



GRADO EN ECONOMÍA 2015-2016
TRABAJO FIN DE GRADO

ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES FINANCIERAS

FINANCIAL TIME SERIES ANALYSIS

AUTOR: MARIO ABASCAL

TUTOR: JOSÉ LUIS GALLEGO GÓMEZ

30 DE JUNIO DE 2016

Índice

RESUMEN.....	4
ABSTRACT	5
1. INTRODUCCIÓN.....	6
2. MARCO TEÓRICO.....	7
2.1 CONCEPTOS ESTADÍSTICOS BÁSICOS	7
2.2 METODOLOGÍA BOX-JENKINS	7
2.3 MODELOS.....	8
2.3.1 Modelo ARIMA.....	8
2.3.2 Paseo Aleatorio	9
2.3.3 Modelo ARCH(p,q).....	10
2.3.4 Modelo GARCH(p,q).....	14
2.3.5 Modelo IGARCH(p,q).....	15
2.3.6 Modelo EGARCH(p,q).....	16
2.3.7 ModeloTGARCH(p,q).....	17
3. APLICACIÓN EMPÍRICA	17
3.1 SOFTWARE.....	18
3.2 FTSE 100	19
4. CONCLUSIÓN.....	26
5. BIBLIOGRAFÍA.....	27
6. ANEXOS	29
6.1 ANEXO 1: SCRIPT	29

RESUMEN

Los constantes avances producidos en el campo de la econometría han llevado al desarrollo de métodos adaptativos que permiten modelar la volatilidad de los distintos activos que integran los mercados financieros. Gran parte de los métodos existentes a día de hoy parten de la metodología Box-Jenkins, cuyos autores desarrollan una serie de técnicas aplicadas a la familia de los modelos ARIMA.

Es a partir de esta metodología Box-Jenkins, de donde surgen los modelos ARCH de Engle. Dichos modelos hacen su aparición en los años 80, y desde entonces sus variantes y aplicaciones han crecido de manera exponencial. A pesar de sus virtudes, la estimación en algunos casos resulta difícil y es así, bajo la búsqueda de parsimonia, como surgen los modelos GARCH.

Los GARCH son una de las familias de modelos más utilizadas para analizar la volatilidad de las distintas series temporales financieras. Esta familia fue desarrollada inicialmente por Engle y llevada más tarde a un enfoque más práctico por Tim Bollerslev. Su principal ventaja es que consiguen resultados parecidos a los de los modelos ARCH pero con ganancias en términos de parsimonia y robustez.

Sin embargo, no todo son ventajas en estos procesos GARCH. Dichos procesos sufren algunas deficiencias que surgen a la hora de ser implementados. La desventaja principal de estos modelos GARCH, es su ineficiencia a la hora de identificar las asimetrías existentes en las series temporales financieras, provocadas por los desequilibrios entre las reacciones de los activos ante buenas y malas noticias.

Como solución al problema de modelización expuesto para los GARCH, varios autores, como Zakoian o Nelson, proponen una serie de variantes del GARCH original como los modelos TGARCH o EGARCH, las cuales proporcionan distintas soluciones a dicho problema.

En la sección final del trabajo, con el objetivo de ilustrar el marco teórico expuesto inicialmente, se llevará a cabo el análisis de una serie temporal financiera. Dicha serie no es otra que la de uno de los índices bursátiles europeos de referencia, el FTSE 100 británico. A partir de dicho análisis, se tratará de extraer algunas conclusiones tanto acerca de la serie temporal como de la metodología.

ABSTRACT

The constant breakthroughs in the econometrics field had led to the development of multiple adaptive methods in order to model the volatility of the assets that conform financial markets. Most of these methods have been developed under the Box-Jenkins approach, whose authors developed a set of techniques applied to ARIMA's family models that nowadays is still in use.

This Box-Jenkins methodology is the origin Engle's ARCH model. The author introduced this family in the early 80's, since then, the variety of versions as well as the range of applications have grown exponentially. Despite its advantages, the empirical application of ARCH turns out to be difficult, throwing sometimes poor results. It's then, looking for parsimony and better results, when GARCH models appeared.

GARCH family is one of the most common families of models when it comes to model asset returns' volatility. This family was initially developed by Robert Engle, but it was Tim Bollerslev who gave a more practical approach to these processes. The main advantage of these models is that they provide similar results to long those given by ARCH models, but with some gains in terms of parsimony and robustness.

However, GARCH has its own limitations. These processes have some problems that arise when they are implemented. The main disadvantage of these GARCH models is its inefficiency when trying to model the existing asymmetries in financial time series, caused by imbalances between assets' reactions to good and bad news.

As a solution to the problem of modelling exposed for GARCH, several authors, such as Zakoian or Nelson, propose some versions from the original GARCH, as TGARCH or EGARCH models, providing different solutions to the problem.

In the final section of the essay, with the aim of illustrating the theoretical framework exposed initially, an analysis of a financial time series will be carried out. This series is none other than one of the European benchmark index, Britain's FTSE 100. From this analysis we will try to draw some conclusions about both the time series and the methodology.

1. INTRODUCCIÓN

Desde hace años, los mercados financieros juegan un rol crucial como canalizadores del ahorro y catalizadores del crecimiento mundial. Es por esta razón que, en paralelo al desarrollo de estos mercados se han ido desarrollando una serie de metodologías que tratan de entender y prever la evolución de precios, cotizaciones... De este modo, el análisis de series temporales financieras ha ido acaparando más y más atención con el paso del tiempo. No obstante, es en 1982, a raíz de una publicación de Robert Engle, cuando este campo de estudio comienza a recibir especial atención.

Modelos como los ARCH de Engle (Engle R. F., 1983) o el de valoración de opciones de los premios Nobel Myron Scholes y Robert Merton (Nobel Prize Committee, 1997), han probado ser de gran utilidad tanto en el ámbito académico como profesional. Sin embargo, situaciones como la el crack de 1929, la quiebra de Long Term Capital en 1998 o la crisis financiera de 2007 han puesto de manifiesto las limitaciones de muchas de estas técnicas. Algunos autores como Taleb (2011), afirman incluso, que tales métodos son totalmente ineficientes a la hora de estudiar el comportamiento de los mercados financieros, sosteniendo su argumento bajo la hipótesis de que los mercados son completamente aleatorios (Malkiel, 1990), y que por ende, es imposible predecir ningún tipo de comportamiento.

El propósito de este ensayo es familiarizarse con una clase determinada de modelos, los modelos generalizados autorregresivos de heterocedasticidad condicionada o modelos GARCH. Estos modelos gozan de gran popularidad dentro del campo de la econometría financiera, gracias a sus numerosas contribuciones. Para ello, tomaremos como punto de partida una de las metodologías más populares dentro del campo del análisis de series temporales, la metodología Box-Jenkins (1970).

Con el objetivo de profundizar en esta familia de modelos de una forma tanto teórica como práctica, este ensayo incluye tres apartados aparte de esta sección introductoria: marco teórico, aplicación empírica y conclusión.

En el primero de esos tres apartados se llevará a cabo un estudio de los conceptos básicos que fundamentan el análisis de series temporales. Siguiendo con la confección de ese marco teórico, se analizarán una serie de modelos, partiendo de los más básicos como los ARMA o ARIMA, hasta llegar a otros modelos más complejos como los ARCH, predecesores de los modelos GARCH.

En el segundo apartado, se procederá con un análisis empírico de la serie temporal del FTSE 100, índice bursátil europeo de referencia dado su volumen de negociación. Dicho análisis comprenderá desde la búsqueda de estacionariedad en la serie, hasta el cálculo de las predicciones pertinentes. El objetivo principal de esta sección es el de ilustrar todos los conceptos incluidos en el marco teórico, a través de un análisis cuantitativo llevado a cabo bajo el enfoque de la metodología Box-Jenkins.

Finalmente, se incluirá un capítulo a modo de conclusión, donde se recogerán todos los aspectos a destacar de los ensayos, tanto teóricos como prácticos. Serán incluidos también en este apartado algunos comentarios sobre el análisis de series temporales financieras y los resultados del análisis empírico.

2. MARCO TEÓRICO

En este apartado se llevará a cabo la confección del marco teórico de este ensayo. Una vez expuestos algunos conceptos básicos, se pasará al análisis de los modelos, el cual culminará con el modelo GARCH y sus variantes.

2.1 CONCEPTOS ESTADÍSTICOS BÁSICOS

Para comenzar vamos a definir un proceso estocástico como un conjunto de variables aleatorias que varían en el tiempo tal que:

$$\{y_t\}_{t=-\infty}^{\infty} | F(y_{t-\infty}, y_{t-1-\infty}, \dots, y_t, \dots, y_{t+\infty}) = F(y_{t+m-\infty}, y_{t+m-1-\infty}, \dots, y_{t+m}, y_{t+m+1}, \dots, y_{t+m+\infty}) \quad (2.1)$$

Partiendo de la expresión 2.1, es posible acuñar el concepto de estacionariedad en sentido débil: Si los momentos de primer y segundo orden de un proceso estocástico son finitos y constantes en función del tiempo, entonces podremos afirmar que estamos ante proceso estacionario en sentido débil.

La relevancia del concepto de estacionariedad estriba en el hecho de que en el campo de las finanzas no se puede realizar experimento alguno, los investigadores tan solo tienen como única herramienta la observación. A consecuencia de esto, las series temporales financieras que queremos analizar se convierten en una muestra cuyo tamaño es uno. Efectivamente, aunque dispongamos de un número n datos, esto representará una sola serie del proceso estocástico que subyace, lo cual nos imposibilitaría estimar el modelo ya que tendríamos más parámetros que datos de la serie.

Este mismo concepto de estacionariedad puede ser aplicado también al ruido blanco (ε_t), que no es más que un proceso estocástico con ciertas particularidades. Dentro de estas particularidades cabe destacar su esperanza que es nula, su varianza constante y la independencia de las variables por las que está integrado para cada valor de t .

Sin embargo, el hecho de que no exista autocorrelación entre una variable y sus retardos, tan solo implica que no se pueden identificar relaciones lineales entre dichas variables, lo cual no es excluyente a la hora de identificar relaciones no lineales.

