente ecuación, empleada habitualmente en la literatura (Levy y Markowitz, 1979):

$$U(E(R_p), \sigma_p) = E(R_p) - \frac{\gamma}{2} * \sigma_p^2, \quad \gamma > 0$$

Siendo γ la aversión al riesgo, que en este caso tomará valor $\gamma = 2$. Este es un componente subjetivo que ya incluyó Markowitz (1952) en su teoría, y significa que el inversor racional prefiere menor riesgo. Como se ve en el gráfico 3.1, esta función de utilidad da lugar a curvas de indiferencia crecientes y convexas, puesto que es estrictamente cóncava para $\gamma > 0$. Estas curvas pasan por encima de las carteras de la frontera eficiente.

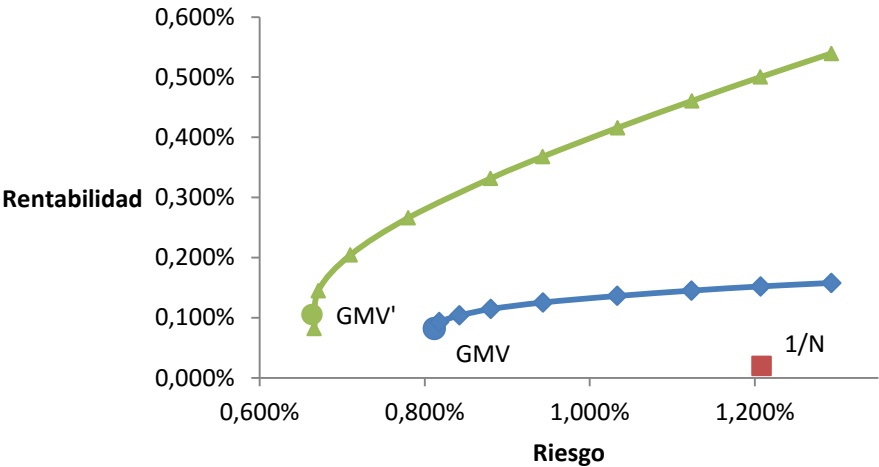
De esto se deduce que las curvas de indiferencia crecen hacia arriba y a la izquierda: ante un mismo nivel de riesgo, el inversor prefiere más rentabilidad a menos y por tanto se situará en una curva de indiferencia superior, ya que su utilidad será mayor. En el gráfico 3.1, $U(3) > U(2) > U(1)$. La cartera media-varianza (MV) es aquella cartera de la frontera eficiente que se encuentra en la curva de indiferencia más alejada de todas, es decir, en la tangencia entre la frontera y la curva de indiferencia. Al ser la cartera que maximiza la utilidad del inversor, podría considerarse la cartera óptima para este inversor en concreto (ya que la función de utilidad varía de un inversor a otro). En este caso, se distribuye entre cinco empresas, como se aprecia en el gráfico 3.3:

Gráfico 3.3: Cartera Media-Varianza

Fuente: elaboración propia

En el gráfico 3.4 se presenta la frontera eficiente nacional incluyendo la posibilidad de tomar posiciones cortas; la cartera GMV' representa la cartera de mínimo riesgo, formada por 21 largos y 12 cortos. Al eliminar la restricción de no negatividad de los pesos de los activos, se multiplican las posibilidades de inversión y se permite obtener beneficio cuando las acciones caen. Esto hace que la frontera eficiente se desplace hacia arriba y a la izquierda:

Gráfico 3.4: Frontera eficiente, posiciones cortas



Fuente: elaboración propia

Las posiciones cortas mejoran la situación del inversor de la misma manera que la diversificación internacional: mayor rentabilidad para cada nivel de riesgo, o menor riesgo para cada nivel de rentabilidad.

A continuación aparece un resumen con los resultados de estas carteras en 2014 junto con los de la cartera equilibrada (la cartera 1/N).

TABLA 3.1: CARTERAS NACIONALES 2014

	Cartera 1/N	Cartera GMV	Cartera GMV'	Cartera MV
Riesgo	1,21%	0,81%	0,66%	0,91%
Rentabilidad	0,02%	0,08%	0,11%	0,12%
Nº empresas	33	6	33	5

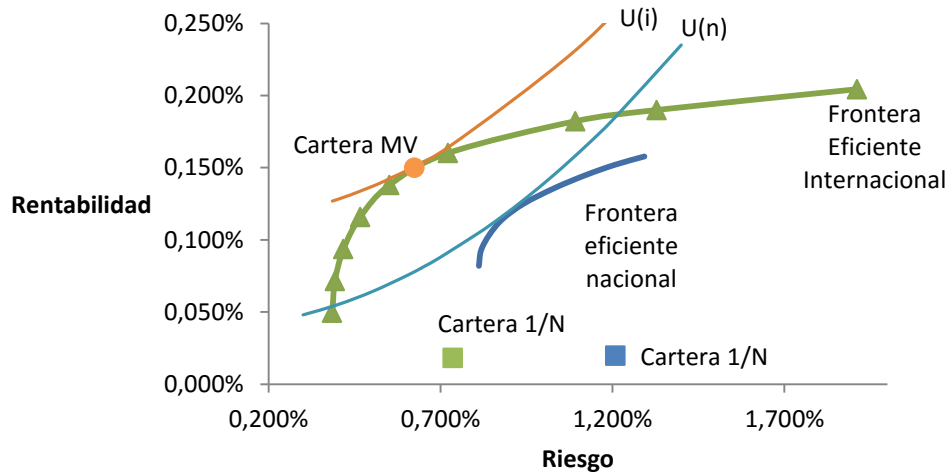
Fuente: elaboración propia

3.3 FRONTERA EFICIENTE INTERNACIONAL

Incluyendo la diversificación internacional y realizando los mismos cálculos, observamos claramente en el gráfico 3.5 cómo la introducción de mayores posibilidades de inversión hace que la frontera eficiente se desplace hacia arriba y hacia la izquierda, de modo que para cada nivel de rentabilidad se reduce el riesgo que es necesario asumir (o de forma equivalente, que para cada nivel de riesgo es

posible obtener una mayor rentabilidad). La nueva cartera media-varianza permite al inversor situarse en una curva de indiferencia más alejada del origen, y por tanto su utilidad será mayor: en el gráfico, $U(i) > U(n)$.