De la misma manera, es posible la existencia de un proceso que sea definido a partir de ε_t , donde la varianza condicional no sea constante mientras que los dos primeros momentos muestrales al igual que la media condicional sí que lo sean (Tsay, 2010).

Estos dos últimos conceptos, junto con la definición de estacionariedad, constituyen una de las bases de partida de los modelos que desarrollaremos más adelante.

A continuación, se procede a explicar la metodología Box-Jenkins, cuyo enfoque será el empleado posteriormente en el análisis de los modelos y la aplicación práctica de los mismos.

2.2 METODOLOGÍA BOX-JENKINS

El método Box-Jenkins (1973) de análisis de series temporales parte de un enfoque de modelización iterativo dividido en cuatro fases: identificación, estimación, diagnosis y predicción.

La fase de identificación del modelo constituye un proceso de búsqueda de estacionariedad en la serie temporal a través de transformaciones en la misma tales como la aplicación de diferencias o logaritmos. A continuación, se trata de determinar los componentes habrán de ser incluidos para confeccionar el modelo tentativo: términos autorregresivos (AR), medias móviles (MA) o ambos (ARMA). Para ello, los creadores de este método, proponen el uso de los gráficos de las funciones de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (PACF), junto con algunos criterios de información como el de Akaike (1973) o el de Hannan-Quinn (1979).

La segunda de las fases está constituida por la estimación de los parámetros, haciendo uso de algoritmos matemáticos iterativos con el fin de obtener coeficientes que adapten el modelo tentativo a la serie temporal analizada. Los métodos más comunes en el proceso de estimación son los procesos de máxima verosimilitud o mínimos cuadrados no lineales, con algoritmos como el de Newton-Raphson (Ypma, 1995).

La fase de diagnóstico engloba un conjunto de contrastes destinados a probar el ajuste del modelo. Para ello, los residuos del modelo serán analizados en busca de autocorrelación. También serán objeto de análisis la constancia en el tiempo de la media y la varianza de la serie. En el caso concreto de este ensayo, con el fin de profundizar en el análisis, también se realizarán algunos contrastes como el estadístico Ljung-Box (1978).

La etapa de predicción constituye un proceso por el cual, a raíz de los resultados de las tres primeras etapas, se procede a realizar una proyección de los valores futuros de la serie temporal objeto de análisis.

2.3 MODELOS

En este apartado procedemos a la exploración de los modelos, partiendo de aquellos más simples hasta llegar a los modelos GARCH y algunas de sus variantes, pasando por la familia ARCH.

2.3.1 Modelo ARIMA

Con la intención de explicar la familia de modelos ARIMA, estableceremos como punto de partida los modelos ARMA, los cuales suponen el punto de partida de dichos procesos.

Para comenzar definiremos los modelos AR o autorregresivos. Estos modelos son aquellos en los cuales la variable dependiente queda definida por uno o varios de sus retardos. Estas series establecen una relación entre dichas variables tal que:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_k y_{t-k} + a_t \quad (2.2)$$

En ocasiones, llevar a la práctica estos modelos autorregresivos (AR) resulta una tarea difícil, ya que pueden precisar de un número elevado de parámetros para describir de una forma adecuada la estructura dinámica que poseen los datos. Con el objetivo de superar esta dificultad, son introducidos los modelos autorregresivos con promedios móviles incorporados (Box, Jenkins, & Reinsel, 1994), es decir la familia ARMA.

Un modelo ARMA combina polinomios AR y MA de forma compacta, reduciendo así el número de parámetros necesarios en la estimación. En el caso de las series temporales financieras, la aplicación de los modelos ARMA es escasa (Tsay, 2010), ya

que generalmente solo son empleados para capturar la volatilidad de ciertos productos financieros.

A continuación, analizaremos el modelo ARMA (1,1), cuya especificación es la siguiente:

$$y_t - \phi_1 y_{t-1} = \omega + a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad (2.3)$$

Donde a_t y a_{t-1} representan un ruido blanco y su retardo, e y_t es una serie temporal, cuyo retardo viene dado por y_{t-1} . Así pues distinguimos dentro la expresión 2.3, los componentes AR y MA a izquierda y derecha de la misma.

Cabe afirmar que para que proceso estocástico estacionario pueda ser formulado a través de una expresión como la anterior ha de cumplir con ciertas condiciones:

Una de estas condiciones es que ha de ser invertible, lo cual significa que la correlación entre la variable estudiada y sus retardos ha de disminuir a medida que nos movemos en el tiempo, alejándonos del momento cuya correlación estamos analizando.

Así mismo, el modelo ha de cumplir la condición $\phi_1 \neq \theta_1$, ya que sino el modelo quedaría invalidado y estaríamos ante un proceso constituido por ruido blanco.

Un caso particular de los ARMA (p,q), son los modelos ARIMA(p,d,q)(P,D,Q). Dentro de la expresión de estos modelos podemos encontrar dos términos: Por un lado (p,d,q), que hace referencia a la parte regular del modelo, por el otro lado (P,D,Q) se refiere la parte estacional del mismo.

Estos modelos ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) son procesos que una vez diferenciados "d" veces, siguen la misma estructura que un modelo ARMA(p,q), ya que el fin de estos procesos de diferenciación no es otro que extraer las posibles fuentes de no estacionariedad.

La expresión matemática del modelo ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) es:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t \quad (2.4)$$

Una variante de estos modelos ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) es el llamado Paseo Aleatorio, que tiene lugar cuando la expresión está compuesta única y exclusivamente por el retardo de la variable de la serie temporal y un término de ruido blanco. Esta variante es la base de las familias de modelos ARCH y GARCH que analizaremos en último lugar. Por ende, esta variante de los modelos merece dedicar un apartado a analizar su especificación y propiedades.

2.3.2 Paseo Aleatorio

Podemos definir el paseo aleatorio como un proceso donde el valor de una variable (y_t) en el periodo t está compuesto por su valor en el periodo $t-1$ (y_{t-1}), un término constante o deriva y un término de error definido como un ruido blanco (ε_t). La especificación de dicho modelo es la siguiente:

$$y_t = y_{t-1} + \delta + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

Dentro de la expresión 2.5, observamos que δ actúa como una tendencia. En el caso de que este parámetro fuese mayor que cero estaríamos ante un tendencia creciente en nuestra serie, mientras que si δ fuese negativo esa tendencia sería decreciente.

Una de las principales implicaciones de estos modelos es que su predicción para el período $t+1$ no es otra que su valor pasado, es decir, el valor de la serie en el instante t , imposibilitando así predecir los cambios de la variable de un periodo a otro. Así mismo, podemos demostrar que este proceso puede ser estacionario en media pero no así en varianza (Tsay, 2010):

$$E(y_t) = (y_0 + \delta t + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}) = y_0 + \delta \quad (2.6)$$

Dada la expresión 2.6, si $\delta \neq 0$, podemos afirmar que el paseo aleatorio no será estacionario en media y viceversa. Mientras, su varianza queda recogida por la siguiente expresión:

$$E(y_t - E(y_t))^2 = \sum_{j=0}^{t-1} E(\varepsilon_{t-j}^2) = \sigma_\varepsilon^2 t \quad (2.7)$$

Como muestra la figura 2.7, la varianza del paseo aleatorio tiene tendencia, lo cual hace del paseo aleatorio un proceso no estacionario en varianza.

La relevancia de esta variante de los modelos ARIMA reside en el hecho de que numerosas series, tanto económicas como financieras, siguen un patrón muy similar o incluso idéntico. Como veremos más adelante, tanto los modelos ARCH como los modelos GARCH están basados en algunos de los conceptos fundamentales del paseo aleatorio.

2.3.3 Modelo ARCH(p,q)

La literatura existente a día de hoy acerca de los modelos ARCH tiene su origen en un artículo de Robert Engle (1982), donde se introduce esta familia de modelos con el fin de analizar la volatilidad de la inflación en el Reino Unido.

Previamente a la generalización del uso de los modelos ARCH, a la hora de predecir la volatilidad en series temporales financieras, la práctica general era introducir un vector de variables exógenas:

$$y_t = x_{t-1} \varepsilon_t \quad (2.8)$$

En esta expresión, x_t constituye un vector de variables exógenas en forma de series temporales que incluye una columna de unos, mientras que ε_t representa un ruido blanco. Sin embargo, esta especificación entraña cierta dificultad, ya que es necesario identificar las causas que provocan la fluctuación de la varianza a lo largo del tiempo, en vez de aceptar el hecho de que medias y varianzas condicionales puedan evolucionar en paralelo.

Otra especificación anterior a la de Engle es la propuesta por Granger y Andersen (1978), quienes introducen como variable condicionante la realización anterior del proceso estudiado:

$$Y_t = Y_{t-1} \varepsilon_t \quad (2.9)$$

A través de esta especificación, los autores obtienen varianzas con valores cero o infinito, lo que hace de ésta una especificación poco atractiva ya que deberíamos

profundizar más en el modelo e introducir algunas variaciones para obtener resultados realmente útiles (Engle R. , 1982).

Como vemos, diversos autores hicieron sucesivas propuestas, pero fue Engle quien generalizó el uso de los modelos ARCH y propuso un enfoque más práctico. La especificación que Engle da a su modelo es la siguiente:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t \quad (2.10)$$

Para $t = 1, 2, \dots, T$, siendo ε_t un proceso de ruido blanco y σ_t la raíz cuadrada de la varianza.

La idea básica de Engle para los modelos ARCH, en su aplicación a las series temporales financieras, es que un shock en el rendimiento de un activo financiero no está autocorrelacionado, pero sí que es dependiente.

Según Engle, la varianza de un proceso puede ser descrita a través de la siguiente función cuadrática:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q y_{t-q}^2, \quad (2.11)$$

Para que la especificación 2.11 pueda funcionar correctamente, es necesario reforzar la estacionariedad y por ende conseguir que sus varianzas sean positivas. Para ello podemos establecer los siguientes supuestos sobre los parámetros del modelo (Nelson & Cao, 1992):

$$\begin{aligned} \alpha_0 &\geq 0 \\ \alpha_i &< 0, i = 1, \dots, q \end{aligned}$$

Así como el supuesto de estacionariedad estricta (Gourieroux, 1997):

$$\sum_i \alpha_i < 1$$

Aunque no son necesarias, estas restricciones sobre los parámetros garantizan que la varianza condicional sea positiva en todos los períodos. Realmente, lo que se intenta a través de estas restricciones es que una vez que el modelo haya sido estimado, genere una serie de varianzas positivas, lo cual no es incompatible con el hecho de que algunos de los coeficientes estimados sean negativos. Esto debe tomarse como un contraste de validez del modelo, ya que este no sería aceptable si generase varianzas estimadas negativas.

La restricción de Gourieroux de lo que se encarga, es de garantizar que el proceso sea estacionario en varianza. Para que esto suceda es necesario que las raíces del polinomio característico estén fuera del círculo unitario, es decir, que tengan un valor absoluto superior a uno. En el caso de ser raíces complejas, deberán tener un módulo mayor que uno.

Por otro lado, si condicionado a la información disponible en $t-1$, ε_t sigue una distribución Normal, y_t seguirá por su parte también una distribución Normal ya que:

$$y_t = \varepsilon_t \sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=0}^q \alpha_i y_{t-i}^2} \quad (2.12)$$

Donde los componentes dentro de la raíz son conocidos en $t-1$. Así pues, la varianza condicional de y_t se podrá expresar de la siguiente manera:

$$Var(y_t|y_{t-1}, y_{t-2}, \dots) = \alpha_0 + \sum_{i=0}^q \alpha_i y_{t-i}^2 \quad (2.13)$$

Por otro lado, la distribución incondicional es más difícil de caracterizar como consecuencia de la no linealidad entre y_t y ε_t . Este hecho propicia que desaparezca la equivalencia entre ausencia de correlación e independencia. A pesar de esto, podemos comprobar que dicha distribución es simétrica, ya que todos sus momentos de orden impar son iguales a cero. Si definimos la variable v_t como $v_t = y_t^2 - \sigma_t^2$, donde $E(v_t) = 0$, entonces el proceso descrito podría reescribirse como:

$$y_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=0}^q \alpha_i y_{t-i}^2 + v_t \quad (2.14)$$

La figura 2.14 nos muestra una interpretación del modelo ARCH(q) cuando no existe una estructura de variables que expliquen la media del proceso. Dicha expresión representa un proceso AR(q), el cual podría representar los rendimientos de un activo financiero.

Así mismo, la varianza condicional de dicho proceso vendría dada por la siguiente ecuación:

$$\sigma_y^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=0}^q \alpha_i} \quad (2.15)$$

De este modo, los valores de y_t no son independientes, a pesar de no estar correlacionados, dada la relación existente entre sus segundos momentos.

Buscando conocer más en profundidad este modelo ARCH(q), a continuación introducimos el modelo ARCH(1) que viene dado por la expresión:

$$y_t = \varepsilon_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2} \quad (2.16)$$

Donde la expresión de la varianza incondicional es:

$$\sigma_y^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (2.17)$$

mientras que su esperanza y varianza condicionales son:

$$E_{t-1}(y_t) = \left(\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2} \right) E_{t-1}(\varepsilon_t) = 0 \quad (2.18)$$

$$Var_{t-1}(y_t) = E_{t-1}(\varepsilon_t^2) (\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (2.19)$$

Dada la expresión 2.19, podemos afirmar que la varianza condicional no permanece constante, ya que varía en función de realización de la serie temporal.

De la misma manera podemos expresar la esperanza y varianza incondicionales tal que:

$$E(y_t) = E \left(\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2} \right) E(\varepsilon_t) = 0 \quad (2.20)$$

$$Var(y_t) = E(\varepsilon_t^2) E(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(y_{t-1}^2) \quad (2.21)$$

Dadas estas expresiones, podemos concluir que si el parámetro α_0 es inferior a la unidad en valor absoluto, el proceso y_t será estacionario y por ende $E(y_t^2) = E(y_{t-1}^2)$. Este hecho desemboca en una varianza incondicional constante:

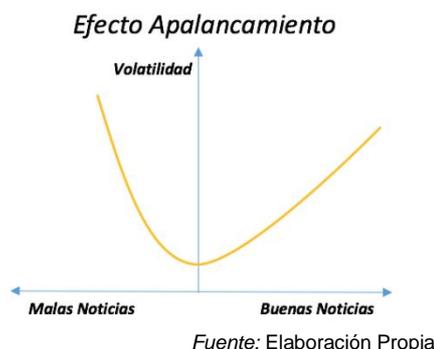
$$\sigma_y^2 = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \quad (2.22)$$

En cuanto a la autocovarianza de orden τ , $\tau > 1$ para el modelo ARCH(1):

$$E(y_t y_{t-\tau}) = E\left(\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2} y_{t-\tau}\right) E(\varepsilon_t) = 0 \quad (2.23)$$

Si nos fijamos en esta figura 2.23, podemos afirmar que el modelo no está autocorrelacionado, lo que hace de él un modelo apto para el análisis de series temporales financieras dado que la existencia de efectos ARCH no contradice la hipótesis de mercados eficientes (Fama, 1970): Si consideramos que la rentabilidad de un activo r_t sigue un proceso ARCH sin variables explicativas, entonces su esperanza condicionada será nula.

A pesar de su utilidad, estos modelos ARCH también tienen una serie de limitaciones que dejan su validez en entredicho. Por una lado, al emplear una función cuadrática para calcular la varianza (2.11), se asume que los shocks positivos en los afectan del mismo modo a la volatilidad de precios y cotizaciones que los shocks negativos; esto impide estimar apropiadamente el *efecto apalancamiento* discutido por autores como Black (1976) y Christie (1982), quienes llegan a la conclusión de que los shocks negativos afectan más intensamente a la volatilidad de los activos financieros que los shocks positivos:



Así pues, los modelos ARCH no son capaces de capturar este efecto, ya que asumen que la intensidad es la misma tanto para shocks positivos como negativos.

Finalmente, cabe mencionar que estos modelos son una buena herramienta para analizar el comportamiento de la varianza condicional del retorno de los activos, pero no aportan ninguna pista sobre cuáles son las causas de dichas variaciones. Del mismo modo podemos añadir que son propensos a exagerar algunos shocks, ya que responden lentamente ante aquellos de mayor tamaño.

Tras analizar algunos de los problemas que tienen estos modelos a la hora de ser aplicados, podemos observar que aunque sus carencias son varias, representan un buen punto de partida para hablar de la siguiente familia de modelos, la familia GARCH(p,q).

2.3.4 Modelo GARCH(p,q)

A pesar de ser un modelo de especificación sencilla, el modelo ARCH tiene un problema a la hora de ser implementado, pues como ya hemos mencionado, en ocasiones el número de retardos necesarios para estimar la varianza condicionada del modelo es demasiado alto. Esto hace que su estimación se dificulte, debido al gran número de iteraciones necesarias para estimar lo que en ocasiones supone pérdidas de precisión en la estimación.

Tras generalizar la especificación de la familia ARCH, Engle introdujo ciertas restricciones a estos modelos, ver: Engle (1983) y Engle y Kraft (1983). Siguiendo esta línea temática, surge una variante introducida por el econométra Tim Bollerslev, el modelo GARCH (Bollerslev, 1986).

GARCH son las siglas de Generalized Autorregresive Conditional Heterokedasticity. Este modelo GARCH (p,q) queda descrito de la siguiente manera:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t \quad (2.24)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2, \quad (2.25)$$

A este modelo, con el fin de garantizar que varianza condicional estimada sea positiva en todos los períodos, podemos aplicarle las siguientes condiciones:

$$\omega > 0$$

$$\alpha_i, \beta_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$$

La esperanza de este modelo GARCH(p,q) es cero, y su varianza viene dada por la siguiente expresión:

$$Var(y_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i - \sum_{i=1}^p \beta_i} \quad (2.26)$$

Así, nuevamente la distribución es incondicionalmente homocedástica.

Siguiendo con la innovación definida para el modelo ARCH(q), $v_t = y_t^2 - \sigma_t^2$, podemos describir el modelo GARCH(p,q) del siguiente modo:

$$y_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=0}^{\tau} (\alpha_i + \beta_j) y_{t-i}^2 - \sum_{i=0}^{\tau} \beta_j (y_{t-j}^2 - \sigma_{t-j}^2) + v_t \quad (2.27)$$

Donde $\tau = \max(p, q)$. Del mismo modo, $E(v_t) = 0$, por lo cual a efectos de la ecuación anterior, esta expresión puede ser considerada la innovación. Fruto de todo esto, si aplicamos un modelo GARCH(p,q) a la rentabilidad y_t de un activo financiero, puede ser interpretado como un modelo ARMA para y_t^2 , cuya estimación sería ineficiente.

A continuación, con el fin de arrojar un poco más de luz sobre la familia GARCH analizaremos el modelo GARCH(1,1) cuya varianza queda especificada tal que:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha y_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (2.28)$$

Siempre bajo las restricciones habituales de no negatividad de los parámetros, las cuales implican que alfa y omega han de ser mayores que cero, beta ha de ser mayor o igual que cero y que la suma de alfa y beta ha de ser inferior a la unidad.

Así mismo, las varianzas condicional e incondicional para este modelo son:

$$Var_{t-1}y_t = \sigma_t^2 \quad (2.29)$$

$$Var(y_t) = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta} \quad (2.30)$$

Por otro lado, este GARCH(1,1) puede ser reescrito como:

$$y_t^2 = \omega + (\alpha + \beta)y_{t-1}^2 - \beta(y_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2) + (y_t^2 - \sigma_t^2) \quad (2.31)$$

De la expresión 2.31, cabe destacar que sus dos últimos términos cuentan con una esperanza condicional igual a cero, lo cual hace que este modelo se asemeje al modelo ARMA(1,1).

Al igual que sucedía con el modelo ARCH(q), a pesar de que la distribución condicional del que sigue el proceso sea Normal cuando sucede esto mismo con ε_t , su distribución incondicional será desconocida, a pesar de que se sabe que su esperanza es cero y su varianza viene dada por la expresión 2.28.

Una vez analizados la versión general del modelo GARCH y su variante para $p=1$ y $q=1$, pasamos a explicar algunas de sus limitaciones.