Gráfico 3.5: Frontera Eficiente Internacional



Fuente: elaboración propia

En este caso también se aprecia claramente la relación inversa entre el riesgo y el número de títulos: en el mercado internacional la cartera de menor riesgo está compuesta de 28 títulos; la media-varianza de 10 y la de mayor riesgo, de 1 (invierte el 100% en la empresa inglesa DIXONS CARPHONES, la que ha obtenido mayor rentabilidad en 2014). La cartera de mínimo riesgo con posiciones cortas² (GMV') obtiene más rentabilidad y menos riesgo que la GMV, y por tanto sería preferida por el inversor.

TABLA 3.2: CARTERAS INTERNACIONALES 2014

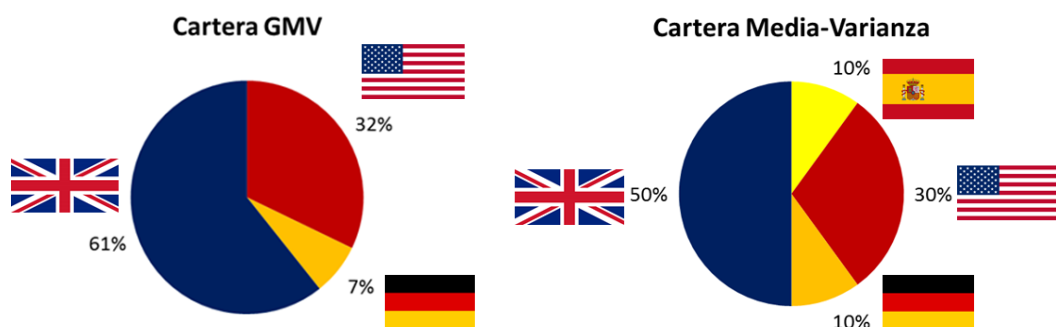
	Cartera 1/N	Cartera GMV	Cartera GMV'	Cartera MV
Riesgo	0,735%	0,385%	0,172%	0,624%
Rentabilidad	0,018%	0,049%	0,050%	0,150%
Nº empresas	192	28	192	10

Fuente: elaboración propia

Atendiendo al mercado en el que cotizan las empresas que componen cada cartera, la distribución por países queda de la siguiente manera:

² Esta cartera tiene 100 posiciones largas y 92 cortas

Gráfico 3.6: Distribución de las carteras según el país



Fuente: elaboración propia

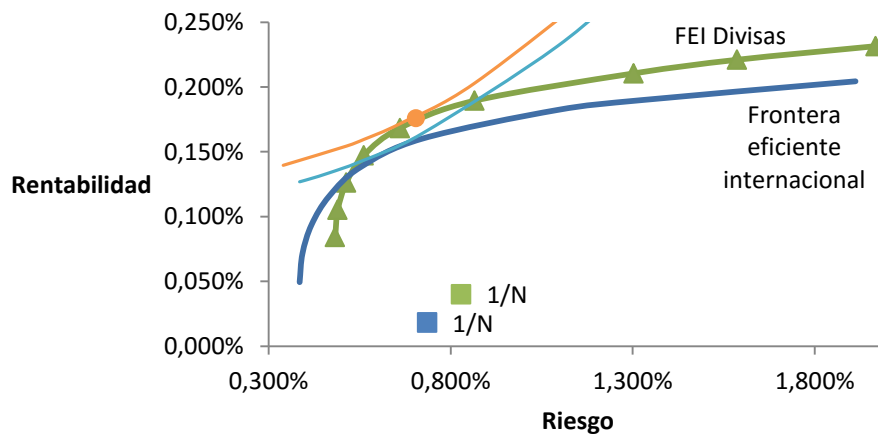
Los resultados anteriores parten de rentabilidades calculadas sobre las cotizaciones en la divisa de cada país. Sin embargo, un inversor extranjero (en este caso, español), deberá preocuparse además de la rentabilidad de otro activo: para invertir en una acción inglesa o americana, tiene que adquirir además la divisa en la que cotiza dicha acción. Es decir, un español que quiera comprar acciones del Dow Jones, primero tendrá que cambiar sus euros por dólares para después adquirir los títulos americanos. Por tanto, no solo le afectarán los resultados de las empresas americanas en las que invierta, sino que debe tener en cuenta otro factor: la evolución del euro respecto al dólar en este caso. Si el dólar se aprecia frente al euro, a final de año el inversor saldrá ganando porque la divisa de su inversión se ha apreciado. En cambio, si el dólar se deprecia y el euro se aprecia, por cada dólar que consiga a final de año por la venta de las acciones obtendrá menos euros a cambio. Incluso es posible que la depreciación del dólar sea tan alta que contrarreste la rentabilidad que hubiera podido obtener con las acciones, llegando a resultados negativos.

Así pues, el inversor español tiene dos opciones: asumir el riesgo de fluctuación de las divisas, y esperar que el resultado total sea positivo, o realizar operaciones de cobertura para intentar eliminar el riesgo de tipo de cambio. Si decide cubrirse por el valor esperado de las acciones a final de año y acierta en todas sus predicciones, su frontera eficiente sería la misma que en el caso anterior. Es decir, si en enero de 2014 se hubieran cerrado operaciones forward al tipo de cambio del momento (al que se compran las acciones), por un capital igual al valor que tendrán las acciones a 31 de diciembre, la rentabilidad del inversor sería igual a la rentabilidad de sus acciones. Siguiendo con el ejemplo anterior, el inversor español decide cerrar una operación de cobertura por la que se compromete a comprar euros a cambio de dólares el 31 de diciembre al tipo de cambio del 1 de enero de 2014 (fecha en la que adquiere las acciones). Si espera que la rentabilidad de estas acciones sea de un 2% (una vez excluidas todas las comisiones), cerrará la operación con un valor del capital un 2% mayor a la cantidad de dólares invertida. O sea, si invierte 100 mil dólares en acciones, se comprometerá a vender 102 mil dólares el 31 de diciembre al mismo tipo de cambio por el que los compró. Si el rendimiento de las acciones fuera del 2%, sus ganancias totales serían del 2%, ya que no le afectaría la fluctuación del dólar-euro: vende los dólares al mismo precio por el que los adquirió. Por tanto, esta frontera eficiente internacional se podría interpretar como aquella que elimina el riesgo cambiario de las operaciones internacionales.