A pesar de la utilidad de esta familia, Nelson (1991), encuentra ciertas debilidades en estos procesos, tales como el hecho de que las restricciones de no negatividad de los parámetros son difíciles de lograr en muchas ocasiones.

Así mismo, este autor observa que dichos modelos no logran estimar convenientemente el efecto de apalancamiento, al igual que sucedía con los modelos ARCH. Este mismo problema es considerado por algunos otros autores como Gazda (2003) o Enocksson (2012) como la principal limitación práctica de estos procesos .

Por el otro lado, autores como Gouriéroux (1997), apuntan que aunque los GARCH están diseñados explícitamente para modelizar varianzas condicionales que no son constantes en el tiempo, a menudo no logran captar los fenómenos altamente irregulares como los “cracks” en los mercados. Esto nos lleva a pensar que esta familia de modelos solo es útil en situaciones en las que los mercados permanecen “estables”.

A pesar de sus problemas, este modelo ofrece con unos parámetros p y q pequeños, resultados al menos tan satisfactorios como los de un ARCH de un orden mucho mayor. Prueba de esto es que Bollerslev demostró que aunque el modelo ARCH(8) de Engle y Kraft (1983) para la tasa de inflación en el deflactor del PIB parece eliminar todos los efectos ARCH, el modelo GARCH(1,1) lograba unos resultados similares.

2.3.5 Modelo IGARCH(p,q)

Las siglas IGARCH hacen referencia a Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic o modelo generalizado autorregresivo integrado de heterocedasticidad condicionada.

El propósito de esta variante de los modelos GARCH(p,q), no es otro que estimar de una forma conveniente el *efecto apalancamiento*. Para lograrlo el modelo supone que la varianza incondicional es finita:

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i < 1 \quad (2.32)$$

Por tanto, si suponemos que $(1 - \alpha_i) = \beta_i$:

$$\sigma_t^2 = \omega + (1 - \alpha_i)(y_t^2 - \sigma_{t-1}^2) + \alpha_i \sigma_{t-1}^2 \quad (2.33)$$

Es así como Engle y Bollerslev (1986), autores de este modelo, lo definen. Esta definición hace que el efecto de la varianza condicional no desaparezca nunca, a diferencia del modelos GARCH(1,1), transcurriendo múltiples periodos de tiempo hasta que la varianza alcance de nuevo el valor medio.

Este modelo ha recibido diversas críticas, una de las más populares es la realizada por Nelson (1991), el cual basa su análisis en tres puntos clave:

- La dificultad para lograr que los parámetros no sean negativos.
- La incapacidad de nuevo de estimar el llamado efecto apalancamiento.
- La dificultad que entraña implementar estos modelos IGARCH, dado lo confuso que es el término de persistencia en varianza que Engle y Bollerslev aportan.

Es así como surge el modelo EGARCH, cuya especificación es más general y acaba con los problemas a la hora de replicar apropiadamente la asimetría en los shocks.

2.3.6 Modelo EGARCH(p,q)

En 1990, Pagan y Schwert (1990), y posteriormente en 1991 Nelson (1991), desarrollan una nueva variante del modelo GARCH, el EGARCH (modelo exponencial generalizado, auto-regresivo, condicionalmente heterocedástico). Es este modelo el que acaba con las asimetrías en la estimación del efecto de los shocks, al implementar una función $g(\varepsilon_t)$ de las innovaciones ε_t , que son variables igual e independientemente distribuidas de media cero, y en las que por tanto el valor de las innovaciones queda recogido por medio de la expresión $|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)$. Matemáticamente:

$$g(\varepsilon_t) = \delta \varepsilon + \alpha[|\varepsilon_t|] - E[|\varepsilon_t|] \quad (2.34)$$

Por ello podemos especificar el modelo exponencial generalizado autorregresivo de heterocedasticidad condicionada o EGARCH como:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t, \text{ donde } \ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^q \beta_i \ln(\sigma_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^p \theta_j g(\varepsilon_{t-j}),$$

A la luz de esta especificación podemos extraer algunas conclusiones como que el hecho de incluir logaritmos neperianos relaja el supuesto de positividad de los coeficientes.

Como vimos, el modelo GARCH tiene una curva de impacto de noticias de forma simétrica y centrada. Esto implica que todos los shocks van a repercutir sobre la volatilidad del activo de la misma manera. El modelo EGARCH por su parte da pie, gracias a sus propiedades, a que los shocks positivos o negativos afecten a la volatilidad de diferentes maneras, ya que el uso de $g(\varepsilon_t)$, permite que el modelo responda asimétricamente a los shocks positivos y negativos.

No obstante, este modelo tiene ciertos problemas, el principal es que bajo distribuciones leptocúrticas como la t de Student ya que entonces no existe la varianza incondicional. La razón es que el crecimiento exponencial de la varianza condicional cambia con el nivel de los shocks, lo que conduce a la varianza incondicional a dispararse cuando la probabilidad de los shocks es lo suficientemente grande. Por ende, la existencia de los momentos incondicionales depende de la elección en términos de distribución, lo cual es una propiedad indeseable de los modelos EGARCH.

Cabe añadir también, que en algunos estudios empíricos se ha encontrado evidencias de que el modelo EGARCH a menudo tiende a magnificar los efectos de los shocks más grandes en términos de volatilidad, lo cual provoca que en ocasiones los modelos EGARCH se ajusten peor incluso que los modelos GARCH estándar (Engle y Ng, 1993).

2.3.7 ModeloTGARCH(p,q)

La idea del modelo TGARCH (Treshold GARCH) es dividir la distribución de los shocks en intervalos disjuntos, para luego aproximar una función lineal por tramos bien para la desviación estándar condicional (Zakoian, 1994), bien la varianza condicional (Glosten, Jaganathan, & Runkle, 1993). Si sólo hay dos intervalos, la división es normalmente en un umbral identificado con el número cero, donde la influencia de los shocks positivos se identifica con valores por encima de cero y negativos por debajo de este valor. En este caso, el modelo de orden TGARCH(p,q) se puede especificar como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^s (\alpha_i + \gamma_i N_{t-i}) a_{t-i}^2 \sum_{j=1}^m \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.35)$$

Donde N_{t-i} es un indicador de a_{t-i} :

$$N_{t-i} = \begin{cases} 1 & \text{si } a_{t-i} < 0 \\ 0 & \text{si } a_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

α_i, γ_i y β_j son parámetros no negativos que satisfacen la misma condición que en el modelo GARCH general. En esta expresión, un shock positivo contribuye a la varianza $a_{t-i}^2 \alpha_i$ mientras que un shock negativo, de mayor calado que los positivos a consecuencia del efecto apalancamiento, contribuiría en la magnitud $\gamma_i N_{t-i} a_{t-i}^2$. Dichos impactos quedan distribuidos por encima y debajo del valor cero, el cual actúa como umbral para separarlos.

Así pues, tras esta referencia al modelo TGARCH(p,q) damos por terminada la sección teórica de este ensayo. A continuación, se procederá con la aplicación empírica de algunos de los modelos expuestos en esta sección, tras una breve explicación de los métodos, herramientas y datos que se utilizarán a lo largo de dicha aplicación.

3. APLICACIÓN EMPÍRICA

En esta parte del ensayo se llevará a cabo una aplicación de la familia de modelos estudiada. Como hemos podido ver a lo largo de la exposición del marco teórico, cada modelo complementa al anterior sucesivamente; en consecuencia podemos decir que los modelos GARCH podrían postularse como candidatos a ser analizados de entre los modelos expuestos, ya que solucionan parte de los problemas en sus antecesores, introduciendo nuevos supuestos o relajando algunos de los anteriores, buscando adaptarse mejor a las series temporales financieras.

Para implementar estos modelos ha sido seleccionada una serie financiera concreta, el FTSE 100 o Financial Time Stock Exchange, un índice que recoge las cotizaciones de las 100 firmas de mayor capitalización de la bolsa de Londres.

Se trata del índice europeo con mayor capitalización (1.726.033,15 millones de Libras Esterlinas o lo que es lo mismo, 70% de la capitalización total de la bolsa londinense)¹ de ahí su relevancia y el interés de su estudio.

El índice es construido ponderando los valores que lo forman en función de su capitalización bursátil ajustada por el capital flotante²(dicha composición se revisa trimestralmente). Todo el capital del valor será incluido en el cálculo de su capitalización de mercado, sujeto a las siguientes restricciones en el capital flotante:

- Las inversiones en una empresa integrante del índice por parte de otra empresa.
- Las participaciones gubernamentales.
- Carteras de inversión sujetas a cláusulas que limiten la venta de sus activos.

Entre las empresas que forman parte del índice FTSE-100 se encuentran algunas como, por ejemplo BHP Billiton, Vodafone Group, BP, Barclays, HSBC, Tesco,...

Los datos de dicho índice han sido obtenidos de la base de datos Datastream, respaldada por la firma Thomson Reuters, que opera como proveedor de información financiera desde 2008.

Esta serie está recogida con una frecuencia semanal, buscando capturar parte de la volatilidad diaria y a la vez abarcar un espacio temporal amplio. Dicho período se encuentra comprendido entre las fechas del 25 de Abril de 1996 y el 28 de Abril de 2016.

Los estadísticos principales de esta serie son:

Media	Varianza	Desv. Típica	Mínimo	Máximo
7693,62	3413886,42	1847,67	4378,69	11141,80

3.1 SOFTWARE

Para analizar la serie escogida, seguiremos los procedimientos descrito en el apartado 2.2, a través de los cual se han desarrollado los paquetes de software que se van a utilizar a la hora de desarrollar los scripts necesarios para la modelización.

El programa estadístico que se va emplear es R, un software de código abierto (gratuito) cuyo mantenimiento corre a cargo del equipo de R Core Team y de la propia comunidad usuarios del software que opera bajo los términos de Free Software Foundations's GNU General Public Licence.

En este caso los paquetes escogidos son "TSA", "fGARCH" y "rugarch". El primero de los paquetes desarrollado por K-S Chan y Brian Ripley que incluye todas las

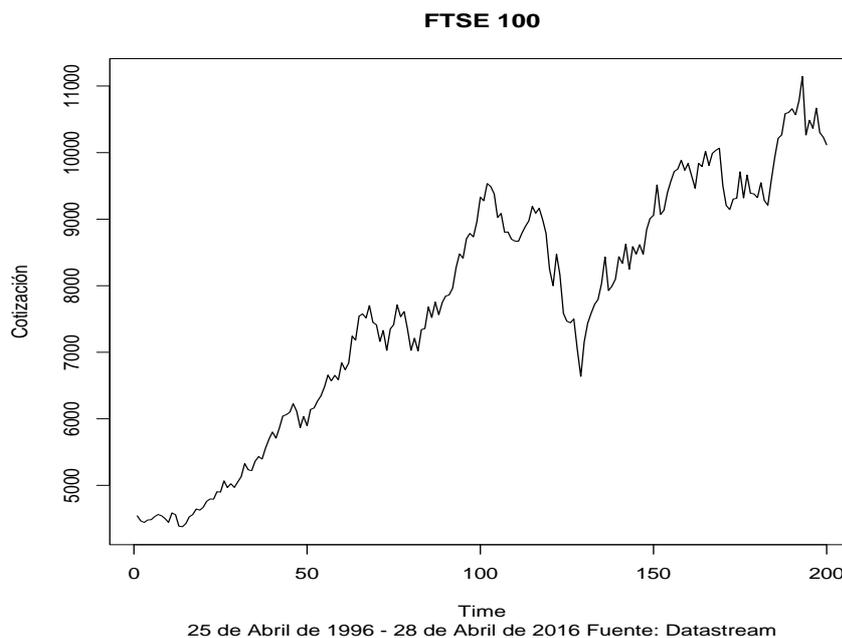
¹DATO PARA EL AÑO 2016. FUENTE:DATASTREAM(THOMSON REUTERS).

²Capital Flotante o Free-Float: Porcentaje acciones del total de una sociedad que es susceptible de ser negociado en los mercados financieros y que no está controlado por accionistas de la firma de forma estable.

herramientas necesarias para el análisis cuantitativo de series temporales, los otros dos desarrollados por Diethelm Wuertz y Alexios Ghalanos incluyen adaptaciones más específicas que permiten implementar modelos de las familias ARIMA, ARCH y GARCH sin la necesidad de redactar todos y cada uno de los procesos internos de estimación de estos modelos.

3.2 FTSE 100

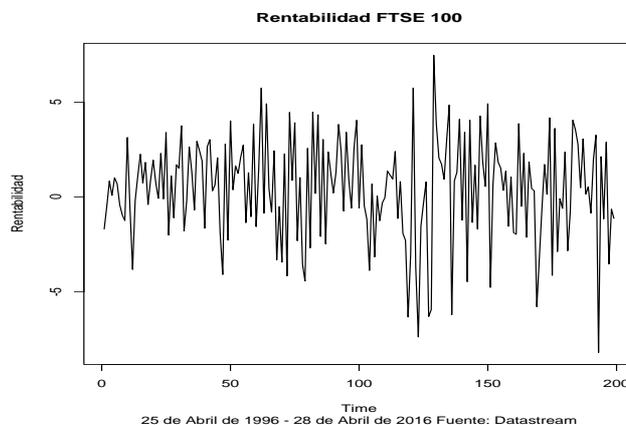
A continuación procedemos a analizar la serie temporal del FTSE 100. En primer lugar analizaremos el gráfico de la serie temporal:



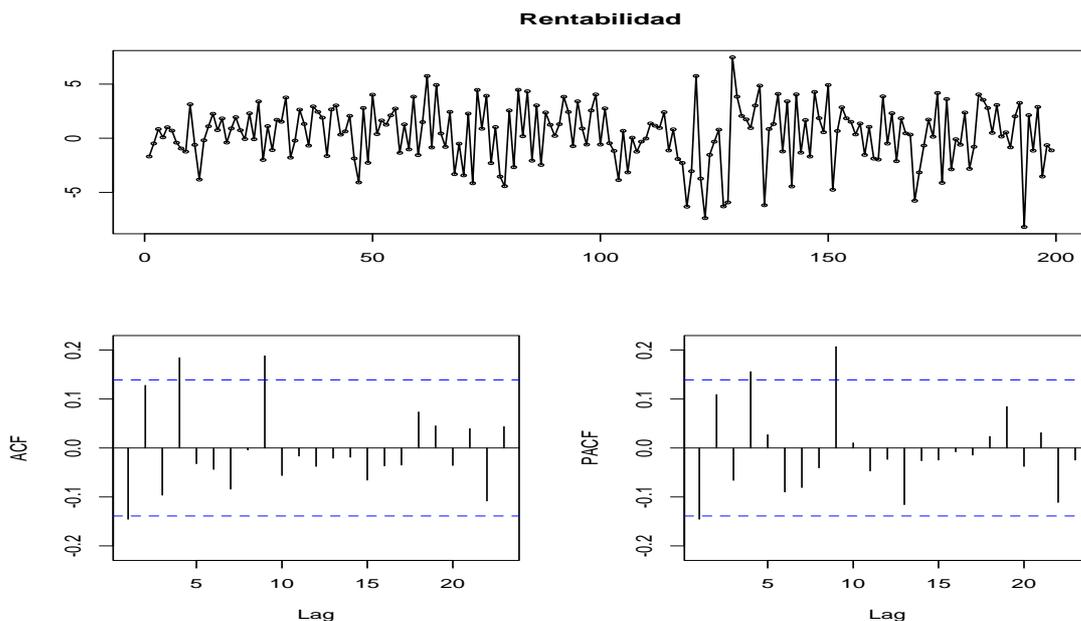
Si nos

fijamos, podemos ver que la serie presenta una clara tendencia alcista a lo largo del tiempo, interrumpida por algunos shocks bajistas de forma puntual.

Por ello, con el fin de extraer toda fuente de no estacionariedad y hacer de esta una serie temporal estacionaria, aplicaremos una diferencia regular y logaritmos. Una vez aplicadas dichas modificaciones obtenemos como resultado la siguiente serie:



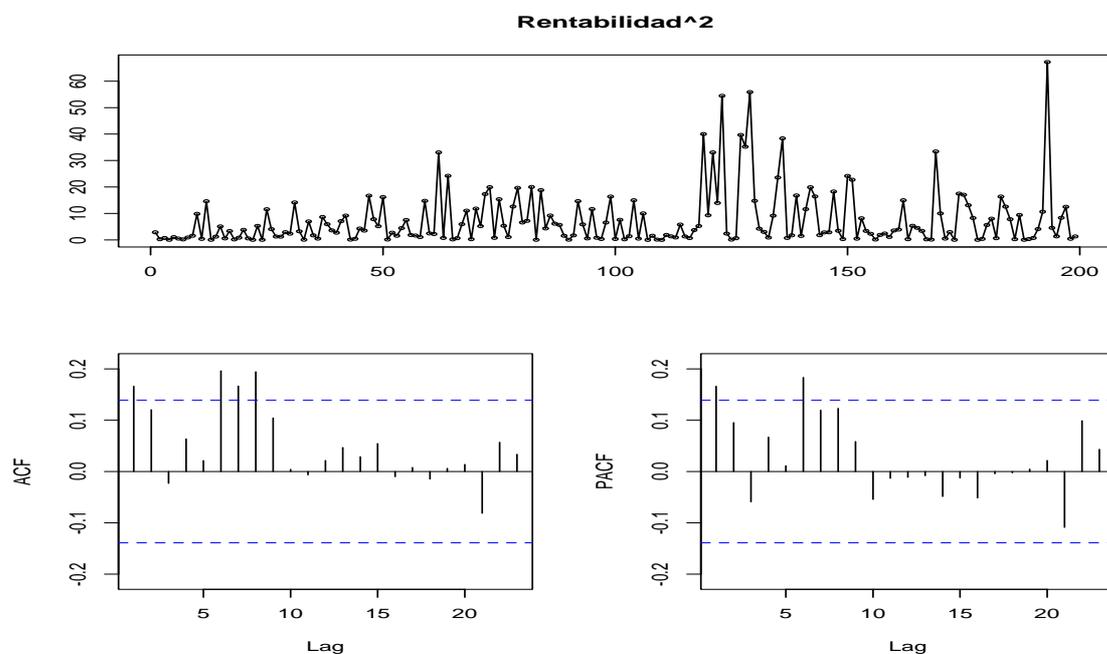
ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES FINANCIERAS



Atendiendo a los dos gráficos de la parte inferior (ACF y PACF), observamos que los primeros retardos de cada uno de estos son significativos, esto pone en tela de juicio el hecho de que la serie pueda seguir un paseo aleatorio. Dado que ambos están justo en el límite, continuaremos bajo el supuesto de que la serie sigue un paseo aleatorio.

Intuimos a la vista del último gráfico también que es posible que los datos puedan seguir la estructura un modelo GARCH, por ello, procedemos a analizar el cuadrado de la serie, así como la ACF y la PACF del mismo para determinar parámetros p y q del posible modelo tentativo GARCH.

La serie de la rentabilidad al cuadrado presenta los siguientes gráficos:



Si nos fijamos en los primeros retardos tanto de la ACF como de la PACF de la rentabilidad al cuadrado, podemos observar que estos resultan ser claramente significativos. Por ello podemos proponer como modelo tentativo el GARCH(1,1) expuesto en el apartado 2.3.4.