Todo esto se aprecia claramente en el gráfico 3.7. La línea verde (FEI Divisas) representa las combinaciones óptimas de rentabilidad y riesgo incluyendo el efecto de las divisas; es decir, refleja el caso en el que el inversor estaría asumiendo todo el

riesgo de fluctuaciones en el tipo de cambio. Al contrario, si decide protegerse frente al riesgo cambiario pasaría de la línea verde a la azul (la frontera eficiente internacional inicial).

Gráfico 3.7: Frontera eficiente, efecto de las divisas



Fuente: elaboración propia

La rentabilidad total incluyendo las divisas (suponiendo que el inversor no se cubre ante el riesgo cambiario), se ha calculado a partir de la siguiente fórmula:

$$1 + R_{Total} = (1 + R_P) * (1 + R_{divisa})$$

Donde R_P es la rentabilidad en moneda local, R_{divisa} la rentabilidad de la divisa correspondiente (en este caso, libra o dólar respecto al euro) y R_{Total} la rentabilidad total.

En este caso, podría conseguir una mayor rentabilidad si no hubiera realizado coberturas. Al igual que sucedía antes, la decisión más rentable sería la de invertir el 100% de la cartera en la empresa inglesa DIXONS CARPHONES. Como la libra se ha apreciado frente al euro durante el año 2014, el inversor podría haber conseguido una rentabilidad adicional aprovechándose de la apreciación; si se hubiera cubierto, tan solo obtendría el rendimiento propio de la compañía inglesa. Por otro lado, ahora ya no se pueden comparar a primera vista la cartera GMV³ y la GMV: las posiciones cortas reducen el riesgo, pero también la rentabilidad.

TABLA 3.3: CARTERAS INTERNACIONALES 2014, EFECTO DIVISAS

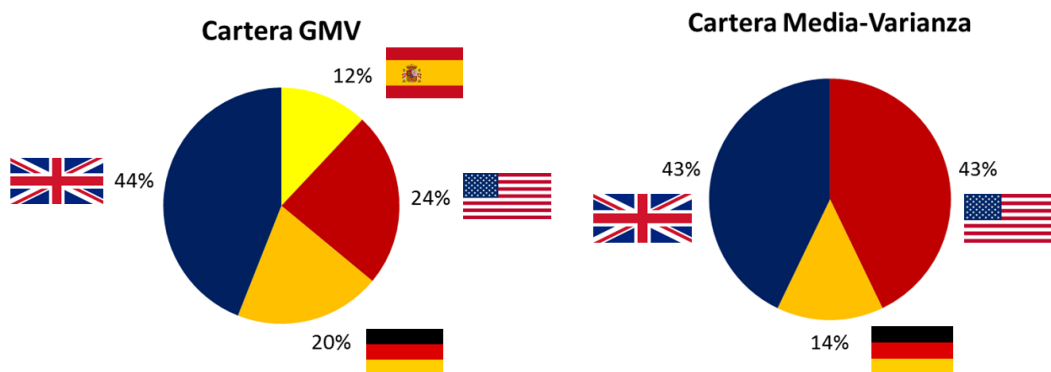
	Cartera 1/N	Cartera GMV	Cartera GMV'	Cartera MV
Riesgo	0,829%	0,483%	0,216%	0,705%
Rentabilidad	0,040%	0,084%	0,076%	0,176%
Nº empresas	192	25	192	7

Fuente: elaboración propia

³ La cartera se distribuye en 106 lagos y 86 cortos

La incorporación de las divisas a la hora de calcular las carteras cambia la composición por países de las mismas, como se aprecia en el siguiente gráfico:

Gráfico 3.8: Distribución de las carteras según el país



Fuente: elaboración propia

3.4 APLICACIÓN FUERA DE MUESTRA

Como ya se explicó en la introducción, el modelo de Markowitz se basa en datos históricos: calcula las carteras óptimas una vez conocidas las rentabilidades de los activos que las componen. La cuestión ahora será determinar si dichos resultados también son óptimos fuera de muestra, concretamente, se va a analizar si las carteras óptimas en 2014 también lo son en 2015, o si al menos ofrecen buenos resultados en comparación con métodos no racionales y más sencillos (la cartera 1/N).

De nada sirve optimizar resultados históricos si luego las carteras que se obtienen no proporcionan rendimientos para el inversor, salvo para analizar cuál habría sido la mejor elección en el pasado.

Por tanto, ahora se procederá a comparar los resultados de las carteras óptimas (la cartera de mínimo riesgo, la cartera de mínimo riesgo con posiciones cortas y la cartera media-varianza) en 2014 con los resultados que hubieran dado en el año 2015, para luego comparar la cartera 1/N con sus equivalentes óptimos en términos de riesgo y rentabilidad y comprobar si hay cambios significativos de un año a otro; todo ello a través de tres medidas de performance: la ratio Sharpe, la ratio Treynor y la ratio M2 (Modigliani-Modigliani).

3.4.1 Medidas de performance

La primera ratio que se utilizará para comparar los resultados del 2015 con los del 2014 será la ratio de Sharpe, que compara la rentabilidad extraordinaria obtenida, o prima de riesgo (definida como la diferencia entre el rendimiento de la cartera y el rendimiento del activo sin riesgo) con el riesgo de la cartera.

$$\text{Ratio Sharpe} = \frac{R_P - R_f}{\sigma_P}$$

La ratio Sharpe estima la remuneración al riesgo en términos de capacidad para obtener rentabilidades sobre la tasa libre de riesgo: indica la prima de rentabilidad por cada punto porcentual de riesgo, medido a través de la desviación típica.