Así procedemos a estimar dicho modelo tentativo: los resultados de la estimación quedan recogidos por la siguiente tabla:

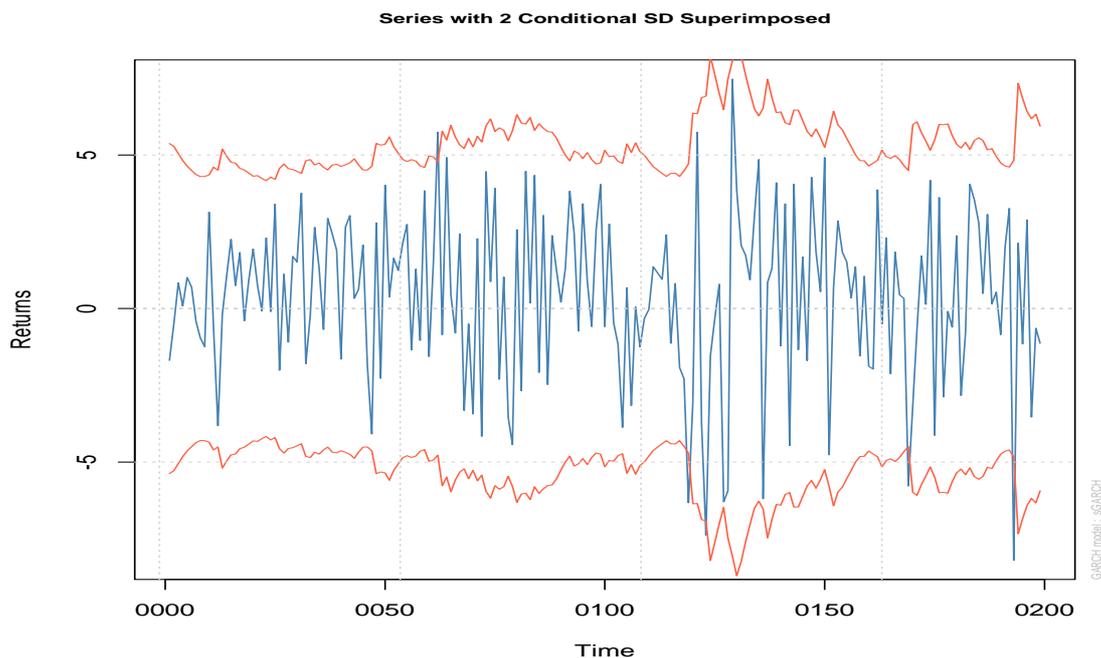
	Estimación	Error Estándar	Valor t	Pr(> t)
μ	0.43862	0.17769	2.4685	0.01357
ω	0.77372	0.93534	0.8272	0.40812
α	0.10846	0.08956	1.2109	0.22594
β	0.78949	0.20173	3.9135	0.00009

Como ya vemos, la varianza tiene signo positivo, ya que los valores que el modelo arroja para los parámetros α , β y ω son todos positivos. Por otro lado, debemos puntualizar que aunque α y β son inferiores a la unidad, su suma tiene un valor muy cercano a uno por lo que la estacionariedad del modelo podría verse afectada.

Así mismo, observamos cómo solo los coeficientes estimados para μ y β resultan significativos para los niveles 0.05 y 0.01 respectivamente. En cuanto a los criterios de información, el modelo arroja los siguientes valores:

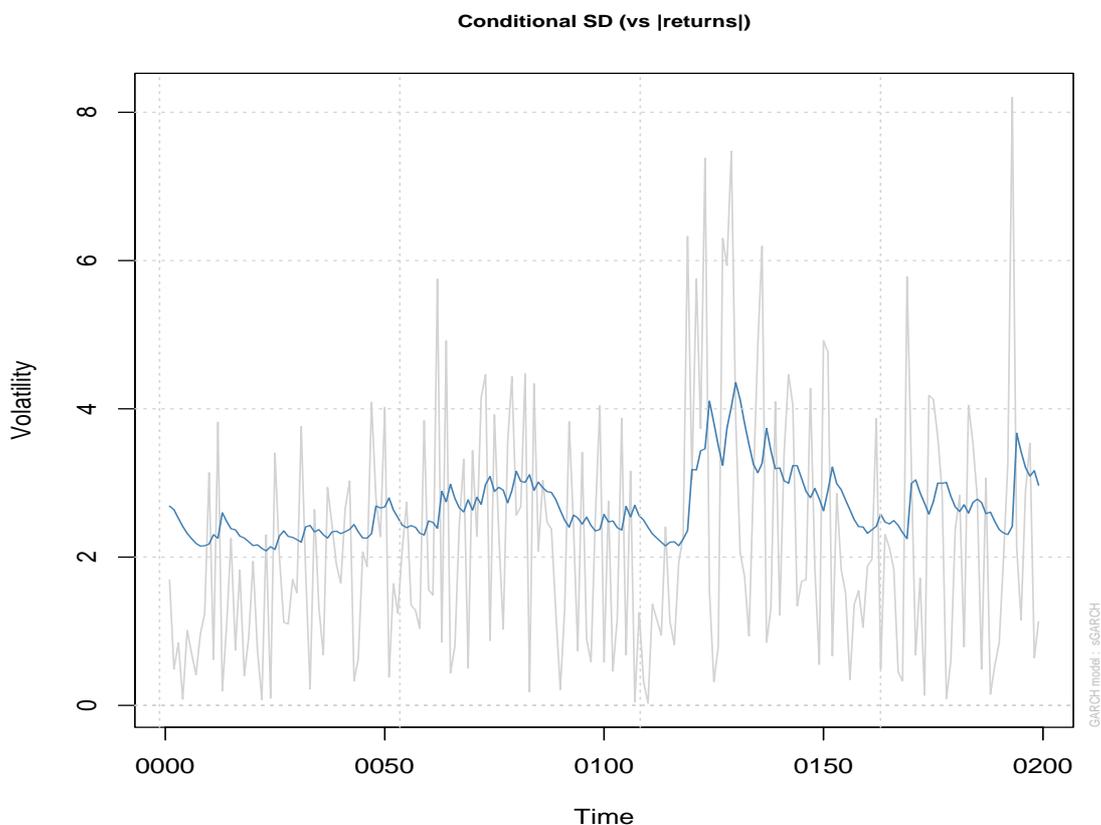
AIC	BIC	HQIC
4,8078	4,8740	4,8345

Continuando con el análisis de este modelo procedemos a analizar algunos gráficos:



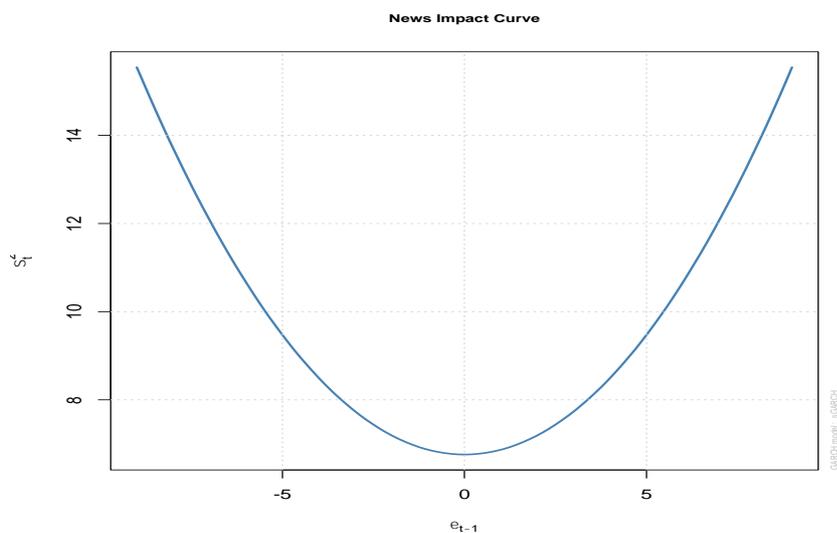
El primero de estos gráficos nos muestra la serie temporal de la rentabilidad del FTSE 100, acompañada por 2 desviaciones estándar. Como vemos dichas desviaciones fluctúan a lo largo del tiempo en el mismo sentido que la serie, lo cual se debe a las propiedades de este modelo GARCH(1,1).

Con el fin de apreciar de una forma más clara cómo reacciona la desviación estándar en términos de volatilidad ante variaciones en la rentabilidad superpondremos ambas dos en un gráfico:



Al superponer ambas series, se puede apreciar que el modelo no es capaz de captar los shocks más. Esto nos lleva a pensar, como ya mencionamos previamente en la exposición teórica, que este modelo solo es útil cuando los shocks fluctúan entre ciertos límites, es decir, cuando los mercados permanecen en relativa calma.

Finalmente, procedemos a analizar la curva de impacto de noticias para ver si la evidencia empírica respalda la crítica central hacia este modelo:



Si nos fijamos en la curva representada, observaremos que esta es simétrica, por ende podemos afirmar que la crítica hacia el modelo GARCH queda evidenciada pues este no es capaz de estimar convenientemente el efecto apalancamiento.

Como solución a este problema, en el segundo de los apartados de este ensayo propusimos varios modelos, entre ellos el modelo EGARCH. Por ello vamos a proponer un modelo tentativo EGARCH(1,1), cuya varianza vendrá especificada por la expresión:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) + \theta_1 g(\varepsilon_{t-1})$$

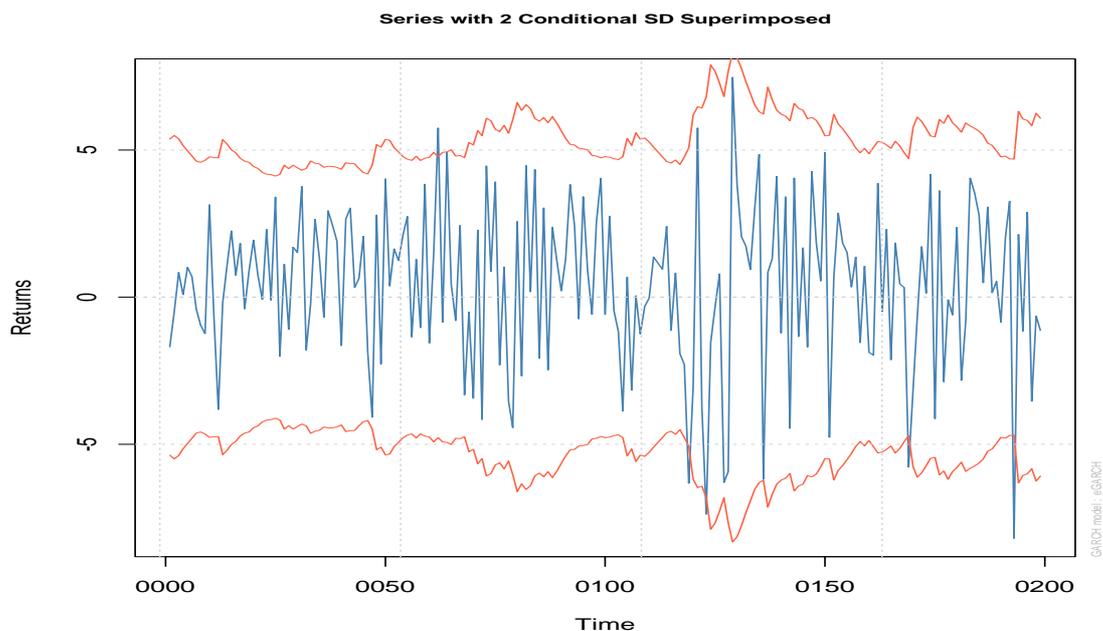
La estimación de dicho modelo nos proporciona los siguientes datos:

	Estimación	E. Estándar	Valor t	Pr(> t)
μ	0.3858	0.1873	2.0590	0.0395
ω	0.1229	0.1885	0.6525	0.5140
α	-0.0603	0.0515	-1.1693	0.2422
β	0.9385	0.0965	9.7169	0.000000
γ	0.1242	0.0929	1.3363	0.1814

La tabla muestra que solo algunos parámetros del modelo resultan significativos, más en concreto tan solo μ , γ y β son significativos al 5%. En cuanto a los criterios de información obtenidos los valores obtenidos son los siguientes:

AIC	BIC	HQIC
4.8151	4.8970	4.8486

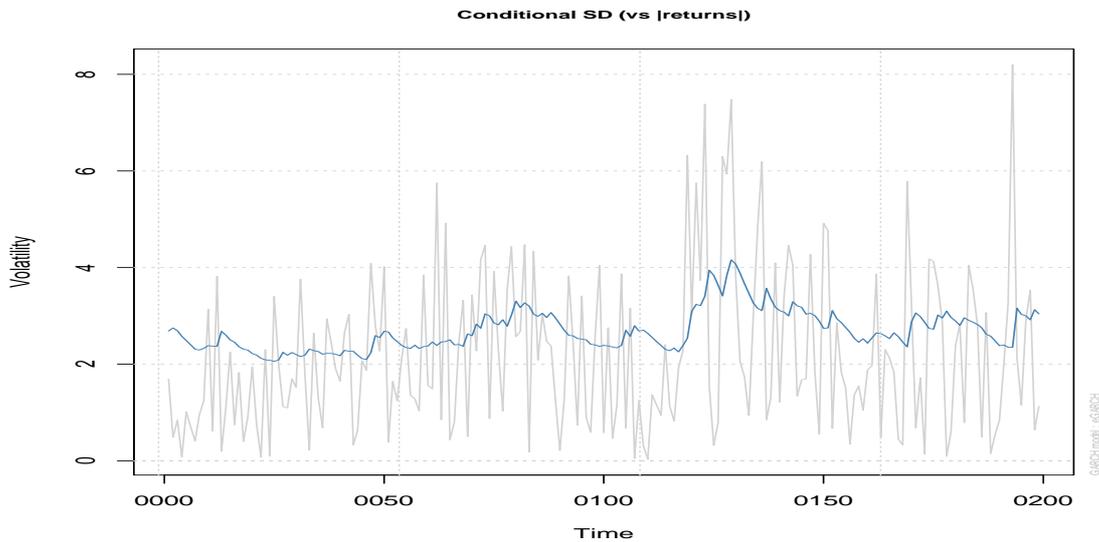
Nuevamente, recurrimos a la representación de la serie con dos desviaciones superpuestas para ver cuál es el comportamiento conjunto de ambas:



ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES FINANCIERAS

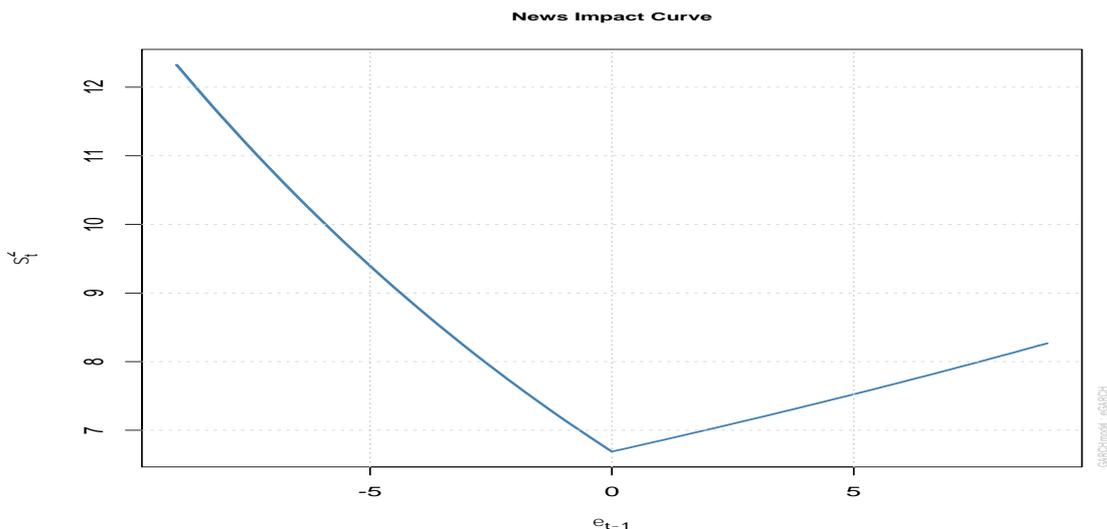
La representación es similar a la que fue obtenida a raíz del modelo GARCH(1,1), sin embargo apreciamos que en este caso aquellos shocks de mayor tamaño han visto atenuada su intensidad, sobrepasando las desviaciones típicas de una forma mucho más clara. Este efecto es consecuencia de la nueva especificación de la varianza, que hace que el modelo sea más sensible a los distintos shocks.

Siguiendo el mismo esquema de análisis que en el modelo tentativo GARCH, representamos la desviación estándar condicional y la rentabilidad:



Los resultados en este caso son muy similares a los del modelo GARCH pues vemos que la desviación responde lentamente a los shocks también.

Finalmente analizaremos la curva de impacto de noticias de este modelo EGARCH(1,1):



La curva representada muestra claramente como el modelo EGARCH recoge la asimetría existente en los datos como consecuencia del efecto apalancamiento, esto se debe a la incorporación en el modelo de la expresión $g(\varepsilon_t)$ en la especificación del modelo.

Si comparamos los resultados de ambos modelos podemos apreciar que es el modelo EGARCH(1,1) el que más se aproxima a la estructura real de los datos, ya que es capaz de el efecto apalancamiento mientras que el GARCH(1,1) tiene respuesta simétrica a los shocks positivos y negativos. Por ello rechazaremos el modelo tentativo GARCH(1,1), quedándonos con el EGARCH(1,1). A continuación profundizaremos en el análisis de dicho modelo adentrándonos en la fase de diagnóstico.

En la diagnosis del modelo emplearemos los test Ljung-Box (1978) sobre los residuos estándar:

	Estadístico	p-valor
Lag[1]	4.465	0.03460
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	6.500	0.01619
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]	10.831	0.00562

Si nos fijamos en los resultados, observamos que el reducido p-valor hace que rechacemos la hipótesis nula (ausencia de correlación serial) para cualquiera de los tres estadísticos a una nivel del 5%.

Si aplicamos este mismo test sobre los residuos al cuadrado, obtendremos los siguientes resultados:

	Estadístico	p-valor
Lag[1]	0.2027	0.6526
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	0.8202	0.8988
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]	1.6240	0.9448

En este caso, no se rechazara la hipótesis de ausencia de correlación serial y podemos afirmar que los residuos se distribuyen de forma independiente.

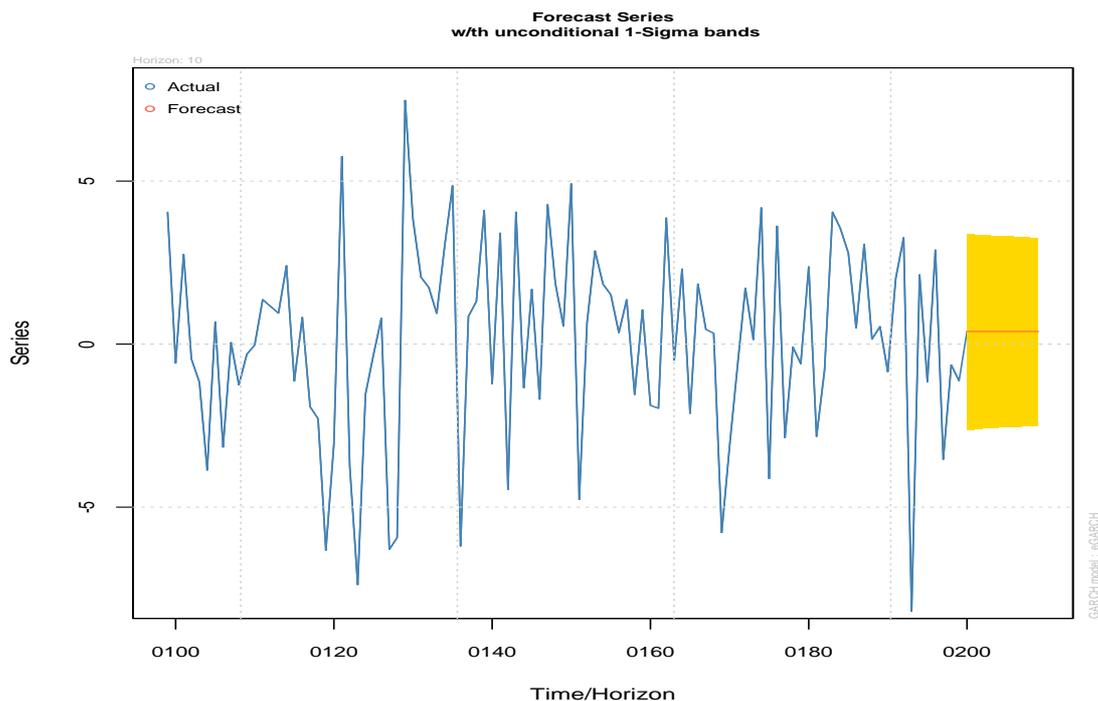
Finalmente realizaremos el test ARCH LM:

	Estadístico	p-valor
ARCH Lag[3]	0.7961	0.3723
ARCH Lag[5]	1.1019	0.7029
ARCH Lag[7]	1.3813	0.8448

La hipótesis nula es rechazada dado unos p-valores tan altos, por lo tanto no podemos confirmar la presencia de efectos ARCH.