Una alternativa a esta ratio es comparar la prima de riesgo del inversor con la beta de la cartera, es decir, con el riesgo sistemático. Ya que la beta mide la correlación entre el rendimiento de la cartera y el del mercado, se puede utilizar para medir el riesgo sistemático (el no diversificable) que según el CAPM es lo que determina la prima de riesgo exigida por el inversor. Esta ratio se conoce como índice de Treynor, cuya fórmula es:

$$\text{Ratio Treynor} = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}$$

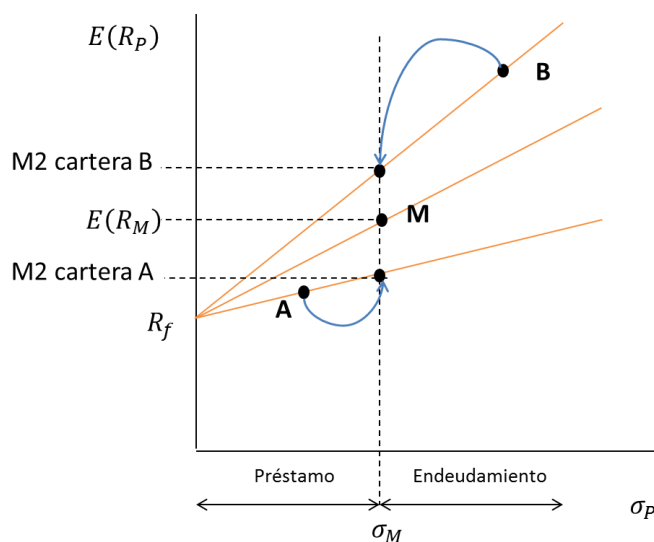
La ratio de Treynor indica la prima de rentabilidad por cada 100 por 100 de exposición al riesgo sistemático de la cartera.

Por último, se va a utilizar la ratio Modigliani-Modigliani (M2). Como se puede ver en el gráfico 3.9, este estadístico traslada puntos del gráfico rentabilidad-riesgo (los puntos A y B) a una línea vertical ubicada en el nivel de riesgo del índice de referencia (en este caso el IBEX 35, el punto M del gráfico), lo que permite comparar todas las carteras con “lo máximo que se podría alcanzar” bien pidiendo prestado o bien invirtiendo en el activo sin riesgo. La fórmula es la siguiente:

$$M2 = \frac{\sigma_M}{\sigma_p} R_p + \left(1 - \frac{\sigma_M}{\sigma_p}\right) R_f$$

Donde σ_M es el riesgo del índice. Por tanto, el cálculo de esta ratio consiste en igualar las carteras en términos de riesgo en relación al índice para luego calcular la rentabilidad de la cartera apalancada (o desapalancada).

Gráfico 3.9: Ratio Modigliani-Modigliani



Fuente: elaboración propia

3.4.2 Carteras nacionales

En la siguiente tabla aparece un resumen de los resultados de las carteras nacionales en 2014, y los resultados que dichas carteras habrían obtenido aplicándolas fuera de muestra en 2015:

TABLA 3.4 CARTERAS NACIONALES: RESULTADOS

	2014			2015		
	Riesgo	Rentabilidad	Beta	Riesgo	Rentabilidad	Beta
Cartera GMV	0,811%	0,082%	0,609	1,075%	0,059%	0,580
Cartera GMV'	0,664%	0,106%	0,333	1,127%	0,072%	0,514
Cartera MV	0,909%	0,120%	0,665	1,106%	0,038%	0,578
Rentabilidad (1/N)	0,880%	0,020%	0,690	1,179%	0,006%	0,658
Riesgo(1/N)	1,208%	0,152%	0,748	1,216%	0,016%	0,556
Cartera 1/N	1,208%	0,020%	1,024	1,301%	-0,028%	0,728

Fuente: elaboración propia

A partir de la tabla anterior, se han calculado las tres medidas de performance explicadas en el apartado anterior, con los siguientes resultados:

TABLA 3.5 CARTERAS NACIONALES: PERFORMANCE (1)

		Cartera GMV	Cartera GMV'	Cartera MV
Sharpe	2014	0,097	0,154	0,128
	2015	0,054	0,063	0,033
	Variación	-44%	-59%	-74%
Treynor	2014	0,13%	0,31%	0,18%
	2015	0,10%	0,14%	0,06%
	Variación	-22%	-55%	-64%
M2	2014	0,11%	0,18%	0,15%
	2015	0,08%	0,09%	0,05%
	Variación	-30%	-48%	-67%

Fuente: elaboración propia

Se observa que la performance de las carteras empeora bastante, entre un 22 y un 74 por ciento, siendo la cartera media-varianza la que obtiene peor resultado. El empeoramiento de los valores del índice de Treynor en general se debe a una disminución significativa de la rentabilidad, puesto que tanto la cartera de mínimo riesgo como la media-varianza tienen menor riesgo sistemático (una beta más pequeña). La cartera que presenta mejor performance (es decir, valores de las ratios superiores) es la cartera de mínimo riesgo con posiciones cortas, independientemente de la variación de un año a otro.

Así pues, se puede comprobar que la performance de las carteras óptimas de Markowitz empeora fuera de muestra en todos los casos y para las tres medidas utilizadas.

Puesto que aparentemente la optimización no ofrece buenos resultados, se va a comparar la performance de una cartera aleatoria (la cartera 1/N) con dos carteras óptimas según Markowitz: aquellas que pertenezcan a la frontera eficiente y ofrezcan por un lado la misma rentabilidad, y el mismo riesgo por otro. Esta comparación se puede observar en el gráfico 3.10:

Gráfico 3.10: Cartera 1/N y carteras eficientes

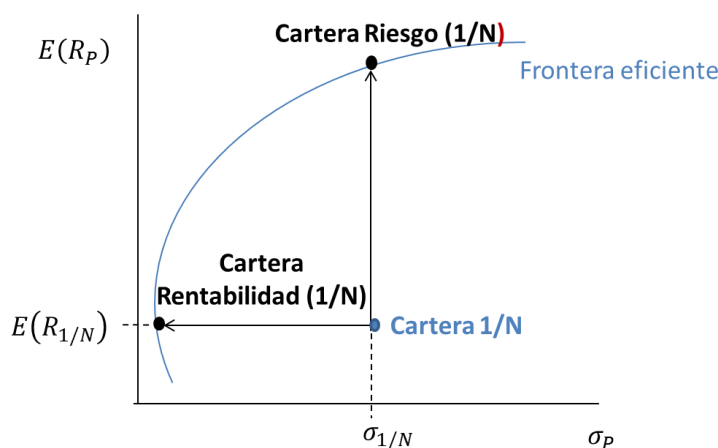


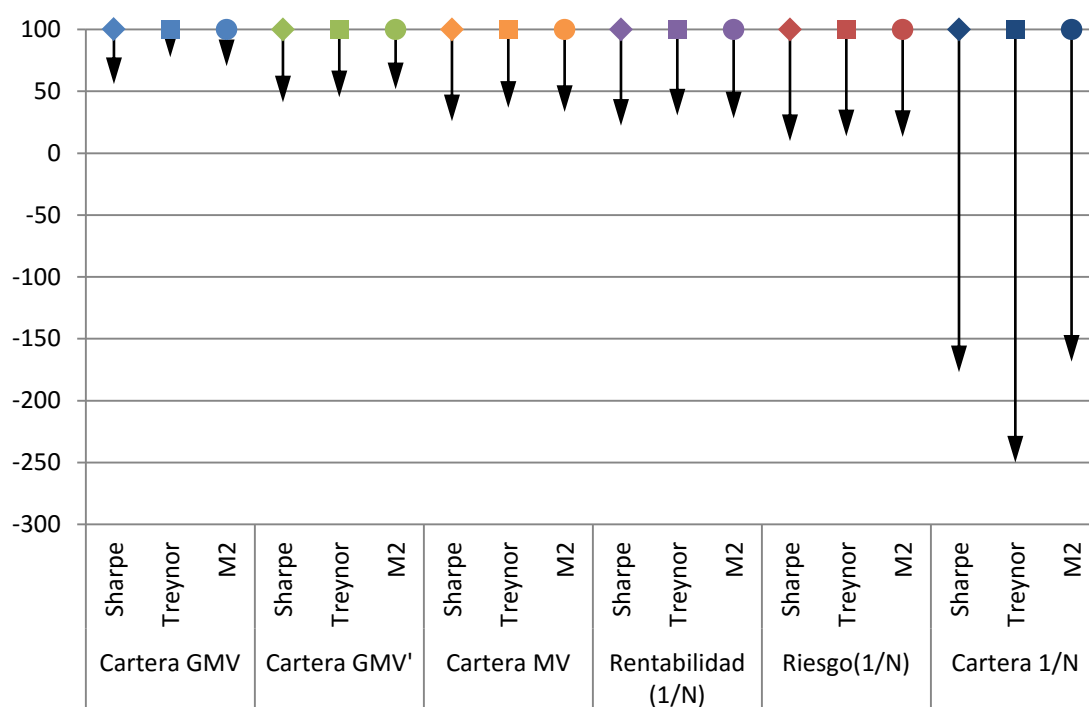
TABLA 3.6 CARTERAS NACIONALES: PERFORMANCE (2)

		Rentabilidad (1/N)	Riesgo(1/N)	Cartera 1/N
Sharpe	2014	0,018	0,123	0,013
	2015	0,004	0,012	-0,023
	Variación	-78%	-90%	-268%
Treynor	2014	0,02%	0,20%	0,02%
	2015	0,01%	0,03%	-0,04%
	Variación	-69%	-87%	-355%
M2	2014	0,03%	0,14%	0,02%
	2015	0,01%	0,02%	-0,03%
	Variación	-72%	-87%	-268%

Fuente: elaboración propia

Se aprecia que aunque empeora la performance de todas las carteras, la de la cartera equilibrada lo hace alrededor de tres veces más: sería mejor decisión invertir en 2015 basándose en las ponderaciones de las carteras de la frontera eficiente de 2014 que de manera aleatoria dividiendo el capital uniformemente entre todas las empresas. En todos los casos la performance de la cartera homogénea empeora entre 3 y 5 veces más que las otras. La cartera que en 2014 ofreció la misma rentabilidad que la homogénea es la que menos empeora, pero la que asumió el mismo riesgo es la que presenta mejor performance en términos absolutos. En el siguiente gráfico se han estandarizado los ratios del año 2014, a los que se les ha dado el valor 100, y se han transformado los ratios de 2015 en índices de respecto a 2014. De esta manera, se observa claramente que la cartera 1/N es la que más empeora respecto a su performance en 2014.

Gráfico 3.11: Variación de la performance 2014-2015



En conclusión, basándonos en los datos de las empresas del IBEX 35 en 2014 y 2015, a pesar de que en términos de performance fuera de muestra la optimización no ofrece resultados tan deseables como podría parecer en la teoría, peores incluso son los de la cartera 1/N, al menos en este caso. Las carteras nacionales con menor variabilidad, es decir, aquellas cuya performance empeora menos fuera de muestra, son las carteras de mínimo riesgo.

3.4.3 Carteras internacionales

A nivel internacional, se va a proceder de igual manera: aplicando las ponderaciones de las carteras del año 2014 a los rendimientos de 2015, para luego comparar la performance de las carteras. Como ya se explicó al principio del apartado, al igual que en 2014 estos resultados se obtendrían realizando coberturas perfectas al principio del año. Esta premisa es necesaria porque se considera útil aislar el efecto de las divisas para comparar la evolución propia de las acciones y los resultados de las carteras teniendo en cuenta tan solo el desempeño de los títulos. De esta manera se limita el análisis a un menor número de variables que incluyendo el efecto de las divisas, y además, se elimina el riesgo cambiario porque el inversor fija el tipo de cambio a priori, independientemente de la rentabilidad.

En la tabla 3.7 se muestra la comparativa de resultados de 2014 y 2015:

TABLA 3.7 CARTERAS INTERNACIONALES: RESULTADOS

	2014			2015		
	Riesgo	Rentabilidad	Beta	Riesgo	Rentabilidad	Beta
Cartera GMV	0,385%	0,049%	0,436	0,778%	0,015%	0,745
Cartera GMV'	0,172%	0,050%	0,073	0,876%	0,058%	0,582
Cartera MV	0,624%	0,150%	0,546	1,086%	0,032%	0,879
Rentabilidad (1/N)	0,406%	0,018%	0,486	0,790%	0,010%	0,767
Riesgo(1/N)	0,735%	0,161%	0,489	1,177%	0,044%	0,866
Cartera 1/N	0,735%	0,018%	0,943	0,985%	0,001%	0,913

Fuente: elaboración propia

Utilizando las mismas ratios que en el caso nacional, se va analizar la performance de las carteras internacionales; primero comparando las carteras óptimas (tabla 3.8), y luego la cartera homogénea con las respectivas carteras eficientes (tabla 3.9):