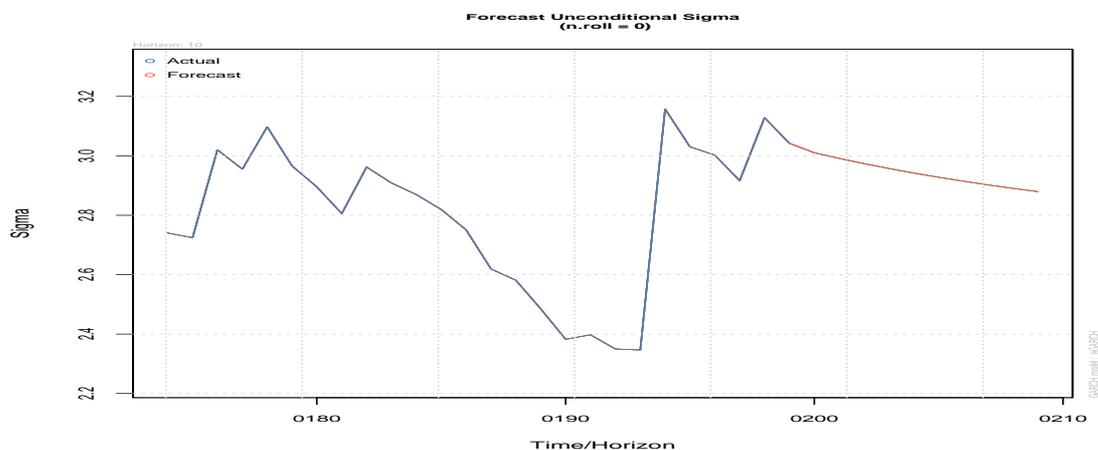
A pesar de que los resultados de no son demasiado alentadores, proseguiremos con el análisis empírico. Procedemos a continuación, con la predicción pertinente sobre la serie temporal. Esta predicción se lleva a cabo a través del software de R también. El horizonte temporal de esta predicción es de diez periodos o lo que es lo mismo 10 semanas. La predicción obtenida es la siguiente:

ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES FINANCIERAS



En la imagen superior podemos observar como el software de R nos aporta una predicción sobre la media idéntica a la del último de los períodos de la serie temporal. Así mismo nos muestra el intervalo de confianza a través de la bandas amarilla que nos muestran los límites inferior y superior del intervalo de confianza.

Este software nos ofrece una también predicción para la sigma de nuestro modelo:



Así pues, según las predicciones de nuestro modelo, el parámetro sigma debería disminuir lentamente a lo largo de los próximos diez períodos, en este caso semanas.

4. CONCLUSIÓN

En este trabajo se expone metodología de análisis de series temporales que facilita las herramientas necesarias para entender la estructura dinámica de los datos de una serie temporal financiera. Haciendo uso de dichas herramientas se han obtenido una serie de resultados que nos permiten extraer algunas conclusiones sobre el análisis de series temporales financieras.

La primera de estas conclusiones es que los modelos GARCH, como anticipábamos en la sección inicial del ensayo, constituyen una herramienta útil para el análisis de series temporales financieras, dada la versatilidad del enfoque de modelización que proponen.

Por otro lado podemos afirmar a la luz del análisis empírico, que el modelo EGARCH(1,1) posee una ventaja para con el GARCH(1,1) a la hora de analizar el FTSE 100. Este modelo es capaz de estimar el efecto apalancamiento de una forma más conveniente que el GARCH(1,1), ya que permite responder asimétricamente a los distintos shocks. Sin embargo, a pesar de ajustarse mejor a los datos, esta realización del modelo EGARCH para la serie temporal escogida presenta ciertas carencias que han sido evidenciadas por los test realizados.

Cabe añadir, que a la par de este análisis cuantitativo, fueron llevados a cabo otros dos similares. Las series escogidas para dichos análisis fueron la cotización del par de divisas EURUSD y una opción de compra sobre la compañía Peabody Energie. En dichos análisis la evidencia empírica también destaca que a pesar de que el modelo EGARCH es más conveniente, continúa presentando algunas limitaciones que se ponen aun más de manifiesto dada la alta volatilidad de estos dos activos. Dichos análisis han sido excluidos del ensayo dada la extensión limitada de este.

A modo de extensión a este trabajo se podría continuar con el análisis de la serie temporal de FTSE 100, proponiendo modelos alternativos al EGARCH(1,1) que permitiesen estimar el efecto apalancamiento de forma correcta y presentasen unas propiedades más deseables que las de este. Así mismo, los modelos y métodos incluidos en este trabajo podrían ser aplicados a la evaluación de precios de activos más volátiles como las opciones financieras o los ETFs.

5. BIBLIOGRAFÍA

Box, . G. E. P. & Jenkins, G. M., 1970. Time Series Analysis, Forecasting and Control. Holden Day, San Francisco.

Black, F., 1976. Studies of stock price volatility changes. *Proceedings of the 1976 Meeting of the Business and Economic Statistics Section*, 79(22).

Bollerslev, T., 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*.

Christie, A., 1982. The Stochastic Behavior of Common Stock Variances. *Journal of Financial Economics*.

Dow, C. H., 1903. *Dow's Theory Articles*. s.l.:Wall Street Journal.

ENGLE, R., 1982. Autorregresive Conditional Heterocedasticity with Estimates of the Variance of the U.K. Inflation. *Econométrica*.

Engle, R., 1982. Autorregresive Conditional Heterocedasticity with Estimates of the Variance of the U.K. Inflation. *Econométrica*.

Engle, R. F., 1983. Estimates of the variance of U.S. inflation based on the ARCH model. *Journal of Money Credit and Banking*.

Fama, E., 1970. *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*. s.l.:The Journal of Finance.

- G. E. P Box, G. M. J. y. G. C. R., 1994. *Time series analysis forecasting and control*. 3rd ed ed. Nueva Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Galbraith, J. K., 1955. The Great Crash 1929.
- Gazda, V., 2003. Application of garch models in forecasting the volatility of the slovak share index (Sax). *Biatec*.
- Glosten, Jagannathan & Runkle , 1993. Relationship between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks.
- Gourieroux, C., 1997. ARCH Models and Financial Applications. *Springer series in Statistics*.
- Granger, C. W. J. y. A. A., 1978. An Introduction to Bilinear Time-Series Model.
- Hannan, . E. J. & Quinn , B. G., 1979. The determination of the order of an autoregression. *Journal of the Royal Statistical Society*.
- Kraft, D. & Engle, R. F., 1983. Multiperiod forecast error variances of inflation estimated from ARCH models. *Applied time series analysis of economic data*
- Ljung, G. M. & Box, G. E. P., (1978. On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika* .
- Malkiel, B., 1990. *A Random Walk Down Wall Street*. s.l.:W. W. Norton & Company.
- Nelson, D., 1991. Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: a New Approach. *Econometrica*.
- Nelson, D. & Cao, C., 1992. Inequity Constraints in the Univariate GARCH Model. *Journal of Business and Economic Statistics*.
- Nobel Prize Committee, 1997. "A new method to determine the value of derivatives". s.l.:The Royal Swedish Academy of Science.
- Pagan, A. & Schwert, G. W., 1990. Alternative Models for Conditional Stock Volatility. *Journal of Econometrics*.
- Pearson, K., 1905. The Problem of the Random Walk.
- Schwarz, G., 1978. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*.
- Skoog, J. & Enocksson, D., 2012. *Evaluating VaR with the ARCH/GARCH Family*. s.l.:Uppsala University.
- Takane, Y., 1987. Introduction to special section. *Psychometrika*.
- Taleb, N. N., 2011. *El cisne negro. Nueva edición ampliada y revisada: El impacto de lo altamente improbable*. Boston: Paidós.
- Tsay, R. S., 2010. *Analysis of Financial Time Series*. s.l.:WILEY.
- Vilariño, A., 2000. El episodio del Long Term Capital Management. En: *Turbulencias financieras y riesgos de Mercado*. s.l.:Prentice-Hall.

Tjalling J. Ypma, Historical development of the Newton-Raphson method, SIAM Review 37 (4), 531–551, 1995.

Zakoian, J. M., 1994. Threshold Heteroskedastic Models. Journal of Economic Dynamics and Control. *Journal of Economic Dynamics and Control*.

6. ANEXOS

6.1 ANEXO 1: SCRIPT

```
library(TSA)
library(forecast)
library(rugarch)
td <-
read.table("/Users/mario/Desktop/TFG/Material/Econometrico/ftse100.txt",header=TRUE,dec=".")
Cotización <- ts(td[,1])
plot(Cotización)
title (main="FTSE 100",sub="25 de Abril de 1996 - 28 de Abril de 2016 Fuente: Datastream")

Rentabilidad <- ts(diff(log(Cotización),lag=1)*100)
plot(Rentabilidad)
title (main="Rentabilidad FTSE 100", sub="25 de Abril de 1996 - 28 de Abril de 2016 Fuente: Datastream")
tsdisplay(Rentabilidad)

Rentabilidad^2<- Rentabilidad^2
tsdisplay(Rentabilidad^2)

modelo.garch11 <- ugarchspec(variance.model=list(garchOrder=c(1,1)),mean.model = list(armaOrder=c(0,0)))
modelo.garch11.fit <- ugarchfit(spec=modelo.garch11,data=Rentabilidad,solver.control = list(trace=1))
summary(modelo.garch11.fit)
modelo.garch11.fit
plot(modelo.garch11.fit)

modelo.egarch11 <-
ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model = list(armaOrder=c(0,0)))
modelo.egarch11.fit <- ugarchfit(spec=modelo.egarch11,data=Rentabilidad)
summary(modelo.egarch11.fit)
modelo.egarch11.fit
plot(modelo.egarch11.fit)

modelo.egarch11.fore <- ugarchforecast(modelo.egarch11.fit,data=Rentabilidad,n.roll = 0,n.ahead = 10)
fitted(modelo.egarch11.fore)
sigma(modelo.egarch11.fore)
plot(modelo.egarch11.fore)
```