TABLA 3.8 CARTERAS INTERNACIONALES: PERFORMANCE (1)

		Cartera GMV	Cartera GMV'	Cartera MV
Sharpe	2014	0,126	0,284	0,239
	2015	0,019	0,065	0,029
	Variación	-85%	-77%	-88%
Treynor	2014	0,11%	0,67%	0,27%
	2015	0,02%	0,10%	0,04%
	Variación	-83%	-85%	-87%
M2	2014	0,08%	0,18%	0,16%
	2015	0,02%	0,06%	0,03%
	Variación	-78%	-67%	-82%

Fuente: elaboración propia

La performance de las carteras empeora alrededor de un 70-80%, siendo el rango de la variación bastante menor que en el caso nacional. Nuevamente es la cartera de mínimo riesgo con posiciones cortas la que presenta mejor performance, y también es la que menos empeora, tanto en términos de Sharpe como de M2. Las tres medidas indican que la cartera que ofrece peores resultados relativos es la media-varianza, aunque en términos absolutos es la cartera de mínimo riesgo la que presenta peor performance (ratios más bajas).

Por tanto, al igual que ocurría en el caso nacional, el modelo de Markowitz no ofrece resultados buenos fuera de muestra.

En la tabla 3.9 se puede comparar la cartera 1/N con dos carteras óptimas:

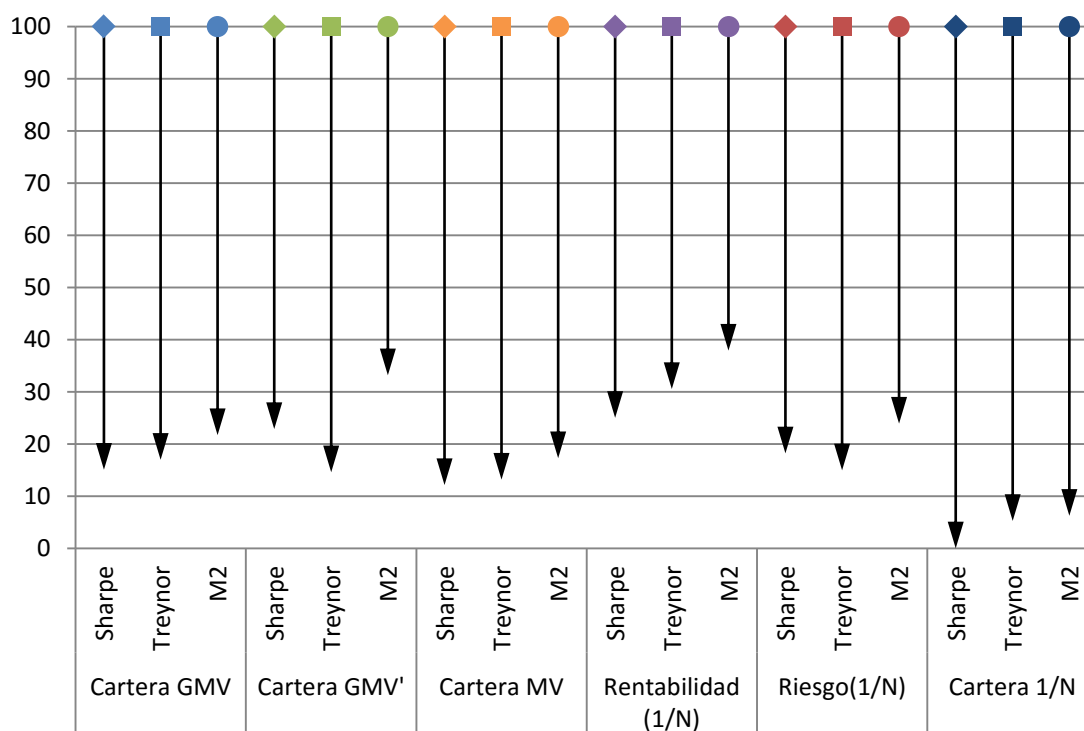
TABLA 3.9 CARTERAS INTERNACIONALES: PERFORMANCE (2)

		Rentabilidad (1/N)	Riesgo(1/N)	Cartera 1/N
Sharpe	2014	0,04	0,22	0,02
	2015	0,01	0,04	0
	Variación	-74,33%	-83,32%	-100,74%
Treynor	2014	0,04%	0,33%	0,02%
	2015	0,01%	0,05%	0,00%
	Variación	-68%	-85%	-101%
M2	2014	0,03%	0,14%	0,02%
	2015	0,01%	0,03%	0,00%
	Variación	-62%	-76%	-96%

Fuente: elaboración propia

El gráfico 3.12 se ha elaborado de la misma manera que el de las carteras nacionales, a través de números índice para apreciar la variación de los ratios de performance. Como se puede apreciar, las carteras eficientes siguen superando a la cartera 1/N en términos de performance fuera de muestra, aunque a nivel internacional las diferencias no son tan marcadas como a nivel nacional: la performance de la cartera equilibrada “solo” empeora entre un 20 y un 50 por ciento más que la de las carteras óptimas de Markowitz. No obstante, sigue presentando una performance bastante peor que las otras carteras, con valores de los ratios muy inferiores (tabla 3.9).

Gráfico 3.12: Variación de la performance 2014-2015



En este caso, las carteras que menos empeoran son la cartera eficiente cuya rentabilidad en 2014 fue igual a la de la cartera 1/N y la cartera de mínimo riesgo con posiciones cortas.

3.4.4 Efecto divisas

Ahora para finalizar esta sección se aplicarán las ratios de Sharpe y Modigliani sobre las carteras internacionales contando con el efecto de las divisas. La ratio de Treynor no se va a utilizar en este caso, porque al calcular la beta de una cartera cuya rentabilidad no solo depende de las acciones que la componen sino también de las divisas, se estarían incluyendo los dos efectos distintos en la beta (quizás de signos opuestos) y por tanto no se podría distinguir la correlación de cada uno con el mercado.

Esta ampliación incluyendo el efecto de las divisas resulta interesante porque supone que las divisas también se comportarán de forma similar en el año 2015, y por tanto se introducen más variables que determinan el resultado final de las carteras.

Los resultados de las carteras de 2014 y su aplicación a los rendimientos del año 2015 se pueden comparar en la tabla 3.10

TABLA 3.10: EFECTO DIVISAS: RESULTADOS

	2014		2015	
	Riesgo	Rentabilidad	Riesgo	Rentabilidad
Cartera GMV	0,483%	0,084%	1,037%	0,035%
Cartera GMV'	0,216%	0,076%	1,088%	0,083%
Cartera MV	0,705%	0,176%	1,307%	0,053%
Rentabilidad(1/N)	0,502%	0,040%	1,042%	0,036%
Riesgo(1/N)	0,829%	0,184%	1,319%	0,065%
Cartera 1/N	0,829%	0,040%	1,200%	0,018%

Fuente: elaboración propia

Igual que en los casos anteriores, primero se compararán las GMV, GMV' y media-varianza (tabla 3.11) y después la cartera 1/N con las eficientes (tabla 3.12).

TABLA 3.11 EFECTO DIVISAS: PERFORMANCE (1)

		Cartera GMV	Cartera GMV'	Cartera MV
Sharpe	2014	0,173	0,350	0,249
	2015	0,044	0,094	0,048
	Variación	-74%	-73%	-81%
M2	2014	0,11%	0,23%	0,16%
	2015	0,03%	0,07%	0,04%
	Variación	-72%	-62%	-77%

Fuente: elaboración propia

Se sigue apreciando una clara deterioración en términos de performance. La cartera con peor resultado sigue siendo la media-varianza, seguida de la de mínimo riesgo. La cartera de mínimo riesgo con posiciones cortas no solo es la que menos empeora sino la que presenta mejor performance en términos absolutos.

En cambio, sí se aprecian diferencias al comparar la cartera 1/N con las correspondientes carteras eficientes:

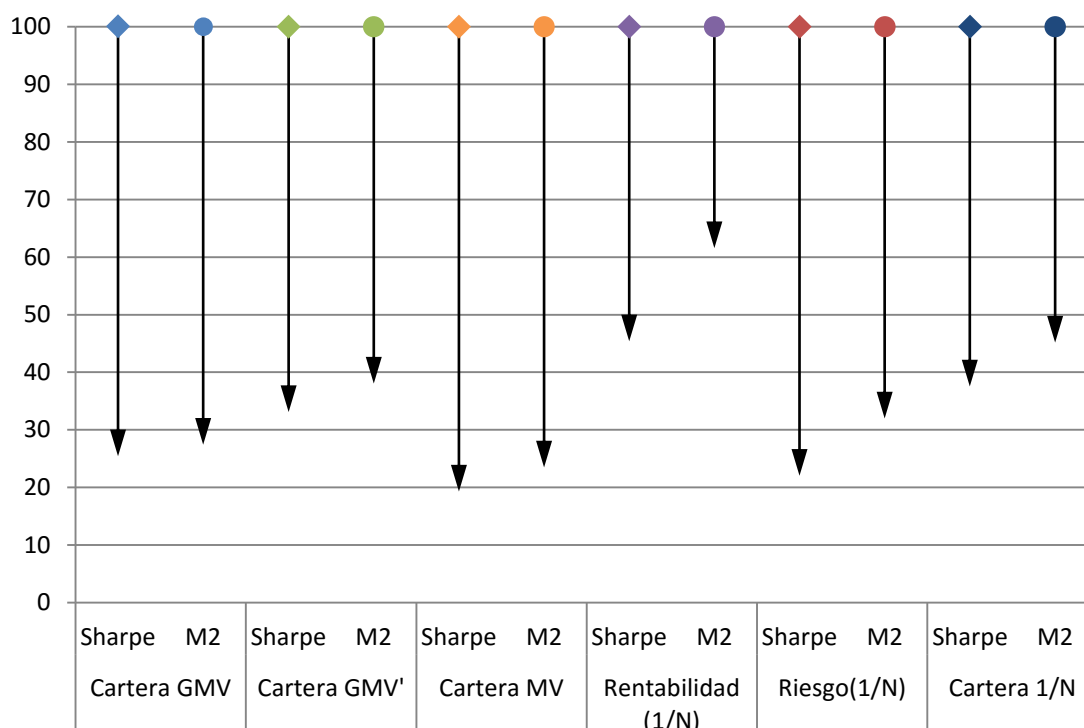
TABLA 3.12 EFECTO DIVISAS: PERFORMANCE (2)

		Rentabilidad (1/N)	Riesgo(1/N)	Cartera 1/N
Sharpe	2014	0,097	0,25	0,048
	2015	0,044	0,055	0,018
	Variación	-54%	-78%	-62%
M2	2014	0,05%	0,14%	0,03%
	2015	0,03%	0,05%	0,01%
	Variación	-39%	-68%	-55%

Fuente: elaboración propia

El gráfico 3.13, al igual que en los apartados anteriores, permite observar la variación de la performance del 2014 al 2015.

Gráfico 3.13: Variación de la performance 2014-2015



Fuente: elaboración propia

Por primera vez se observa que la cartera homogénea no es la que más empeora al aplicar los resultados fuera de la muestra (gráfico 3.13): las dos ratios muestran que la que sale peor parada de las tres es la cartera eficiente que en 2014 asumió el mismo

riesgo que la uniforme. Incluso haciendo una comparación global, la performance de la cartera 1/N es la segunda que menos empeora en términos relativos. La cartera eficiente que obtuvo la misma rentabilidad que la 1/N en 2014 es la que muestra la menor variación al aplicarse en 2015. A pesar de todo, la cartera equilibrada sigue siendo la que tiene una performance absoluta peor (tabla 3.12).

A la vista de los resultados obtenidos, cabe mencionar algunos efectos llamativos de la diversificación internacional:

En primer lugar, la cartera 1/N presenta mejor performance fuera de muestra a medida que el número de títulos disponibles para invertir es mayor (en el caso de las carteras internacionales o cuando se añaden divisas). Esto se debe a la existencia de más posibilidades de inversión, ya que se mitigan las consecuencias de la aleatoriedad: cuantos más activos integren la cartera, menor peso tendrá el resultado individual de cada uno de ellos en el resultado total.

Por otro lado, sucede todo lo contrario con las carteras eficientes: las carteras GMV, GMV' y MV que menos empeoran fuera de muestra son las nacionales, aunque su performance en términos absolutos sea peor. Es decir, a pesar de que las carteras internacionales están compuestas por un mayor número de activos (sobre todo las que incluyen el efecto de las divisas), su aplicación fuera de muestra ofrece peores resultados que en el caso nacional.

Para terminar, resaltar que dentro de las carteras óptimas, resulta beneficioso incluir las posiciones cortas cuando se invierte internacionalmente. Por otro lado la cartera MV, que supuestamente es la preferida por el inversor, obtiene en todos los casos los peores resultados fuera de muestra.

4. CONCLUSIONES

A lo largo del trabajo se ha pretendido justificar la eficiencia de un modelo de selección de carteras analizando su performance fuera de la muestra utilizada para estimar sus parámetros. Partiendo de datos de rendimientos diarios de todo un año de alrededor de 200 empresas internacionales que cotizan en cuatro de los índices más representativos y con mayor capitalización, este modelo ha dado lugar a diferentes estrategias de inversión que se han aplicado sobre una muestra distinta a la original: las rentabilidades diarias de las mismas empresas durante el año siguiente. Después se ha estudiado la performance de estas carteras a partir de tres medidas, dando lugar a varios resultados a partir de los cuales se han extraído dos principales conclusiones:

La primera, sobre la diversificación internacional y las posiciones cortas: en términos de performance fuera de muestra, las carteras internacionales no siempre han superado a las carteras nacionales, tanto en variación porcentual como en valores absolutos. Por tanto, no se puede afirmar que la diversificación internacional siempre sea beneficiosa para el inversor, al menos en términos de performance. Lo mismo sucede para las carteras con posiciones cortas: aunque comparadas con las otras carteras eficientes siempre han obtenido la mejor performance absoluta, en ocasiones han empeorado más que el resto. Por tanto, aunque estos dos factores sean considerados estrictamente positivos en la teoría, un inversor que se limitara a ponerse largo con acciones nacionales basándose en datos históricos podría obtener mejor performance que un inversor internacional, o que uno nacional con cortos en su cartera.

La segunda, que el modelo de Markowitz de gestión de carteras no ha obtenido buenos resultados fuera de muestra, y por tanto su utilidad quedaría limitada al análisis de rentabilidades y estrategias pasadas. Por ejemplo, podría aplicarse para comparar la performance de carteras de fondos de inversión con el óptimo que se hubiera podido obtener, pero no ofrece resultados consistentes a futuro: esto podría deberse las cotizaciones históricas en las que se basa para predecir no incluyen toda la información disponible. No obstante, el modelo sigue superando a otros métodos “irracionales”, como la cartera 1/N, cuya performance empeora mucho más en líneas generales.

De todas formas, estas conclusiones parten de un análisis sobre una serie de datos muy concreta para períodos de tiempo relativamente pequeños (un año). Quizás si se realizara el mismo ejercicio con series más largas los resultados cambiarían, puesto que al ampliar el tamaño de la muestra los estimadores serían más eficientes, pero no se puede asegurar que esto mejoraría la performance fuera de muestra. Lo que sí se puede determinar sin ambigüedad es que a corto plazo, ningún inversor tiene garantías de obtener rentabilidades máximas para cada nivel de riesgo utilizando el modelo de Markowitz.

5. BIBLIOGRAFÍA

Adler, M., Dumas, B. (1983). International portfolio choice and corporation finance: A synthesis. *The Journal of Finance*, 38(3), pp. 925-984.

Agmon, T. (1972). The relations among equity markets: a study of share prices co-movements in the United States, United Kingdom, Germany and Japan. *The Journal of Finance*, 27(4), pp. 839-885.

Brandt, M., 2009. Portfolio Choice Problems. En: Aït-Sahalia, Y., Hansen, L. P. (eds.) *Handbook of Financial Econometrics: Tools and techniques*. Amsterdam: Elsevier, cap. 5, pp. 269-336.

Chopra, V., Ziemba, W. (1993). The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice. *The Journal of Portfolio Management*, 19(2), pp. 6-11.

DeMiguel, V., Garlappi, L., Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *Rev. Financial Studies*, 22(5), pp.1915-1953.

Dumas, B., Solnik, B. (1995). The World Price of Foreign Exchange Risk. *The Journal of Finance*, 50(2), p. 445.

Elton, E., Gruber, M. (1995). *Modern portfolio theory and investment analysis*. New York: Wiley.

Gómez-Bezares, F. (1993). *Gestión de carteras*. Bilbao: Desclée de Brouwer.

investing.com. (2015). *Government Bonds - Investing.com*. [sitio web] Disponible en: <http://www.investing.com/rates-bonds/> [Consulta 10 de mayo 2016].

King, B. F. (1966). Market and Industry Factors in Stock Price Behavior. *The Journal of Business*, 39(S1), p139.

Kourtis, A., Dotsis, G., Markellos, R. (2012). Parameter uncertainty in portfolio selection: Shrinking the inverse covariance matrix. *Journal of Banking & Finance*, 36(9), pp. 2522-2531.

Jagannathan, R., Ma, T. (2003). Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps. *The Journal of Finance*, 58, pp. 1651-1684.

Lamothe Fernández, P. (1999). *Gestión de carteras de acciones internacionales*. Madrid: Ediciones Pirámide.

Lessard, D. (1974). World, national and industry factors in equity returns. *The Journal of Finance*, 29(2), pp. 379-391.

Levy, H., Markowitz, H. (1979). Approximating Expected Utility by a Function of Mean and Variance. *The American Economic Review*, 69(3), pp. 308-317.

Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, 47(1), p. 13.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), p. 77.

Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 34(4), p.768.

Sánchez Fernández de Valderrama, J. (2007). *Curso de bolsa y mercados financieros*. Barcelona: Ariel.

Sharpe, W. (1963). A Simplified Modelo for Portfolio Analysis, *Management Science*, 9(2), pp. 277-293.

Solnik, B. H. (1974). Why Not Diversify Internationally Rather than Domestically?. *Financial Analyst Journal*, 30(4), pp. 48-54.

Tobin, J. (1958). Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *The Review of Economic Studies*, 25(2), pp. 65-86.

WORLD FEDERATION OF EXCHANGES. [sitio web]. 2015. Disponible en: <http://www.world-exchanges.org> [Consulta 10 de mayo 2016].